ANALISIS DISKRIMINAN

(Studi kasus : Seleksi Mahasiswa Baru JPPB FMIPA Unhas)

OLEH :

HARTINA

H 121 98 024

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2 0 0 2

ANALISIS DISKRIMINAN

(Studi kasus : Seleksi Mahasiswa Baru JPPB FMIPA UNHAS)

Skripsi

Diajukan sebagai tugas akhir untuk memenuhi syarat

Memperoleh gelar sarjana

OLEH :

HARTINA

H 121 98 024

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2002

KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penyusun panjatkan kehadirat Allah SWT, karena atas rahmat hidayah-Nya, sehingga penyusun dapat merampungkan penelitian dan menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar sarjana pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin.

Bersama ini, perkenankanlah penyusun menyampaikan terima kasih yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah memberikan uluran tangan serta harap dan doanya selama penyusunan skripsi ini.

Terima kasih yang tak terhingga dan rasa cinta yang sedalam - dalamnya serta sembah sujud kepada Ayahanda **La Kihi** dan Ibunda **Aliiya** atas segala kasih sayang, doa dan pengorbanan serta dorongan moril dan materi yang tak terkira yang tak mungkin penyusun dapat balaskan.

Terima kasih dan penghargaan yang sebesar - besarnya kepada Bapak **Drs.Raupong, M.Si** selaku **Pembimbing Utama** dan Bapak **Drs.M.Saleh AF** selaku **Pembimbing Pertama**, yang telah meluangkan waktu, tenaga dan pikiran dalam memberikan bimbingan dan pentunjuk yang begitu berharga dari awal persiapan penelitian hingga selesainya penulisan skripsi ini.

Pada kesempatan ini pula penyusun ingin menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak **Drs. Nirwan Ilyas, M.Si** dan Bapak **Drs. Muh. Zakir, M.Si** selaku Ketua dan Sekretaris Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin.
2. Tim penguji Bapak **Drs. Daeng Idris, M.Si** (ketua merangkap anggota), Bapak **Drs. Lapodje Talangko** (sekretaris merangkap anggota), Bapak **Drs. Budi Nurwahyu, MS** (anggota).
3. Seluruh **staf pengajar** dan segenap **karyawan Jurusan** Matematika Fakultas MIPA UNHAS yang telah memberikan bimbingan dan pelayanan kepada penulis.
4. Seluruh **karyawan Biro Akademik** Fakultas MIPA UNHAS atas bantuannya selama penulis dalam penelitian.
5. Nenekku tersayang **Nenek Aga**, atas kasih sayang dan doa restunya selama ini.
6. Kakak - kakakku tersayang **Adil Adyat + Umiaty**, **Zatima, S.Pd + Do'a**. Kedua adikku **Hasiati** dan **Alam Ardin** serta kemenakanku yang manis **Nur Hayati Safitry** yang selalu memberikan dukungan moril dan materi serta doa selama penyusun menuntut ilmu. Kalian adalah penopang dan pemberi semangat ketika aku jatuh dan lemah.
7. Keluarga **Drs. Halili** dan keluarga **Drs. R.S.M Assagaf, M.Ed** dan seluruh keluargaku yang tak sempat disebutkan, atas dorongan dan motivasi serta bantuannya selama ini.
8. Sahabat - sahabatku **Eva, Lina, Ayu, Rini**, dan semua **mahasiswa Matematika Angkatan '98** yang telah menghiasi hari - hari penyusun baik suka maupun duka selama di bangku kuliah.

9. Rekan - rekan mahasiswa (i) Jurusan Matematika dan rekan - rekan mahasiswa FMIPA yang tak dapat penyusun sebutkan satu persatu, atas segala bantuan dan dorongannya.
10. Saudaraku **Sarni**, **Idayaty**, **Hasrin**, **Titin**, **Jummi**, **Adde** dan **Katon**, sahabat dekatku **Adi** (Ayo Man! Kamu bisa) thanks yach atas segalanya, teman - temanku di Pondok Aspul **Lian**, **Ida**, **Nanni**, **Muharram**, **Anti**, **Rahman**, **Diman**, **Inal** dan semua penghuni pondok Aspul yang tak sempat penyusun sebutkan namanya, atas hari - hari bahagia yang mewarnai kebersaan kita, serta adikku yang manis **Akhmad Fakih**, **Mala**, **Middin** atas tawa dan candanya.

Tak ada gading yang tak patah, penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penulisan dan penyusunan tugas akhir ini masih terdapat banyak kelemahan dan kekurangan itu semua tak luput dari keterbatasan penyusun sebagai manusia biasa. Untuk itu kritik dan saran yang sifatnya membangun sangat diharapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini.

Akhir kata, semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Makassar, Desember 2002

Penyusun

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk membuat suatu model yang dapat digunakan untuk menyeleksi mahasiswa baru JPPB FMIPA UNHAS dengan menggunakan Analisis Diskriminan yang dikelompokan berdasarkan program studi yang dipilih, dengan kriteria pengelompokan berdasarkan persamaan Diskriminan Linear Fisher.

Proses pembuatan model ini menggunakan data mahasiswa baru JPPB FMIPA UNHAS tahun 2000. Sedangkan untuk proses pengujian model menggunakan data mahasiswa baru JPPB FMIPA UNHAS tahun 2001.

Berdasarkan analisis model fungsi diskriminan data tahun 2000 diperoleh hasil seleksi mahasiswa baru JPPB FMIPA UNHAS tahun 2001 sebagai berikut: dari sampel yang diambil (21 sampel) yang terdiri dari *3 mahasiswa* yang memilih prog. studi Matematika, 1 mahasiswa lolos seleksi pada prog. studi Matematika sedangkan 2 lainnya lolos seleksi pada prog. studi Farmasi. Dari *3 mahasiswa* yang memilih prog. studi Statistika, 1 mahasiswa lolos seleksi pada prog. studi Statistik sedangkan 2 lainnya lolos pada prog. studi Farmasi. Dari *3 mahasiswa* yang memilih prog. studi Fisika, 1 mahasiswa lolos pada prog. studi Matematika sedangkan 2 lainnya lolos pada prog. Farmasi dan Geofisika. Dari *3 mahasiswa* yang memilih prog. studi Geofisika, 2 mahasiswa lolos seleksi pada prog. studi Biologi sedangkan 1 lainnya lolos seleksi pada prog. studi Statistik. Dari *3 mahasiswa* yang memilih prog. studi Kimia semuanya lolos seleksi pada prog. studi Farmasi. Dari *3 mahasiswa* yang memilih prog. studi Biologi, 1 mahasiswa lolos seleksi pada prog. studi Biologi sedangkan 2 lainnya lolos seleksi pada prog. studi Fisika dan Statistik. Dari *3 mahasiswa* yang memilih prog. studi Farmasi semuanya lolos seleksi pada prog. studi Farmasi.

Bertolak dari hasil seleksi tersebut diperoleh suatu kesimpulan bahwa Model Fungsi Diskriminan dengan kriteria pengelompokan Linear Fisher sangat tepat digunakan dalam proses seleksi mahasiswa baru JPPB FMIPA UNHAS dengan kebijakan pilihan lebih dari satu program studi.

Abstract

The object of this research is to find a model which could be used in selecting young students of JPPB at FMIPA UNHAS using Diskriminan Analysis, which classified upon the study programme they choose, with the classification criteria on Diskriminan Linear Fisher Equaty.

The making process of a model is using some datum on young students of JPPB at FMIPA UNHAS 2000. And a model examination process using some datum on 2001.

Based on analysis of Diskriminan function from datum 2000, get result of young students selection of JPPB at FMIPA UNHAS 2001, that are : from sample taken, three students choosing Matematics programme, one of them passed the selection the programme and the other at Pharmacy. Three students choosing Statistics programme, one of them passed at the programme and the other at Pharmacy. Three students choosing Physics programme, one of them passed at Matematics programme and the other passed in Pharmacy and Geophysics programme. Three students choosing Geophysics programme, two students passed at Biology programme, while one of them passed at Statistics. Three students choosing Chemistry, all of them passed the selection at Pharmacy programme. Three students choosing Biology programme, one of them passed at the programme and the other passed at Physics and Statistics. And the last from three students choosing Pharmacy programme they all succesded.

According to the result of selection, we unclude that Diskriminan Function with Fisher Linear classification criteria can be used precisely in young students selection process of JPPB at FMIPA UNHAS by multi choice programme.

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Universitas Hasanuddin sebagai salah satu lembaga yang bergerak dibidang pendidikkan, penelitian dan pengembangan mempunyai tugas pokok menguatkan dan mempromosikan penyelenggaraan pendidikkan dalam sejumlah disipiin ilmu pengetahuan, teknologi, dan atau kesenian tertentu.

Jalur Pemaduan Potensi Belajar (JPPB) atau yang biasa dikenal dengan program Bebas Test adalah merupakan salah satu realisasi dari tugas pokok tersebut. Salah satu tujuan dari JPPB ini adalah memberi kesempatan kepada siswa-siswa terbaik lulusan SMU/MAN di Kawasan Timur Indonesia (KTI) untuk belajar di Universitas Hasanuddin pada program S-1 tanpa melalui seleksi UMPTN. Hal ini dilakukan karena sarana dan prasarana pendidikkan di KTI beragam dan belum memadai.

Pada seleksi JPPB ini yang menjadi ukuran seleksi panitia adalah data siswa (diantaranya data raport yang berupa; data rata-rata lima mata pelajaran, data peringkat prestasi belajar, dan jumlah nilai) yang dicalonkan secara *obyektif* dari setiap sekolah yang dinilai potensial akan berhasil belajar di Universitas Hasanuddin,dalam hal ini pihak sekolah (Kepala Sekolah) diberi kepercayaan penuh dalam proses pencalonan tersebut. Sehingga jika data yang terkirim tersebut *tidak obyektif(rekayasa)*, tetapi berdasarkan data (yang tidak obyektif) tersebut ternyata siswa lolos seleksi, maka saat belajar di Unhas siswa yang bersangkutan akan mengalami kesulitan bahkan terpaksa harus dikeluarkan (*drop out*) dari Unhas karena setelah belajar tiga/empat semester pertama ternyata tidak mampu berprestasi.

Pada proses seleksi ini tentunya sangat membutuhkan suatu ketelitian, dan kerja keras dari panitia pelaksana (pengelola), karena data yang menjadi ukuran seleksi tersebut berasal dari setiap sekolah di KTI yang jumlahnya begitu banyak. Oleh sebab itulah tugas panitia JPPB ini tidaklah mudah karena disamping mempunyai tanggung jawab teknis juga mempunyai tanggung jawab moril dari apa yang telah diputuskannya, sehingga siswa-siswa yang lolos seleksi tersebut benar-benar dianggap potensial akan berhasil belajar di Unhas. Karena itu perlu diusahakan berbagai langkah dan cara yang akurat agar proses seleksi tersebut dapat berjalan sesuai dengan yang diinginkan.

Berangkat dari uraian diatas maka penulis tertarik untuk mencoba merancang suatu Metode Seleksi Plus yang ditinjau dari segi statistik. Metode ini pada dasarnya bekerja dengan mengelompokan data baru berdasarkan pada data yang telah ada yang dikembangkan berdasarkan pada Analisis Diskriminan yakni suatu analisis perhitungan statistik yang dikaitkan terhadap kelompok yang terlebih dahulu diketahui secara jelas dan mantap pengelompokannya, selanjutnya sekelompok data baru dapat dialokasikan ke dalam kelompok yang tepat berdasarkan kriteria pengelompokan yang benar.

Metode fungsi diskriminan ini pada awalnya dikembangkan oleh Ronal A. Fisher pada tahun 1936. Dalam sebuah paper yang berjudul : The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problem", Fisher mengatakan bahwa apabila dua atau lebih populasi telah diukur dalam beberapa karakter X_1 , X_2 , ... , X_p, maka dapat dibangun fungsi linier tertentu dari pengukuran iu dimana fungsi itu merupakan fungsi pembeda (pemisah) terbaik bagi populasi - populasi yang diamati.

Pada dasarnya analisis diskriminan dapat dipergunakan untuk mengetahui variabel - variabel yang membedakan kelompok populasi yang ada juga dapat dipergunakan sebagai kriteria pengelompokan. Sehingga dengan metode ini diharapkan dapat mempermudah pihak pengelola dalam proses seleksi JPPB tersebut. Metode Seleksi Plus yang akan dibuat oleh penulis disajikan dalam bentuk tulisan dengan judul :

"ANALISIS DISKRIMINAN"

(Studi kasus : Seleksi Mahasiswa Baru JPPB FMIPA Unhas)

1.2 Batasan Masalah

Sesuai dengan uraian diatas maka penelitian ini terbatas hanya pada seleksi mahasiswa baru JPPB di F-MIPA Universitas Hasanuddin dengan menggunakan data tahun 2000, dengan pengelompokan data baru berdasarkan data lama (data yang telah ada) yang dikembangkan berdasarkan pada Analisis Diskriminan dengan Metode pendekatan Matriks W (matriks peragam dalam kelompok) dan Matriks B (matriks peragam antar-kelompok), serta menggunakan kriteria pengelompokan berdasarkan persamaan Diskriminan Linear Fisher.

1.3 Rumusan Masalah

Dari batasan masalah yang dikemukakan diatas maka diperoleh rumusan masalah sebagai berikut .

*. Bagaimanakah seleksi mahasiswa baru JPPB di F-MIPA Unhas dengan menggunakan data tahun 2000 berdasarkan Analisis Diskriminan, dengan memperhatikan berbagai macam faktor yang mempengaruhi proses seleksi tersebut. Untuk itu dilakukan langkah – langkah sebagai berikut .

- pemisahan kelompok secara jelas
- penentuan fungsi diskriminan
- penentuan aturan pengelompokan/alokasi data baru.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah :

➢ Untuk menyeleksi mahasiswa baru JPPB di F-MIPA Unhas yang dikelompokan berdasarkan program studi yang dipilih dengan menggunakan Analisis Diskriminan dengan Metode pendekatan Matriks W (matriks peragam dalam kelompok) dan Matriks B (matriks peragam antar kelompok), dengan kriteria pengelompokan berdasarkan persamaan Diskriminan Linear Fisher.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah :

- Dapat memberikan suatu sumbangan pemikiran (penyempurnaan) kepada pihak Unhas tepatnya panitia pelaksana JPPB dalam proses seleksi mahasiswa baru yang berhasil belajar di Unhas tanpa melalui seleksi UMPTN.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Multivariat Normal

Defenisi 2.1.1 :

Misalkan X adalah suatu variabel acak yang berdistribusi univariat normal dengan fungsi kepadatan peluang sebagai berikut :

$$f(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp[-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2] \qquad (-\infty < x < \infty)$$

$$= (2\pi v)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(x-\mu)v^{-1}(x-\mu)\right] \qquad (v = \sigma^2 > 0)$$

maka kita dapat menentukan fungsi kepadatan peluang dari distribusi multivariat normal yakni :

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_p) = (2\pi)^{-p/2} \frac{1}{\sigma_1 \ldots \sigma_p} \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2\right] \qquad (-\infty < x_i < \infty)$$

$$= k^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2}(x-\mu)'\Sigma^{-1}(x-\mu)\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2.1.1)$$

dimana $-\infty < x_i < \infty$ (i = 1,2, ... , p) dan Σ adalah matriks peragam yang berukuran p × p yang berbentuk $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & \ldots & \sigma_p^2 \end{bmatrix}$ dan vector acak $x^t = [\, x_1, x_2, \ldots, x_p \,]$, serta vector rata - rata $\mu^t = [\, \mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_p \,]$

Teorema 2.1.1 Jika $X^t = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ adalah suatu vektor variabel acak dengan fungsi kepadatan peluang (2.1.1) maka :

(i) $k = (2\pi)^{p/2} \left|\Sigma\right|^{1/2}$ adalah suatu kostanta

(ii) $E(X) = \mu$ dan $\sigma(X) = \Sigma$

(iii) $Q = (X - \mu)^t \Sigma^{-1} (X - \mu) \sim \chi_p^2$

Teorema 2.1.2 Jika $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$ dan C adalah matriks $p \times n$ yang berdimensi-p maka $CX \sim N_p(C\mu, C\Sigma C^t)$

Teorema 2.1.3 X dikatakan berdistribusi multivariat normal jika dan hanya jika a^tX berdistribusi univariat normal untuk semua vektor a $(a \neq 0)$.

2.2 Sampel dari Populasi Multinormal

Misalkan kita mengandaikan bahwa syarat - syarat saling bebas dan kebersamaan adalah berdasarkan pada unit - unit (kesatuan) sampel dan bahwa N adalah vektor pengamatan dengan p variabel pembeda. Sehingga diperoleh suatu matriks data sebagai berikut :

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} \dots X_{1N_k} \\ \dots\dots\dots\dots \\ X_{p1} \dots X_{pN_k} \end{bmatrix} \qquad \dots\dots\dots\dots(2.2.1)$$

Misalkan bahwa matriks data adalah realisasi dari variabel acak yang berdimensi-p yang berdistribusi mengikuti hukum distribusi multinormal dengan vektor rata - rata μ dan matriks kovariansi Σ nonsinguler, maka Likelihood dari pengamatan (2.2.1) adalah :

$$L(\mu,\Sigma)=\frac{1}{(2\pi)^{Np/2}|\Sigma|^{N/2}}\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}(x_j-\mu)'\Sigma^{-1}(x_j-\mu)\right] \qquad ....(2.2.2)$$

Vektor rata - rata sampel (penduga tak bias dari μ) adalah :

$$\overline{X}=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}X_j \qquad ....(2.2.3)$$

Matriks jumlah kuadrat dan hasil kali adalah :

$$A=\sum_{j=1}^{N}(x_j-\overline{x})(x_j-\overline{x})' \qquad ....(2.2.4)$$

Frekuensi pengamatan adalah kumpulan unit - unit sampel pada g kelompok yang saling bebas. Respons (variabel pembeda) adalah di gambarkan dengan variabel acak multinormal dengan vektor nilai rata - rata μ_k dalam kelompok k dan matriks kovariansi Σ sama untuk semua kelompok, maka matriks data untuk kelompok k adalah :

$$X_k=\begin{bmatrix} X_{k11} & \cdots & X_{k1N_k} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ X_{kp1} & \cdots & X_{kpN_k} \end{bmatrix} \qquad .....(2.2.5)$$

Matriks penduga bagi matriks peragam (kovariansi) Σ adalah :

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{N-g}\sum_{k=1}^{g}\sum_{j=1}^{N_k}(x_{kj}-\overline{x}_k)(x_{kj}-\overline{x}_k)' \\ &= \frac{1}{N-g}\sum_{k=1}^{g}A_k \end{aligned} \qquad ....(2.2.6)$$

dimana A_k adalah matriks jumlah kuadrat dan hasil kali untuk kelompok k dan $N = N_1 + N_2 + ... + N_g$.

2.3 Analisis Diskriminan

Analisis Diskriminan dapat dipergunakan untuk mengetahui variabel-variabel perinci (pembeda) yang membedakan kelompok populasi yang ada, juga dapat dipergunakan sebagai kriteria pengelompokan. Sehingga pada dasarnya Analisis Diskriminan digunakan untuk mengkaji hubungan antar kelompok dan menggolongkan individu kedalam salah satu kelompok berdasarkan sekumpulan peubah diskriminator (peubah pembeda) yang menjadi kriteria pengelompokan.

Adapun tujuan dari Analisis Diskriminan dan Penggolongan (pengelompokan) adalah :

1. Menyatakan baik secara grafik atau aljabar, obyek - obyek yang berbeda dari populasi yang diketahui.

   Akan dicari skor diskriminan yang nilainya sedemikian sehingga populasi - populasi tersebut terpisah secara maksimal.

2. Mensortir obyek kedalam 2 kelompok atau lebih, dan menentukan aturan yang dapat digunakan untuk menggolongkan (mengelompokkan / mengklasifikasikan) obyek baru kedalam salah satu kelompok.

Sebelum membahas lebih jauh tentang analisis diskriminan, maka perlu dikemukakan beberapa asumsi yang melandasi analisis diskriminan itu, antara lain :

1. Data diasumsikan bardistribusi Multinormal (Multivariate normal) dengan vektor nilai rata - rata μ dan matriks ragam peragam Σ ($\underline{X} \sim N_p(\mu, \Sigma)$)

Jika $\underline{X}$ berdistribusi N_p ($\underline{\mu}$,Σ), maka kombinasi linear dari $Y = a^t \underline{X}$ (lihat pers.2.3.1) akan berdistribusi N ($a^t \underline{\mu}$, $a^t \Sigma$ a). Juga jika $Y = a^t \underline{X}$ berdistribusi N ($a^t \underline{\mu}$, $a^t \Sigma$ a) untuk setiap a, maka $\underline{X}$ harus berdistribusi N_p($\underline{\mu}$, Σ).

2. Fungsi diskriminan dapat digambarkan dalam bentuk hubungan linear sebagaimana ditunjukkan dalam pers. (2.3.1). Dengan demikian asumsi linearitas diantara variabel - variabel diperlukan.
3. Asumsi lain yang sangat penting dan berlaku umum dalam semua analisis statistika adalah bahwa sampel yang ditarik dari populasi bersifat acak (random) dan mewakili (representatif) populasi dari mana sampel itu diambil.
4. Pemisahan kelompok tidak tumpang tindih.

Analisis Diskriminan dilakukan berdasarkan perhitungan statistik terhadap kelompok yang terlebih dahulu diketahui secara jelas dan mantap pengelompokkannya. Pada dasarnya Analisis Diskriminan dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan "matriks peragam dalam kelompok (W)" dan "matriks peragam antar-kelompok (B)". Fungsi diskriminan dibangkitkan sedemikian rupa sehingga dengan menggunakan skor diskriminan maka keragaman relatif antar-kelompok terhadap keragaman dalam kelompok menjadi maksimum. Proses pembangkitan analisis diskriminan dengan menggunakan pendekatan matriks W dan matriks B ini berlaku umum baik untuk kasus dua kelompok atau lebih.

Metode fungsi diskriminan pada awalnya dikembangkan oleh Ronald A.Fisher pada tahun 1936, sehingga fungsi diskriminan yang dibangun itu sering pula disebut sebagai fungsi diskriminan Linear Fisher. Fisher menyatakan bahwa apabila dua atau lebih populasi telah diukur dalam beberapa karakter X_1 , X_2 , ... , X_p maka dapat dibangun fungsi linear tertentu dari pengamatan itu di mana fungsi itu merupakan fungsi pembeda (pemisah) terbaik bagi populasi - populasi yang diamati. Fungsi linear yang dibangun itu disebut "fungsi diskriminan".

Ada dua asumsi yang terpenting dan perlu diperhatikan dalam analisis diskriminan yaitu :

1. p variabel pembeda (variabel diskriminator) mengikuti sebaran normal ganda artinya $X \sim N_p(\mu , \Sigma)$.
2. Kesamaan matriks peragam antar kelompok (setiap kelompok mempunyai Σ(covariance) yang sama).

Misalkan bahwa analisis diskriminan dilakukan untuk kasus g kelompok ($g \geq 2$). Jika kita memiliki variabel p buah variabel yang diamati X_1 , X_2 , ... , X_p maka dapat dibangun kombinasi linier dari variabel-variabel tersebut dalam bentuk persamaan berikut :

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_p X_p = a' \underline{X} \qquad \text{................ (2.3.1)}$$

dimana :

$$a' = [a_1 , a_2 ,\dots, a_p]$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ X_p \end{bmatrix}$$

Sebagaimana dikemukakan bahwa fungsi diskriminan dibangun berdasarkan kriteria memaksimumkan keragaman relatif antar-kelompok terhadap keragaman relatif dalam kelompok. Jika fungsi diskriminan didefinisikan sebagai kombinasi linear terboboti dari variabel - variabel pembeda yang memaksimumkan keragaman relatif antar-kelompok terhadap keragaman relatif dalam kelompok, maka masalah yang dihadapi dalam analisis diskriminan adalah bagaimana memilih vektor koefisien pembobot itu. Dikaitkan dengan pers. (2.3.1), maka permasalahannya adalah bagaimana memilih atau menentukan vektor $a^t = (a_1, a_2, \ldots, a_p)$ yang mampu memenuhi kriteria memaksimumkan keragaman relatif antar-kelompok terhadap keragaman relatif dalam kelompok.

2.3.1 Proses Pembangkitan dalam Analisis Diskriminan

Misalkan kita telah mengambil sampel acak berukuran $\mathbf{n_k}$ dari populasi $\mathbf{P_k}$ untuk $k = 1, 2, \ldots, g$. Kemudian misalkan bahwa kita mempelajari p buah variabel pembeda $X_1, X_2, \ldots, X_p$, maka akan diperoleh matriks data berukuran $p \times n_k$ dari populasi $\mathbf{P_k}$ (2.2.5). Jika kita mendefinisikan x_{kj} sebagai vektor pengamatan ke-j ($j = 1,2,\ldots, n_k$) untuk kelompok ke-k ($k = 1,2, \ldots,g$), maka :

1. Vektor nilai rata-rata sampel untuk kelompok ke-k dapat dibagun berdasarkan rumus berikut :

Vektor ini berukuran $p \times 1$

$$\overline{x}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} x_{kj} \qquad \text{......... (2.3.2)}$$

2. Vektor nilai rata-rata keseluruhan ditentukan dengan rumus berikut :

Vektor ini berukuran $p \times 1$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{k=1}^{g} n_k \overline{x}_k}{\sum_{k=1}^{g} n_k} = \frac{\sum_{k=1}^{g} \sum_{j=1}^{n_k} x_{kj}}{\sum_{k=1}^{g} n_k} \qquad \text{................. (2.3.3)}$$

3. Matriks peragam sampel (sampling covariance matrix) untuk kelompok ke-k, sebagai penduga tak bias untuk μ_k dapat ditentukan dengan rumus berikut:

Matriks ini berukuran $p \times p$

$$S_k = \frac{1}{n_k - 1} \sum_{j=1}^{n_k} (x_{kj} - \overline{x}_k)(x_{kj} - \overline{x}_k)^t \qquad \text{................. (2.3.4)}$$

4. Jika diasumsikan bahwa setiap populasi memiliki matriks peragam yang sama Σ, yaitu $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \ldots = \Sigma_g$, maka matriks peragam sampel dapat digabung untuk memperoleh matriks gabungan, S_G , sebagai penduga bagi matriks peragam populasi Σ, melalui rata - rata terboboti berikut :

$$S_G = \frac{(n_1 - 1)S_1 + \ldots + (n_g - 1)S_g}{n_1 + n_2 + \ldots + n_g - g} = \frac{\sum_{k=1}^{g}(n_k - 1)S_k}{\sum_{k=1}^{g}(n_k - 1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.3.5)$$

5. Matriks peragam antar-kelompok, B, ditentukan dengan rumus berikut :

$$B = \sum_{k=1}^{g}(\bar{x}_k - \bar{x})\ (\bar{x}_k - \bar{x})' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.3.6)$$

6. Matriks peragam dalam kelompok, W, ditentukan dengan rumus berikut :

$$W = \sum_{k=1}^{g}(n_k - 1)S_k = \sum_{k=1}^{g}\sum_{j=1}^{n_k}(x_{kj} - \bar{x}_k)\,(x_{kj} - \bar{x}_k)' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.3.7)$$

Berdasarkan persamaan (2.3.7) terlihat bahwa terdapat hubungan di antara matriks peragam dalam kelompok ,W, dan matriks peragam gabungan, S_G , dengan demikian matriks peragam gabungan, S_G , dapat juga di tentukan berdasarkan matriks peragam dalam kelompok, W, berdasarkan rumus berikut :

$$S_G = \frac{W}{(n_1 + n_2 + \ldots + (n_g - g)} = \frac{W}{\sum_{k=1}^{g}(n_k - 1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.3.8)$$

Memahami hubungan diantara W dan S_G berdasarkan konsep pers. (2.3.8) adalah sangat penting dalam penerapan karena pada umumnya dalam proses komputasi menggunakan bantuan komputer hanya dimunculkan output matriks W, sedangkan informasi tentang matriks S_G seringkali dibutuhkan, terutama apabila menggunakan kriteria penggolongan (pengelompokan) berdasarkan kriteria Wald-Anderson atau kriteria jarak minimum D^2-Mahalanobis.

Karena fungsi diskriminan didefinisikan sebagai $Y = a^t\underline{X}$ sebagaimana yang ditunjukan pers.(2.3.1), maka keragaman antar-kelompok dari Y adalah a^tBa dan keragaman dalam kelompok dari Y adalah a^tWa. Jika λ didefinisikan sebagai keragaman relatif antar-kelompok terhadap keragaman dalam kelompok, maka :

$$\lambda = \frac{a^t Ba}{a^t Wa}$$

$$\lambda\, a^t Wa = a^t Ba \qquad \text{............(2.3.9)}$$

Sekarang yang menjadi masalah dalam Analisis Diskriminan adalah bagaimana menentukan vektor pembobot a yang mampu memaksimumkan λ dalam pers.(2.3.9). Dalam pers.(2.3.9), λ dipilih sebagai kriteria pengukuran perbedaan kelompok - kelompok berdasarkan dimensi yang dispesifikasikan melalui vektor a.

Berdasarkan konsep kalkulus (Extrim dengan Penggandaan Lagrange), maka untuk memperoleh vektor pembobot a yang memaksimumkan λ , perlu ditentukan diferensiasi (diferensial parsial) berikut :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial a} = \frac{\{(2Ba)(a^t Wa) - (2Wa)(a^t Ba)\}}{(a^t Wa)^2}$$

$$= \frac{2\ \{(Ba)(a^t Wa) - (Wa)(a^t Ba)\}}{(a^t Wa)^2}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial a} = \frac{2\ \{(Ba)(a^t Wa) - (Wa)(\lambda\ a^t Wa)\}}{(a^t Wa)^2}$$

$$= \frac{2\ (Ba - \lambda\ Wa)}{(a^t Wa)} = 0$$

Karena $a^t W \neq 0$ maka bentuk pembilang harus sama dengan nol, yang memberikan hasil sebagai berikut :

$$(B - \lambda W) a = 0 \qquad ....(2.3.10)$$

Catatan : ingat konsep diferensial berikut :

$$Jika\ f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}\ , h(x) \neq 0\ ,\ maka :$$

$$f'(x) = \frac{g'(x)\,.\,h(x) - h'(x)\,.\,g(x)}{\{h(x)\}^2}$$

Dengan demikian vektor koefisien dari fungsi diskriminan akan diperoleh melalui penyelesaian pers.(2.3.10).

Pers.(2.3.10) akan mempunyai penyelesaian vektor a yang tidak trivial, jika dipenuhi syarat determinan ($B - \lambda W$) = 0.

Dalam hal ini rank matriks B = min(g - 1 , p), sedangkan matriks W berpangkat penuh (full rank) yaitu sebesar p (banyaknya variabel pembeda yang diamati).

Catatan : Ingat Konsep berikut :

Definisi: *Sebuah ruang vektor tak nol V dinamakan berdimensi berhingga jikaa ruang vektor tersebut mengandung sebuah himpunan berhingga dari vektor - vektor { v_1 , v_2 , ... , v_n } yang membentuk sebuah basis. Jika tidak ada himpunan seperti itu maka V dinamakan berdimensi takberhingga.*

Definisi:<u>*Dimensi*</u> *sebuah ruang vektor yang berdimensi berhingga didefinisikan sebagai banyaknya vektor pada basis untuk V (banyaknya vector basis yang membangun V).*

Teorema 2.3.1.1:

Operasi baris elementer tidak merubah ruang baris sebuah matriks

Teorema 2.3.1.2:

Vektor - vektor baris tak nol berbentuk eselon baris dari matriks A membentuk basis untuk ruang baris A

<u>*Jelaslah*</u> *dari teorema di atas bahwa sebuah matriks dan semua bentuk eselon barisnya mempunyai ruang baris yang sama. Akan tetapi, vektor - vektor baris tak nol dari matriks berbentuk eselon baris selalu bebas linear sehingga vektor - vektor baris tak nol ini membentuk basis untuk ruang baris tersebut. Maka dapat dikatakan bahwa Dimensi (rank) dari sebuah matriks adalah banyaknya vektor - vektor baris tak nol dari matriks bentuk eselon barisnya atau banyaknya vektor baris yang bebas linear dari matriks eselon barisnya.*

Kemudian kembali kepada penyelesaian pers.(2.3.10). Dengan mengasumsikan matriks W adalah nonsingular (determinan (W) $\neq 0$) sehingga dapat ditentukan inversnya , yaitu W^{-1} , maka apabila pers. (2.3.10) diganda awalkan dengan W^{-1} maka akan diperoleh :

$$(W^{-1}B - \lambda I)\,a = 0 \qquad \text{...............(2.3.11)}$$

Dengan demikian pada dasarnya koefisien pembobot fungsi diskriminan a^t diperoleh berdasarkan penyelesaian persamaan berikut :

$$(B - \lambda W) a = (W^{-1}B - \lambda I) a = 0 \qquad \text{...........(2.3.12)}$$

dimana : B = matriks peragam antar- kelompok

W = matriks peragam dalam kelompok

λ = akar ciri (eigenvalue, characteristic root), yang memenuhi persamaan ciri (2.3.12).

a = vektor ciri (characteristic vector, eigen vector) padanan bagi akar ciri λ

Pers.(2.3.12) akan mempunyai solusi jika memenuhi syarat determinan $(W^{-1}B - \lambda I) = 0$. Kemudian apabila diberikan batasan bahwa $a^t W = 1$, maka akan membuat solusi menjadi unik serta $\lambda = a^t Ba$. Hal ini dapat ditunjukkan, sebagai berikut :

$$(B - \lambda W) a = 0 \rightarrow Ba = \lambda W$$

jika kemudian diganda awalkan dengan a, maka diperoleh :

$$a^t Ba = \lambda a^t Wa$$

Dengan memberikan kendala (batasan) $a^t Wa = 1$ maka diperoleh :

$$a^t Ba = \lambda$$

Dengan demikian tampak bahwa nilai maksimum λ akan menerangkan keragaman antar-kelompok yang maksimum. Jadi dalam hal ini perlu ditentukan nilai λ maksimum, agar memenuhi kriteria konsep pers.(2.3.9) menjadi maksimum.

Dalam hal ini λ dapat dipandang sebagai ukuran perbedaan antar-kelompok, karena λ menerangkan keragaman antar-kelompok, dimana $\lambda = a^t Ba$.

Selanjutnya apabila diberikan batasan lain, yakni $a^t_1 \, Wa_2 = 0$ maka akan membuat fungsi diskriminan pertama tidak berkorelasi dengan fungsi diskriminan kedua. Dengan demikian secara umum dapat dikemukakan bahwa pada dasarnya analisis diskriminan merupakan solusi terhadap persamaan ciri (2.3.12) dengan batasan : $a^t_i \, Wa_i = 1$ dan $a^t_i \, Wa_j = 0$, untuk $i \neq j$.

Dari pers.(2.3.12) maka diketahui bahwa λ adalah akar ciri (nilai eigen) dari matriks $W^{-1} B$ sedangkan a adalah vektor ciri (vektor eigen) padanan akar ciri λ. Determinan matriks $W^{-1} B$ menerangkan keragaman relatif antar-kelompok terhadap keragaman dalam kelompok, serta teras matriks $W^{-1} B$ sama dengan jumlah akar ciri .

Jika dari solusi pers.(2.3.12) diperoleh $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_s$, dimana $s = \min(g-1,p)$ yang menunjukan akar ciri dari matriks $W^{-1} B$, dan a_1 , a_2 , ... , a_s, merupakan vektor ciri padanan akar ciri λ_1 , λ_2 , ... , λ_s serta memenuhi batasan $a^t_i \, Wa_i = 1$ dan $a^t_i \, Wa_j = 0$, untuk $i,j = 1, 2, \ldots, s$, maka vektor a_1 merupakan koefisien pembobot fungsi diskriminan 1 yang menerangkan keragaman relatif terbesar, vektor a_2 merupakan koefisien pembobot fungsi diskriminan 2 yang menerangkan keragaman sisa terbesar setelah diterangkan oleh fungsi diskriminan 1, dan seterusnya vektor a_s merupakan koefisien pembobot fungsi diskriminan ke-s. Diantara fungsi diskriminan 1,2, ... , s bersifat ortogonal (tidak berkorelasi). Dengan demikian dapat dikatakan bahwa koefisien pembobot untuk fungsi diskriminan ke-m, $m = 1,2, \ldots, s$, $s = \min(g-1,p)$

diperoleh dari vektor ciri ke-m yang merupakan padanan akar ciri ke-m dari matriks $W^{-1}B$, di mana g = banyaknya kelompok pengamatan dan p = banyaknya variabel pembeda.

Karena rank matriks B = min (g-1, p), maka rank matriks $W^{-1}B$ = min (g-1, p). Hal ini berarti banyaknya akar ciri yang mungkin diperoleh dari matriks W^{-1} B adalah min (g-1, p). Berdasarkan kenyataan ini maka banyaknya fungsi diskriminan yang dapat dibangun tergantung pada besaran min (g-1, p).

7. **Peranan relatif** suatu fungsi diskriminan ke-q dalam memisahkan anggota - anggota kelompok diukur dari persentase relatif akar ciri yang berhubungan dengan fungsi diskriminan tersebut, yang ditentukan dengan rumus sebagai berikut :

$$Y_q = \frac{\lambda_q}{\sum_{m=1}^{s} \lambda_m} \times 100\% \qquad \text{..........(2.3.13)}$$

s = min (g-1, p)

8. Dalam analisis diskriminan dapat juga ditentukan koefisien **korelasi kanonik** yang merupakan ukuran keeratan hubungan fungsi diskriminan dengan (g - 1) variabel dummy yang membatasi anggota - anggota g kelompok, yang dihitung berdasarkan rumus berikut :

$$R_{cm} = \sqrt{\lambda_m / (1 + \lambda_m)} \qquad \text{...........(2.3.14)}$$

dimana :

R_{cm} = korelasi kanonik antara fungsi diskriminan ke-m dan (g - 1) variabel dummy yang membatasi anggota-anggota dari g kelompok

λ_m = akar ciri ke-m, m=1,2, ... , s, s = (g - 1, p), g = banyaknya kelompok dan p = banyaknya variabel pembeda dalam fungsi diskriminan.

9. Dalam analisis diskriminan untuk menghilangkan pengaruh perbedaan satuan pengukuran terhadap besaran koefisien pembobot fungsi diskriminan, maka biasa ditentukan pula **koefisien diskriminan yang dibakukan** dengan rumus berikut :

$$a^*_{mi} = \sqrt{w_{ii}}\ a_{mi} \ \ ;\ i=1,2,...,p; m=1,2,...,s; s=\min(g-1,p) \qquad ....(2.3.15)$$

dimana :

a^*_{mi} = koefisien diskriminan baku dari variabel ke-i dalam fungsi diskriminan ke-m

w_{ii} = elemen diagonal utama dalam matriks W

a_{mi} = koefisien diskriminan takbaku (sebelum dibakukan) dari variabel ke-i dalam fungsi diskriminan ke-m

10. Uji Statistik

Dalam analisis diskriminan, tidak semua fungsi diskriminan yang terbentuk bersifat nyata secara statistik dalam menjelaskan perbedaan diantara kelompok. Pada fungsi diskriminan yang terbentuk dari akar ciri (λ) yang kecil mungkin saja tidak memberikan kontribusi dalam menerangkan perbedaan diantara kelompok (keragaman yang diterangkan oleh fungsi diskriminan itu tidak nyata secara statistik).

Berdasarkan kenyataan ini, maka diperlukan suatu uji statistik dalam analisis diskriminan untuk mengetahui barapa banyak fungsi diskriminan yang berkontribusi secara nyata dalam menerangkan perbedaan diantara kelompok yang ada.

Proses pengujian dilakukan dengan jalan mengkaji apakah diskriminasi sisa bersifat nyata secara statistik setelah diterangkan oleh fungsi diskriminan pertama, fungsi diskriminan pertama dan kedua, dan seterusnya. Jika hasil pengujian bersifat nyata secara statistik berarti masih perlu dibentuk fungsi diskriminan berikutnya tetapi jika tidak berarti tidak perlu dibentuk fungsi diskriminan berikutnya. Adapun besaran yang digunakan dalam uji ini adalah besaran V yang dikenal sebagai statistik V- Bartlett, dimana $V \sim \chi^2$.

Pengujian Diskriminan sisa dalam analisis diskriminan tersebut secara berurutan serta derajat bebasnya ditunjukan dalam Tabel (2.3.a)

Tabel (2.3.a)

Pengujian Diskriminan Sisa dalam Analisis Diskriminan

Diskriminan sisa setelah diterangkanoleh	Perkiraan Statistik χ^2	Derajat bebas
Fungsi diskriminan 1	$V - V_1$	$p(g-1) - (p+g-2)$ $= (p-1)(g-2)$
Fungsi diskriminan 2	$V - V_1 - V_2$	$(p-1)(g-2) - (p+g-4)$ $= (p-2)(g-3)$
fungsi diskriminan 3	$V - V_1 - V_2 - V_3$	$(p-2)(g-3) - (p+g-6)$ $= (p-3)(g-4)$
...		...

Besaran V dalam Tabel (2.3.a) ditentukan berdasarkan rumus berikut :

$$V = \{n-1-(p+g)/2\}\sum_{m=1}^{s}\ln(1+\lambda_m) \qquad \text{..........(2.3.16)}$$

Sedangkan besaran V_m untuk m = 1,2, ... , s, dimana s = min(g - 1,p), ditentukan berdasarkan rumus berikut:

$$V_m = \{n-1-(p+g)/2\}\ln(1+\lambda_m) \qquad \text{..........(2.3.17)}$$

11. Uji Hipotesis

Sebelum membangun fungsi diskriminan maka kita perlu melakukan pengujian perbedaan vektor - vektor nilai rata - rata di antara kelompok (populasi) untuk mengetahui apakah ada nilai rata - rata dari sifat yang dipelajari itu yang berbeda. Oleh karena itu fungsi diskriminan pada dasarnya dibangun untuk menerangkan perbedaan di antara kelompok (populasi), maka seyogianya fungsi diskriminan baru akan dibangun apabila uji perbedaan vektor nilai rata - rata di antara kelompok (populasi) menunjukan hasil yang nyata secara statistik. Untuk menguji perbedaan vektor nilai rata - rata diantara kelompok (populasi) dapat menggunakan Statistik V- Bartlett.

Statistik V ini akan berdistribusi mendekati distribusi Khi-Kuadrat (χ^2) dengan derajat babas p(g - 1) dimana p adalah banyaknya variabel pembeda dan g adalah banyaknya kelompok (populasi) yang dipelajari. Dengan demikian besaran V dapat dibandingkan dengan tabel Khi-Kuadrat pada taraf α tertentu untuk menguji hipotesis tentang perbedaan vektor nilai rata - rata di antara kelompok (populasi) yang dipelajari.

Adapun kaidah keputusannya adalah :

$$\text{Jika V} \begin{cases} \leq \chi^2_{\alpha, v=p(g-1)} \text{ , } terima\ H_0 \\ > \chi^2_{\alpha, v=p(g-1)} \text{ , } tolak\ H_0 \end{cases}$$

dimana :

H_0 : $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_g$ (vektor nilai rata - rata dari g kelompok / populasi adalah sama)

H_1 : vektor nilai rata - rata dari g populasi tidak sama (paling sedikit ada dua vektor rata-rata yang berbeda)

Penerimaan H_0 berarti tidak ada perbedaan vektor nilai rata-rata diantara populasi sehingga dalam hal ini fungsi diskriminan tidak perlu dibentuk (tidak layak dibentuk), sebaliknya jika menolak H_0 berarti terdapat perbedaan vektor nilai rata-rata diantara populasi sehingga untuk mengkaji perbedaan itu di bangun fungsi diskriminan.

2.3.2 Proses Penggolongan (Pengelompokan / Klasifikasi)

Jika suatu fungsi diskriminan memang layak dibentuk dan kita telah berhasil mendapatkan fungsi diskriminan tersebut, maka fungsi diskriminan tersebut dapat dipergunakan untuk keperluan penggolongan.

Salah satu kriteria yang dapat dipergunakan untuk menggolongkan (memasukkan) suatu obyek (individu) pengamatan ke dalam kelompok (populasi) adalah berdasarkan kriteria Diskriminan Linear Fisher, yakni dengan jalan membandingkan skor - skor diskriminan dari suatu obyek (individu) pengamatan terhadap skor rata - rata kelompok, dan suatu obyek pengamatan digolongkan kedalam kelompok tertentu berdasarkan kedekatan atau kesamaan skor obyek itu dengan skor rata - rata kelompok tersebut.

Secara statistik, kriteria penggolongan berdasarkan persamaan diskriminan Linear Fisher ditunjukkan sebagai berikut :

Alokasikan x ke dalam kelompok (populasi) k (k = 1,2, ... , g) jika :

$$\sum_{m=1}^{r}(y_m-\bar{y}_{km})^2=\sum_{m=1}^{r}[a_m^t(x-\bar{x}_k)]^2\leq\sum_{m=1}^{r}[a_m^t(x-\bar{x}_h)]^2 \qquad \text{.........(2.3.18)}$$

untuk semua $h \neq k$; $r = s$; $s = \min(g - 1, p)$

dimana :

y_m = skor diskriminan ke-m dari obyek (individu pengamatan tertentu)

$\overline{y_{km}}$ = rata-rata skor diskriminan ke-m dari kelompok ke-k (k = 1,2, ... ,g)

a^t_m = vektor koefisien fungsi diskriminan ke-m

x = vektor data pengamatan dari obyek (individu) yang akan digolongkan

$\overline{x_k}$ = vektor nilai rata-rata variabel pembeda dari kelompok ke-k

r = banyaknya fungsi diskriminan yang dipergunakan dalam penggolongan

s = banyaknya fungsi diskriminan yang mungkin dibentuk dalam analisis diskriminan

g = banyaknya kelompok (populasi) yang dipelajari

p = banyaknya variabel pembeda dalam analisis diskriminan

h dan k merupakan identitas kelompok , untuk semua $h \neq k$ ($k = 1, 2, \ldots, g$), dan a^{1}_{m} adalah koefisien dari fungsi diskriminan ke-m (Johnson dan Wichern, 1988).

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Bahan penelitian

3.1.1 Sumber data

Data yang dipergunakan dalam penelitian ini bersumber dari data mahasiswa yang berhasil belajar di FMIPA Unhas melalui program JPPB untuk tahun 2000, yang diperoleh melalui bagian Biro Akademik Unhas.

Variabel - variabel penjelas yang digunakan yang merupakan variabel pembeda (variabel kriteria) dalam analisis diskriminan pada penelitian ini adalah meliputi seluruh ketentuan seleksi (variabel kriteria) diluar kebijakan dari pihak Universitas yang dispesifikasikan atas 4 variabel pembeda sebagai variabel bebas yakni :

X_1 = Rata - rata nilai raport SMU/MAN untuk lima mata pelajaran (Matematika, Fisika, Kimia, Biologi dan Bahasa Inggris) selama tujuh catur wulan

X_2 = Rata - rata peringkat kelas (peringkat prestasi belajar di SMU/MAN selama tujuh catur wulan)

X_3 = Rata - rata Jumlah nilai raport SMU/MAN selama tujuh catur wulan

X_4 = Rata - rata Nem sekolah pada tahun ke-t (tahun lulus SMU/MAN)

sedangkan Fungsi Diskriminan Y sebagai variabel tak bebas yang dibentuk sebagai kombinasi linear dari variabel – variabel bebasnya.

3.1.2 Jenis Data

Jenis data dalam penelitian ini adalah berupa **data sekunder** (data yang telah ada) yakni berupa data Raport SMU/MAN serta Nem sekolah pada saat lulus SMU/MAN yang diperoleh melalui Informasi Sistem Seleksi JPPB 2000/2001 Unhas.

3.2 Populasi dan Sampel

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh mahasiswa yang berhasil belajar di Fakultas MIPA Unhas melalui program JPPB pada tahun 2000 yang dibagi menjadi 7 kelompok (populasi) berdasarkan program studi yang terdapat di Fakultas MIPA Unhas yang berukuran N = 51 mahasiswa yakni : Matematika (P_1) sebanyak 8 mahasiswa, Statistika (P_2) sebanyak 8 mahasiswa, Fisika (P_3) sebanyak 6 mahasiswa, Geofisika (P_4) sebanyak 5 mahasiswa, Kimia (P_5) sebanyak 8 mahasiswa, Biologi (P_6) sebanyak 5 mahasiswa, dan Farmasi (P_7) sebanyak 11 mahasiswa.

Karena ukuran populasi kecil maka ukuran sampel dalam penelitian ini adalah sama dengan ukuran populasi (sensus) yakni seluruh mahasiswa yang berhasil belajar di Fakultas MIPA Unhas melalui program JPPB pada tahun 2000 untuk setiap program studi yakni : Matematika n_1 = 8 mahasiswa, Statistika n_2 = 8 mahasiswa, Fisika n_3 = 6 mahasiswa, Geofisika n_4 = 5 mahasiswa, Kimia n_5 = 8 mahasiswa, Biologi n_6 = 5 mahasiswa, dan Farmasi n_7 = 11 mahasiswa.

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan melalui 3 tahap yaitu :

1. Penarikan sampel (pengambilan data)

   Penarikan sampel dilakukan dengan membagi populasi Fakultas MIPA Unhas menjadi tujuh populasi (kelompok) berdasarkan program studinya yakni Program studi; Matematika (P_1), Statistika (P_2), Fisika (P_3), Geofisika (P_4), Kimia (P_5), Biologi (P_6) dan Farmasi (P_7). Kemudian dari setiap populasi (kelompok) penulis mengambil sampel berukuran n_k (k=1,2, ... , 6).

2. Proses pembangkitan analisis diskriminan

   Pada tahap ini yang dilakukan adalah menentukan nilai akar ciri λ (nilai eigen), kemudian menguji vektor - vektor nilai rata - rata kelompok apakah ada perbedaan atau tidak, dengan menggunakan uji statistik V-Bartlett yang berdistribusi Khi-Kuadrat (χ^2) dengan $\alpha = 0.05$ dan derajat bebas p(g - 1), p = banyaknya variabel pembeda dan g = banyaknya kelompok pengamatan.

   Dengan Hipotesis :

   H_0 : $\underline{\mu}_1 = \underline{\mu}_2 = ... = \underline{\mu}_7$ (Vektor nilai rata - rata dari ketujuh populasi sama)

   H_1 : Vektor nilai rata - rata dari ketujuh populasi tidak sama (paling sedikit ada dua vektor nilai rata - rata yang berbeda).

3. Proses Pengelompokan (Penggolongan).

Pada tahap ini penulis menggunakan kriteria penggolongan berdasarkan persamaan diskriminan linear Fisher untuk mengklasifikasikan suatu obyek (individu) pengamatan baru berdasarkan fungsi diskriminan yang dibentuk.

3.4 Langkah - langkah Penelitian

Adapun langkah - langkah penelitian penulis adalah sebagai berikut :

1. Pengambilan Data

   Data berasal dari data mahasiswa yang berhasil belajar di FMIPA Unhas melalui program JPPB pada tahun 2000 yang dibagi atas 7 populasi (kelompokan) berdasarkan program studinya. Kemudian mengambil sampel dari setiap populasi (kelompok) pengamatan yang berukuran n_k ($k = 1,2, \dots, 7$) yang dispesifikasikan atas 4 variabel pembeda.

2. Analisa Data

   a. Menentukan (menghitung) vektor nilai rata - rata untuk setiap kelompok ($\underline{\mu}_1$, $\underline{\mu}_2$, ... , $\underline{\mu}_7$), dan vektor nilai rata - rata keseluruhan yang dispesifikasikan berdasarkan variabel pembedanya, kemudian menentukan (menghitung) matriks peragam (kovariansi) untuk setiap kelompok, kemudian menentukan matriks peragam gabungan (matriks kovariansi gabungan), S_G , sebagai penduga bagi matriks peragam populasi Σ, kemudian menentukan matriks peragam antar-kelompok, B, dan matriks peragam dalam kelompok, W.

b. Menentukan nilai akar ciri λ (nilai eigen λ), banyaknya nilai eigen λ adalah min(g - 1, p)

c. Menguji perbedaan vektor - vektor nilai rata - rata di antara kelompok, dengan menggunakan uji Statistik V-Bartlett yang berdistribusi mendekati distribusi Khi-Kuadrat (χ^2) dengan $\alpha = 0.05$ dan derajat bebas p(g - 1) dimana p adalah variabel pembeda dan g adalah banyaknya kelompok pengamatan.

Dengan Hipotesis :

H_0 : $\underline{\mu}_1 = \underline{\mu}_2 = \ldots = \underline{\mu}_7$ (Vektor nilai rata - rata dari ketujuh populasi sama)

H_1 : Vektor nilai rata - rata dari ketujuh populasi tidak sama (paling sedikit ada dua vektor nilai rata - rata yang berbeda).

Adapun kaidah keputusannya adalah :

$$\text{Jika } V \begin{cases} \leq \chi^2_{\alpha, v=p(g-1)}, \textit{terima } H_0 \\ > \chi^2_{\alpha, v=p(g-1)}, \textit{tolak } H_0 \end{cases}$$

d. Menentukan koefisien pembobot fungsi diskriminan a^t (sebelum dan sesudah dibakukan).

3. Membuat Model Fungsi

a. Menentukan persamaan fungsi diskriminan (persamaan diskriminan takbaku dan baku), banyaknya fungsi diskriminan yang terbentuk adalah min (g - 1, p).

b. Menentukan (menghitung) peranan relatif suatu fungsi diskriminan dalam memisahkan anggota - anggota kelompok diukur dari persentase relatif akar ciri λ yang berhubungan dengan fungsi diskriminan itu.

c. Menguji diskriminasi sisa setelah diterangkan oleh fungsi diskriminan pertama, fungsi diskriminan pertama dan kedua, dan seterusnya apakah bersifat nyata secara statistik, untuk menentukan berapa banyak fungsi diskriminan yang berkontribusi secara nyata dalam menerangkan perbedaan diantara kelompok yang ada.

d. Menghitung korelasi kanonik antara fungsi diskriminan ke-m dengan (g - 1) variabel dummy yang membatasi anggota - anggota dari 7 kelompok pengamatan.

4. Implementasi

a. Menghitung rata - rata skor diskriminan kelompok dan skor diskriminan dari obyek (individu) pengamatan baru.

b. Menghitung statistik persamaan diskriminan linear Fisher untuk dipergunakan dalam pengelompokan suatu obyek pengamatan baru berdasarkan persamaan diskriminan linear Fisher.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Populasi yang menjadi obyek penelitian penulis adalah semua mahasiswa yang berhasil belajar di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Unhas melalui program JPPB pada tahun 2000 yang dibagi atas tujuh kelompok populasi (sub populasi) berdasarkan program studi yang ada di fakultas MIPA, yakni ; Matematika (P_1), Statistika (P_2), Fisika (P_3), Geofisika (P_4), Kimia (P_5), Biologi (P_6) dan Farmasi (P_7).

Dalam hal ini penulis ingin membangun fungsi diskriminan untuk tujuh kelompok tersebut serta melakukan analisis seleksi terhadap sampel (mahasiswa baru JPPB FMIPA Unhas) yang diambil dari ketujuh kelompok populasi tersebut. Dari kelompok 1 diambil sampel berukuran $n_1 = 8$, dari kelompok 2 diambil sampel berukuran $n_2 = 8$, dari kelompok 3 diambil sampel berukuran $n_3 = 6$, dari kelompok 4 diambil sampel berukuran $n_4 = 5$, dari kelompok 5 diambil sampel berukuran $n_5 = 8$, dari kelompok 6 diambil sampel berukuran $n_6 = 5$, dari kelompok 7 diambil sampel berukuran $n_7 = 11$. Dengan demikian ukuran sampel yang diambil dari ketujuh kelompok adalah: $n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 51$.

4.2 Analisa Data

Dalam Analisis Diskriminan ini dispesifikasikan 4 variabel pembeda, yaitu :

X_1 = Rata - rata nilai raport SMU/MAN untuk lima mata pelajaran (Matematika, Fisika, Kimia, Biologi dan Bahasa Inggris) selama tujuh catur wulan

X_2 = Rata - rata peringkat kelas (peringkat prestasi belajar di SMU/MAN selama tujuh catur wulan)

X_3 = Rata - rata Jumlah nilai raport SMU/MAN selama tujuh catur wulan

X_4 = Rata - rata Nem sekolah pada tahun ke-t (tahun lulus SMU/MAN)

Data hasil pengamatan di tunjukan dalam tabel 4.a.

Tabel 4.a

Data Pengamatan untuk Analisis Fungsi Diskriminan

Seleksi Mahasiswa Baru JPPB FMIPA Unhas dari Tujuh prog.Studi Pada Tahun 2000

No.	X1	X2	X3	X4	Kelompok
1	8.8	3	8.57	6.81	1
2	8.8	3	8.75	6.66	1
3	7.8	1	8	6.8	1
4	8	2	8.21	7.02	1
5	8.6	1	8.14	7.49	1
6	8.8	1	8.64	8.78	1
7	9	3	8.71	5.22	1
8	8	4	7.8	3.2	1
9	8.2	2	8.13	5.46	2
10	7.6	2	7.78	5.61	2
11	8	2	8.21	6.53	2
12	8	2	8.21	6.18	2
13	8	2	8.54	6.85	2
14	7.6	1	8.07	5.33	2
15	9	1	8.93	5.98	2
16	8.2	2	8.43	5.22	2
17	8	1	8.28	5.95	3
18	8.6	1	8.35	7.94	3
19	8	4	7.93	6.17	3
20	7.4	2	7.64	6.49	3
21	8.6	1	8.57	6.53	3
22	8.4	2	8.21	3.18	3
23	8.2	4	8	7.15	4
24	8.6	2	8.54	5.33	4
25	7.8	2	7.71	5.28	4
26	7.2	2	7.85	4.42	4
27	7.8	1	8.21	4.91	4
28	7.6	3	7.71	5.67	5
29	7.8	3	7.93	5.78	5
30	8.2	1	8.35	5.83	5
31	8	3	8.14	5.93	5
32	8.8	2	8.71	5.27	5
33	8.2	2	8.07	6.25	5
34	8.2	2	8.14	7	5
35	7.2	3	7.64	5.56	5
36	7.2	1	7.5	5.39	6
37	8	1	8	5.63	6
38	7.2	4	7.35	4.23	6
39	8.4	2	8.3	5.69	6
40	8.2	4	7.71	6.6	6
41	7.8	1	8	5.21	7
42	9	2	8.57	7.07	7
43	8.4	1	8.38	5.56	7
44	8.6	1	8.78	6.75	7
45	8.2	1	8.42	7.39	7
46	8.6	1	8.35	6.83	7
47	8.6	1	8.85	6.28	7
48	8.4	1	8.57	5.01	7
49	9	1	8.93	5.6	7
50	8.4	1	8.43	6.22	7
51	8	1	8	6.03	7

Keterangan :

Kelompok 1 adalah Prog.Studi Matematika

Kelompok 2 adalah Prog.Studi Statistika

Kelompok 3 adalah Prog.Studi Fisika

Kelompok 4 adalah Prog.Studi Geofisika

Kelompok 5 adalah Prog.Studi Kimia

Kelompok 6 adalah Prog.Studi Biologi

Kelompok 7 adalah Prog.Studi Farmasi

Mengingat bahwa analisis diskriminan untuk kasus 7 kelompok dengan 4 variabel pembeda cukup kompleks, maka proses komputasi menggunakan bantuan komputer. Dalam hal ini penulis menggunakan paket aplikasi SPSS (Statistical Package for the Social Sciences). Nilai rata – rata setiap kelompok serta rata – rata keseluruhan ditunjukan dalam tabel 4.b berikut :

Tabel 4.b

Nilai Rata – Rata dari Data dalam tabel 4.a

(k)	Kelompok (Prog.Studi)	n_k	Nilai Rata – Rata Variabel			
			X_1	X_2	X_3	X_4
1	Matematika	8	8.4750	2.2500	8.3500	6.4975
2	Statistika	8	8.0750	1.7500	8.2875	5.8950
3	Fisika	6	8.1677	1.8333	8.1633	6.0433
4	Geofisika	5	7.9200	2.2000	8.0620	5.4180
5	Kimia	8	8.0000	2.3750	8.0863	5.9113
6	Biologi	5	7.8000	2.4000	7.7720	5.5080
7	Farmasi	11	8.4545	1.0909	8.4800	6.1773
	Total	51	8.1765	1.9020	8.2200	5.9857

Matriks peragam dalam kelompok, W, yang ditampilkan dalam output komputer (Lampiran 2) adalah :

$$W = \begin{bmatrix} 0.211 & -3.200\times10^{-2} & 0.134 & 0.121 \\ -3.200\times10^{-2} & 0.832 & -8.560\times10^{-2} & -0.197 \\ 0.134 & -8.560\times10^{-2} & 0.115 & 7.485\times10^{-2} \\ 0.121 & -0.197 & 7.485\times10^{-2} & 1.115 \end{bmatrix}$$

Sedangkan matriks peragam antar-kelompok, B, tidak ditampilkan dalam output komputer. Karena Rank Matriks W adalah p = 4 dan Rank Matriks B adalah min(g – 1, p) = min(7 – 1, 4) = min(6, 4) = 4 maka Rank Matriks $W^{-1}B$ adalah min(g − 1, p)= min(6, 4) = 4. Dengan demikian akan ada empat akar ciri (nilai eigen) positif dari matriks $W^{-1}B$. Solusi menggunakan bantuan komputer (aplikasi SPSS) terhadap persamaan $(W^{-1}B - \lambda I) = 0$ menghasilkan empat akar ciri berikut : $\lambda_1 = 0.534$, $\lambda_2 = 0.240$, $\lambda_3 = 0.169$ dan $\lambda_4 = 0.008$.(Lampiran 3)

Sebelum membentuk fungsi diskriminan maka perlu dilakukan pengujian perbedaan nilai rata – rata dari ketujuh kelompok populasi tersebut. Pengujian dilakukan dengan menggunakan Uji Statistik V-Bartlett (lihat rumus 2.3.16) dengan merumuskan hipotesis sebagai berikut ;

H_0 : $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_7$ (Vektor nilai rata - rata dari ketujuh populasi sama)

H_1 : Vektor nilai rata - rata dari ketujuh populasi tidak sama (paling sedikit ada dua vektor nilai rata - rata yang berbeda).

Dengan menggunakan nilai akar ciri yang telah diperoleh, maka statistik V-Bartlett dapat dihitung sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
V &= [\, n - 1 - (p + g)/2 \,] \ln \{ (1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2)(1 + \lambda_3)(1 + \lambda_4) \} \\
&= [51 - 1 - (4 + 7)/2] \ln \{ (1 + 0.534)(1 + 0.240)(1 + 0.169)(1 + 0.008) \} \\
&= 44.5 \ln (2.41414) = (44.5)(0.807107) = 35.91626
\end{aligned}
$$

Statistik V-Bartlett berdistribusi mendekati Khi-Kuadrat dengan derajat bebas $v = p(g - 1) = 4\,(7 - 1) = 24$, dan $\alpha = 0.05$ ($\alpha \approx 0.056$)

Oleh karena dari Tabel Distribusi Khi-Kuadrat diketahui bahwa $V = 39.91626 > \chi^2_{0.05,24}$ (signifikan pada taraf $\alpha = 0.05 \approx 0.056$) maka kita menolak H_0, dengan demikian kita simpulkan bahwa vektor nilai rata – rata dari tujuh kelompok populasi yang ada tidak sama besarnya, sehingga fungsi diskriminan layak dibentuk.

Karena dalam kasus ini ada empat akar ciri positif, maka akan ada empat vektor ciri (vektor eigen), yakni vektor ciri padanan akar ciri λ_1 merupakan koefisien pembobot fungsi diskriminan 1 yang menerangkan keragaman relatif terbesar, vektor ciri padanan akar ciri λ_2 merupakan koefisien pembobot fungsi diskriminan 2 yang menerangkan keragaman sisa terbesar setelah diterangkan oleh fungsi diskriminan 1, dan seterusnya vektor ciri padanan akar ciri λ_4 merupakan koefisien pembobot fungsi diskriminan 4. Koefisien pembobot fungsi diskriminan 1,2,3 dan 4 sebelum dibakukan (a_{mi}) dan setelah dibakukan (a^{*}_{mi}) untuk m = 1,2,3,4 dan i = 1,2,3,4 berdasarkan output komputer ditunjukan dalam tabel 4.c berikut :

Tabel 4.c

Koefisien Pembobot Fungsi Diskriminan

Sebelum dan Sesudah dibakukan

Variabel Takbaku	Koefisien Pembobot Sebelum Dibakukan				Variabel Baku	Koefisien Pembobot Sesudah Dibakukan			
	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4		D_1	D_2	D_3	D_4
X_1	-0.502	4.196	-1.490	-1.163	Z_1	-0.231	1.927	-0.6684	-0.534
X_2	-0.483	-0.237	1.084	-0.259	Z_2	-0.411	-0.216	0.989	-0.237
X_3	2.779	-4.575	3.248	-0.258	Z_3	0.942	-1.613	1.101	-0.087
X_4	0.046	0.192	0.511	0.839	Z_4	0.049	0.203	0.539	0.886
Konstanta	-18.094	4.098	-19.640	7.098					

Catatan:

1. Koefisien pembobot fungsi diskriminan sesudah dibakukan dihitung berdasarkan rumus 2.3.15, sebagai contoh :

$a^{*}_{11} = \sqrt{W_{11}}\ a_{11} = \sqrt{0.211}\ (-0.502) = -0.231$

2. Variabel Baku Z_i ditentukan berdasarkan rumus berikut :

$$Z_i = \frac{X_i - \overline{X_i}}{s_i}$$

dimana X_i = variabel tak baku ke-i (i = 1,2,3,4)

$\overline{X_i}$ = rata – rata keseluruhan dari variabel takbaku ke-i

S_i = simpangan baku dari variabel tak baku ke-i, dapat ditentukan berdasarkan akar pangkat dua dari elemen diagonal utama dalam matriks peragam gabungan, S_G , jadi $s_i = \sqrt{s_{ii}}$

4.3 Model Fungsi

Dengan berdasarkan hasil dalam Tabel 4.c, dapat dibentuk persamaan diskriminan takbaku (sebelum dibakukan) dan persamaan diskriminan baku (sesudah dibakukan), sebagai berikut :

Persamaan Diskriminan Takbaku :

1. $Y_1 = -18.094 - 0.502\ X_1 - 0.483\ X_2 + 2.779\ X_3 + 0.046\ X_4$
2. $Y_2 = 4.098 + 4.196\ X_1 - 0.237\ X_2 - 4.757\ X_3 + 0.192\ X_4$
3. $Y_3 = -19.640 - 1.490\ X_1 + 1.084\ X_2 + 3.248\ X_1 + 0.511\ X_4$
4. $Y_4 = 7.098 - 1.163\ X_1 - 0.259\ X_2 - 0.258\ X_3 + 0.839\ X_4$

Persamaan Diskriminan Baku :

1. $D_1 = -0.231\ Z_1 - 0.441\ Z_2 + 0.942\ Z_3 + 0.049\ Z_4$
2. $D_2 = 1.927\ Z_1 - 0.216\ Z_2 - 1.613\ Z_3 + 0.203\ Z_4$

3. $D_3 = -0.684\ Z_1 + 0.989\ Z_2 + 1.101\ Z_3 + 0.539\ Z_4$

4. $D_4 = -0.534\ Z_1 - 0.237\ Z_2 - 0.087\ Z_3 + 0.886\ Z_4$

Peranan relatif suatu fungsi diskriminan dalam memisahkan anggota – anggota kelompok diukur dari persentase relatif akar ciri yang berhubungan dengan fungsi diskriminan itu (ihat rumus 2.3.13). Berdasarkan rumus 2.3.13 maka dapat ditentukan peranan relatif dari persamaan fungsi diskriminan 1, 2, 3 dan 4 sebagai berikut :

1. Peranan relatif $Y_1 = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4} \times 100\%$

$$= \frac{0.534}{0.951} \times 100\% = 56.15\%$$

2. Peranan relatif $Y_2 = \dfrac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4} \times 100\%$

$$= \frac{0.240}{0.951} \times 100\% = 25.24\%$$

3. Peranan relatif $Y_3 = \dfrac{\lambda_3}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4} \times 100\%$

$$= \frac{0.169}{0.951} \times 100\% = 17.77\%$$

4. Peranan relatif $Y_4 = \dfrac{\lambda_4}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4} \times 100\%$

$$= \frac{0.008}{0.951} \times 100\% = 0.84\%$$

Diketahui bahwa persentase relatif yang dapat dijelaskan oleh fungsi diskriminan 1 adalah 56.15 % sedangkan sisanya dijelaskan oleh fungsi diskriminan 2, 3 dan 4.

Sekarang ingin diketahui apakah dalam menerangkan perbedaan diantara tujuh kelompok yang ada perlu melibatkan empat fungsi diskriminan atau cukup satu fungsi diskriminan saja. Pengujian dapat dilakukan dengan cara menguji apakah diskriminasi sisa yang diterangkan oleh fungsi diskriminan 2, 3 dan 4 masih bersifat nyata secara statistik ?.

Sesuai dengan konsep yang dikemukakan dalam Tabel 2.3.a maka kita perlu menghitung besaran $V - V_1$, $V - V_1 - V_2$, dan $V - V_1 - V_2 - V_3$, yang merupakan suatu statistik yang menunjukan persentase relatif yang masih tersisa setelah diterangkan oleh fungsi diskriminan 1, fungsi diskriminan 1 dan 2, dan fungsi diskriminan 1,2 dan 3. Dalam hal ini V menunjukan diskriminasi total, sedangkan V_1 menunjukan diskriminasi (persentase relatif) yang diterangkan oleh fungsi diskriminan 1, sehingga $V - V_1$ menunjukan diskriminasi sisa setelah diterangkan oleh fungsi diskriminan 1. Dengan demikian apabila statistik $V - V_1$ bersifat nyata, berarti diskriminan sisa itu masih dianggap penting sehingga perlu dilakukan pengujian diskriminan sisa berikutnya sampai pengujian diskriminan sisa itu bersifat tidak nyata secara statistik.

Untuk memperoleh statistik $V - V_1$, $V - V_1 - V_2$, dan $V - V_1 - V_2 - V_3$ maka perlu dihitung statistik V, V_1 , V_2 , dan V_3 , dimana statistik V telah dihitung menggunakan rumus 2.3.16 dan diperoleh hasil $V = 35.91626$. Statistik V_1 , V_2 , V_3 , dihitung menggunakan rumus 2.3.17 sebagai berikut :

$$V_m = [\, n - 1 - (p + g) / 2 \,] \ln (1 + \lambda_m)$$

sehingga ;

$$V_1 = 44.5 \ln (1 + 0.534) = 44.5 \ln 1.534 = 19.0406$$

$$V_2 = 44.5 \ln (1 + 0.240) = 44.5 \ln 1.240 = 9.572456$$

$$V_3 = 44.5 \ln (1 + 0.169) = 44.5 \ln 1.169 = 6.948616$$

Maka statistik ;

$$V - V_1 = 35.91626 - 19.0406 = 16.87566$$

$$V - V_1 - V_2 = 16.87566 - 9.572456 = 7.303201$$

$$V - V_1 - V_2 - V_3 = 7.303201 - 6.948616 = 0.354585$$

Karena $(V - V_1) = 16.87566 < \chi^2_{0.05,15}$ maka kita menyimpukan bahwa diskriminasi sisa setelah diterangkan oleh fungsi diskriminan 1 tidak bersifat nyata secara statistik pada taraf $\alpha = 0.05$ ($\alpha \approx 0.056$), sehingga dengan demikian fungsi diskriminan 2, 3, dan 4 tidak diperlukan untuk menerangkan perbedaan diantara tujuh kelompok yang diamati. Sehingga dalam hal ini fungsi diskriminan yang digunakan hanya satu yaitu fungsi diskriminan 1, sehingga berbagai keputusan yang diambil harus didasarkan pada satu fungsi diskriminan itu.

Jika diperhatikan fungsi diskriminan 1 maka tampak bahwa pembeda utama pada fungsi diskriminan 1 adalah X_1 (-) , X_2 (-), dan X_3 (+). Hal ini menunjukkan bahwa bertambahnya nilai X_1 dan X_2 akan memberikan skor yang makin rendah bagi fungsi diskriminan 1, sedangkan bertambahnya nilai X_3 akan memberikan skor yang makin tinggi bagi fungsi diskriminan 1. Ini berarti bahwa terdapat tiga variabel pembeda utama dalam penentuan skor diskriminan bagi fungsi diskriminan 1, dengan kata lain bahwa dengan berdasarkan fungsi diskriminan 1 maka tampak terdapat tiga variabel pembeda utama dalam proses seleksi mahasiswa baru JPPB FMIPA Unhas yaitu : X_3 (rata – rata jumlah nilai raport SMU/MAN selama tujuh catur wulan), X_2 (rata – rata peringkat kelas di SMU/MAN selama tujuh catur wulan) dan X_1 (rata – rata nilai raport SMU/MAN untuk lima mata pelajaran selama tujuh catur wulan).

Selanjutnya *koefisien korelasi kanonik* antara fungsi diskriminan ke-m (m = 1,2 3,4) dan (g – 1) variabel dummy yang membatasi anggota – anggota dari 7 kelompok pengamatan dapat ditentukan berdasarkan rumus 2.3.14 sebagai berikut :

$R_{cm} = \sqrt{\lambda_m / (1+\lambda_m)}$ maka :

$$R_{c1} = \sqrt{\lambda_1 / (1+\lambda_1)} = \sqrt{0.534 / (1+0.534)} = 0.59$$

$$R_{c2} = \sqrt{\lambda_2 / (1+\lambda_2)} = \sqrt{0.240 / (1+0.240)} = 0.44$$

$$R_{c3} = \sqrt{\lambda_3 / (1+\lambda_3)} = \sqrt{0.169 / (1+0.169)} = 0.38$$

$$R_{c4} = \sqrt{\lambda_4 / (1+\lambda_4)} = \sqrt{0.008 / (1+0.008)} = 0.09$$

Berbagai hasil perhitungan yang dikemukakan dapat diperoleh secara langsung dalam output komputer . Untuk paket aplikasi SPSS menghasilkan sebagian output seperti yang terdapat pada lampiran.

4.4 Implementasi

Skor diskriminan dari data pengamatan ditunjukan dalam Tabel 4.d_1 berikut :

Tabel 4.d_1

Skor Diskriminan Data Pengamatan Pada Tabel 4.a

Mahasiswa Baru JPPB FMIPA Unhas dari Tujuh Kelompok Prog.Studi Pada Tahun 2000

No	Skor Diskriminan 1	No	Skor Diskriminan 1	No	Skor Diskriminan 1	No	Skor Diskriminan 1
1	0.16869	14	0.27951	27	0.54885	40	-2.41271
2	0.60643	15	1.99655	28	-1.67129	41	-0.02094
3	0.0522	16	0.49069	29	-1.15525	42	0.56325
4	0.06251	17	0.69082	30	0.77943	43	0.74998
5	0.0714	18	0.67569	31	-0.66516	44	1.81592
6	1.41984	19	-1.72071	32	0.96991	45	1.04572
7	0.38421	20	-1.2447	33	-0.46237	46	0.62463
8	-2.2186	21	1.22221	34	-0.23334	47	1.98883
9	-0.33197	22	-0.31493	35	-1.67008	48	1.25269
10	-0.99652	23	-1.5815	36	-1.10096	49	1.97907
11	0.03997	24	0.60064	37	-0.10202	50	0.91929
12	0.02387	25	-1.30663	38	-3.02017	51	-0.08362
13	0.97176	26	-0.65593	39	0.05064		

Skor diskriminan rata – rata kelompok dari data pengamatan ditunjukan dalam Tabel 4.d_2.

Tabel 4.d_2

Skor diskriminan rata – rata kelompok dari data pengamatan pada Tabel 4.a

Mean	
kelompok 1	0,068335
kelompok 2	0,309233
kelompok 3	-0,11527
kelompok 4	-0.47891
kelompok 5	-0.51352
kelompok 6	-1,31704
kelompok 7	0,984984

Catatan :

1. Skor diskriminan 1 dapat dihitung berdasarkan persamaan diskriminan takbaku (Y) atau menggunakan persamaan diskriminan baku (D)
2. Mean (rata – rata) kelompok merupakan skor diskriminan 1 yang ditentukan berdasarkan nilai rata – rata kelompok.

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan diskriminan yang terbentuk, maka berbagai keperluan pengelompokan (penggolongan) obyek (individu) pengamatan baru dapat dilakukan. Sebagai contoh, jika diberikan data pengamatan baru Mahasiswa Baru JPPB FMIPA Unhas yang belum diketahui kelompok populasinya (Program studinya) yang dikelompokan berdasarkan program studi yang dipilih. Adapun data pengamatan baru tersebut ditunjukan pada Tabel 4.e.

Tabel 4.e

Data Pengamatan Baru Yang Belum Diketahui Kelompok Prog.Studinya

(Data Mahasiswa JPPB FMIPA Unhas Tahun 2001)

No	X1	X2	X3	X4	Pilihan
1	8.8	1	8.57	5.24	1
2	9	1	8.57	6.13	1
3	7.8	1	8.07	4.43	1
4	8.8	1	8.71	5.97	2
5	8.4	1	8.43	7.68	2
6	8.8	3	8.79	5.21	2
7	8	1	8.14	6.23	3
8	8.4	1	8.57	5.98	3
9	8	2	8.14	5.69	3
10	8	3	7.85	6.22	4
11	7.4	2	7.57	6.91	4
12	7.8	2	8.35	4.66	4
13	8.8	1	8.57	6.43	5
14	8.8	1	8.62	6.18	5
15	8.4	1	8.5	6.28	5
16	9	2	8.35	5.49	6
17	7.2	2	7.71	6.46	6
18	8	1	8.15	5.29	6
19	8.6	1	8.54	4.58	7
20	9	2	8.85	6.32	7
21	8.4	1	8.57	6.58	7

Maka berdasarkan analisis diskriminan yang terbentuk dapat ditentukan program studinya dengan jalan menggolongkan obyek pengamatan itu kedalam salah satu kelompok dari tujuh kelompok yang ada, dengan kriteria penggolongan berdasarkan persamaan diskriminan linear Fisher sesuai dengan rumus 2.3.18. Dalam kasus ini karena data yang diberikan data asli (bukan data baku), maka untuk menghitung skor diskriminan obyek pengamatan baru itu berdasarkan persamaan diskriminan takbaku (persamaan diskriminan dalam variabel X). Skor diskriminan obyek pengamatan baru dihitung sebagai berikut (lihat persamaan diskriminan takbaku Y) :

$$Y_0 = -18.094 - 0.502\ X_1 - 0.483\ X_2 + 2.779\ X_3 + 0.046\ X_4$$

Adapun Skor diskriminan dari obyek pengamatan baru ditunjukan dalam Tabel 4.f berikut :

Tabel 4.f

Skor Diskriminan Obyek Pengamatan Baru

No	X1	X2	X3	X4	Skor Diskriminan baru (Yo)
1	8.8	1	8.57	5.24	1.06247
2	9	1	8.57	6.13	1.00301
3	7.8	1	8.07	4.43	0.13771
4	8.8	1	8.71	5.97	1.30249
5	8.4	1	8.43	7.68	0.72517
6	8.8	3	8.79	5.21	0.55881
7	8	1	8.14	6.23	0.16606
8	8.4	1	8.57	5.98	1.16023
9	8	2	8.14	5.69	-0.31694
10	8	3	7.85	6.22	-1.55985
11	7.4	2	7.57	6.91	-1.55377
12	7.8	2	8.35	4.66	0.41305
13	8.8	1	8.57	6.43	1.05143
14	8.8	1	8.62	6.18	1.19038
15	8.4	1	8.5	6.28	1.0577
16	9	2	8.35	5.49	-0.09735
17	7.2	2	7.71	6.46	-0.97231
18	8	1	8.15	5.29	0.33185
19	8.6	1	8.54	4.58	1.16046
20	9	2	8.85	6.32	1.33815
21	8.4	1	8.57	6.58	1.34423

Dengan menggunakan rumus 2.3.18 maka dapat dihitung $(Y_0 - Y)^2$ dimana Y_0 adalah skor diskriminan dari obyek pengamatan baru dan Y adalah skor rata – rata kelompok. Hasil perhitungannya ditunjukan dalam Tabel 4.g.

Tabel 4.g

Hasil Perhitungan $(Y_0 - Y)^2$ dan Pengelompokannya Data Pengamata Baru

No.	$(Y_0 - Y_1)^2$	$(Y_0 - Y_2)^2$	$(Y_0 - Y_3)^2$	$(Y_0 - Y_4)^2$	$(Y_0 - Y_5)^2$	$(Y_0 - Y_6)^2$	$(Y_0 - Y_7)^2$	(k)
1	0.988304	0.567367	1.387072	2.375865	2.483741	5.662087	**0.006004**	7
2	0.873617	0.481327	1.25055	2.196099	2.299859	5.382651	**0.000325**	7
3	**0.004813**	0.02942	0.063999	0.380225	0.424099	2.116309	0.717873	1
4	1.523139	0.98656	2.010043	3.1734	3.297888	6.861958	**0.10081**	7
5	0.431432	0.173004	0.706339	1.449818	1.53435	4.170638	**0.067503**	7
6	0.240566	**0.062289**	0.454384	1.076871	1.149889	3.518828	0.181624	2
7	**0.00955**	0.020498	0.079147	0.415991	0.461827	2.199597	0.670636	1
8	1.192235	0.724197	1.6269	2.686793	2.801435	6.136886	**0.030711**	7
9	0.148437	0.392092	0.040671	**0.026236**	0.038643	1.000208	1.695005	4
10	2.650986	3.493469	2.086811	1.168423	1.094809	**0.058955**	6.476178	6
11	2.631225	3.470778	2.069282	1.155315	1.082123	**0.056039**	6.44527	6
12	0.118828	**0.010778**	0.279122	0.7956	0.85853	2.993225	0.327108	2
13	0.966476	0.550857	1.361189	2.341953	2.449065	5.609669	**0.004415**	7
14	1.258985	0.776421	1.704722	2.786542	2.903271	6.287175	**0.042188**	7
15	0.978843	0.560204	1.375859	2.361183	2.468728	5.639409	**0.005288**	7
16	0.027452	0.165309	**0.000321**	0.145591	0.173196	1.487653	1.171446	3
17	1.082942	1.642351	0.734518	0.24344	0.210489	**0.118842**	3.830998	6
18	0.06944	**0.000512**	0.199916	0.657338	0.714648	2.718851	0.426584	2
19	1.192737	0.724588	1.627487	2.687547	2.802205	6.138026	**0.030792**	7
20	1.61243	1.058671	2.11243	3.301722	3.428677	7.050055	**0.124726**	7
21	1.627908	1.07122	2.13014	3.323854	3.45123	7.082379	**0.129058**	7

Berdasarkan Tabel 4.g diatas maka obyek pengamatan baru ke-3, dan 7 digolongkan ke dalam kelompok 1 karena nilai minimum dari $(Y_0 - Y)^2$ terjadi pada $k = 1$, kemudian obyek pengamatan baru ke- 6, 12, dan 18 digolongkan ke dalam kelompok 2 karena nilai minimum dari $(Y_0 - Y)^2$ terjadi pada $k = 2$, obyek pengamatan baru ke-16 digolongkan ke dalam kelompok 3 karena nilai minimum dari $(Y_0 - Y)^2$ terjadi pada $k = 3$, obyek pengamatan baru ke-9 digolongkan ke dalam kelompok 4 karena nilai minimum dari $(Y_0 - Y)^2$ terjadi pada $k = 4$, dan obyek pengamatan baru ke- 10, 11, dan 17 digolongkan ke dalam kelompok 6 karena nilai minimum dari $(Y_0 - Y)^2$ terjadi pada $k = 6$, serta obyek pengamatan baru ke- 1, 2, 4, 5, 8, 13, 14, 15, 19, 20, dan 21 digolongkan ke dalam kelompok 7 karena nilai minimum dari $(Y_0 - Y)^2$ terjadi pada $k = 7$, sedangkan obyek pengamatan baru yang digolongkan kedalam kelompok ke-5 tidak ada karena tidak ada nilai minimum dari $(Y_0 - Y)^2$ terjadi pada $k = 5$.

Jika ditinjau dari datanya (berdasarkan kenyataannya) semua obyek pengamatan baru (mahasiswa baru) tersebut lolos seleksi sesuai dengan program studi yang dipilihnya. Akan tetapi karena suatu hal sehingga jika berdasarkan fungsi diskriminan yang terbentuk dengan kriteria pengelompokan Fisher maka obyek pengamatan baru yang berhasil lolos seleksi berdasarkan program studi yang dipilih adalah sebanyak lima orang saja yakni obyek pengamatan ke-3, 6, 19, 20 dan 21, sedangkan yang lainnya tidak. Hal ini terjadi karena dalam analisis diskriminan variabel pembeda yang merupakan kebijakan dari pihak universitas tidak diperhitungkan (tidak diamati).

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

1. Berdasarkan data Mahasiswa Baru JPPB FMIPA Unhas tahun 2000 fungsi diskriminan yang bersifat nyata secara statistik dalam menjelaskan perbedaan diantara tujuh kelompok yang diamati, pada taraf nyata $\alpha = 0.05 \approx 0.056$ hanya ada satu fungsi diskriminan dari 4 fungsi diskriminan yang terbentuk yaitu fungsi diskriminan 1, yakni :

   $Y_1 = -18.094 - 0.502\ X_1 - 0.483\ X_2 + 2.779\ X_3 + 0.046\ X_4$

2. Dari analisis diskriminan yang dilakukan untuk mengkaji perbedaan diantara tujuh kelompok yang diamati dengan berdasarkan pada fungsi diskriminan 1 maka tampak terdapat 3 variabel pembeda utama dalam proses seleksi mahasiswa baru JPPB FMIPA Unhas dari ketujuh kelompok yang diamati berturut - turut yaitu : X_3 (rata – rata jumlah nilai raport SMU/MAN selama tujuh catur wulan), X_2 (rata – rata peringkat kelas di SMU/MAN selama tujuh catur wulan) dan X_1 (rata – rata nilai raport SMU/MAN untuk lima mata pelajaran selama tujuh catur wulan).

3. Hasil seleksi mahasiswa baru JPPB FMIPA Unhas tahun 2001 dengan berdasarkan fungsi Diskriminan yang terbentuk dari data tahun 2000 adalah sebagai berikut :

Dari 21 sampel yang diambil yang lolos seleksi pada prog.studi: Matematika sebanyak 2 mahasiswa, Statistika sebanyak 3 mahasiswa, Fisika sebanyak 1 mahasiswa, Geofisika sebanyak 1 mahasiswa, Kimia tidak ada, Biologi sebanyak 3 mahasiswa, dan Farmasi sebanyak 11 mahasiswa.

4. Model Fungsi Diskriminan dengan kriteria penggolongan (pengelompokan) Linear Fisher sangat tepat digunakan dalam proses Seleksi Mahasiswa Baru JPPB FMIPA Unhas dengan kebijakan pilihan lebih dari satu program studi.

5.2 Saran

Sebaiknya pada proses seleksi mahasiswa baru JPPB FMIPA Unhas, pihak Universitas memberlakukan kebijakan pilihan lebih dari satu pilihan program studi. Sehingga mahasiswa yang lolos seleksi benar – benar terseleksi berdasarkan variabel pembeda utamanya yaitu : X_3 (rata – rata jumlah nilai raport SMU/MAN selama tujuh catur wulan), X_2 (rata – rata peringkat kelas di SMU/MAN selama tujuh catur wulan) dan X_1 (rata – rata nilai raport SMU/MAN untuk lima mata pelajaran selama tujuh catur wulan).

DAFTAR PUSTAKA

Anton Howard, 1998, *Aljabar Linear Elementer*, **edisi kelima**, Erlangga, Bandung.

Gasperz Vincent, M.Sc.Dr.Ir., 1992; *Teknik Analisis Dalam Percobaan*, **edisi pertama**, Tarsito, Bandung.

Marrisson Donald F., 1967, *Multivariate Statistical Methods*, **third edition**, Mc Graw – Hill Publishing Copany, USA.

Panitia JPPB Unhas, 2000, *Informasi Sistem Seleksi JPPB tahun 2000/2001*, Unhas, Makassar

LAMPIRAN

Analysis Case Processing Summary

Unweighted Cases		N	Percent
Valid		51	100.0
Excluded	Missing or out-of-range group codes	0	.0
	At least one missing discriminating variable	0	.0
	Both missing or out-of-range group codes and at least one missing discriminating variable	0	.0
	Total	0	.0
Total		51	100.0

Group Statistics

Y		Mean	Std. Deviation	Valid N (listwise)	
				Unweighted	Weighted
1	X1	8.4750	.46522	8	8.000
	X2	2.2500	1.16496	8	8.000
	X3	8.3500	.35761	8	8.000
	X4	6.4975	1.65568	8	8.000
2	X1	8.0750	.43997	8	8.000
	X2	1.7500	.46291	8	8.000
	X3	8.2875	.34611	8	8.000
	X4	5.8950	.59149	8	8.000
3	X1	8.1667	.46332	6	6.000
	X2	1.8333	1.16905	6	6.000
	X3	8.1633	.32995	6	6.000
	X4	6.0433	1.56570	6	6.000
4	X1	7.9200	.52154	5	5.000
	X2	2.2000	1.09545	5	5.000
	X3	8.0620	.32522	5	5.000
	X4	5.4180	1.03449	5	5.000
5	X1	8.0000	.47809	8	8.000
	X2	2.3750	.74402	8	8.000
	X3	8.0863	.34430	8	8.000
	X4	5.9113	.52333	8	8.000
6	X1	7.8000	.56569	5	5.000
	X2	2.4000	1.51658	5	5.000
	X3	7.7720	.38298	5	5.000
	X4	5.5080	.84966	5	5.000
7	X1	8.4545	.36977	11	11.000
	X2	1.0909	.30151	11	11.000
	X3	8.4800	.30650	11	11.000
	X4	6.1773	.77899	11	11.000
Total	X1	8.1765	.49420	51	51.000
	X2	1.9020	.98499	51	51.000
	X3	8.2200	.38113	51	51.000
	X4	5.9857	1.04336	51	51.000

Covariance Matrices[a]

Y		X1	X2	X3	X4
1	X1	.216	6.429E-02	.145	.209
	X2	6.429E-02	1.357	1.857E-02	-1.568
	X3	.145	1.857E-02	.128	.251
	X4	.209	-1.568	.251	2.741
2	X1	.194	-6.429E-02	.133	2.900E-02
	X2	-6.429E-02	.214	-6.071E-02	6.857E-02
	X3	.133	-6.071E-02	.120	6.633E-02
	X4	2.900E-02	6.857E-02	6.633E-02	.350
3	X1	.215	-.207	.138	3.333E-03
	X2	-.207	1.367	-.235	-.407
	X3	.138	-.235	.109	2.883E-02
	X4	3.333E-03	-.407	2.883E-02	2.451
4	X1	.272	.170	.121	.305
	X2	.170	1.200	-6.800E-02	.993
	X3	.121	-6.800E-02	.106	8.880E-03
	X4	.305	.993	8.880E-03	1.070
5	X1	.229	-.229	.157	2.286E-02
	X2	-.229	.554	-.170	-8.911E-02
	X3	.157	-.170	.119	-1.419E-02
	X4	2.286E-02	-8.911E-02	-1.419E-02	.274
6	X1	.320	-1.421E-15	.188	.352
	X2	-1.421E-15	2.300	-.231	-9.400E-02
	X3	.188	-.231	.147	.157
	X4	.352	-9.400E-02	.157	.722
7	X1	.137	5.455E-02	9.240E-02	8.516E-02
	X2	5.455E-02	9.091E-02	9.000E-03	8.927E-02
	X3	9.240E-02	9.000E-03	9.394E-02	3.623E-02
	X4	8.516E-02	8.927E-02	3.623E-02	.607
Total	X1	.244	-9.835E-02	.164	.179
	X2	-9.835E-02	.970	-.153	-.224
	X3	.164	-.153	.145	.118
	X4	.179	-.224	.118	1.089

a. The total covariance matrix has 50 degrees of freedom.

Analysis 1

Summary of Canonical Discriminant Functions

Eigenvalues

Function	Eigenvalue	% of Variance	Cumulative %	Canonical Correlation
1	.534[a]	56.1	56.1	.590
2	.240[a]	25.3	81.3	.440
3	.169[a]	17.8	99.1	.381
4	.008[a]	.9	100.0	.090

a. First 4 canonical discriminant functions were used in the analysis.

Wilks' Lambda

Test of Function(s)	Wilks' Lambda	Chi-square	df	Sig.
1 through 4	.446	35.940	24	.056
2 through 4	.684	16.908	15	.324
3 through 4	.848	7.323	8	.502
4	.992	.361	3	.948

Standardized Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function			
	1	2	3	4
X1	-.231	1.927	-.684	-.534
X2	-.441	-.216	.989	-.237
X3	.942	-1.613	1.101	-.087
X4	.049	.203	.539	.886

Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function			
	1	2	3	4
X1	-.502	4.196	-1.490	-1.163
X2	-.483	-.237	1.084	-.259
X3	2.779	-4.757	3.248	-.258
X4	.046	.192	.511	.839
(Constant)	-18.094	4.098	-19.640	7.098

Unstandardized coefficients

Functions at Group Centroids

	Function			
Y	1	2	3	4
1	6.690E-02	.650	.616	-4.153E-02
2	.308	-.728	.159	6.390E-02
3	-.117	.256	-.214	9.217E-02
4	-.480	-.504	-9.792E-02	-.215
5	-.515	-.230	.303	5.450E-02
6	-1.319	.342	-.598	2.330E-02
7	.983	.159	-.351	-1.922E-02

Unstandardized canonical discriminant functions evaluated at group means