DERET FUNGSI

DAN

UJI HIPOTESIS

Oleh :

SANDRA ADRIS

H 111 98 027

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2005

DERET FUNGSI
DAN
UJI HIPOTESIS

Tugas akhir sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi dan memperoleh gelar sarjana pada jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Oleh :

SANDRA ADRIS

H 11198027

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2005

LEMBAR KEONTETIKAN

SAYA YANG BERTANDA TANGAN DI BAWAH INI MENYATAKAN DENGAN SESUNGGUH-SUNGGUHNYA BAHWA SKRIPSI YANG SAYA BUAT DENGAN JUDUL :

DERET FUNGSI
DAN
UJI HIPOTESIS

ADALAH BENAR HASIL KERJA SAYA SENDIRI BUKAN HASIL PLAGIAT DAN BELUM PERNAH DIPUBLIKASIKAN DALAM BENTUK APAPUN

Makassar, 18 Desember 2004

SANDRA ADRIS
H 111 98 027

DERET FUNGSI

DAN

UJI HIPOTESIS

Disetujui Oleh :

Pembimbing Utama	**Pembimbing Pertama**
Drs. Muh. Zakir, M.Si	**Drs. La Podje Talangko**
Nip. 131 595 064	**Nip. 131 650 920**

Pada Tanggal : 18 Desember 2004

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN

Pada hari ini, sabtu tanggal 18 Desember 2004, Panitia Ujian Skripsi menerima dengan baik skripsi yang berjudul :

"DERET FUNGSI DAN UJI HIPOTESIS"

Yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains Jurusan Matematika Program Studi Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Makassar, 18 Desember 2004

PANITIA UJIAN SKRIPSI

		Tanda Tangan
1. Ketua	**: Drs. Daeng Idris, M.Si**	( )
2. Sekretaris	**: Drs. M. Saleh AF**	( )
3. Anggota	**: Drs. Muh. Zakir, M.Si**	( )
4. Anggota	**: Drs. La Podje Talangko**	( )
5. Anggota	**: Drs. Nirwan Ilyas, M.Si**	( )

KATA PENGANTAR

Bismillahirahmanirrahim

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga dapat menyelesaikan penulisan Tugas Akhir ini yang merupakan salah satu syarat untuk meraih gelar sarjana pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengatahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini, terdapat kekurangan baik dari segi teknik penulisan maupun dalam pembahasan. Hal ini disebabkan oleh keterbatasan pengetahuan dan kemampaun serta buku atau literature sebagai penunjang.

Pada kesempatan ini penulis dengan penuh kerendahan hati mengaturkan banyak terima kasih yang sebesar-besarnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya kepada berbagai pihak yang telah memberikan bantuan moril dan material dalam penyusunan Tugas Akhir ini, khususnya kepada :

- **Ayahanda tercinta Adris Rachmat** dan **Ibunda tercinta Sumarni** yang dengan kesabaran telah membesarkan dengan penuh kasih sayang, serta memberikan iringan doa restu dalam penyelesaian studi hingga sekarang.
- **Bapak Drs. Muh. Zakir, M.Si** selaku pembimbing utama dan **Bapak Drs. La Podje Talangko** selaku pembimbing pertama atas segala keikhlasan meluangkan waktunya ditengah kesibukannya guna memberi arahan, bimbingan, bantuan dan petunjuknya selama penyusuna tugas akhir ini.

- Dekan Fakultas Metamatika dan Ilmu Pengatahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta staf dan karyawan atas segala bantu serta fasilitas yang diberikan.
- Ketua Jurusan Fakultas Metamatika dan Ilmu Pengatahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh staf dosen dan karyawan Jurusan Matematika atas segala bantun yang diberikan.
- **Bapak Drs. Daeng Idris, M.Si** (Ketua merangkap anggota), **Bapak Drs. M. Saleh AF** (Sekertaris merangkap anggota), **Bapak Drs. Nirwan Ilyas, M.Si** (anggota) sebagai tim prnguji ujian sarjana.
- Kakakku **Rukimni Adris** serta adik-adikku **Vivi Triani Adris** dan **Rama Widhi Kwartananda Adris** atas segala perhatian dan doanya yang sangat berarti bagi penulis, sehingga semua ini dapat terselesaikan dengan baik.
- Sahabat-sahabatku, teman-teman anggkatan 98 dan para rekan mahasiswa atas segala bantuan dan kebersamaannya yang begitu tulus baik dalam suka maupun duka.

Akhirul kalam semoga seluruh budi baik dan perhatian dari berbagai pihak mendapat imbalan dari Allah SWT (Amin). Semoga Tulisan ini bernilai suatu ibadah di sisi Allah SWT dan bermanfaat bagi pembaca (Amin.)

Makassar, Februari 2005

Penulis

ABSTRAK

Dalam tulisan ini akan dibahas deret sebagai fungsi dari bilangan-bilangan riil. Selanjutnya akan diperkenalkan dua jenis kekonvergenan yang berbeda untuk suatu barisan fungsi dan deret fungsi yaitu konvergen di setiap titik dan konvergen seragam.

Pengujian hipotesis menyangkut rata-rata, proporsi dan variansi digunakan untuk menguji hipotesis apakah menolak atau menerima hipotesis. Jika simpangan baku (σ) diketahui, maka digunakan statistik z yang berdistribusi normal baku dan untuk σ tidak diketahui maka digunakan statistik t yang berdistribusi student. Untuk uji proporsi, untuk n $\geq$ 30 menggunkan rumus $z = \dfrac{x - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0 q_0}}$

ABSTRACK

This paper wiil be discussing about series as a function of the real number. Then two different kinds of convergence for a sequences of function and series of function wiil be introduced which is convergences in Pointwise Convergence and uniform convergent.

The hypothesis concerning mean, proportion and variansi used to test the hypothesis whether it approve or reject the hypotheses. If the standard deviation value was known then the standard normal distribution z statistic was used, and if it wasn't known so the student distributed t statistic was used. For a proportion test, the formula $z=\frac{x-n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0 q_0}}$ was used for $n \geq 30$

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Tidak dapat disangkal bahwa matematika merupakan ilmu dasar yang mendasari ilmu pengetahuan dan teknologi lain yang ada pada saat ini. Karena semakin kompleksnya informasi, membutuhkan suatu kemampuan untuk menangkap, menganalisa, merangkum dan membahas suatu permasalahan. Disini ilmu-ilmu dasar tidak bisa diabaikan begitu saja. Matematika sebagai salah satu ilmu dasar tentunya memegang peranan yang sangat penting dalam menunjang ilmu pengetahuan.

Secara garis besar ilmu matematika terbagi atas dua bagian yaitu matematika murni dan matematika terapan. Matematika mempelajari mengenai aljabar dan analisa, sedangkan matematika terapan mempelajari masalah statistika dan komputer.

Di dalam pembahasan pertama dalam makalah ini penulis menguraikan secara sederhana tentang ***"Deret Fungsi"***. Kemudian pada pembahasan yang kedua diuraikan tentang ***"Uji Hipotesis"***.

1.2 Ruang Lingkup

Ruang lingkup pembahasan meliputi dua topik utama yaitu :

1. Deret Fungsi
2. Uji Hipotesis

Pada bab II sebagai bab utama, membahas mengenai masalah analisis yaitu deret yang membentuk fungsi dalam bilangan riil. Sedangkan pada bab III membahas masalah tentang statistik yaitu mengenai uji hipotesis statistik.

Adapun judul dari tugas akhir ini adalah :

"Deret Fungsi dan Uji Hipotesis".

Demikian tugas akhir ini dibuat sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

BAB II

DERET FUNGSI

Istilah "Deret" pada umumnya telah dikenal dalam matematika tetapi untuk memperjelas pengertian dari deret tersebut kita harus mengetahui terlebih dahulu defenisi dari "Barisan".

Dalam bab ini akan dibahas deret sebagai fungsi dimana untuk keseluruhan pembahasan, notasi R menyatakan himpunan semua bilangan riil.

Selanjutnya akan diperkenalkan dua jenis kekonvergenan yang berbeda untuk suatu barisan fungsi dan deret fungsi yaitu konvergen di setiap titik (*Pointwise Convergence*) dan konvergen seragam (*Uniform Convergence*).

2.1. Barisan

Defenisi 2.1.1 :

Barisan adalah sebuah fungsi yang domainnya (daerah kawan) adalah bilangan asli dan kodomain (daerah hasil) adalah himpunan bilangan riil. Misalkan fungsi tersebut dinotasikan sebagai $f(n)$ atau a_n, dimana $n = 1, 2, 3, \ldots$ merupakan kumpulan bilangan $a_1, a_2, a_3, \ldots$ yang diurutkan dalam barisan tertentu dan dibentuk menurut suatu aturan tertentu. Setiap bilangan dalam barisan disebut sebagai suku; a_n dinamakan suku ke n. Jika banyaknya suku berhingga, maka disebut barisan berhingga (*finite*) dan jika banyaknya suku tak berhingga disebut barisan tak hingga (*Infinite*). Barisan ditulis dalam bentuk $a_1, a_2, a_3, \ldots$ atau $\{a_n\}$

Contoh 2.1.1.1:

Misalkan terdapat himpunan bilangan-bilangan riil 2, 7, 12, ..., 32. Himpunan tersebut disebut barisan berhingga dengan suku ke-n adalah

$$f(n)=a_n=2+5(n-1)=5n-3,\ n=1,2,3,\ldots 7$$

Contoh 2.1.1.2:

Misalkan terdapat himpunan bilangan riil $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{6},\ldots$ yang merupakan barisan tak hingga dengan suku ke – n adalah

$$f(n)=a_n=\frac{1}{2n},\ n=1,2,3,\ldots$$

Defenisi 2.1.2 :

Sebuah bilangan L disebut sebagai limit barisan tak hingga, jika untuk setiap bilangan ε positif dapat ditentukan N yang tergantung pada ε sehingga untuk semua bilangan bulat $n > N$ (n bulat positif) berlaku:

$$|a_n - L| < \varepsilon$$

atau

$$\lim_{n\to\infty} a_n = L$$

Jika limit sebuah barisan ada, maka barisan tersebut dinamakan konvergen, jika tidak maka barisan tersebut divergen.

Contoh 2.1.2.1 :

Buktikan bahwa $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$

Bukti :

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\right) = 0$ artinya $\forall \varepsilon > 0 \exists N > 0 \ni \forall n > N$ berlaku $\left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon$

atau

$$n > N \Rightarrow \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon$$

dimana

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \text{ atau } n > \frac{1}{\varepsilon}$$

ambil $N > \frac{1}{\varepsilon}$. Karena N bergantung pada ε, maka $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$ yang berarti juga bahwa barisan $\frac{1}{n} \to 0$

Teorema 2.1.1 :

1) Jika $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ dan $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$, maka $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n + b_n) = a + b$

   Bukti :

   $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ berarti $\forall \varepsilon > 0 \exists N_1 \ni \forall n > N_1$ berlaku $-\varepsilon < a_n - a < \varepsilon$

   $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$ berarti $\forall \varepsilon > 0 \exists N_2 \ni \forall n > N_2$ berlaku $-\varepsilon < b_n - b < \varepsilon$

   Setelah dijumlahkan maka diperoleh

$-2\varepsilon < (a_n + b_n) - (a + b) < 2\varepsilon$, untuk $n >$ maks (N_1, N_2).

Ini berarti $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n + b_n) = a + b$

2) Jika $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ dan $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$, maka $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n - b_n) = a - b$

Bukti :

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ berarti $\forall \varepsilon > 0 \exists N_1 \ni \forall n > N_1$ berlaku $-\varepsilon < a_n - a < \varepsilon$

$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$ berarti $\forall \varepsilon > 0 \exists N_2 \ni \forall n > N_2$ berlaku $-\varepsilon < b_n - b < \varepsilon$

$-\varepsilon < b_n - b < \varepsilon$ dapat juga ditulis

$-\varepsilon < -b_n + b < \varepsilon$ untuk $n > N_2$.

Setelah dijumlahkan maka diperoleh

$-2\varepsilon < (a_n - b_n) - (a - b) < 2\varepsilon$, untuk $n >$ maks, (N_1, N_2).

Ini berarti $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n - b_n) = a - b$

3) Jika $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ dan $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$, maka $\lim\limits_{n\to\infty} a_n.b_n = a.b$

Bukti :

Untuk setiap ε berlaku

$|a_n - a| < \varepsilon$ untuk $n > N_1$

dan

$|b_n - b| < \varepsilon$ untuk $n > N_2$

$|a_n b_n - ab| = |a_n(b_n - b) + b(a_n - a)|$

$$\leq |a_n||b_n - b| + |b||a_n - a|$$

karena $\{a_n\}$ mempunyai limit, maka ada bilangan konstanta A sehingga semua $a_n < A$.

jadi

$$|a_n b_n - ab| \leq |a_n||b_n - b| + |b||a_n - a|$$

$$\leq A|b_n - b| + |b||a_n - a|$$

$$\leq A\varepsilon + |b|\varepsilon = (A + |b|), \text{ untuk } n > \text{maks}, (N_1, N_2)$$

karena $(A + |b|)$ merupakan konstanta maksimum, ini berarti $|a_n b_n - ab|$ dapat dibikin kecil dengan mengambil ε cukup kecil.

Jadi, $\lim_{n\to\infty} a_n . b_n = a.b$

4) Jika $\lim_{n\to\infty} b_n = b$ ($b_n \neq 0$ untuk semua n dan $b \leq 0$), maka $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{b_n} = \frac{1}{b}$

Bukti :

Akan ditunjukkan bahwa,

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N > 0 \ni \forall n > N \text{ berlaku } \left|\frac{1}{b_n} - \frac{1}{b}\right| = \frac{b - b_n}{|b||b_n|} < \varepsilon$$

Karena, untuk setiap $\varepsilon > 0$ dapat diperoleh N_1 sehingga $|b_n - b| < \frac{1}{2}b^2\varepsilon$ untuk semua $n > N_1$

Karena $\lim_{n\to\infty} b_n = b \neq 0$, maka dapat dicari N_2 sehingga $|b_n| > \frac{1}{2}|B|$ untuk semua $n > N_2$

Maka jika N adalah maksimum dari N_1 dan N_2, dapat ditulis sebagai

$$\left|\frac{1}{b_n} - \frac{1}{b}\right| = \frac{b - b_n}{|b||b_n|} < \frac{\frac{1}{2}b^2\varepsilon}{|b| \cdot \frac{1}{2}|b|} = \varepsilon \text{, untuk semua } n > N$$

Ini berarti $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{b_n} = \frac{1}{b}$, untuk semua $n >$ maks (N_1, N_2)

5) $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n\to\infty} a_n}{\lim_{n\to\infty} b_n} = \frac{a}{b}$, jika $\lim_{n\to\infty} b_n = b \neq 0$

Dari 4) di atas, kita peroleh

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty}\left(a \cdot \frac{1}{b_n}\right) = \lim_{n\to\infty} a_n \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{1}{b_n} = a \cdot \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$$

2.2. Deret

Defenisi 2.2.1 :

Misalkan $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ adalah barisan. Dari barisan ini dapat dibentuk barisan baru $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$ dimana :

$$S_1 = a_1,$$

$$S_2 = a_1 + a_2,$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

S_n disebut jumlah parsial ke n dan merupakan jumlah n suku pertama barisan $\{a_n\}$.

Barisan S_1, S_2, S_3, ... disebut deret tak hingga atau deret dan ditulis sebagai

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

Jika $\lim_{n\to\infty} S_n = S$, maka deret dikatakan konvergen dengan jumlah S. Deret yang tidak konvergen disebut divergen.

$R_n = a_{n+1} + a_{n+2} + \ldots$ disebut suku sisa

Contoh 2.2.1.1 :

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$$

$$S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^n}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}\right)=\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)=1$$

Maka, deret tersebut konvergen dan mempunyai jumlah $S = 1$

Defenisi 2.2.2 :

Misalkan a dan r adalah bilangan riil. Maka Deret

$$a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} + \ldots$$

dikatakan deret geometri dengan a adalah nilai awal dan r adalah rasionya.

Teorema 2.2.1 :

Jika $-1 < r < 1$, maka deret geometri

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + \dots$$

konvergen ke $\dfrac{a}{(1-r)}$

Bukti :

Misal S_n adalah jumlah n suku pertama :

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

Karena $\lim\limits_{n\to\infty} r^n = 0$, maka

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{a}{1-r}$$

2.3. Barisan Fungsi

Misalkan $I \subseteq R$ dan untuk setiap $n \in N$ terdapat fungsi $f_n : I \to R$, maka (f_n) adalah barisan fungsi pada I ke R, dimana untuk setiap $x \in I$. Barisan fungsi dalam bilangan riil diberikan dalam bentuk $(f_n(x))$.

Defenisi 2.3.1 :

Barisan fungsi (f_n) dikatakan konvergen di setiap titik ke fungsi f, jika untuk setiap $x \in I$ dan untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat suatu bilangan bulat positif N sedemikian sehingga

$$|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon \text{ , untuk } n > N.$$

Bilangan N tergantung pada pemilihan nilai $\varepsilon > 0$ dan pemilihan nilai $x \in I$

Contoh 2.3.1.1:

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{x}{n}\right) = 0$, $\forall\, x \in R$.

Untuk $n \in N$, dimisalkan $f_n(x) = \dfrac{x}{n}$ dan misalkan untuk setiap $x \in R$ $f(x) = 0$,

dimana $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n}\right) = 0$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n}\right) = 0$ sudah dibuktikan pada contoh *2.1.2.1*

Sehingga,

$$f(x) = \lim_{n\to\infty}(f_n(x)) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{x}{n}\right) = x \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\right) = x.0 = 0, \forall\, x \in R$$

berarti

$$|f_n(x) - f(x)| = \left|\left(\frac{x}{n}\right) - 0\right| = \left|\left(\frac{x}{n}\right)\right| < \varepsilon$$

$$n > \frac{\varepsilon}{x} = N$$

Karena N tergantung dari pemilihan nilai ε dan nilai x, jadi dapat disimpulkan bahwa deret fungsi $f_n(x) = \left(\dfrac{x}{n}\right)$ konvergen pointwise untuk setiap $x \in R$.

Defenisi 2.3.2 :

Suatu barisan fungsi (f_n) dikatakan konvergen seragam ke fungsi f pada I jika $\varepsilon > 0$ terdapat suatu bilangan bulat positif N sedemikian sehingga untuk setiap $x \in I$ berlaku

$$|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon \text{ , untuk } n > N$$

Bilangan N hanya tergantung pada pemilihan nilai $\varepsilon > 0$ saja dan tidak tergantung pada pemilihan nilai $x \in I$.

Contoh 2.3.2.1 :

Misal diberikan barisan fungsi

$f_n(x) = x + \frac{1}{n}$, dimana $x \in R$

selidiki apakah barisan $(f_n(x))$ konvergen seragam!

Jawab :

$$f_n(x) = x + \frac{1}{n}$$

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x) = \lim_{n\to\infty}\left(x + \frac{1}{n}\right) = \lim_{n\to\infty} x + \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = x + 0 = x$$

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0$ telah dibuktikan pada contoh 2.1.2.1, maka

$$|f_n(x) - f(x)| = \left|x + \frac{1}{n} - x\right| = \left|\frac{1}{n}\right| < \varepsilon \text{ atau } n > \frac{1}{\varepsilon} = N$$

karena N hanya tergantung pada ε dan tidak tergantung pada x, maka barisan $f_n(x) = x + \frac{1}{n}$ konvergen seragam.

2.4. Deret Fungsi

Misalkan ditentukan barisan fungsi $(f_n(x))$, maka $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \cdots$ disebut sebagai deret fungsi.

Jumlah parsial ke n dari deret fungsi $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \cdots$. adalah $S_n(x) = \sum_{j=1}^{n} f_j(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \cdots + f_n(x)$.

Defenisi 2.4.1 :

Deret fungsi $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \cdots$ disebut konvergen ke jumlah $S(x)$ dalam interval I jika untuk setiap bilangan riil $\varepsilon > 0$ dan untuk setiap $x \in I$ terdapat bilangan riil positif N sedemikian sehingga berlaku

$$|S_n(x) - S(x)| < \varepsilon \text{ untuk setiap } n > N.$$

Nilai N tergantung pada nilai ε > 0 yang dipilih dan tergantung juga pada nilai $x \in I$.

Contoh 2.4.1.1:

Carilah daerah kekonvergenan dari deret $(1-x)+x(1-x)+x^2(1-x)+\ldots$

Penyelesaian:

Jumlah parsial ke – n ;

$$S_n(x)=(1-x)+x(1-x)+x^2(1-x)+\cdots+x^{n-1}(1-x)$$

$$= 1-x+x-x^2+x^2-x^3+\ldots+x^{n-1}-x^n$$

$$= 1-x^n$$

Jika $|x|<1$, maka $\lim\limits_{n\to\infty} S_n(x)=\lim\limits_{n\to\infty}(1-x^n)=1$

Jika $|x|>1$, maka $\lim\limits_{n\to\infty} S_n(x)$ tidak ada

Jika $x=1$, $S_n(x)=0$, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n(x)=0$

Jika $x=-1$, $S_n(x)=1-(-1)^n$ dan $\lim\limits_{n\to\infty} S_n(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\left[1-(-1)^n\right]$ tidak ada

Jadi deret tersebut konvergen untuk $-1<x\leq 1$

Defenisi 2.4.2 :

Deret fungsi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)=f_1(x)+f_2(x)+f_3(x)+\ldots$ disebut konvergen seragam ke jumlah $S(x)$ dalam interval I jika untuk setiap bilangan riil $\varepsilon>0$ terdapat bilangan riil positif N yang tidak tergantung pada nilai $x\in I$ sedemikian sehingga berlaku

$$|S_n(x)-S(x)|<\varepsilon \quad \text{,untuk setiap } n>N \text{ dan untuk setiap } x\in I$$

Contoh 2.4.2.1:

Tunjukkan bahwa deret fungsi $(1-x)+x(1-x)+x^2(1-x)+\ldots$ konvergen seragam pada $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$

Bukti :

Jumlah n suku pertama deret

$$S_n(x)=(1-x)+x(1-x)+x^2(1-x)+\cdots+x^{n-1}(1-x)$$

$$=1-x^n$$

Untuk $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$, $S(x)=1$

Pilih sembarang $\varepsilon>0$, maka

$$|S_n(x)-S(x)|=|1-x^n-1|=|x^n|<\varepsilon.$$

Jadi

$$n\ ln\ |x|<ln\ \varepsilon$$

karena $|x|<\frac{1}{2}$, berarti $ln|x|<ln\frac{1}{2}$

maka $ln|x|<ln\frac{1}{2}<0$ yang mengakibatkan $|x^n|<\varepsilon$

karena $ln|x|$ bernilai negatif, maka $n>\dfrac{ln\,\varepsilon}{ln\frac{1}{2}}$

Maka berlaku pula

$$n > \frac{ln\varepsilon}{ln|x|} > \frac{ln\varepsilon}{ln\frac{1}{2}} = N$$

Maka N hanya tergantung pada ε dan tidak tergantung pada x. Jadi deret tersebut konvergen seragam pada $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.

Teorema 2.4.1 :

Jika barisan $(f_n(x))$ konvergen seragam ke f pada I dan f_n kontinu di $a \in I$, maka f kontinu di a.

Bukti :

Akan ditunjukkan $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta \ni |f(x) - f(a)| < \varepsilon$

Jika diberikan $\varepsilon > 0$, maka $\exists N > 0 \ni \forall n > N$ dan $x \in I$ sehingga berlaku

$$|f_n(x) - f(x)| < \frac{\varepsilon}{3}$$

Karena f_n kontinu di a, maka terdapat $\delta > 0$ sehingga

$$|f_N(x) - f_N(a)| < \frac{\varepsilon}{3}, \text{ bila } |x - a| < \delta,\ x \in I$$

Jadi, bila $|x - a| < \delta,\ x \in I$ maka

$$|f(x) - f(a)| \le |f(x) - f_N(x)| + |f_N(x) - f_N(a)| + |f_N(a) - f(a)| < \varepsilon$$

Terbuktilah bahwa fungsi f kontinu di a.

Teorema 2.4.2 :

Misalkan barisan $(f_n(x))$, $n=1,2,3,\ldots$ kontinu di dalam $[a,b]$ dan jika $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergen seragam ke jumlah $S(x)$ di dalam $[a,b]$, maka

$$\int_a^b S(x)dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b f_n(x)dx$$

atau

$$\int_a^b \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) \right\} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b f_n(x)dx$$

Maka sebuah deret konvergen seragam dari fungsi-fungsi kontinu dapat diintegralkan suku demi suku atau

$$\lim_{n\to\infty} \int_a^b S_n(x)dx = \int_a^b \left\{ \lim_{n\to\infty} S_n(x) \right\} dx$$

Bukti :

Jika sebuah fungsi kontinu di dalam interval $[a,b]$, maka integralnya ada. Karena $S(x), S_n(x)$ dan $R_n(x)$ kontinu, maka

$$\int_a^b S(x) = \int_a^b S_n(x)dx + \int_a^b R_n(x)dx$$

Untuk membuktikan teorema tersebut harus dibuktikan bahwa

$$\left| \int_a^b S(x)dx - \int_a^b S_n(x)dx \right| = \left| \int_a^b R_n(x)dx \right|$$

karena deret $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergen seragam maka

$$\left|R_n(x)\right| < \frac{\varepsilon}{b-a}; \text{ untuk setiap } n > N$$

dimana n tidak tergantung dari $x \in [a,b]$, sehingga

$$\left|\int_a^b R_n(x)dx\right| \le \int_a^b \left|R_n(x)\right|dx < \int_a^b \frac{\varepsilon}{b-a}dx = \varepsilon$$

pernyataan ini ekivalen dengan

$$\int_a^b S(x)dx = \lim_{n\to\infty}\int_a^b S_n(x)dx$$

atau

$$\lim_{n\to\infty}\int_a^b S_n(x)dx = \int_a^b \left\{\lim_{n\to\infty} S_n(x)\right\}dx$$

Teorema 2.4.3 :

Misalkan barisan $(f_n(x))$, n=1,2,3,... kontinu dan mempunyai turunan-turunan kontinu di dalam $[a,b]$ dan jika $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergen ke $S(x)$ sedangkan $\sum_{n=1}^{\infty} f_n'(x)$ konvergen seragam di dalam $[a,b]$, maka di dalam $[a,b]$ akan berlaku

$$S'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n'(x)$$

atau

$$\frac{d}{dx}\left\{\sum_{n=1}^{\infty} f_n'(x)\right\} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{d}{dx} f_n(x)$$

Bukti :

Misalkan $g(x)=\sum_{n=1}^{\infty} f_n'(x)$. Karena deret ini konvergen seragam di dalam $[a,b]$, maka dapat diintegralkan suku demi suku

$$\int_a^x g(x)dx=\sum_{n=1}^{\infty}\int_a^x f_n'(x)dx=\sum_{n=1}^{\infty}\{f_n(x)-f_n(a)\}$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)-\sum_{n=1}^{\infty} f_n(a)=S(x)-S(a)$$

karena $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergen ke $S(x)$ di dalam $[a,b]$.

Dengan mendiferensialkan kedua ruas dari $\int_a^x g(x)dx=S(x)-S(a)$ maka akan diperoleh $g(x) = S'(x)$ yang membuktikan Teorema tersebut.

Teorema 2.4.5 :

Jika suku umum M_n dari suatu deret tak tergantung pada x dan M_n adalah non negatif untuk setiap n, maka deret fungsi $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergen seragam dan konfergen mutlak pada suatu interval apabila pada interval I berlaku syarat :

a. $|f_n(x)| \leq M_n$ untuk setiap $n = 1, 2, 3, \ldots$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} M_n$ konvergen

Bukti :

Deret $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ adalah konvergen untuk setiap x pada interval I. Berdasarkan uji banding deret, yaitu :

Jika $|a_n| \leq b_n$ dan $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergen, maka $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen pula. Sisa dari deret $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ setelah n suku adalah

$$
\begin{aligned}
|R_n(x)| &= |f_{n+1}(x) + f_{n+2}(x) + f_{n+3}(x) + \ldots| \\
&\leq |f_{n+1}(x)| + |f_{n+2}(x)| + |f_{n+3}(x)| + \ldots \\
&\leq M_{n+1} + M_{n+2} + M_{n+3} + \ldots
\end{aligned}
$$

karena deret dengan suku-suku konstan $M_1 + M_2 + M_3 + \ldots$ diketahui konvergen, maka untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat N sehingga $n > N$ berlaku :

$$\left| \sum_{k=1}^{\infty} M_k - \sum_{k=1}^{n} M_k \right| < \varepsilon$$

karena

$$|R_n(x)| \leq \sum_{k=n+1}^{\infty} M_k = \left| \sum_{k=1}^{\infty} M_k - \sum_{k=1}^{n} M_k \right|$$

maka

$$|R_n(x)| < \varepsilon$$

karena N tidak tergantung pada x, dan karena M_n untuk setiap n tidak tergantung pada x, maka $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergen seragam.

Deret konvergen mutlak dibuktikan dengan uji banding

Untuk sebarang $x \in I$, $|f_n(x)| \le M_n$. Karena $\sum_{n=1}^{\infty} M_n$ konvergen, maka $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergen mutlak. Karena pertidaksamaan $|f_n(x)| \le M_n$ tidak tergantung pada $x \in I$, maka $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergen seragam pada I.

Defenisi 2.4.3 :

Misalkan fungsi f mempunyai turunan di titik x_0, maka deret $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(t - x_0)^n$ disebut deret taylor dari f di x_0

Teorema 2.4.6 :

Misalkan $f : R \to R$ mempunyai turunan dengan orde $(n+1) f^{(n+1)}(x)$ diselang $(a-r, a+r)$ dan misalkan ada konstanta $M > 0$ sedemikian sehingga berlaku $|f^{(n+1)}(x)| \le M$ untuk semua x diselang tersebut. Maka untuk setiap x di selang itu, $f(x)$ dapat diuraikan menjadi bentuk

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} + \cdots + f^{(n)}(a)\frac{(x-a)^n}{n!} + R_n$$

dengan

$$|R_n| \leq \frac{M|x-a|^{(n+1)}}{(n+1)!}$$

Bukti :

$$\left|f^{(n+1)}(x)\right| \leq M$$

atau

$$-M \leq f^{(n+1)}(x) \leq M$$

jika semua ruas diintegrasikan dari a hingga x, maka diperoleh

$$-M(x-a) \leq f^{(n)}(x) - f^{(n)}(a) \leq M(x-a), \qquad x > a$$

hasil ini kemudian diintegrasikan lagi dari a sampai x, maka diperoleh

$$\frac{-M(x-a)^2}{2!} \leq f^{(n-1)}(x) - f^{(n-1)}(a) - f^{(n)}(a)(x-a) \leq \frac{M(x-a)^2}{2!}$$

proses integrasi ini diulang $(n-1)$ kali lagi, maka diperoleh

$$\frac{-M(x-a)^{(n+1)}}{(x-1)!} \leq f(x) - f(a) - f(a)(x-a) - f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} - \ldots.. - f^{(n)}(a)\frac{(x-a)^n}{n!} \leq \frac{M(x-a)^{(n+1)}}{(x-1)!}$$

jika ruas tengah

$$f(x) - f(a) - f'(a)(x-a) - \ldots.. - f^{(n)}(a)\frac{(x-a)^n}{n!}$$

misalkan R_n, maka diperoleh

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} + \ldots + f^{(n)}(a)\frac{(x-a)^n}{n!} + R_n$$

dengan

$$|R_n| \leq \frac{M|x-a|^{(n+1)}}{(n+1)!}$$

Hasil ini disebut deret taylor untuk $f(x)$ disekitar $x = a.R_n$ disebut suku sisa

Untuk $a = 0$ deret taylor menjadi :

$$f(x) = f(0) + f'(0)(x) + f''(0)\frac{(x)^2}{2!} + \ldots + f^{(n)}(0)\frac{(x)^n}{n!} + R_n$$

Contoh 2.4.3.1 :

Diberikan deret taylor dari fungsi *sinus* di sekitar $x = 0$,

jika

$$f(x) = sin(x),$$

maka

$$f^1(x) = cos(x),\ f^2(x) = -sin(x),\ f^3(x) = -cos(x),\ f^4(x) = sin(x).$$

Atau dalam bentuk umum

$$f^{4n}(x) = sin(x), f^{4n+1}(x) = cos(x), f^{4n+2}(x) = -sin(x), f^{4n+3}(x) = -cos(x)$$

maka

$$f^{4n}(0) = 0,\ f^{4n+1}(0) = 1,\ f^{4n+2}(0) = 0,\ f^{4n+3}(0) = -1$$

Jadi deret taylor dari fungsi *sinus* di sekitar x = 0 adalah

$$0 + x + 0 - \frac{1}{3!}x^3 + 0 + \frac{1}{5!}x^5 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

BAB III
UJI HIPOTESIS

Hipotesis adalah asumsi atau dugaan mengenai sesuatu hal yang dibuat untuk menjelaskan hal itu yang sering dituntut untuk melakukan pengecekannya. *Hipotesis statistik* adalah suatu anggapan atau pernyataan, yang mungkin benar atau tidak, mengenai satu populasi atau lebih.

Dalam hipotesis statistik dikenal hipotesis nol (H_0) dan hipotesis alternatif atau tandingan (H_1). Pada makalah ini akan dijelaskan berkenaan dengan hipotesis statistik.

Langkah atau prosedur untuk menentukan apakah menerima atau menolak hipotesis dinamakan *pengujian hipotesis.*

3.1. Kesalahan Dalam Melakukan Pengujian Hipotesis

Ada dua tipe kesalahan yang mungkin akan terjadi dalam pengujian hipotesis, yaitu:

1. **Kesalahan tipe I** ***(Type I Error)*** : jika dalam pengujian hipotesis diinginkan kemungkinan *(probabilitas)* terjadinya kesalahan menolak H_0, padahal H_0 tersebut benar. Besarnya kesalahan tipe I adalah α, maka kesalahan tipe I disebut pula kekeliruan α.
2. **Kesalahan tipe II** ***(Type II Error)*** : jika dalam pengujian hipotesis diinginkan kemungkinan *(probabilitas)* terjadinya kesalahan menerima H_0,

padahal H_0 tersebut salah. Besarnya kesalahan tipe II disebut pula kekeliruan β, maka kesalahan tipe II disebut pula kekeliruan β.

3.2. Uji Hipotesis Dua Sisi dan Uji Hipotesis Satu Sisi

Uji hipotesis dua sisi akan menolak hipotesis nol (H_0) jika nilai statistik sampel secara signifikan (bermakna) lebih besar atau lebih kecil dari nilai parameter populasi. Uji hipotesis dengan hipotesis nol (H_0) : $\mu = \mu_0$ dan hipotesis alternatif (H_1) : $\mu \neq \mu_0$ cocok menggunakan pengujian dua sisi.

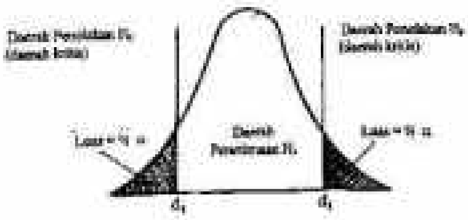
Uji hipotesis satu sisi akan menolak hipotesis nol (H_0) jika nilai statistik sampel secara signifikan (bermakna) hanya lebih besar dari nilai parameter populasi atau hanya lebih kecil dari nilai parameter populasi. Uji hipotesis dengan hipotesis nol (H_0) : $\mu = \mu_0$ dan hipotesis alternatif (H_1) : $\mu < \mu_0$ atau $\mu > \mu_0$ cocok menggunakan pengujian satu sisi.

3.3. Langkah-Langkah Pengujian Hipotesis

Berikut ini akan dikemukakan beberapa langkah umum yang perlu ditempuh dalam proses pengujian hipotesis secara statistika, antara lain :

1. Merumuskan hipotesis nol (H_0), serta hipotesis alternatife (H_1) yang relevan dengan permasalahan yang akan diuji.
2. Memilih taraf nyata pengujian sebesar α, dengan besaran α tergantung pada penguji (peneliti) seberapa besar tingkat kesalahan yang dapat diterima.

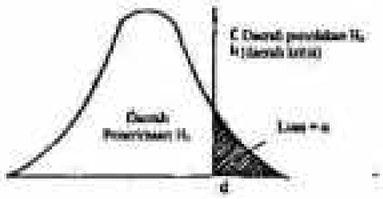
3. Memilih uji statistik yang sesuai dengan hipotesis yang akan diuji. Di dalam penelitian, kita dapat menggunakan pendekatan uji nyata (*the test significance approach*) atau pendekatan selang kepercayaan (*the confidence interval approach*), karena kedua pendekatan ini memberikan pengujian yang sama.
4. Menghitung nilai statistik dari contoh acak (*Random sample*) berukuran n, serta menentukan distribusi peluang dari nilai statistik itu.
5. Membuat keputusan berdasarkan kriteria berikut :
   a. Jika tandingan H_1 mempunyai perumusan *tidak sama*, maka dalam distribusi statistik yang digunakan, normal untuk angka z, Student t, dan seterusnya, didapat dua daerah kritis masing-masing pada ujung-ujung distribusi. Luas daerah kritis atau daerah penolakan pada tiap ujung adalah $\frac{1}{2}\alpha$. Karena adanya dua daerah penolakan ini, maka pengujian hipotesis dinamakan *uji dua pihak*.



   Gambar tersebut memperlihatkan sketsa distribusi yang digunakan disertai daerah-daerah penerimaan dan penolakan hipotesis. Kedua daerah ini dibatasi oleh α. Kriteria yang didapat adalah terima hipotesis

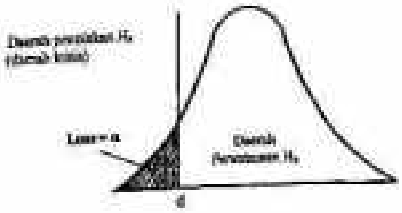
H_0 jika harga statistik yang dihitung berdasarkan data penelitian jatuh antara d_1 dan d_2, dalam hal lainnya H_0 ditolak.

b. Jika tandingan H_1 yang mempunyai perumusan *lebih besar*, maka dalam distribusi yang digunakan didapat sebuah daerah kritis yang ketaknnya di ujung sebelah kanan. Luas daerah kritis atau daerah penolakan ini sama dengan α.



Harga d, didapat dari daftar distribusi yang bersangkutan dengan peluang yang ditentukan oleh α. Kriteria yang dipakai adalah tolak H_0 jika statistik yang dihitung berdasarkan sampel tidak kurang dari d. Dalam hal lainnya kita Terima H_0. Pengujian ini dinamakan *uji satu pihak*, tepatnya *pihak kanan*.

c. Jika tandingan H_1 mengandung pernyataan lebih kecil, maka daerah kritis ada di ujung kiri dari distribusi yang digunakan. Luas daerah ini = α yang menjadi batas daerah penerimaan H_0 oleh bilangan d yang didapat dari daftar distribusi yang bersangkutan. Peluang untuk mendapatkan d ditentukan oleh taraf nyata α.



Kriteria yang digunakan adalah terima H_0 jika statistik yang dihitung berdasarkan penelitian lebih besar dari *d* sedangkan dalam hal lainnya H_0 kita tolak. Dengan demikian, dalam hal ini kita mempunyai *uji satu pihak* yaitu *pihak kiri*.

3.4. Menguji rata-rata μ

➤ ***Uji Dua Pihak***

Andaikan kita mempunyai sebuah populasi berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan simpangan baku σ. Akan diuji mengenai parameter rata-rata μ. Untuk ini, kita ambil sebuah sampel acak berukuran n, lalu hitung statistik $\bar{x}$ dan s. Kita bedakan hal-hal berikut:

a. σ diketahui

Untuk pasangan hipotesis $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$

dengan μ_0 sebuah harga yang diketahui, digunakan statistik z:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

statistik z ini berdistribusi normal baku, sehingga untuk menentukan kriteria pengujian, digunakan daftar distribusi normal baku. H_0 kita terima jika $-z_{½(1-\alpha)} < z < z_{½(1-\alpha)}$ dengan $z_{½(1-\alpha)}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang $½(1-\alpha)$. Dalam hal lainnya, H_0 ditolak.

Contoh 3.4.1:

Suatu perusahaan pembuat perlengkapan olah raga membuat tali pancing sinetik yang baru dan yang menurut pembuatnya rata-rata dapat menahan beban 8 kg dengan simpangan baku 0,5 kg. Ujilah hipotesis bahwa $\mu = 8$ kg lawan tandingan bahwa $\mu \neq 8$ kg bila data acak 50 tali diuji dan ternyata rata-rata daya tahannya 7,8 kg. Gunakan taraf keberartian 0,01.

Penyelesaian :

H_0 : $\mu = 8$ kg, berarti rata-rata dapat menahan beban 8 kg

H_0 : $\mu \neq 8$ kg, berarti rata-rata dapat menahan beban bukan 8 kg

Karena diketahui $\overline{x} = 7{,}8$ kg, $n = 50$, $\sigma = 0{,}5$ kg, $\mu_0 = 8$ kg, maka

$$z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{7{,}8-8}{0{,}5/\sqrt{50}} = -2{,}83$$

Kesimpulan : dengan $\alpha = 0{,}01$ didapat $z_{0,495} = 2{,}57$. Terima H_0 jika $-z_{tab} < z_{hit} < z_{tab}$, dalam hal lainnya H_0 ditolak. Dari penelitian didapat $z = -2{,}83$, jadi H_0 ditolak.

b. *σ tidak diketahui*

Dalam hal ini, maka diambil taksirannya, ialah simpangan baku s. Statistik yang digunakan untuk menguji pasangan hipotesis: $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$

menggunakan rumus:

$$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \quad \text{...................} (2)$$

Untuk populasi normal, kita mengetahui bahwa t berdistribusi Student dengan $dk = (n - 1)$. Karena itu, distribusi untuk menentukan kriteria pengujian digunakan distribusi Student dan batas-batas kriteria untuk uji dua pihak ini didapat dari daftar distribusi Student pula. H_0 kita terima jika $-t_{(1-\frac{1}{2}\alpha)} < t < t_{(1-\frac{1}{2}\alpha)}$ dengan $t_{(1-\frac{1}{2}\alpha)}$ didapat dari daftar distribusi t dengan peluang $(1-\frac{1}{2}\alpha)$ dan $dk = (n - 1)$. Dalam hal lainnya, H_0 ditolak.

➤ ***Uji Satu Pihak***

Untuk uji pihak kanan mengenai rata-rata μ berdasarkan H_0 dan H_1 adalah: $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$

Misalkan populasi berdistribusi normal dan daripadanya sebuah sampel acak berukuran n telah diambil. Dari sampel tersebut dihitung $\bar{x}$ dan s. Didapat hal-hal berikut:

a. σ ***diketahui***, maka digunakan statistik z yang tertera pada rumus (1). H_0 ditolak jika $z \geq z_{0,5-\alpha}$ dengan $z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar normal baku menggunakan peluang $(0,5 - \alpha)$. Dalam hal lainnya H_0 diterima.

Contoh 3.4.2:

Sample acak catatan 100 kematian di AS selama tahun lalu menunjukkan rata-rata usia mereka 71,8 tahun. Andaikan simpangan bakunya 8,9 tahun, apakah ini menunjukkan bahwa rata-rata usia dewasa ini lebih dari 70 tahun? Gunakan taraf nyata 0,05.

Penyelesaian :

H_0 : μ = 70 tahun, berarti rata-rata usia mereka paling tinggi 70 tahun

H_0 : μ > 70 tahun, berarti rata-rata usia mereka lebih dari 70 tahun

Karena diketahui $\bar{x} = 71{,}8$ tahun, $n = 100$, $\sigma = 8{,}9$ tahun, $\mu_0 = 70$ tahun, maka

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{71{,}8 - 70}{8{,}9/\sqrt{100}} = \frac{1{,}8}{0{,}89} = 2{,}02$$

Keputusannya, dari daftar normal standar dengan α = 0,05 diperoleh $z_{tabel} = 1{,}64$. Karena $z_{hitung} > z_{tabel}$ maka H_0 ditolak dan simpulkan bahwa rata-rata usia dewasa ini melebihi 70 tahun

b. ***σ tidak diketahui***, maka statistik yang digunakan untuk menguji $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$ adalah statistik t seperti dalam rumus (2). Kriteria pengujian didapat dari daftar distribusi Student t dengan $dk = (n - 1)$ dan peluang $(1 - \alpha)$. Jadi kita tolak H_0 jika $t \geq t_{1-\alpha}$ dan terima H_0 dalam hal lainnya.

Contoh 3.4.3:

Dikatakan dengan menyuntikkan semacam hormon tertentu kepada ayam akan menambah berat telurnya rata-rata dengan 4,5 gr. Sampel acak yang terdiri atas 31 butir telur dari ayam yang telah diberi suntikan hormon tersebut memberikan rata-rata berat 4,9 gr dan simpangan baku $s = 0,8$ gr. Cukup beralasankah untuk menerima pernyataan bahwa pertambahan rata-rata berat telur paling sedikit 4,5 gr?

Penyelesaian :

$H_0 : \mu = 45$ gr, menyuntik ayam dengan hormon tidak menyebabkan bertambahnya rata-rata berat telur 4,5 gr

$H_0 : \mu > 45$ gr, suntikan hormon mengakibatkan berat telur rata-rata bertambah paling sedikit 4,5 gr

Karena $\bar{x} = 4{,}9$ gr, $n = 31$, $s = 0{,}8$ gr, $\mu_0 = 4{,}5$, dengan menggunakan rumus (2) maka diperoleh

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{4{,}9 - 4{,}5}{0{,}8/\sqrt{31}} = 2{,}78$$

dengan mengambil $\alpha = 0{,}01$ dan daftar distribusi t dengan $dk = 30$ didapat $t = 2{,}46$

Kesimpulan : kriteria pengujian tolak H_0 jika $t_{hit} \geq 2{,}46$ dan terima H_0 dalam hal lainnya. Dari penelitian t = 2,78, jadi H_0 ditolak

Untuk menguji pihak kiri $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu < \mu_0 \end{cases}$

a. ***σ diketahui***, maka statistik z pada rumus (1) digunakan dan ditolak H_0 jika $z \leq -z_{0,5-\alpha}$, dengan $z_{0,5-\alpha}$ didapat dari normal baku menggunakan peluang $(0,5 - \alpha)$.

   Dalam hal lainnya H_0 diterima. Disini α = taraf nyata .

b. ***σ tidak diketahui***, maka untuk uji pihak kiri tersebut digunakan statistik t. Dalam hal ini kita tolak hipotesis H_0 jika $t \leq -t_{1-\alpha}$, dengan $t_{1-\alpha}$ didapat dari daftar distribusi Student t menggunakan peluang $(1 - \alpha)$ dan $dk = (n - 1)$. Untuk $t \leq -t_{1-\alpha}$, hipotesis H_0 kita terima.

3.5. Menguji Proporsi π

Akan diuji :

$$\begin{cases} H_0: \pi = \pi_0 \\ H_1: \pi > \pi_0 \end{cases} \quad \text{atau} \quad \begin{cases} H_0: \pi = \pi_0 \\ H_1: \pi < \pi_0 \end{cases} \quad \text{atau} \quad \begin{cases} H_0: \pi = \pi_0 \\ H_1: \pi \neq \pi_0 \end{cases}$$

Dimana π parameter distribusi binomial.

Peubah acak yang mendasari keputusan adalah peubah acak binomial *X*, nilai *X* yang jauh dari rataan $\mu = n\pi_0$ akan menolak H_0.

Bila bekerja dengan data kecil, sebaiknya menggunakan nilai-*P* dalam pengambilan keputusan.

Untuk menguji hipotesis

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi < \pi_0 \end{cases}$$

digunakan distribusi binomial untuk menghitung nilai-P

$$P = P\ (X \leq x\, bila\ \pi = \pi_0)$$

nilai x menyatakan banyaknya sukses dalam data berukuran n. Bila nilai-P lebih kecil atau sama dengan α, uji yang digunakan berarti pada taraf α, kesimpulannya tolak H_0 dan terima H_1.

Untuk menguji

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi > \pi_0 \end{cases}$$

pada taraf keberartian dihitung

$$P = P\ (X \geq x\, bila\ \pi = \pi_0)$$

tolak H_0 dan terima H_1 bila nilai-P lebih kecil atau sama dengan α.

Untuk menguji

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi \neq \pi_0 \end{cases}$$

pada taraf keberartian α, dihitung

$$P = 2P\ (X \leq x\, bila\ \pi = \pi_0)$$

jika $x < n\pi_0$, atau

$$P = 2P\ (X \geq x\, bila\ \pi = \pi_0)$$

jika $x > n\pi_0$, dan tolak H_0, terima H_1 bila nilai P hitung lebih kecil atau sama dengan α

Contoh 3.5.1:

Suatu perusahaan tv menyatakan bahwa 70% tv di kota B berasal dari perusahaan tersebut. Apakah anda setuju dengan pernyataan itu bila suatu sigi acak tv di kota B menunjukkan bahwa 8 dari 15 tv berasal dari perusahaan tadi? Gunakan taraf keberartian 0,1.

Penyelesaian :

Diketahui :

$\begin{cases} H_0 : \pi = 0{,}7 \\ H_1 : \pi \neq 0{,}7 \end{cases}$; $\alpha = 0{,}10$; peubah binomial X dengan $\pi_0 = 0{,}7$; $n = 15$; $x = 8$

maka,

$$\mu = n\pi_0 = (15)(0{,}7) = 10{,}5$$

jadi

$$P = 2P\ (X \leq 8 \, bila\ \pi = 0{,}7)$$

$$= 2\sum_{x=0}^{8} b(x; 15, 0{,}7) = 0{,}2622 > 0{,}10$$

keputusannya terima H_0, maka kesimpulannya ialah bahwa tidak cukup alasan meragukan pernyataan perusahaan tadi.

Untuk n yang besar, diperlukan cara menghampiri. Bila nilai π_0 yang dihipotesiskan dekat sekali ke nol atau satu, distribusi poisson dengan parameter

$\mu = n\pi_0$ bisa digunakan. Hampiran kurva normal dengan parameter $\mu = n\pi_0$ dan $\sigma^2 = n\pi_0 q_0$ untuk n yang besar amat tepat asal saja π_0 tidak terlalu dekat ke 0 atau ke 1. Bila digunakan hampiran normal, nilai z untuk pengujian $\pi = \pi_0$ berbentuk

$$z = \frac{x - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0 q_0}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Jadi untuk uji dua sisi pada taraf keberartian α, daerah kritisnya $z < -z_{\alpha/2}$ dan $z > z_{\alpha/2}$. Untuk tandingan satu pihak $\pi < \pi_0$, daerah kritisnya $z < -z_\alpha$, dan untuk tandingannya $\pi > \pi_0$, daerah kritisnya $z > z_\alpha$.

Contoh 3.5.2:

Suatu obat yang biasa dijual untuk mengurangi ketegangan syaraf diyakini manjur hanya 60%. Hasil percobaan dengan obat baru yang dicobakan pada data acak 100 orang dewasa yang menderita ketegangan syaraf menunjukkan bahwa 70 orang merasa tertolong. Apakah kenyataan ini cukup untuk menyimpulkan bahwa obat baru tadi lebih unggul dari yang biasa? Gunakan taraf keberartian 0,05.

Penyelesaian :

Diketahui :

$$\begin{cases} H_0 : \pi = 0{,}6 \\ H_1 : \pi > 0{,}6 \end{cases}; \alpha = 0{,}05; x = 70, n = 100$$

daerah kritis; $z > z_{(1-\alpha)}$ berarti $z > 1{,}645$, maka

$$z = \frac{70-(100)(0,6)}{\sqrt{(100)(0,6)(0,4)}} = 2,04$$

$$P = P(z > 2,04) < 0,025$$

jadi, keputusannya H_0 ditolak dan kesimpulannya bahwa obat baru lebih unggul.

3.6. Menguji Varians σ^2

- ***Uji dua pihak***

Untuk ini, pasangan H_0 dan H_1 adalah: $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$

Untuk pengujian ini dipakai statistik chi-kuadrat:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (4)$$

Jika dalam pengujian dipakai taraf nyata α, maka kriteria pengujian adalah: terima H_0 jika $\chi^2_{\frac{1}{2}\alpha} < \chi^2 < \chi^2_{1-\frac{1}{2}\alpha}$ dimana $\chi^2_{\frac{1}{2}\alpha}$ dan $\chi^2_{1-\frac{1}{2}\alpha}$ didapat dari daftar distribusi chi-kuadrat dengan $dk = (n - 1)$ dan masing-masing dengan peluang $\frac{1}{2}\alpha$ dan $(1 - \frac{1}{2}\alpha)$. Dalam hal lainnya H_0 ditolak.

- ***Uji satu pihak***

Ini merupakan uji pihak kanan: $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$

Statistik yang digunakan masih χ^2 seperti pada rumus (4). Kriteria pengujian dalam hal ini adalah: tolak H_0 jika $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}$ dimana $\chi^2_{1-\alpha}$, didapat dari daftar chi-kuadrat dengan $dk = (n - 1)$ dan peluang $(1 - \alpha)$. Dalam hal lainnya, H_0 diterima.

Jika hipotesis nol dan tandingannya menyebabkan uji pihak kiri, yakni pasangan: $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2 \end{cases}$ maka hal yang sebaliknya akan terjadi mengenai kriteria pengujian yaitu tolak H_0 jika $\chi^2 \leq \chi^2_\alpha$, dimana χ^2_α didapat dari daftar distribusi chi-kuadrat dengan $dk = (n - 1)$ dan peluang α sedangkan statistik χ^2 tetap dihitung dengan rumus (4)

Contoh 3.6.1:

Proses pengisisn semacam minuman ke dalam botl oleh mesin, paling tinggi mencapai varians 0,05 cc. Akhir-akhir ini ada dugaan bahwa isi Botol telah mempunyai variabilitas yang lebih besar. Diteliti 20 buah Botol dan isinya ditakar. Ternyata sampel ini menghasilkan simpangan baku 0,90 cc. Dengan α = 0,05, perlukah mesin diset?

Penyelesaian :

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 0{,}50 \\ H_1 : \sigma^2 > 0{,}50 \end{cases}$$

Dengan $s^2 = 0{,}81$, $n = 20$, $\sigma^2 = 0{,}05$, dari rumus (4) didapat

$$\chi^2 = \frac{(20-1)0{,}81}{0{,}50} = 30{,}78$$

dengan dk = 19 dan peluang 0,95 diperoleh $\chi^2_{0,95}=30,1$, Karena 30,78 > 30,1 maka H_0 ditolak pada taraf 0,05 artinya variasi isi botol telah menjadi lebih besar, sehingga dianjurkan untuk menyetel kembali mesin agar mendapat pengisian yang lebih merata.

3.7. Menguji Kesamaan Dua Rata-Rata

➢ ***Uji Dua Pihak***

Misalkan ada dua populasi normal masing-masing dengan μ_1 dan μ_2 sedangkan simpangan bakunya σ_1 dan σ_2. Secara independent dari populasi kesatu diambil sebuah sampel acak berukuran n_1 sedangkan dari populasi kedua sebuah sampel acak berukuran n_2. Dari kedua sampel ini berturut-turut didapat $\bar{x}_1, s_1$ dan $\bar{x}_2, s_2$. Akan diuji tentang rata-rata μ_1 dan μ_2.

Pasangan hipotesis nol dan tandingannya yang akan diuji adalah

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

Kita bedakan hal-hal berikut :

a. $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ ***dan*** σ ***diketahui***

Statistik yang digunakan jika H_0 benar adalah:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \qquad \text{...(5)}$$

Dengan taraf nyata α, maka criteria pengujian adalah terima H_0 jika $-z_{½(1-\alpha)} < z < z_{½(1-\alpha)}$ dengan $z_{½(1-\alpha)}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang $½(1-\alpha)$. Dalam hal lainnya, H_0 ditolak.

b. ***$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ tetapi σ tidak diketahui***

Jika H_0 benar dan $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ sedang σ tidak diketahui; harganya, statistik yang digunakan adalah:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad \text{...(6)}$$

dengan

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad \text{..................................(7)}$$

Statistik t tersebut berdistribusi student dengan dk = $(n_1 + n_2 - 2)$. Kriteria pengujian adalah terima H_0 jika $-t_{1-½\alpha} < t < t_{1-½\alpha}$, dimana $t_{1-½\alpha}$ didapat dari daftar distribusi t dengan dk = $(n_1 + n_2 - 2)$ dan peluang $(1 - ½\alpha)$. Untuk harga-harga t lainnya H_0 ditolak.

Contoh 3.7.1:

Dua macam makanan A dan B diberikan kepada ayam secara terpisah untuk jangka waktu tertentu. Ingin diketahui macam makanan yang mana lebih baik bagi ayam tersebut. Sampel acak yang terdiri atas 11 ayam diberi makanan A dan 10 ayam diberi makanan B. pertambahan berat badan ayam (dalam ons) hasil percobaan sebagai berikut:

Makanan A	3,1	3,0	3,3	2,9	2,6	3,0	3,6	2,7	3,8	4,0	3,4
Makanan B	2,7	2,9	3,4	3,2	3,3	2,9	3,0	3,0	2,6	3,7	

Dalam taraf nyata α = 0,05, tentukan apakah kedua macam makanan itu sama baiknya atau tidak!

Penyelesaian :

Dari data didapat $\overline{x_A} = 3{,}22$, $\overline{x_B} = 3{,}07$, $s_A^2 = 0{,}1996$ dan $s_B^2 = 0{,}1112$

Simpangan baku gabungan dari rumus (7) didapat s = 0,397. Rumus (6) memberikan :

$$t = \frac{3{,}22 - 3{,}07}{0{,}397\sqrt{(1/11) + (1/10)}} = 0{,}862$$

harga $t_{0,975}$ dengan dk = 19 dari daftar distribusi student adalah 2,09.

Karena $-2{,}09 < 0{,}862 < 2{,}09$ maka H_0 diterima.

Kesimpulannya kedua macam makanan ayam itu memberikan tambahan berat daging yang sama terhadap ayam-ayam itu.

c. ***$\sigma_1 \neq \sigma_2$ dan* kedua-duanya tidak diketahui**

Pendekatan yang cukup memuaskan adalah dengan menggunakan statistik t sebagai berikut:

$$t' = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)}} \quad \text{.................................(8)}$$

kriteria pengujian adalah terima hipotesis H_0 jika

$$-\frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2} < t' < \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2}$$

dengan : $w_1 = s_1^2/n_1$; $w_2 = s_2^2/n_2$

$t_1 = t(1 - ½\,\alpha), (n_1 - 1)$

$t_1 = t(1 - ½\,\alpha), (n_2 - 1)$

t_β, m didapat dari daftar distribusi Student dengan peluang β dan dk = m. Untuk harga-harga t lainnya, H_0 ditolak.

d. Observasi Berpasangan

Kita ambil $\mu_B = \mu_1 - \mu_2$. Hipotesis nol dan tandingannya adalah $\begin{cases} H_0 : \mu_B = 0 \\ H_1 : \mu_B \neq 0 \end{cases}$

Jika $B_1 = x_1 - y_1$, $B_2 = x_2 - y_2$, . . . , $B_n = x_n - y_n$, maka data $B_1, B_2, \ldots, B_n$ mengahasilkan rata-rata B dan simpangan baku s_B. Untuk pengujian hipotesis, gunakan staatistik :

$$t = \frac{\overline{B}}{s_B/\sqrt{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

H_0 diterima jika $-t_{1-½\alpha} < t < t_{1-½\alpha}$ dimana $t_{1-½\alpha}$ didapat dari daftar distribusi t dengan peluang $(1 - ½\,\alpha)$ dan dk = (n – 1). Dalam hal lainnya H_0 ditolak.

➢ *Uji Satu Pihak*

Yang akan diuji pada pihak kanan adalah $\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$. Dalam hal $\sigma_1 = \sigma_2$ statistik yang digunakan adalah statistik t seperti pada rumus (6) dengan s^2 seperti pada rumus (7). Kriteria pengujian adalah terima H_0 jika $t < t_{1-\alpha}$ dan tolak H_0 jika t mempunyai harga-harga lain. Derajat kebebasan untuk daftar distribusi t ialah $(n_1 + n_2 - 2)$ dengan peluang $(1 - \alpha)$. Jika $\sigma_1 \neq \sigma_2$, maka statistik yang digunakan adalah statistik t' seperti pada rumus (8). Dalam hal ini, kriteria pengujian adalah tolak hipotesis H_0 jika

$$t' \geq \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2}$$

dan terima H_0 jika terjadi sebaliknya, dengan $w_1 = s_1^2/n_1$, $w_2 = s_2^2/n_2$, $t_1 = t_{(1-\alpha)(n_1-1)}$ dan $t_2 = t_{(1-\alpha)(n_2-1)}$. Peluang untuk penggunaan daftar distribusi t adalah $(1 - \alpha)$ sedangkan dk nya masing-masing $(n_1 - 1)$ dan $(n_2 - 1)$.

Untuk uji pihak kiri yang akan diuji adalah $\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 < \mu_2 \end{cases}$.

Jika $\sigma_1 = \sigma_1$, kedua-duanya nilainya tidak diketahui, maka statistik t digunakan seperti dalam rumus (6). Kriteria pengujian adalah tolak H_0 jika $t \leq -t_{1-\alpha}$, dimana $t_{1-\alpha}$ didapat dari daftar distribusi t dengan dk = $(n_1 + n_2 - 2)$ dan peluang $(1 - \alpha)$. Untuk harga-harga t lainnya H_0 diterima.

Jika $\sigma_1 \neq \sigma_2$, maka yang digunakan adalah statistik t' dalam rumus (8) dan tolak H_0 untuk $t' \leq \frac{-(w_1 t_1 + w_2 t_2)}{w_1 + w_2}$ dimana w_1, w_2, t_1 dan t_2. Jika t' lebih besar dari harga tersebut, maka H_0 diterima.

DAFTAR PUSTAKA

1. Handali & Pamuntjak,. *Seri Matematika: Kalkulus Peubah Banyak*, ITB Bandung.

2. Hutahean, E,. 1994, *Fungsi Riil*, ITB, Bandung.

3. Murray, R, Spiecel., *Seri Buku Scaum; Kalkulus Lanjutan*, Erlangga, Jakarta.

4. Robert, G, Bartle,, *Introduction to Real Analysis*, Eastern Michigan University, University of Illinois John Wiley & Sons, Inc.

5. Ronald, E, Walpole & Raymond, H, Myers., Edisi ke-4, 1995, *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*, ITB.

6. Sardjono, S, U & Y, M, Sri Duru Unoningsih, S, U., 1986, *Materi Pokok Matematika V*, Universitas Terbuka.

7. Sherman, K, Stein,. Fourth Edition, *Calculus and Analytic Geometry*, McGraw-Hill Book Company, New York

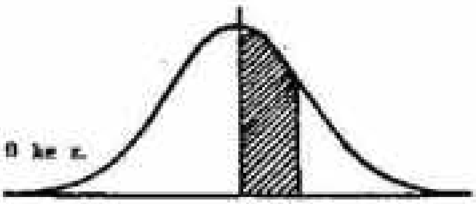
8. Sudjana., Edisi ke 6, 1996, *Metoda Statistika edisi ke 6*, Tarsito, Bandung.

9. Tom, M, Apostol., *Calculus Volume I : One-Variable with An Introduction to Linear Algebra Second Edition*, Blaisdell Publishing Company A division of Ginn and Company Waltham, Massachusetts, Toronto, London.

10. Vincent, Gaspersz., 1991, *Teknik Analisis dalam Penelitian Percobaan*, Tarsito, Bandung.

LAMPIRAN – LAMPIRAN

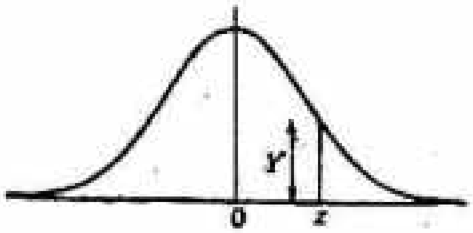
LUAS DIBAWAH LENGKUNGAN NORMAL STANDAR Dari 0 ke z.
(Bilangan dalam badan daftar menyatakan desimal).



0 z

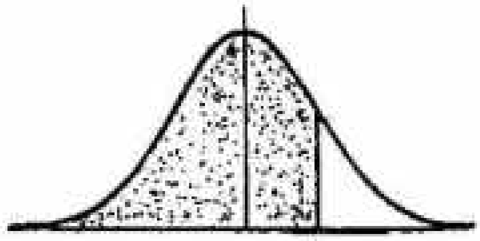
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0754
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2258	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2518	2549
0,7	2580	2612	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2996	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2,0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
2,5	4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4952
2,6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2,8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2,9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3,0	4987	4987	4987	4988	4988	4989	4989	4989	4990	4990
3,1	4990	4991	4991	4991	4992	4992	4992	4992	4993	4993
3,2	4993	4993	4994	4994	4994	4994	4994	4995	4995	4995
3,3	4995	4995	4995	4996	4996	4996	4996	4996	4996	4997
3,4	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4998
3,5	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998
3,6	4998	4998	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999
3,7	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999
3,8	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999
3,9	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000

Ordinat y
Untuk Lengkungan
Normal Standar
Pada Titik z
(Bilangan Dalam Badan Daftar
Menyatakan Desimal)



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Nilai Persentil
Untuk Distribusi t
ν = dk
(Bilangan Dalam Badan Daftar
Menyatakan t_p)



t_p

ν	$t_{0.995}$	$t_{0.99}$	$t_{0.975}$	$t_{0.95}$	$t_{0.90}$	$t_{0.80}$	$t_{0.75}$	$t_{0.70}$	$t_{0.60}$	$t_{0.55}$
1	63,66	31,82	12,71	6,31	3,08	1,376	1,000	0,727	0,325	0,158
2	9,92	6,96	4,30	2,92	1,89	1,061	0,816	0,617	0,289	0,142
3	5,84	4,54	3,18	2,35	1,64	0,978	0,765	0,584	0,277	0,137
4	4,60	3,75	2,78	2,13	1,53	0,941	0,741	0,569	0,271	0,134
5	4,03	3,36	2,57	2,02	1,48	0,920	0,727	0,559	0,267	0,132
6	3,71	3,14	2,45	1,94	1,44	0,906	0,718	0,553	0,265	0,131
7	3,50	3,00	2,36	1,90	1,42	0,896	0,711	0,549	0,263	0,130
8	3,36	2,90	2,31	1,86	1,40	0,889	0,706	0,546	0,262	0,130
9	3,25	2,82	2,26	1,83	1,38	0,883	0,703	0,543	0,261	0,129
10	3,17	2,76	2,23	1,81	1,37	0,879	0,700	0,542	0,260	0,129
11	3,11	2,72	2,20	1,80	1,36	0,876	0,697	0,540	0,260	0,129
12	3,06	2,68	2,18	1,78	1,36	0,873	0,695	0,539	0,259	0,128
13	3,01	2,65	2,16	1,77	1,35	0,870	0,694	0,538	0,259	0,128
14	2,98	2,62	2,14	1,76	1,34	0,868	0,692	0,537	0,258	0,128
15	2,95	2,60	2,13	1,75	1,34	0,866	0,691	0,536	0,258	0,128
16	2,92	2,58	2,12	1,75	1,34	0,865	0,690	0,535	0,258	0,128
17	2,90	2,57	2,11	1,74	1,33	0,863	0,689	0,534	0,257	0,128
18	2,88	2,55	2,10	1,73	1,33	0,862	0,688	0,534	0,257	0,127
19	2,86	2,54	2,09	1,73	1,33	0,861	0,688	0,533	0,257	0,127
20	2,84	2,53	2,09	1,72	1,32	0,860	0,687	0,533	0,257	0,127
21	2,83	2,52	2,08	1,72	1,32	0,859	0,686	0,532	0,257	0,127
22	2,82	2,51	2,07	1,72	1,32	0,858	0,686	0,532	0,256	0,127
23	2,81	2,50	2,07	1,71	1,32	0,858	0,685	0,532	0,256	0,127
24	2,80	2,49	2,06	1,71	1,32	0,857	0,685	0,531	0,256	0,127
25	2,79	2,48	2,06	1,71	1,32	0,856	0,684	0,531	0,256	0,127
26	2,78	2,48	2,06	1,71	1,32	0,856	0,684	0,531	0,256	0,127
27	2,77	2,47	2,05	1,70	1,31	0,855	0,684	0,531	0,256	0,127
28	2,76	2,47	2,05	1,70	1,31	0,855	0,683	0,530	0,256	0,127
29	2,76	2,46	2,04	1,70	1,31	0,854	0,683	0,530	0,256	0,127
30	2,75	2,46	2,04	1,70	1,31	0,854	0,683	0,530	0,256	0,127
40	2,70	2,42	2,02	1,68	1,30	0,851	0,681	0,529	0,255	0,126
60	2,66	2,39	2,00	1,67	1,30	0,848	0,679	0,527	0,254	0,126
120	2,62	2,36	1,98	1,66	1,29	0,845	0,677	0,526	0,254	0,126
∞	2,58	2,33	1,96	1,645	1,28	0,842	0,674	0,524	0,253	0,126

Tabel Jumlah peluang binomial $\sum_{x=0}^{r} b(x;\, n,\, p)$

		p									
n	r	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
1	0	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6000	0,5000	0,4000	0,3000	0,2000	0,1000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,3600	0,2500	0,1600	0,0900	0,0400	0,0100
	1	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8400	0,7500	0,6400	0,5100	0,3600	0,1900
	2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0	0,7290	0,5210	0,4219	0,3430	0,2160	0,1250	0,0640	0,0270	0,0080	0,0010
	1	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,6480	0,5000	0,3520	0,2160	0,1040	0,0280
	2	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9360	0,8750	0,7840	0,6570	0,4880	0,2710
	3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1296	0,0625	0,0256	0,0081	0,0016	0,0001
	1	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,4752	0,3125	0,1792	0,0837	0,0272	0,0037
	2	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8208	0,6875	0,5248	0,3483	0,1808	0,0523
	3	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9744	0,9375	0,8704	0,7599	0,5904	0,3439
	4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0	0,5905	0,3277	0,2373	0,1681	0,0778	0,0312	0,0102	0,0024	0,0003	0,0000
	1	0,9185	0,7373	0,6328	0,5282	0,3370	0,1875	0,0870	0,0308	0,0067	0,0005
	2	0,9914	0,9421	0,8965	0,8369	0,6826	0,5000	0,3174	0,1631	0,0579	0,0086
	3	0,9995	0,9933	0,9844	0,9692	0,9130	0,8125	0,6630	0,4718	0,2627	0,0815
	4	1,0000	0,9997	0,9990	0,9976	0,9898	0,9688	0,9222	0,8319	0,6723	0,4095
	5		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
6	0	0,5314	0,2621	0,1780	0,1176	0,0467	0,0156	0,0041	0,0007	0,0001	0,0000
	1	0,8857	0,6554	0,5339	0,4202	0,2333	0,1094	0,0410	0,0109	0,0016	0,0001
	2	0,9841	0,9011	0,8306	0,7443	0,5443	0,3438	0,1792	0,0705	0,0170	0,0013
	3	0,9987	0,9830	0,9624	0,9295	0,8208	0,6563	0,4557	0,2557	0,0989	0,0158
	4	0,9999	0,9984	0,9954	0,9891	0,9590	0,8906	0,7667	0,5798	0,3447	0,1143
	5	1,0000	0,9999	0,9998	0,9993	0,9959	0,9844	0,9533	0,8824	0,7379	0,4686
	6		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
7	0	0,4783	0,2097	0,1335	0,0824	0,0280	0,0078	0,0016	0,0002	0,0000	
	1	0,8503	0,5767	0,4449	0,3294	0,1586	0,0625	0,0188	0,0038	0,0004	0,0000
	2	0,9743	0,8520	0,7564	0,6471	0,4199	0,2266	0,0963	0,0288	0,0047	0,0002
	3	0,9973	0,9667	0,9294	0,8740	0,7102	0,5000	0,2898	0,1260	0,0333	0,0027
	4	0,9998	0,9953	0,9871	0,9712	0,9037	0,7734	0,5801	0,3529	0,1480	0,0257
	5	1,0000	0,9996	0,9987	0,9962	0,9812	0,9375	0,8414	0,6706	0,4233	0,1497
	6		1,0000	0,9999	0,9998	0,9984	0,9922	0,9720	0,9176	0,7903	0,5217
	7			1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabel (lanjutan) **Jumlah peluang binomial** $\sum_{x=0}^{r} b(x;\ n,\ p)$

n	r	p = 0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
8	0	0,4305	0,1678	0,1001	0,0576	0,0168	0,0039	0,0007	0,0001	0,0000	
	1	0,8131	0,5033	0,3671	0,2553	0,1064	0,0352	0,0085	0,0013	0,0001	
	2	0,9619	0,7969	0,6785	0,5518	0,3154	0,1445	0,0498	0,0113	0,0012	0,0000
	3	0,9950	0,9437	0,8862	0,8059	0,5941	0,3633	0,1737	0,0580	0,0104	0,0004
	4	0,9996	0,9896	0,9727	0,9420	0,8263	0,6367	0,4059	0,1941	0,0563	0,0050
	5	1,0000	0,9988	0,9958	0,9887	0,9502	0,8555	0,6846	0,4482	0,2031	0,0381
	6		0,9991	0,9996	0,9987	0,9915	0,9648	0,8936	0,7447	0,4967	0,1869
	7		1,0000	1,0000	0,9999	0,9993	0,9961	0,9832	0,9424	0,8322	0,5695
	8				1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
9	0	0,3874	0,1342	0,0751	0,0404	0,0101	0,0020	0,0003	0,0000		
	1	0,7748	0,4362	0,3003	0,1960	0,0705	0,0195	0,0038	0,0004	0,0000	
	2	0,9470	0,7382	0,6007	0,4628	0,2318	0,0898	0,0250	0,0043	0,0003	0,0000
	3	0,9917	0,9144	0,8343	0,7297	0,4826	0,2539	0,0994	0,0253	0,0031	0,0001
	4	0,9991	0,9804	0,9511	0,9012	0,7334	0,5000	0,2666	0,0988	0,0196	0,0009
	5	0,9999	0,9969	0,9900	0,9747	0,9006	0,7461	0,5174	0,2703	0,0856	0,0083
	6	1,0000	0,9997	0,9987	0,9957	0,9750	0,9102	0,7682	0,5372	0,2618	0,0530
	7		1,0000	0,9999	0,9996	0,9962	0,9805	0,9295	0,8040	0,5638	0,2252
	8			1,0000	1,0000	0,9997	0,9980	0,9989	0,9596	0,8658	0,6126
	9					1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
10	0	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0060	0,0010	0,0001	0,0000		
	1	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,0464	0,0107	0,0017	0,0001	0,0000	
	2	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,1673	0,0547	0,0123	0,0016	0,0001	
	3	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,3823	0,1719	0,0548	0,0106	0,0009	0,0000
	4	0,9984	0,9672	0,9219	0,8497	0,6331	0,3770	0,1662	0,0474	0,0064	0,0002
	5	0,9999	0,9936	0,9803	0,9527	0,8338	0,6230	0,3669	0,1503	0,0328	0,0016
	6	1,0000	0,9991	0,9965	0,9894	0,9452	0,8281	0,6177	0,3504	0,1209	0,0128
	7		0,9999	0,9996	0,9984	0,9877	0,9453	0,8327	0,6172	0,3222	0,0702
	8		1,0000	1,0000	0,9999	0,9983	0,9893	0,9536	0,8507	0,6242	0,2639
	9				1,0000	0,9999	0,9990	0,9940	0,9718	0,8926	0,6513
	10					1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
11	0	0,3138	0,0859	0,0422	0,0198	0,0036	0,0005	0,0000			
	1	0,6974	0,3221	0,1971	0,1130	0,0302	0,0059	0,0007	0,0000		
	2	0,9104	0,6174	0,4552	0,3127	0,1189	0,0327	0,0059	0,0006	0,0000	
	3	0,9815	0,8369	0,7133	0,5696	0,2963	0,1133	0,0293	0,0043	0,0002	
	4	0,9972	0,9496	0,8854	0,7897	0,5328	0,2744	0,0994	0,0216	0,0020	0,0000
	5	0,9997	0,9883	0,9657	0,9218	0,7535	0,5000	0,2465	0,0782	0,0117	0,0003
	6	1,0000	0,9980	0,9924	0,9784	0,9006	0,7256	0,4672	0,2103	0,0504	0,0028
	7		0,9998	0,9988	0,9957	0,9707	0,8867	0,7037	0,4304	0,1611	0,0185
	8		1,0000	0,9999	0,9994	0,9941	0,9673	0,8811	0,6873	0,3826	0,0896
	9			1,0000	1,0000	0,9993	0,9941	0,9698	0,8870	0,6779	0,3026
	10					1,0000	0,9995	0,9964	0,9802	0,9141	0,6862
	11						1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabel
(lanjutan)

Jumlah peluang binomial $\sum_{x=0}^{r} b(x;\ n,\ p)$

n	r	p									
		0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
12	0	0,2824	0,0687	0,0317	0,0138	0,0022	0,0002	0,0000			
	1	0,6590	0,2749	0,1584	0,0850	0,0196	0,0032	0,0003	0,0000		
	2	0,8891	0,5583	0,3907	0,2528	0,0834	0,0193	0,0028	0,0002	0,0000	
	3	0,9744	0,7946	0,6488	0,4925	0,2253	0,0730	0,0153	0,0017	0,0001	
	4	0,9957	0,9274	0,8424	0,7237	0,4382	0,1938	0,0573	0,0095	0,0006	0,0000
	5	0,9995	0,9806	0,9456	0,8821	0,6652	0,3872	0,1582	0,0386	0,0039	0,0001
	6	0,9999	0,9961	0,9857	0,9614	0,8418	0,6128	0,3348	0,1178	0,0194	0,0005
	7	1,0000	0,9994	0,9972	0,9905	0,9427	0,8062	0,5618	0,2763	0,0726	0,0043
	8		0,9999	0,9996	0,9983	0,9847	0,9270	0,7747	0,5075	0,2054	0,0256
	9		1,0000	1,0000	0,9998	0,9972	0,9807	0,9166	0,7472	0,4417	0,1109
	10				1,0000	0,9997	0,9968	0,9804	0,9150	0,7251	0,3410
	11					1,0000	0,9998	0,9978	0,9862	0,9313	0,7176
	12						1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
13	0	0,2542	0,0550	0,0238	0,0097	0,0013	0,0001	0,0000			
	1	0,6213	0,2336	0,1267	0,0637	0,0126	0,0017	0,0001	0,0000		
	2	0,8661	0,5017	0,3326	0,2025	0,0579	0,0112	0,0013	0,0001		
	3	0,9658	0,7473	0,5843	0,4206	0,1686	0,0461	0,0078	0,0007	0,0000	
	4	0,9935	0,9009	0,7940	0,6543	0,3530	0,1334	0,0321	0,0040	0,0002	
	5	0,9991	0,9700	0,9198	0,8346	0,5744	0,2905	0,0977	0,0182	0,0012	0,0000
	6	0,9999	0,9930	0,9757	0,9376	0,7712	0,5000	0,2288	0,0624	0,0070	0,0001
	7	1,0000	0,9980	0,9944	0,9818	0,9023	0,7095	0,4256	0,1654	0,0300	0,0009
	8		0,9998	0,9990	0,9960	0,9679	0,8666	0,6470	0,3457	0,0991	0,0065
	9		1,0000	0,9999	0,9993	0,9922	0,9539	0,8314	0,5794	0,2527	0,0342
	10			1,0000	0,9999	0,9987	0,9888	0,9421	0,7975	0,4983	0,1339
	11				1,0000	0,9999	0,9983	0,9874	0,9363	0,7664	0,3787
	12					1,0000	0,9999	0,9987	0,9903	0,9450	0,7458
	13						1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
14	0	0,2288	0,0440	0,0178	0,0068	0,0008	0,0001	0,0000			
	1	0,5846	0,1979	0,1010	0,0475	0,0081	0,0009	0,0001			
	2	0,8416	0,4481	0,2811	0,1608	0,0398	0,0065	0,0006	0,0000		
	3	0,9559	0,6982	0,5213	0,3552	0,1243	0,0287	0,0039	0,0002		
	4	0,9908	0,8702	0,7415	0,5842	0,2793	0,0898	0,0175	0,0017	0,0000	
	5	0,9985	0,9561	0,8883	0,7805	0,4859	0,2120	0,0583	0,0083	0,0004	
	6	0,9998	0,9884	0,9617	0,9067	0,6925	0,3953	0,1501	0,0315	0,0024	0,0000
	7	1,0000	0,9976	0,9897	0,9685	0,8499	0,6047	0,3075	0,0933	0,0116	0,0002
	8		0,9996	0,9978	0,9917	0,9417	0,7880	0,5141	0,2195	0,0439	0,0015
	9		1,0000	0,9997	0,9983	0,9825	0,9102	0,7207	0,4158	0,1298	0,0092
	10			1,0000	0,9998	0,9961	0,9713	0,8757	0,6448	0,3018	0,0441
	11				1,0000	0,9994	0,9935	0,9602	0,8392	0,5519	0,1584
	12					0,9999	0,9991	0,9919	0,9525	0,8021	0,4154
	13					1,0000	0,9999	0,9992	0,9932	0,9560	0,7712
	14						1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabel (lanjutan) Jumlah peluang binomial $\sum_{x=0}^{r} b(x;\ n,\ p)$

n	r	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
		p									
15	0	0,2059	0,0352	0,0134	0,0047	0,0005	0,0000				
	1	0,5490	0,1671	0,0802	0,0353	0,0052	0,0005	0,0000			
	2	0,8159	0,3980	0,2361	0,1268	0,0271	0,0037	0,0003	0,0000		
	3	0,9444	0,6482	0,4613	0,2969	0,0905	0,0176	0,0019	0,0001		
	4	0,9873	0,8358	0,6865	0,5155	0,2173	0,0592	0,0094	0,0007	0,0000	
	5	0,9978	0,9389	0,8516	0,7216	0,4032	0,1509	0,0338	0,0037	0,0001	
	6	0,9997	0,9819	0,9434	0,8689	0,6098	0,3036	0,0951	0,0152	0,0008	
	7	1,0000	0,9958	0,9827	0,9500	0,7869	0,5000	0,2131	0,0500	0,0042	0,0000
	8		0,9992	0,9958	0,9848	0,9050	0,6964	0,3902	0,1311	0,0181	0,0003
	9		0,9999	0,9992	0,9963	0,9662	0,8491	0,5968	0,2784	0,0611	0,0023
	10		1,0000	0,9999	0,9993	0,9907	0,9408	0,7827	0,4845	0,1642	0,0127
	11			1,0000	0,9999	0,9981	0,9824	0,9095	0,7031	0,3518	0,0556
	12				1,0000	0,9997	0,9963	0,9729	0,8732	0,6020	0,1841
	13					1,0000	0,9995	0,9948	0,9647	0,8329	0,4510
	14						1,0000	0,9995	0,9953	0,9648	0,7941
	15							1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
16	0	0,1853	0,0281	0,0100	0,0033	0,0003	0,0000				
	1	0,5147	0,1407	0,0635	0,0261	0,0033	0,0003	0,0000			
	2	0,7892	0,3518	0,1971	0,0994	0,0183	0,0021	0,0001			
	3	0,9316	0,5981	0,4050	0,2459	0,0651	0,0106	0,0009	0,0000		
	4	0,9830	0,7982	0,6302	0,4459	0,1666	0,0384	0,0049	0,0003		
	5	0,9967	0,9183	0,8103	0,6598	0,3288	0,1051	0,0191	0,0016	0,0000	
	6	0,9995	0,9733	0,9204	0,8247	0,5272	0,2272	0,0583	0,0071	0,0002	
	7	0,9999	0,9930	0,9729	0,9256	0,7161	0,4018	0,1423	0,0257	0,0015	0,0000
	8	1,0000	0,9985	0,9925	0,9743	0,8577	0,5982	0,2839	0,0744	0,0070	0,0001
	9		0,9998	0,9984	0,9929	0,9417	0,7728	0,4728	0,1753	0,0267	0,0005
	10		1,0000	0,9997	0,9984	0,9809	0,8949	0,6712	0,3402	0,0817	0,0033
	11			1,0000	0,9997	0,9951	0,9616	0,8334	0,5501	0,2018	0,0170
	12				1,0000	0,9991	0,9894	0,9349	0,7541	0,4019	0,0684
	13					0,9999	0,9979	0,9817	0,9006	0,6482	0,2108
	14					1,0000	0,9997	0,9967	0,9739	0,8593	0,4853
	15						1,0000	0,9997	0,9967	0,9719	0,8147
	16							1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabel **Jumlah peluang binomial** $\sum_{x=0}^{r} b(x;\ n,\ p)$

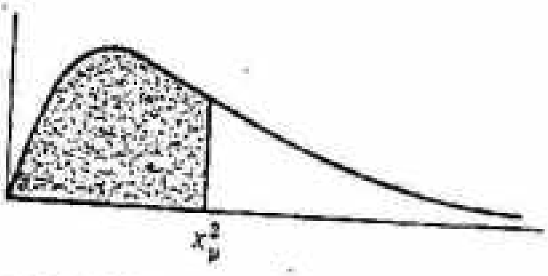
(lanjutan)

n	r	p 0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
17	0	0,1668	0,0225	0,0075	0,0023	0,0002	0,0000				
	1	0,4818	0,1182	0,0501	0,0193	0,0021	0,0001	0,0000			
	2	0,7618	0,3096	0,1637	0,0774	0,0123	0,0012	0,0001			
	3	0,9174	0,5489	0,3530	0,2019	0,0464	0,0064	0,0005	0,0000		
	4	0,9779	0,7582	0,5739	0,3887	0,1260	0,0245	0,0025	0,0001		
	5	0,9953	0,8943	0,7653	0,5968	0,2639	0,0717	0,0106	0,0007	0,0000	
	6	0,9992	0,9623	0,8929	0,7752	0,4478	0,1662	0,0348	0,0032	0,0001	
	7	0,9999	0,9891	0,9598	0,8954	0,6405	0,3145	0,0919	0,0127	0,0005	
	8	1,0000	0,9974	0,9876	0,9597	0,8011	0,5000	0,1989	0,0403	0,0026	0,0000
	9		0,9995	0,9969	0,9873	0,9081	0,6855	0,3595	0,1046	0,0109	0,0001
	10		0,9999	0,9994	0,9968	0,9652	0,8338	0,5522	0,2248	0,0377	0,0008
	11		1,0000	0,9999	0,9993	0,9894	0,9283	0,7361	0,4032	0,1057	0,0047
	12			1,0000	0,9999	0,9975	0,9755	0,8740	0,6113	0,2418	0,0221
	13				1,0000	0,9995	0,9936	0,9536	0,7981	0,4511	0,0826
	14					0,9999	0,9988	0,9877	0,9226	0,6904	0,2382
	15					1,0000	0,9999	0,9979	0,9807	0,8818	0,5182
	16						1,0000	0,9998	0,9977	0,9775	0,8332
	17							1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
18	0		0,0180	0,0056	0,0016	0,0001	0,0000				
	1		0,0991	0,0395	0,0142	0,0013	0,0001				
	2	0,1501	0,2713	0,1353	0,0600	0,0082	0,0007	0,0000			
	3	0,4503	0,5010	0,3057	0,1646	0,0328	0,0038	0,0002			
	4	0,7338	0,7164	0,5787	0,3327	0,0942	0,0154	0,0013	0,0000		
	5	0,9018	0,8671	0,7175	0,5344	0,2088	0,0481	0,0058	0,0003		
	6	0,9718	0,9487	0,8610	0,7217	0,3743	0,1189	0,0203	0,0014	0,0000	
	7	0,9936	0,9837	0,9431	0,8593	0,5634	0,2403	0,0576	0,0061	0,0002	
	8	0,9988	0,9957	0,9807	0,9404	0,7368	0,4073	0,1347	0,0210	0,0009	
	9	0,9998	0,9991	0,9946	0,9790	0,8653	0,5927	0,2632	0,0596	0,0043	0,0000
	10	1,0000	0,9998	0,9988	0,9939	0,9424	0,7597	0,4366	0,1407	0,0163	0,0002
	11		1,0000	0,9998	0,9986	0,9797	0,8811	0,6257	0,2783	0,0513	0,0012
	12			1,0000	0,9997	0,9942	0,9519	0,7912	0,4656	0,1329	0,0064
	13				1,0000	0,9987	0,9846	0,9058	0,6673	0,2836	0,0282
	14					0,9998	0,9962	0,9672	0,8354	0,4990	0,0982
	15					1,0000	0,9993	0,9918	0,9400	0,7287	0,2662
	16						0,9999	0,9987	0,9858	0,9009	0,5497
	17						1,0000	0,9999	0,9984	0,9820	0,8499
	18							1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabel (lanjutan) Jumlah peluang binomial $\sum_{x=0}^{r} b(x;\ n,\ p)$

n	r	p = 0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
19	0	0,1351	0,0144	0,0042	0,0011	0,0001					
	1	0,4203	0,0829	0,0310	0,0104	0,0008	0,0000				
	2	0,7054	0,2369	0,1113	0,0462	0,0055	0,0004	0,0000			
	3	0,8850	0,4551	0,2631	0,1332	0,0230	0,0022	0,0001			
	4	0,9648	0,6733	0,4654	0,2822	0,0696	0,0096	0,0006	0,0000		
	5	0,9914	0,8369	0,6678	0,4739	0,1629	0,0318	0,0031	0,0001		
	6	0,9983	0,9324	0,8251	0,6655	0,3081	0,0835	0,0116	0,0006		
	7	0,9997	0,9767	0,9225	0,8180	0,4878	0,1796	0,0352	0,0028	0,0000	
	8	1,0000	0,9933	0,9713	0,9161	0,6675	0,3238	0,0885	0,0105	0,0003	
	9		0,9984	0,9911	0,9674	0,8139	0,5000	0,1861	0,0326	0,0016	
	10		0,9997	0,9977	0,9895	0,9115	0,6762	0,3325	0,0839	0,0067	0,0000
	11		0,9999	0,9995	0,9972	0,9648	0,8204	0,5122	0,1820	0,0233	0,0003
	12		1,0000	0,9999	0,9994	0,9884	0,9165	0,6919	0,3345	0,0676	0,0017
	13			1,0000	0,9999	0,9969	0,9682	0,8371	0,5261	0,1631	0,0086
	14				1,0000	0,9994	0,9904	0,9304	0,7178	0,3267	0,0352
	15					0,9999	0,9978	0,9770	0,8668	0,5449	0,1150
	16					1,0000	0,9996	0,9945	0,9538	0,7631	0,2946
	17						1,0000	0,9992	0,9896	0,9171	0,5797
	18							0,9999	0,9989	0,9856	0,8649
	19							1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
20	0	0,1216	0,0115	0,0032	0,0008	0,0000					
	1	0,3917	0,0692	0,0243	0,0076	0,0005	0,0000				
	2	0,6769	0,2061	0,0913	0,0355	0,0036	0,0002	0,0000			
	3	0,8670	0,4114	0,2252	0,1071	0,0160	0,0013	0,0001			
	4	0,9568	0,6296	0,4148	0,2375	0,0510	0,0059	0,0003			
	5	0,9887	0,8042	0,6172	0,4164	0,1256	0,0207	0,0016	0,0000		
	6	0,9976	0,9133	0,7858	0,6080	0,2500	0,0577	0,0065	0,0003		
	7	0,9996	0,9679	0,8982	0,7723	0,4159	0,1316	0,0210	0,0013	0,0000	
	8	0,9999	0,9900	0,9591	0,8867	0,5956	0,2517	0,0565	0,0051	0,0001	
	9	1,0000	0,9974	0,9861	0,9520	0,7553	0,4119	0,1275	0,0171	0,0006	
	10		0,9994	0,9961	0,9829	0,8725	0,5881	0,2447	0,0480	0,0026	0,0000
	11		0,9999	0,9991	0,9949	0,9435	0,7483	0,4044	0,1133	0,0100	0,0001
	12		1,0000	0,9998	0,9987	0,9790	0,8684	0,5841	0,2277	0,0321	0,0004
	13			1,0000	0,9997	0,9935	0,9423	0,7500	0,3920	0,0867	0,0024
	14				1,0000	0,8984	0,9793	0,8744	0,5836	0,1958	0,0113
	15					0,9997	0,9941	0,9490	0,7625	0,3704	0,0432
	16					1,0000	0,9987	0,9840	0,8929	0,5886	0,1330
	17						0,9998	0,9964	0,9645	0,7939	0,3231
	18						1,0000	0,9995	0,9924	0,9308	0,6083
	19							1,0000	0,9992	0,9885	0,8784
	20								1,0000	1,0000	1,0000

Nilai Persentil
Untuk Distribusi χ^2
ν = dk
(Bilangan Dalam Badan Daftar
Menyatakan χ_p^2)



ν	$\chi^2_{0,995}$	$\chi^2_{0,99}$	$\chi^2_{0,975}$	$\chi^2_{0,95}$	$\chi^2_{0,90}$	$\chi^2_{0,75}$	$\chi^2_{0,50}$	$\chi^2_{0,25}$	$\chi^2_{0,10}$	$\chi^2_{0,05}$	$\chi^2_{0,025}$	$\chi^2_{0,01}$	$\chi^2_{0,005}$
1	7,88	6,63	5,02	3,84	2,71	1,32	0,455	0,102	0,016	0,004	0,001	0,0002	0,000
2	10,6	9,21	7,38	5,99	4,61	2,77	1,39	0,575	0,211	0,103	0,051	0,0201	0,010
3	12,8	11,3	9,35	7,81	6,25	4,11	2,37	1,21	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072
4	14,9	13,3	11,1	9,49	7,78	5,39	3,36	1,92	1,06	0,711	0,484	0,297	0,207
5	16,7	15,1	12,8	11,1	9,24	6,63	4,35	2,67	1,61	1,15	0,831	0,554	0,412
6	18,5	16,8	14,4	12,6	10,6	7,84	5,35	3,45	2,20	1,64	1,24	0,872	0,676
7	20,3	18,5	16,0	14,1	12,0	9,04	6,35	4,25	2,83	2,17	1,69	1,24	0,989
8	22,0	20,1	17,5	15,5	13,4	10,2	7,34	5,07	3,49	2,73	2,18	1,65	1,34
9	23,6	21,7	19,0	16,9	14,7	11,4	8,34	5,90	4,17	3,33	2,70	2,09	1,73
10	25,2	23,2	20,5	18,3	16,0	12,5	9,34	6,74	4,87	3,94	3,25	2,56	2,16
11	26,8	24,7	21,9	19,7	17,3	13,7	10,3	7,58	5,58	4,57	3,82	3,05	2,60
12	28,3	26,2	23,3	21,0	18,5	14,8	11,3	8,44	6,30	5,23	4,40	3,57	3,07
13	29,8	27,7	24,7	22,4	19,8	16,0	12,3	9,30	7,04	5,89	5,01	4,11	3,57
14	31,3	29,1	26,1	23,7	21,1	17,1	13,3	10,2	7,79	6,57	5,63	4,66	4,07
15	32,8	30,6	27,5	25,0	22,3	18,2	14,3	11,0	8,55	7,26	6,26	5,23	4,60
16	34,3	32,0	28,8	26,3	23,5	19,4	15,3	11,9	9,31	7,96	6,91	5,81	5,14
17	35,7	33,4	30,2	27,6	24,8	20,5	16,3	12,8	10,1	8,67	7,56	6,41	5,70
18	37,2	34,8	31,5	28,9	26,0	21,6	17,3	13,7	10,9	9,39	8,23	7,01	6,26
19	38,6	36,2	32,9	30,1	27,2	22,7	18,3	14,6	11,7	10,1	8,91	7,63	6,84
20	40,0	37,6	34,2	31,4	28,4	23,8	19,3	15,5	12,4	10,9	9,59	8,26	7,43
21	41,4	38,9	35,5	32,7	29,6	24,9	20,3	16,3	13,2	11,6	10,3	8,90	8,03
22	42,8	40,3	36,8	33,9	30,8	26,0	21,3	17,2	14,0	12,3	11,0	9,54	8,64
23	44,2	41,6	38,1	35,2	32,0	27,1	22,3	18,1	14,8	13,1	11,7	10,2	9,26
24	45,6	43,0	39,4	36,4	33,2	28,2	23,3	19,0	15,7	13,8	12,4	10,9	9,89
25	46,9	44,3	40,6	37,7	34,4	29,3	24,3	19,9	16,5	14,6	13,1	11,5	10,5
26	48,3	45,6	41,9	38,9	35,6	30,4	25,3	20,8	17,3	15,4	13,8	12,2	11,2
27	49,6	47,0	43,2	40,1	36,7	31,5	26,3	21,7	18,1	16,2	14,6	12,9	11,8
28	51,0	48,3	44,5	41,3	37,9	32,6	27,3	22,7	18,9	16,9	15,3	13,6	12,5
29	52,3	49,6	45,7	42,6	39,1	33,7	28,3	23,6	19,8	17,7	16,0	14,3	13,1
30	53,7	50,9	47,0	43,8	40,3	34,8	29,3	24,5	20,6	18,5	16,8	15,0	13,8
40	66,8	63,7	59,3	55,8	51,8	45,6	39,3	33,7	29,1	26,5	24,4	22,2	20,7
50	79,5	76,2	71,4	67,5	63,2	56,3	49,3	42,9	37,7	34,8	32,4	29,7	28,0
60	92,0	88,4	83,3	79,1	74,4	67,0	59,3	52,3	46,5	43,2	40,5	37,5	35,5
70	104,2	100,4	95,0	90,5	85,5	77,6	69,3	61,7	55,3	51,7	48,8	45,4	43,3
80	116,3	112,3	106,6	101,9	96,6	88,1	79,3	71,1	64,3	60,4	57,2	53,5	51,2
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,6	89,3	80,6	73,3	69,1	65,6	61,8	59,2
100	140,2	135,8	129,6	124,3	118,5	109,1	99,3	90,1	82,4	77,9	74,2	70,1	67,3