**SEMINAR PENELITIAN**

# OPTIMALISASI PERENCANAAN PRODUKSI CV. AMANDA MAKASSAR SEBELUM COVID-19 DAN PADA MASA COVID-19 MENGGUNAKAN MODEL PROGRAM LINEAR TUJUAN GANDA


**ASTRI**

**H022 191 001**

**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA**
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS HASANUDDIN**
**MAKASSAR**


**2020**

**TESIS**

**OPTIMALISASI PERENCANAAN PRODUKSI CV. AMANDA MAKASSAR SEBELUM COVID-19 DAN PADA MASA COVID-19 MENGGUNAKAN MODEL PROGRAM LINEAR TUJUAN GANDA**

Disusun dan diajukan oleh

**ASTRI**

**Nomor Pokok H022191001**

Telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Tesis

Pada tanggal 1 Desember 2020

dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Menyetujui

Komisi Penasehat,

| | |
|---|---|
| **Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti, M. S.** | **Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc.** |
| **Ketua** | **Anggota** |

| | |
|---|---|
| Ketua Program Studi<br>Magister Matematika, | Dekan Fakultas MIPA<br>Universitas Hasanuddin, |
| **Dr. Muhammad Zakir, M.Si.** | **Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.** |

## LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Astri

Nomor Mahasiswa :H022191001

Program Studi :Matematika

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa tesis yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan tulisan atau pemikiran orang lain. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan tesis ini hasil karya orang lain, saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 01 Desember 2020

Yang menyatakan

METERAI TEMPEL

6000

Astri

# KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillahirabbil'alamin. Puji syukur kita panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala nikmat, hidayah dan inayah-Nya sehingga ujian demi ujian dapat dilalui sebagai semangat baru yang menggerakkan potensi diri untuk bangkit dan menjadi insan yang lebih tangguh dalam menghadapi ujian kehidupan. Shalawat dan salam teruntuk Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi kita dalam menjalani kehidupan di dunia dan akhirat.

Tesis ini merupakan salah satu syarat untuk mendapatkan gelar Magister Sains pada Program Studi Matematika Terapan, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Dalam penulisan Tesis ini, ada kemenangan yang diperjuangkan, ada rahasia yang digali dan ada hikmah yang dipetik dari berbagai ujian yang terjadi. Singkatnya ada proses yang begitu panjang dan pengorbanan yang tidak sedikit serta dukungan dan bantuan dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung.

Tesis ini saya persembahkan untuk Ayahanda dan Ibunda tercinta **Aksan** dan **Rahmatia** yang telah membesarkan dan mendidik penulis dengan penuh kesabaran dan dengan limpahan cinta dan kasih sayang serta dengan ketulusan hati memberikan dukungan dan doa yang tak ternilai harganya demi keberhasilan penulis selama menjalani proses pendidikan. Begitu pula kepada kakakku tercinta **Aswar Aksan S.Pi, Anwar Aksan S.Pd**, dan **Indrillah R sulila S.Pd** serta adikku tercinta **Abdillah Aksan**, yang telah memberi semangat dan dukungan pada penulis.

Pada kesempatan ini penulis dengan tulus dan penuh kerendahan hati menghaturkan ucapan terima kasih yang tiada terhingga kepada :

1. Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti, MS. selaku pembimbing utama yang telah meluangkan waktunya dengan penuh kesabaran dan kesungguhan memberikan

bimbingan kepada penulis sehingga berbagai kesulitan yang dihadapi dapat teratasi dan akhirnya dapat menyelesaikan tesis ini.

2. Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc. selaku pembimbing kedua yang telah meluangkan waktunya untuk senantiasa memberi bimbingan, saran, dan arahannya dalam menyelesaikan tesis ini.
3. Bapak Prof. Dr. Jeffry Kusuma, Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc., dan Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc. selaku penguji yang telah banyak memberikan masukan dalam penyempurnaan tulisan ini.
4. Dr. Muhammad Zakir, M.Si. selaku Ketua Program Studi Magister Matematika yang senantiasa memberi bimbingan dan semangat dalam menyelesaikan tesis ini.
5. Rektor Univesitas Hasanuddin dan Direktur Program Pascasarjana beserta seluruh staf yang telah memberikan layanan administrasi baik selama penulis menempuh pendidikan di Universitas Hasanuddin.
6. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya, seluruh dosen dan staf administrasi pada Program Studi S2 Matematika Program Pascasarjana Universitas Hasanuddin yang telah memberikan layanan akademik maupun layanan administrasi selama penulis menempuh pendidikan.
7. Sahabat Wanita Strong, Ade, Ria, Isma, Awalia, Eva, Rizny, dan Ica yang telah menemani penulis selama kurang lebih 3 tahun yang selalu meluangkan waktu, memberikan dukungan, dan tempat barbagi keluh kesah penulis. Terima kasih atas semangat dan motivasinya dan mudah-mudahan kedepannya kita dapat meraih semua impian dan harapan masing-masing, amin.
8. Teman-teman angkatan 2019 yaitu Fitri, Kak Noni, Kak Ica, Kak Syam, Kak Nita, Kak Nola, Ade, kak Amira, kak Pute, dan kak Utari yang selalu membantu, menyemangati, dan juga tempat bertukar curahan isi hati dalam menyelesaikan tesis ini.
9. Semua pihak yang telah membatu penulis dan tidak dapat dituliskan satu persatu.

Semoga segala bantan dan partisipasinya bernilai ibadah dan mendapat pahala yang setimpal di sisi Allah SWT. Akhir kata, semoga tulisan ini dapat memberikan manfaat kepada semua pihak yang membutuhkan dan terutama bagi penulis. Amin yaa Rabbal Alamin.

Makassar, 23 November 2020

Astri

**Abstrak**

Penelitian tentang penggunaan model program linear tujuan ganda tanpa prioritas sasaran dan model program linear tujuan ganda dengan prioritas sasaran disertai bobot untuk menyelesaikan multi tujuan dengan mengambil kasus optimalisasi perencanaan produksi pada CV. Amanda Makassar sebelum Covid-19 dan pada masa Covid-19. Dalam penelitian dirumuskan empat tujuan, yaitu (i) pemenuhan jumlah permintaan pasar, (ii) memaksimalkan pendapatan, (iii) meminimalkan biaya produksi, dan (iv) memaksimalkan jam kerja. Selanjutnya dengan menggunakan software LINGO diperoleh hasil penelitian, pendapatan maksimal perusahaan sebelum Covid-19 dengan model program linear tujuan ganda tanpa prioritas sasaran sebesar Rp.1.257.204.000,- dan biaya produksi minimal yang harus dikeluarkan perusahaan mencapai Rp.990.096.500,-. Sedangkan pendapatan maksimal yang diperoleh untuk model program linear tujuan ganda dengan prioritas sasaran disertai bobot sebesar Rp.7.786.920.000,- dan biaya produksi minimal yang harus dikeluarkan perusahaan sebesar Rp.6.079.949.000,-. Pada masa Covid-19 pendapatan maksimal yang diperoleh perusahaan dengan model program linear tujuan ganda tanpa prioritas sasaran sebesar Rp.628.992.000,- dan biaya produksi minimal yang harus dikeluarkan perusahaan sebesar Rp.495.355.400,-. Sedangkan untuk model program linear tujuan ganda dengan prioritas sasaran disertai bobot pendapatan maksimal sebesar Rp.4.299.480.000,- dan biaya produksi minimal sebesar Rp.3.394.366.000,-. Hasil penelitian menunjukkan bahwa optimasi menggunakan model program linear tujuan ganda dengan prioritas sasaran disertai bobot memberikan produksi yang optimal dengan memberikan kenaikan keuntungan sebelum Covid-19 sebanyak 49,93 % atau sebesar Rp.568.495.300,- dan pada masa Covid-19 sebanyak 47,75 % atau sebesar Rp.292.502.750,- yang berakibat pada lebih besarnya keuntungan dibanding dengan proses (optimalisasi) yang dilakukan perusahaan selama ini, yaitu hanya berdasarkan jumlah permintaan.

**Kata Kunci:** Program linear tujuan ganda, Optimasi, LINGO.

## Abstract

*Research about the use of multiple-goal linear programming models without target priority and multiple-goal linear programming models with target priority accompanied by quality to complete multi-objectives by taking the case of optimization of production planning at CV. Amanda Makassar before Covid-19 and during the Covid-19 period. In this research, four goals are formulated, namely (i) fulfilling the total market demand, (ii) maximizing income, (iii) minimizing production costs, and (iv) maximizing working hours. Furthermore, by using the LINGO software, the research results obtained, the maximum revenue of the company before Covid-19 with a multiple-goal linear program model without target priority is Rp.1.257.204.000,-  and the minimum production costs that the company must spend is Rp.990.096.50,-0. Meanwhile, the maximum revenue obtained for the multiple-goal linear program model with target priority is accompanied by a quality is Rp.7.786.920.000,-  and the minimum production cost that the company must incur is Rp.6.079.949.000,-. During the Covid-19 period, the maximum revenue obtained by the company with a multiple-goal linear program model without a priority target was Rp.628.992.000,-  and the minimum production costs that the company had to pay was Rp.495.355.40,-0. Meanwhile, for the linear program model with multiple objectives with target priority accompanied by a maximum income is Rp. 4.299.480.000,-  and a minimum production cost of Rp.3.394.366.000,-. The results showed that optimization using a multiple-goal linear program model with target priority with quality gives optimal production by giving an increase in profits before Covid-19 as much as 49,93% or Rp.568.495.300,-  and during the Covid-19 period as many as 47 ,75% or as much as Rp.292.502.750,- which resulted in greater profits than the process (optimization) that has been done  by the company so far, which is only based on the number of requests.*

.

***Keywords:*** *Multiple purpose linear program, Optimization, LINGO.*

# DAFTAR ISI

# DAFTAR TABEL

# DAFTAR GAMBAR

# DAFTAR LAMPIRAN

# BAB I
# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Optimasi adalah suatu pendekatan normatif untuk mengidentifikasikan penyelesaian terbaik dalam pengambilan keputusan dari suatu permasalahan. Penyelesaian permasalahan dalam optimasi ditujukan untuk memperoleh titik maksimal atau titik minimal dari fungsi yang dioptimalkan. Seperti permasalahan suatu perusahaan dalam menentukan jumlah produksi agar keuntungan maksimal dan biaya minimal dapat diperoleh (Harjiyanto, 2014).

Dalam proses produksi setiap perusahaan pasti dihadapkan pada persoalan mengoptimalkan lebih dari satu tujuan. Tujuan-tujuan dari persoalan produksi tersebut ada yang saling berkaitan dan ada juga yang saling bertentangan dimana ketika tujuan yang satu dioptimalkan akan mengakibatkan kerugian pada tujuan yang lainnya. Dalam hal ini penting untuk melakukan perencanaan yang cukup matang serta diperlukan metode penyelesaian yang bisa merangkum tujuan-tujuan tersebut sehingga diperoleh kombinasi solusi yang optimal dari faktor-faktor yang tidak bersesuaian (Damanik, 2013).

Salah satu metode yang tepat untuk menyelesaikan persoalan tersebut adalah metode Program Linear Tujuan Ganda. Program Linear Tujuan Ganda adalah salah satu model yang dipandang sesuai digunakan untuk pemecahan masalah multi tujuan. Model Program Linear Tujuan Ganda yang sering disebut juga Model *Goal Programming* merupakan perluasan dari *Program Linier*. Secara umum *Goal Programming* ini digunakan untuk menyelesaikan persoalan yang memiliki tujuan ganda (atau lebih dari satu tujuan).

Penelitian mengenai aplikasi model Program Linear Tujuan Ganda untuk penyelesaian masalah optimasi sudah banyak dilakukan. Diantaranya digunakan untuk pemodelan perencanaan produksi. Seperti yang dilakukan (Adeyeye & Charles-Owaba, 2008) yang dalam penelitiannya memiliki 2 *Goal* yang ingin dicapai yaitu meminimalkan biaya produksi dan memaksimalkan kapasitas produksi. Pada penelitan tersebut menggunakan model pre-emptive Program Linear Tujuan Ganda dengan dua struktur prioritas yang berbeda. Selanjutnya (Anggraeni dkk., 2018) yang dalam penelitiannya memiliki 3 *Goal* yang ingin dicapai yaitu memaksimalkan pendapatan, meminimalkan biaya produksi, dan memaksimalkan penggunaan mesin. Penelitian tersebut menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda dengan prioritas disertai bobot.

(Dhoruri, 2013) dalam penelitiannya menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda untuk memecahkan masalah perutean kendaraan dengan 4 *Goal* yang ingin dicapai yaitu memaksimalkan pemanfaatan kapasitas kendaraan, meminimalkan total waktu tunggu, meminimalkan total biaya untuk melayani pelanggan, dan memaksimalkan jumlah pelanggan yang dilayani. Pada penelitian tersebut menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda dengan prioritas disertai bobot.

Berbeda dengan (Halim dkk., 2015) yang dalam penelitiannya menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda untuk perencanaan manajemen laporan keuangan suatu Bank. Pada penelitiannya, ada enam *Goal* yang ingin dicapai yaitu, memaksimalkan total aset, meminimalkan hutang, memaksimalkan kekayaan ekuitas, memaksimalkan total pendapatan, memaksimalkan keuntungan, dan memaksimalkan proporsi nilai barang pada laporan keuangan. Penelitian tersebut menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda dengan prioritas disertai bobot. Kemudian (Hapsari & Rosyidi, 2018) melakukan penelitian menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda dengan prioritas. Pada penelitian tersebut melibatkan 5 *Goal* yang ingin dicapai yaitu, memaksimalkan volume produksi, meminimalkan biaya bahan baku, meminimalkan pemeliharaan biaya, memaksimalkan pendapatan penjualan dan memaksimalkan kapasitas produksi.

Kemudian (Astri, 2019) pada penelitian sebelumnya menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda tanpa prioritas. Penelitian tersebut memiliki 14 variabel keputusan dengan 4 *Goal* yang ingin dicapai yaitu, menentukan jumlah produksi yang sesuai dengan permintaan, memaksimalkan pendapatan, meminimalkan biaya produksi dan memaksimalkan jam kerja mesin. Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, menghasilkan model Program Linear Tujuan Ganda dengan fungsi tujuan yaitu: $Min\,Z = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 + \eta_5 + \eta_6 + \eta_7 + \eta_8 + \eta_9 + \eta_{10} + \eta_{11} + \eta_{12} + \eta_{13} + \eta_{14} + \eta_{15} + \rho_{16} + \eta_{17} + \rho_{17}$. Kemudian, Jumlah produk optimal CV. Amanda Makassar adalah memproduksi Brownies Kukus Original sebanyak 864.000 kemasan, Brownies Kukus Cheese Cream sebanyak 31.448 kemasan, Brownies Kukus Serikaya Pandan sebanyak 290.400 kemasan, Brownies Kukus Banana Cheese, Brownies Kukus Pink Marble, Brownies Cappucino Marble dan Brownies Bakar sebanyak 43560 kemasan. Adapun untuk Brownies Kukus Blueberry sebanyak 36.300 kemasan, Brownies Kukus Choco Marble sebanyak 87.120 kemasan, Brownies Kering sebanyak 8.712 kemasan, Bolu Pandan sebanyak 217.800 kemasan, Pisang Bolen Coklat sebanyak 21.780 kemasan, Pisang Bolen Keju sebanyak 17.424 kemasan, dan Pisang Bolen Nanas sebanyak 14.520 kemasan dalam setahun. Jika perusahaan membuat produk sesuai dengan solusi optimal Program Linear Tujuan Ganda, maka keuntungan yang diperoleh perusahaan akan lebih besar dibandingkan hanya berdasarkan jumlah permintaan. Yaitu diperoleh keuntungan sebesar Rp.8.380.992.000,-.

Selanjutnya, pada penelitian ini akan dilanjutkan dari penelitian sebelumnya dengan menambahkan variabel keputusan dan menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda tanpa prioritas dan model Program Linear Tujuan Ganda dengan Prioritas disertai bobot untuk mengoptimalkan perencanaan produksi (CV. Amanda Makassar) yang dituangkan dalam tugas akhir dengan judul:

**“Optimalisasi Perencanaan Produksi CV. Amanda Makassar Sebelum Covid-19 dan pada Masa Covid-19 Menggunakan Model Program Linear Tujuan Ganda”**

## 1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini, yaitu:

1. Bagaimana model Program Linear Tujuan Ganda untuk perencanaan produksi (CV. Amanda Makassar)?
2. Bagaimana perbandingan hasil output dari model Program Linear Tujuan Ganda tanpa prioritas dan model Program Linear Tujuan Ganda dengan Prioritas disertai bobot?
3. Bagaimana analisis sensitivitas dari model Program Linear Tujuan Ganda tanpa prioritas dan model Program Linear Tujuan Ganda dengan Prioritas disertai bobot?
4. Bagaimana solusi optimal perencanaan produksi (CV. Amanda Makassar)?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian dalam tugas akhir ini adalah:

1. Mengetahui perencanaan produksi (CV. Amanda Makassar) dengan menggunakan model Tujuan Ganda.
2. Mengetahui perbandingan hasil output perencanaan produksi dari model Program Linear Tujuan Ganda tanpa prioritas dan model Program Linear Tujuan Ganda dengan prioritas disertai bobot.
3. Mengetahui analisis sensitivitas dari model Program Linear Tujuan Ganda tanpa prioritas dan model Program Linear Tujuan Ganda dengan prioritas disertai bobot.
4. Memberikan solusi optimal untuk perencanaan produksi (CV. Amanda Makassar).

## 1.4 Batasan Masalah

Penelitian dilakukan pada CV. Amanda Makassar dengan mengoptimalisasi produksi yang dihasilkan menggunakan model Program Linear Tujuan Ganda tanpa prioritas dan model Program Linear Tujuan Ganda dengan prioritas disertai bobot. Untuk perhitungan hasil optimal, digunakan software LINGO.

Tujuan (*goal*) yang ingin dicapai ada empat, yaitu:

1. Menentukan jumlah produksi yang sesuai dengan permintaan
2. Memaksimalkan pendapatan
3. Meminimalkan biaya produksi dan
4. Memaksimalkan jam kerja mesin.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat berupa gambaran pengetahuan tentang Model Program Linear Tujuan Ganda dalam menentukan perencanaan produksi yang optimal bagi perusahaan. Hasil penelitian ini diharapkan dapat dijadikan referensi dalam perencaan produksi perusahaan CV.Amanda Makassar.

# BAB II
# TINJAUAN PUSTAKA

## 2.1 Optimasi

Optimasi adalah suatu pendekatan normatif untuk mengidentifikasikan penyelesaian terbaik dalam pengambilan keputusan dari suatu permasalahan. Penyelesaian permasalahan dalam optimasi ditujukan untuk memperoleh titik maksimal atau titik minimal dari fungsi yang dioptimalkan. Seperti permasalahan suatu perusahaan dalam menentukan jumlah produksi agar keuntungan maksimal dan biaya minimal dapat diperoleh (Harjiyanto, 2014).

Dalam optimasi, suatu permasalahan akan diselesaikan untuk mendapatkan hasil yang optimal sesuai dengan batasan yang diberikan. Jika permasalahan diformulasikan secara tepat, maka dapat memberikan nilai peubah keputusan yang optimal. Setelah solusi optimal diperoleh, permasalahan sering dievaluasi kembali pada kondisi yang berbeda untuk memperoleh penyelesaian yang baru. Selanjutnya tujuan dari optimasi adalah untuk meminimalkan usaha yang diperlukan atau biaya operasional dan memaksimalkan hasil yang ingin diperoleh. Jika hasil yang diiginkan dapat dinyatakan sebagai fungsi dari peubah keputusan, maka optimasi dapat diasumsikan sebagai proses pencapaian kondisi maksimal atau minimal dari fungsi tersebut. Komponen penting dari permasalahan optimal adalah fungsi tujuan, yanga dalam beberapa hal sangat tergantung pada peubah. Dalam penelitian operasional, optimasi sering dikaitkan sebagai maksimisasi atau minimisasi pemecahan suatu masalah.

Penyelesaian masalah optimasi dengan program matematika dapat dilakukan melalui *linear programming, non linear programming, integer programming, dan dinamik programming* (Siringoringo, 2005).

## 2.2 Linear Programming

Pemrograman linear (PL) merupakan suatu metode untuk membuat keputusan diantara berbagai alternative kegiatan-kegiatan pada waktu kegiatan-kegiatan tersebut dibatasi oleh kegiatan tertentu. Keputusan yang akan diambil dinyatakan sebagai fungsi tujuan (*objective function*), sedangkan kendala-kendala yang dihadapi dalam membuat keputusan tersebut dinyatakan dalam bentuk fungsi kendala (*constraints*) (Rangkuti, 2013).

*Linear Programming* adalah salah satu teknik dari Riset Operasi untuk memecahkan persoalan optimisasi (maksimisasi atau minimisasi) dengan menggunakan persamaan dan ketidaksamaan linear dalam rangka untuk mencari pemecahan yang optimal dengan memperhatikan pembatasan-pembatasan yang ada (Supranto, 1988).

*Linear Programming* adalah salah satu teknik penyelesaian optimal atas suatu problema keputusan dengan cara menentukan terlebih dahulu fungsi tujuan (memksimalkan atau meminimalkan) dan kendala-kendala yang ada ke dalam model matematik persamaan linear. *Linear Programming* sering digunakan dalam menyelesaikan problema-problema alokasi sumber daya, seperti dalam bidang manufacturing, pemasaran, keuangan, personalia, administrasi dan lain sebagainya (Sitorus, 1997).

Model program linear tujuan ganda merupakan perluasan dari model pemrograman linear, sehingga seluruh asumsi, notasi, formulasi model matematis, prosedur perumusan model dan penyelesaiannya tidak berbeda. Perbedaan hanya terletak pada kehadiran sepasang variabel deviasional yang akan muncul di fungsi tujuan dan di fungsi-fungsi kendala. Oleh karena itu, konsep dasar pemrograman linear akan selalu melandasi pembahasan model program linear tujuan ganda. Langkah-langkah pembuatan model program linear (*Linear Programming*) adalah sebagai berikut:

a. Tentukan variabel-variabel keputusan. Variabel keputusan adalah besaran yang harus ditentukan nilainya agar optimalitas yang diinginkan tercapai.

b. Buatlah fungsi sasarn yaitu fungsi yang akan dioptimalkan. Fungsi ini harus merupakan kombinasi linear variabel-variabel keputusan.

c. Tentukan kendala berdasarkan keterbatasan sumber daya atau karena kondisi yang harus dipenuhi. Seperti halnya fungsi sasaran, fungsi setiap kendala harus merupakan fungsi linear variabel keputusan. Kendala bisa berupa suatu persamaan atau pertidaksamaan (Siang, 2014).

Adapun bentuk umum model dari progam linear dapat dirumuskan sebagai berikut (Taha, 1996):

Maksimalkan / minimalkan

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \tag{1}$$

atau

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j$$

Dengan syarat bahwa fungsi tujuan tersebut memenuhi kendala / syarat batas sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i \text{ , Untuk } i = 1,2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \text{ , Untuk } i = 1,2, \dots, m \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq b_i \text{ , Untuk } i = 1,2, \dots, m$$

dan syarat non-negatif:

$$x_j \geq 0, \text{ Untuk } j = 1,2, \dots, n$$

dimana:

$Z$ : Nilai fungsi tujuan

$c_j$ : Koefisien fungsi tujuan

$a_{ij}$ : Koefisien teknis fungsi pembatas

$b_i$ : Kapasitas sumber daya yang tersedia

$x_j$ : Variabel keputusan

## 2.3 Metode Simpleks

Metode simpleks pertama kali diperkenalkan oleh George B. Dantzig pada tahun 1947 dan telah diperbaiki oleh para ahli lain. Metode ini menyelesaikan masalah program linier melalui perhitungan-ulang (iterasi) dimana langkah-langkah perhitungan yang sama di ulang berkali-kali sampai solusi optimal dicapai (Taha, 2007).

Metode simpleks adalah suatu metode yang secara sistematis dimulai dari suatu pemecahan dasar yang fisibel ke pemecahan dasar fisibel lainnya dan ini dilakukan berulang-ulang (dengan jumlah ulangan yang terbatas) sehingga akhirnya tercapai suatu pemecahan dasar yang optimal dan pada setiap step menghasilkan suatu nilai dari fungsi tujuan yang selalu lebih besar, lebih kecil, atau sama dari step-step sebelumnya (Rangkuti, 2013).

### 2.3.1 Bentuk Standar Model Metode Simpleks

Penggunaan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah-masalah program linear yaitu dengan cara terlebih dahulu diubah ke dalam suatu bentuk umum yang dinamakan bentuk standar *(standard form).* Beberapa bentuk standar model metode simpleks diberikan sebagai berikut (Rangkuti, 2013):

a. Bentuk Standar Pertidaksamaan *(The Standard Inequality Form)*

Max:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ ... + c_nx_n$$

dengan kendala:

$$\begin{array}{c}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ ... + a_{1n}x_n \ \leq b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ ... + a_{2n}x_n \ \leq b_2 \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ ... + a_{mn}x_n \ \leq b_m
\end{array}$$

dan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0$

dimana $a_{ij}, c_j, dan\ b_j$ adalah konstanta-konstanta yang diketahui dan dapat ditentukan. Dalam notasi matriks, program linear dapat ditulis sebagai berikut:

Max:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ ... + c_nx_n$$

dengan kendala:

$$Ax \leq b\ dan\ x \geq 0$$

dimana:

$$c = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix},$$

$$dan\ A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

b. Bentuk Standar Persamaan *(The Standard Equality Form)*

Bentuk standar persamaan dapat diperoleh dari bentuk pertidaksamaan dengan mengubah tanda $\geq\ dan\ \leq$ menjadi tanda $=$.

1) Pertidaksamaan:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ ... + a_{1n}x_n \ \leq b_1$$

dapat diubah menjadi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ ... + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1$$

di mana $x_{n+1} \geq 0$ dan disebut *slack variable.*

2) Pertidaksamaan:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ ... + a_{1n}x_n \ \geq b_1$$

dapat diubah menjadi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ ... + a_{1n}x_n - x_{n+1} = b_1$$

di mana $x_{n+1} \geq 0$ dan disebut s*urplus variable.*

### 2.3.2 Prosedur Simpleks

Untuk memulai prosedur simpleks, matriks permasalahan seperti yang terlihat pada Tabel 2.1 yaitu tabel simpleks yang digunakan untuk menyelesaikan dengan metode simpleks.

**Tabel 2.1.** Tabel Simpleks

| | $C_j$ | $C_1$ | $C_2$ | … | $C_n$ | 0 | 0 | … | 0 | $b_i$ | $R_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\overline{C_\iota}$ | $\overline{x_\iota}/x$ | $x_1$ | $x_2$ | … | $x_n$ | $S_1$ | $S_2$ | … | $S_m$ | | |
| 0 | $S_1$ | $a_{11}$ | $a_{12}$ | … | $a_{1n}$ | 1 | 0 | … | 0 | $b_1$ | $R_1$ |
| 0 | $S_2$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | … | $a_{2n}$ | 0 | 1 | … | 0 | $b_2$ | $R_2$ |
| … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … |
| 0 | $S_m$ | $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | … | $a_{mn}$ | 0 | 0 | … | 1 | $b_m$ | $R_m$ |
| | $Z_j$ | $Z_1$ | $Z_2$ | … | $Z_n$ | $C_1$ | $C_2$ | … | $C_n$ | Z | |
| | $Z_j - C_j$ | $Z_1 - C_1$ | $Z_2 - C_2$ | … | $Z_n - C_n$ | 0 | 0 | … | 0 | Z | |

Sumber: (Harjiyanto, 2014)

Secara singkat prosedur perhitungan dengan metode simpleks adalah (Siang, 2014):

a. Menetapkan tabel awal simpleks menggunakan variabel-variabel penyimpangan untuk permulaan variabel-variabel solusi dasar yang layak. Hitung baris $Z_j - C_j$ .

b. Tentukan kolom pivot dengan memilih kolom yang mempunyai nilai $Z_j - C_j$ positif terbesar.

c. Menentukan baris pivot yang berpedoman pada $b_i/a_{ij}$ dengan rasio terkecil dimana $b_i$ adalah nilai sisi kanan dari setiap persamaan.

d. Hitung nilai baris baru dengan rumus :

Nilai baris tabel baru = nilai baris lama- (koefisien pembagi nilai pivot x nilai baris pivot)

e. Hitung baris $Z_j - C_j$ yang baru.

f. Setelah menghitung nilai $Z_j - C_j$ . Lihat apakah masih ada nilai $Z_j - C_j$ yang bernilai positif. Jika masih ada ulangi langkah b sampai dengan langkah d sehingga nilai $Z_j - C_j$ bernilai negative sehingga mendapatkan solusi yang optimal.

## 2.4 Program Linear Tujuan Ganda

Program linear tujuan ganda adalah perluasan dari *Linear Programming*, dengan tujuan ganda. Formulasi program linear tujuan ganda pada dasarnya mirip dengan formulasi dalam *Linear Programming*. Variabel keputusan harus didefinisikan terlebih dahulu. Selanjutnya tujuan-tujuan manajerial harus dispesifikasi berikut peringkat kepentingannya. Biasanya membuat peringkat tujuan tersebut agak sulit dilakukan dalam skala kardinal, maka pemodel selalu menggunakan skala ordinal. Karakteristik yang membedakan program linear tujuan ganda dan *Linear Programming* adalah fungsi tujuannya diperingkatkan oleh pembuat keputusan, dan telah cukup memenuhi kepentingan sesuai dengan peringkat ordinalnya melalui prosedur *Goal Programming*, walaupun ada kemungkinan bahwa tidak seluruh tujuan tersebut bisa dicapai (Rangkuti, 2013).

Model program linear tujuan ganda merupakan perluasan dari model pemograman linier yang dikembangkan oleh A. Charles dan W. M. Cooper pada tahun 1956. Karena program linear tujuan ganda merupakan perluasan dari program linear sehingga seluruh asumsi, notasi, formula matematika, prosedur perumusan model dan penyelesaiannya tidak berbeda. Perbedaan utamanya terletak pada struktur dan penggunaan fungsi tujuan. Dalam program linear hanya mengandung satu fungsi tujuan sedangkan dalam program linear tujuan ganda terdapat satu atau beberapa gabungan fungsi tujuan. Hal ini dapat dilakukan dengan mengekspresikan tujuan itu dalam bentuk sebuah kendala *(goal constraint)*. Memasukkan variabel simpangan (*devational variable*) dalam kendala tersebut untuk mencerminkan seberapa jauh tujuan itu tercapai dan menggabungkan variabel deviasional dalam fungsi tujuan (Siswanto, 2007).

Berikut adalah beberapa hal penting yang harus diperhatikan dalam program linear tujuan ganda, yaitu:

### 2.4.1. Bentuk Umum Model Program Linear Tujuan Ganda

Secara umum model matematis program linear tujuan ganda dapat dirumuskan sebagai berikut (Hasmawaty, 2011):

Fungsi tujuan:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} (\eta_i + \rho_i) \tag{3}$$

Fungsi kendala:

$$\begin{array}{c}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + \eta_1 - \rho_1 = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n + \eta_2 - \rho_2 = b_2 \\
\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n + \eta_m - \rho_m = b_m
\end{array}$$

atau dapat juga dituliskan dalam bentuk umum sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j + \eta_i - \rho_i = b_i. \tag{4}$$

dan

$$x_i, \rho_i, \eta_i \geq 0, \qquad \text{Untuk } i = 1,2, \dots, m.$$

dimana:

$a_{ij}$ : Koefisien teknis fungsi pembatas

$x_j$ : Variabel keputusan

$b_i$: Kapasitas sumber yang tersedia

$\rho_i$ : Variabel yang menampung deviasi di atas sasaran

$\eta_i$ : Variabel yang menampung deviasi di bawah sasaran

### 2.4.2 Kendala-kendala Sasaran

Di dalam model program linear tujuan ganda, Charnes dan Cooper menghadirkan sepasang variabel yang dinamakan variabel deviasional dan berfungsi untuk menampung penyimpangan atau deviasi yang akan terjadi pada nilai ruas kiri suatu persamaan kendala terhadap nilai ruas kanannya. Agar deviasi itu minimal, artinya nilai ruas kiri suatu persamaan kendala "sebisa mungkin" mendekati nilai ruas kanannya maka variabel deviasional itu harus diminimalkan di dalam fungsi tujuan (Taha, 2007).

Pemanipulasian model program linier yang dilakukan oleh Charnes dan Cooper telah mengubah makna kendala fungsional. Bila pada model program linier, kendala-kendala fungsional menjadi pembatas bagi usaha pemaksimalan atau peminimalan fungsi tujuan, maka pada model program linear tujuan ganda kendala-kendala itu merupakan sarana untuk mewujudkan sasaran yang hendak dicapai. Sasaran-sasaran, dalam hal ini, dinyatakan sebagai nilai konstan pada ruas kanan kendala. Mewujudkan suatu sasaran, dengan demikian, berarti mengusahakan agar nilai ruas kiri suatu persamaan kendala sama dengan nilai ruas kanannya. Itulah sebabnya, kendala-kendala di dalam model program linear tujuan ganda selalu berupa persamaan dan dinamakan kendala sasaran. Disamping itu, keberadaan sebuah kendala sasaran selalu ditandai oleh kehadiran variabel deviasional sehingga setiap kendala sasaran pasti memiliki variabel deviasional (Siang, 2014).

### 2.4.3 Variabel Deviasional

Variabel deviasional sesuai dengan fungsinya yaitu menampung deviasi hasil terhadap sasaran-sasaran yang dikehendaki, dibedakan menjadi dua, yaitu (Hasmawaty, 2011):

a. Variabel deviasional yang menampung deviasi yang berada di bawah sasaran yang dikehendaki. Sasaran itu tercermin pada nilai ruas kanan suatu kendala sasaran. Dengan kata lain, variabel deviasional ini berfungsi untuk menampung deviasi negative. Kita menggunakan notasi $\eta$ untuk menandai jenis variabel deviasional ini. Karena variabel deviasional $\eta$ berfungsi untuk menampung deviasi negative (deviasi di bawah sasaran), maka:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j = b_i - \eta_i. \tag{5}$$

atau

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j + \eta_i = b_i \quad \text{Untuk } i = 1,2,3,\dots,m. \tag{6}$$

$x_j, \eta_i \geq 0$.

Sehingga $\eta$ akan selalu mempunyai koefisien +1 pada setiap kendala sasaran.

b. Variabel deviasional untuk menampung deviasi yang berada di atas sasaran. Dengan kata lain, variabel deviasional ini berfungsi untuk menampung deviasi positif. Notasi $\rho$ digunakan untuk menandai jenis variabel deviasional ini. Karena variabel deviasional $\rho$ berfungsi untuk menampung deviasi positif (deviasi di atas sasaran) maka:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j = b_i + \rho_i. \tag{7}$$

atau

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j - \rho_i = b_i \quad \text{Untuk } i = 1,2,3,\dots,m. \tag{8}$$

$x_j, \rho_i \geq 0$.

Sehingga $\rho$ akan selalu mempunyai koefisien -1 pada setiap kendala sasaran.

Dengan demikian, jelas bahwa kedua variabel deviasional tersebut mempunyai fungsi yang berbeda. Bila variabel deviasional $\eta$ menampung penyimpangan nilai di bawah sasaran maka variabel deviasional $\rho$ menampung penyimpangan nilai di atas sasaran. Sehingga sebenarnya cukup mudah untuk dimengerti bahwa nilai penyimpangan minimal di bawah maupun di atas sasaran adalah nol dan tidak mungkin negative.

$$\eta_i \geq 0 \text{ untuk } i = 1,2, \dots, m. \tag{9}$$

$$\rho_i \geq 0 \text{ untuk } i = 1,2, \dots, m. \tag{10}$$

Untuk membuktikan (9) dan (10) marilah kita membayangkan kendala sasaran dimana penyimpangan di bawah dan di atas sasaran tidak diperkenankan. Dengan kata lain, sasaran itu harus tercapai. Secara matematis, bentuk umum kendala sasaran itu adalah:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j = b_i + \rho_i - \eta_i. \qquad \text{Untuk } i = 1,2,3, \dots, m. \tag{11}$$

atau

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j - \rho_i + \eta_i = b_i. \qquad \text{Untuk } i = 1,2,3, \dots, m. \tag{12}$$

Dari (11) dan (12) kita segera mengetahui bahwa kedua jenis variabel deviasional itu mendekati garis kendala sasaran dari dua arah yang berlawanan. Dalam hal ini, ada tiga kemungkinan yang akan terjadi:

1) $\rho_i = \eta_i = 0$, sehingga (12) menjadi:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i. \qquad \text{Untuk } i = 1,2,3, \dots, m. \tag{13}$$

2) $\eta_i > 0$ dan $\rho_i = 0$, sehingga (12) menjadi:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i - \eta_i. \qquad \text{Untuk } i = 1,2,3, \dots, m. \tag{14}$$

atau dikatakan bahwa hasil di bawah sasaran karena

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j < b_i.$$

3) $\eta_i = 0$ dan $\rho_i > 0$, sehingga:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i + \rho_i. \qquad \text{Untuk } i = 1,2,3, \dots, m. \tag{15}$$

atau dikatakan bahwa hasil di atas sasaran karena

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j > b_i.$$

Jadi, jelas sekali bahwa kondisi dimana $\eta_i > 0$ dan $\rho_i > 0$ pada sebuah kendala sasaran tidak akan mungkin terjadi, sehingga $\eta_i \, . \, \rho_i = 0$.

### 2.4.4 Fungsi Tujuan

Ciri khas lain yang menandai model program linear tujuan ganda adalah kehadiran variabel deviasional di dalam fungsi tujuan yang harus diminimalkan. Hal ini merupakan konsekuensi logis dari tujuan kehadiran variabel deviasional di dalam fungsi kendala sasaran.

Dari (12), kita mengetahui bahwa sasaran yang telah ditetapkan $(b_i)$ akan tercapai bila variabel deviasional $\rho_i$ dan $\eta_i$ bernilai nol. Oleh karena itu, $\rho_i$ dan $\eta_i$ harus diminimalkan di dalam fungsi tujuan sehingga fungsi tujuan model *Goal Programming* adalah:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m}(\eta_i + \rho_i). \tag{16}$$

### 2.4.5 Masalah Bobot dan Prioritas Tujuan

Dalam suatu organisasi / perusahaan, manajemen sering menghendaki suatu sasaran / tujuan memperoleh pioritas untuk dicapai terlebih dahulu dibanding prioritas yang lain. Keinginan ini dapat dituangkan dalam model program linear tujuan ganda dengan cara mengatur urutan peminimalan variabel deviasonal. Oleh karena itu, pengaturan prioritas sasaran yang hendak dicapai dapat dilakukan dengan mengendalikan urutan pemilihan variabel deviasional yang harus diminimalkan. Ada tiga macam tujuan dalam program linear tujuan ganda yaitu (Hasmawaty, 2011):

a. Tujuan / sasaran dengan prioritas yang sama

   Dalam model ini, diasumsikan bahwa semua sasaran sama pentingnya sehingga apabila terpaksa harus ada sasaran yang dikorbankan atau sasaran mana yang harus tercapai tidak begitu penting karena semua sasaran dianggap mempunyai harga yang sama atau setiap sasaran yang dikorbankan mempunyai *opportunity cost* yang sama, maka setiap variabel deviasional dapat dipilih untuk diminimalkan terlebih dahulu. Persamaannya yaitu:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m}(\rho_i + \eta_i). \tag{17}$$

b. Tujuan / sasaran dengan prioritas yang berbeda

Pemilihan variabel deviasional yang harus diminimalkan pertama kali adalah pesoalan arbitrasi dan bukan berdasarkan pedoman atau formulasi matematis tertentu. Inilah salah satu keunikan model program linear tujuan ganda. Di dalam penyelesaian sebuah kasus program linear tujuan ganda dengan sasaran prioritas berbeda, hanya diperlukan memberi suatu notasi kepada setiap variabel deviasional di dalam fungsi tujuan agar dengan berpedoman notasi tersebut dapat mengurutkan peminimalan variabel deviasional sehingga sasaran-sasaran dapat dicapai sesuai dengan prioritas yang telah ditetapkan. Notasi yang digunakan untuk menandai prioritas sasaran tersebut adalah $p_i$ dimana $i = 1,2, \dots, m$ dan $p_i$ bukan parameter atau variabel melainkan hanya sebuah notasi untuk menandai urutan prioritas sasaran yang hendak dicapai. Dengan demikian, persamaan matematisnya adalah:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} p_i(\rho_i + \eta_i). \quad (18)$$

c. Tujuan / sasaran dengan prioritas dan bobot yang berbeda

Dalam model ini, tujuan-tujuannya diurutkan (seperti point b) dan variabel deviasional pada setiap tingkat prioritas dibedakan dengan bobot yang berlainan. Persamaannya adalah:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} w_i p_i(\rho_i + \eta_i). \quad (19)$$

Dimana $w_i$ adalah bobot prioritas dari variabel deviasional, untuk *i =1,2,…, m.*

### 2.4.6 Kendala Sasaran

Pada dasarnya cara penggunanan variabel deviasional untuk mewujudkan sarsaran manajerial dapat dikelompokkan ke dalam empat macam cara, yaitu:

a. Untuk mewujudkan suatu sasaran dengan nilai tertentu

Sasaran yang dikehendaki dituangkan ke dalam parameter $b_i$ atau lebih popular dengan istilah nilai ruas kanan kendala. Agar sasaran ini tercapai, maka penyimpangan di bawah dan di atas nilai $b_i$ harus diminimalkan. Dalam hal ini membutuhkan kehadiran variabel deviasional $\rho$ dan $\eta$ sehingga fungsi persamaan kendala sasaran dengan nilai tertentu adalah:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j + \eta_i - \rho_i = b_i. \quad \text{Untuk } i = 1,2,3,\dots,m. \tag{20}$$

Agar $\rho_i$ dan $\eta_i$ pada (20) minimal, maka persamaan fungsi tujuan menjadi:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} (\eta_i + \rho_i).$$

Di dalam penyelesaian optimal, bila $\rho_i > 0$ maka $\eta_i = 0$ ; dan bila $\rho_i = 0$ maka $\eta_i > 0$. Bila $\rho_i > 0$ maka terjadi penyimpangan di atas nilai $b_i$ dan ini berarti sasaran terlampaui; dan kebalikannya jika $\eta_i > 0$ maka terjadi penyimpangan di bawah nilai $b_i$ dan dikatakan bahwa sasaran tidak tercapai.

b. Untuk mewujudkan sasaran di bawah nilai tertentu

Dalam hal ini, sasaran yang hendak dicapai dituangkan ke dalam $b_i$ dan tidak boleh dilampaui. Oleh karena itu, penyimpangan di atas nilai $b_i$ harus diminimalkan agar hasil penyelesaian tidak melebihi nilai $b_i$ atau paling banyak sebesar $b_i$; atau dengan kata lain, hanya dibutuhkan variabel deviasional $\rho$ sehingga fungsi persamaan kendali sasaran di bawah nilai tertentu adalah:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j - \rho_i = b_i. \quad \text{Untuk } i = 1,2,3,\dots,m. \tag{21}$$

Agar $\rho_i$ pada (21) minimal, maka persamaan fungsi tujuan menjadi:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} \rho_i.$$

Di dalam penyelesaian optimal, bila $\rho_i = 0$ maka dikatakan bahwa sasaran tercapai, akan tetapi bila $\rho_i > 0$ maka terjadi penyimpangan di atas $b_i$ dan hal ini menunjukkan bahwa sasaran yang dikehendaki telah terlampaui.

c. Untuk mewujudkan suatu sasaran di atas nilai tertentu.

Ini merupakan kebalikan dari point b. di sini, penyimpangan di bawah nilai $b_i$ harus diminimalkan agar hasil penyelesaian paling sedikit sama dengan $b_i$. Dengan demikian, jelas bahwa hanya membutuhkan kehadiran variabel deviasional $\eta_i$ sehingga fungsi persamaan kendala sasaran di atas nilai tertentu adalah:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j + \eta_i = b_i. \quad (22)$$

Agar $\eta_i$ pada (22) minimal maka persamaan fungsi tujuan menjadi:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} \eta_i.$$

Di dalam penyelesaian optimal, $\eta_i$ mungkin bernilai nol, artinya sasaran tercapai, namun mungkin juga bernilai positif, artinya sasaran yang dikehendaki tidak tecapai.

d. Untuk mewujudkan suatu sasaran yang pada interval nilai tertentu.

Bila interval ini dibatasi oleh $a_i$ dan $b_i$ maka hasil penyelesaian yang diharapkan akan berada di antara interval tersebut atau,

$$a_i \leq \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \leq b_i. \quad (23)$$

Dalam hal ini, kita tidak mengharapkan hasil penyelesaian akan menyimpang di bawah nilai $a_i$ atau juga di atas nilai $b_i$. Kemungkinan penyimpangan-penyimpangan itu, bagaimanapun juga, harus diminimalkan. Oleh karena itu, kita perlu menghadirkan $\eta_i$ guna membatasi penyimpangan di bawah $a_i$ dan juga $\rho_i$ guna membatasi penyimpangan di atas $b_i$.

dengan demikian (23) menjadi:

$$a_i - \eta_i \leq \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \leq b_i + \rho_i. \quad (24)$$

dalam hal ini, (24) setara dengan:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j + \eta_i \geq a_i. \quad (25)$$

dan

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j - \rho_i \leq b_i. \quad (26)$$

Agar $\rho_i$ dan $\eta_i$ pada (25) dan (26) minimal, maka persamaan fungsi tujuan menjadi:

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m} (\eta_i + \rho_i).$$

Dalam hal ini, pertidaksamaan (25) dan (26) adalah fungsi kendala sasaran di mana sasaran itu berada pada interval antara $a_i$ dan $b_i$. Agar peranan kendala sasaran dari variabel deviasional itu menjadi semakin jelas, kita bisa saja mengubah kedua bentuk fungsi pertidaksamaan tersebut menjadi fungsi-fungsi persamaan dengan cara menambahkan variabel baru yaitu $S\rho_i$ dan $S\eta_i$ yang berfungsi sebagai variabel *slack* dan *surplus*, yaitu:

$$\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j + \eta_i - S\eta_i = a_i. \qquad \text{Untuk } i = 1,2,3, \dots, m. \qquad (27)$$

$$\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j - \rho_i + S\rho_i = b_i. \qquad \text{Untuk } i = 1,2,3, \dots, m. \qquad (28)$$

Variabel slack dan surplus pada (27) dan (28) bukan variabel deviasional dan kehadirannya tidak diperhitungkan di dalam fungsi tujuan. Oleh karena itu, fungsinya benar-benar seperti variabel *slack* dan *surplus* di mana nilainya sangat tergantung kepada hasil penyelesaian optimal. Dengan demikian, peminimalan $\rho_i$ dan $\eta_i$ akan menggiring penyelesaian optimal berada di antara interval $a_i$ dan $b_i$.

### 2.4.7 Asumsi Model Program Linear Tujuan Ganda

Sebelum merumuskan model, perlu diketahui bahwa model program linear tujuan ganda memerlukan sejumlah asumsi yang akan membatasi penerapan program linear tujuan ganda. Asumsi-asumsi tersebut adalah (Wijaya, 2013):

a. Linearitas *(linierity)* dan Additivitas

   Diasumsikan bahwa proporsi penggunaan $b_i$ yang ditentukan oleh $a_{ij}$ harus tetap benar tanpa memperhatikan nilai solusi $x_j$ yang dihasilkan. Artinya nilai sebelah kiri dari kendala tujuan harus sama dengan nilai sebelah kanan.

b. Divisibilitas (dapat dibagi)

   Diasumsikan bahwa nilai-nilai $x_j$, $\eta_i$ dan $\rho_i$ yang dihasilkan dapat dibagi yaitu nilai-nilai $x_j$, $\eta_i$ dan $\rho_i$ tidak perlu integer tapi boleh non integer.

c. Terbatas

Diasumsikan bahwa nilai-nilai $x_j, \eta_i$ dan $\rho_i$ yang dihasilkan terbatas.

d. Deterministik

Diasumsikan bahwa parameter model Program Linear Tujuan Ganda seperti $a_{ij}, b_i, p_k$ dan $w_i$ diketahui dengan pasti.

### 2.4.8 Formulasi Model Program Linear Tujuan Ganda

Formulasi model Program Linier Tujuan Ganda sangat mirip dengan formulasi model Program Linier. Penjelasan variabel keputusan $x_j$, koefisien teknologi $a_{ij}$ dan nilai sisi kanan $b_i$, diperlukan baik pada program linier maupun program linier tujuan ganda meliputi beberapa tahap yaitu (Wijaya, 2013):

a. Tentukan variabel keputusan. Disini menyatakan dengan jelas variabel keputusan yang tidak diketahui. Makin tepat definisi akan makin mudah pekerjaan pemodelan yang lain.
b. Nyatakan system kendala, yaitu menentukan nilai sisi kanan dan kemudian menentukan koefisien teknologi yang cocok dan variabel keptusan yang diikutsertakan dalam kendala dan menyatakan variabel simpangan.
c. Tentukan prioritas utama, yaitu membuat urutan tujuan-tujuan. Jika persoalannya tidak memiliki urutan tujuan, lewatkan langkah ini dan kemudian ke langkah berikutnya.
d. Menentukan bobot, yaitu membuat urutan tujuan di dalam suatu tujuan tertentu. Jika tidak diperlukan, lewati langkah ini.
e. Nyatakan fungsi tujuan yaitu memilih variabel simpangan yang akan dimasukkan kedalam fungsi tujuan dan tambahkan prioritas dan bobot yang tepat jika diperlukan.
f. Nyatakan kendala non-negatifitas.

### 2.4.9 Prosedur Perhitungan Menggunakan Metode Simpleks

Algoritma simpleks digunakan untuk menyelesaikan masalah program linear tujuan ganda dengan menggunakan variabel keputusan lebih dari dua.

Langkah – langkah penyelesaian program linear tujuan ganda dengan metode simpleks adalah (Siang, 2014):

a. Menetapkan tabel awal simpleks menggunakan variabel-variabel penyimpangan untuk permulaan variabel-variabel solusi dasar yang layak. Hitung baris $Z_j - C_j$ .
b. Tentukan kolom pivot dengan memilih kolom yang mempunyai nilai $Z_j - C_j$ positif terbesar.
c. Menentukan baris pivot yang berpedoman pada $b_i/a_{ij}$ dengan rasio terkecil dimana $b_i$ adalah nilai sisi kanan dari setiap persamaan.
d. Hitung nilai baris baru dengan rumus:

   Nilai baris tabel baru = nilai baris lama- (koefisien pembagi nilai pivot x nilai baris pivot)
e. Hitung baris $Z_j - C_j$ yang baru.
f. Setelah menghitung nilai $Z_j - C_j$ . Lihat apakah masih ada nilai $Z_j - C_j$ yang bernilai positif. Jika masih ada ulangi langkah b sampai dengan langkah d sehingga nilai $Z_j - C_j$ bernilai negative sehingga mendapatkan solusi yang optimal.

   Berikut adalah tabel awal model program linear tujuan ganda.

**Tabel 2.2.** Tabel Awal Program Linear Tujuan Ganda

| | $C_j$ | 0 | 0 | … | 0 | $W_1P_1$ | $W_1P_1$ | … | $W_mP_m$ | $W_mP_m$ | $b_i$ | $R_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\overline{C_\iota}$ | $\overline{X_\iota}/X$ | $X_1$ | $X_2$ | … | $X_m$ | $\eta_1$ | $\rho_1$ | … | $\eta_m$ | $\rho_m$ | | |
| $W_1P_1$ | $\eta_1$ | $a_{11}$ | $a_{12}$ | … | $a_{1m}$ | 1 | -1 | … | 0 | 0 | $b_1$ | $R_1$ |
| $W_1P_1$ | $\eta_2$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | … | $a_{2m}$ | 0 | 0 | … | 0 | 0 | $b_2$ | $R_2$ |
| … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … | … |
| $W_mP_m$ | $\eta_m$ | $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | … | $a_{mm}$ | 0 | 0 | … | 1 | -1 | $b_m$ | $R_m$ |

| | $C_j$ | 0 | 0 | … | 0 | $W_1P_1$ | $W_1P_1$ | … | $W_mP_m$ | $W_mP_m$ | $b_i$ | $R_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\overline{C_\iota}$ | $\overline{X_\iota}/_X$ | $X_1$ | $X_2$ | … | $X_m$ | $\eta_1$ | $\rho_1$ | … | $\eta_m$ | $\rho_m$ | | |
| | $Z_j$ | … | … | … | … | … | … | … | …. | … | Z | |
| | $Z_j - C_j$ | … | … | … | … | … | … | … | … | … | Z | |

Sumber: (Harjiyanto, 2014)

Pada tabel simpleks diatas simbol $\overline{X_\iota}$ adalah variabel basis, $\overline{C_\iota}$ merupakan variabel non basis yaitu koefisien dari $\overline{X_\iota}$ pada fungsi tujuan. Z adalah fungsi tujuan, dan $R_i$ adalah rasio antara $b_i$ dan $a_{ij}$ .

Setelah model program linear tujuan ganda tersebut diselesaikan dengan metode simpleks maka diperoleh nilai dari variabel $X_1, X_2, \dots, X_n$ yang mengoptimalkan fungsi tujuan. Selain itu, juga diperoleh nilai variabel-variabel simpangan yang diartikan sebagai besarnya penyimpangan dari tujuan, tetapi dijamin simpangan yang diperoleh tetap paling minimal.

Berikut akan diberikan suatu contoh kasus penggunaan model program linear tujuan ganda.

Contoh 2.1 :

Sebuah perusahaan memproduksi 2 jenis produk yang berbeda, yaitu $X_1$ dan $X_2$. Kedua produk tersebut diproduksi melalui dua tahap pemprosesan. Proses pertama mampu menghasilkan 6 unit produk $X_1$ dan 5 unit produk $X_2$. Dengan kapasitas maksimum sebanyak 60 unit. Proses kedua mampu menghasilkan 2 unit produk $X_1$ dan 1 unit produk $X_2$ dengan kapasitas maksimum sebanyak 40 unit.

Dalam kasus contoh ini, perusahaan menetapkan 4 macam sasaran, yaitu:

1. Kapasitas pada proses pertama dimanfaatkan secara maksimum.
2. Kapasitas pada proses kedua dimanfaatkan secara maksimum.
3. Produksi $X_1$. Setidak - tidaknya 9 unit
4. Produksi $X_2$. Setidak - tidaknya 8 unit

Berapakah jumlah produksi optimal yang dapat diproduksi oleh perusahaan? Penyelesaian:

Variabel keputusan dari contoh kasus diatas adalah :

$X_1$= Jumlah produk $X_1$ yang akan diproduksi

$X_2$= Jumlah produk $X_2$ yang akan diproduksi

Dengan kendala : $6X_1 + 5X_2 \leq 60$.... masalah I

$2X_1 + X_2 \leq 40$.... masalah II

$X_1 \geq 9$.... masalah III

$X_2 \geq 8$.... masalah IV

Mengacu pada sasaran yang ingin dicapai perusahaan, maka model program linear tujuan ganda untuk kasus ini menjadi:

$Min\ Z = P_1(\eta_1 - \rho_1)+P_2(\eta_2 - \rho_2) + P_3(\eta_3) + P_4(\eta_4)$

Syarat kendala : $6X_1 + 5X_2 + \eta_1 - \rho_1 = 60$

$2X_1 + X_2 + \eta_2 - \rho_2 = 40$

$X_1 + \eta_3 = 9$

$X_2 + \eta_4 = 8$

Penyelesaian model ini dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks sebagai berikut:

**Tabel 2.3.** Tabel Awal Simpleks

| | $C_j$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $b_i$ | $R_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_i$ | $\bar{X}_i/X$ | $X_1$ | $X_2$ | $\rho_1$ | $\eta_1$ | $\rho_2$ | $\eta_2$ | $\eta_3$ | $\eta_4$ | | |
| 1 | $\eta_1$ | 6 | 5 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 60 | 10 |
| 1 | $\eta_2$ | 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 40 | 20 |

| | $C_j$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $b_i$ | $R_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_i$ | $\bar{X}_i/X$ | $X_1$ | $X_2$ | $\rho_1$ | $\eta_1$ | $\rho_2$ | $\eta_2$ | $\eta_3$ | $\eta_4$ | | |
| 1 | $\eta_3$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 9 | 9 |
| 1 | $\eta_4$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 | ∞ |
| | $Z_j$ | 9 | 7 | -1 | 1 | -1 | 1 | 1 | 1 | | |
| | $Z_j - C_j$ | 9 | 7 | -2 | 0 | -2 | 0 | 0 | 0 | | |

Sumber: (Harjiyanto, 2014)

Maka kolom ke-1 menjadi kolom kunci dan baris ke-3 menjadi kolom kunci. Setelah melakukan OBE pada baris selain baris kunci maka didapatkan Tabel 2.4

**Tabel 2.4.** Tabel Simpleks Iterasi I

| | $C_j$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $b_i$ | $R_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_i$ | $\bar{X}_i/X$ | $X_1$ | $X_2$ | $\rho_1$ | $\eta_1$ | $\rho_2$ | $\eta_2$ | $\eta_3$ | $\eta_4$ | | |
| 1 | $\eta_1$ | 6 | 5 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 60 | 10 |
| 1 | $\eta_2$ | 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 40 | 20 |
| 1 | $\eta_3$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 9 | 9 |
| 1 | $\eta_4$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 | ∞ |
| | $Z_j$ | 9 | 7 | -1 | 1 | -1 | 1 | 1 | 1 | | |
| | $Z_j - C_j$ | 9 | 7 | -2 | 0 | -2 | 0 | 0 | 0 | | |

Sumber:(Harjiyanto, 2014)

Dengan perhitungan yang sama, dilakukan iterasi sampai ditemukan solusi yang optimal. Berdasarkan tabel simpleks terdapat nilai pivot yaitu 1, dengan cara melihat nilai $Z_j - C_i$ terkecil rasio terkecil $(R_i)$. Karna penyelesaian belum optimum maka memperbaiki tabel simplek dengan menghitung tiap barisnya. Contoh menghitung baris pertama dengan melihat kolom kunci yaitu $b_1 = b_1 - 6b_3, b_2 = b_2 - 2b_3$. Dengan perhitungan yang sama, dilakukan iterasi sampai ditemukan solusi yang optimal. Hasil dari perhitungan baris baru bisa dilihat pada Tabel 2.5 tabel iterasi I.

**Tabel 2.5.** Tabel Simpleks Iterasi II

| | $C_j$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $b_i$ | $R_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_i$ | $\overline{X_i}/X$ | $X_1$ | $X_2$ | $\rho_1$ | $\eta_1$ | $\rho_2$ | $\eta_2$ | $\eta_3$ | $\eta_4$ | | |
| 1 | $\eta_1$ | 0 | 5 | -1 | 1 | 0 | 0 | -6 | 0 | 6 | 6/5 |
| 1 | $\eta_2$ | 0 | 1 | 0 | 0 | -1 | 1 | -4 | 0 | 22 | 22 |
| 0 | $X_1$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 9 | $\infty$ |
| 1 | $\eta_4$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 | 8 |
| | $Z_j$ | 0 | 7 | -1 | 1 | -1 | 1 | -9 | 1 | 27 | |
| | $Z_j - C_j$ | 0 | 7 | -2 | 0 | -2 | 0 | -10 | 0 | | |

Sumber:(Harjiyanto, 2014)

Karena $Z_j - C_i$ masih ada yang bernilai negatif dilakukan perhitungan yang sama seperti pada Tabel 2.4 Iterasi I, dilakukan iterasi sampai ditemukan solusi yang optimal.

**Tabel 2.6.** Tabel Simpleks Iterasi III

| | $C_j$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $b_i$ | $R_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_i$ | $\bar{X}_i/X$ | $X_1$ | $X_2$ | $\rho_1$ | $\eta_1$ | $\rho_2$ | $\eta_2$ | $\eta_3$ | $\eta_4$ | | |
| 0 | $X_2$ | 0 | 1 | -1/5 | 1/5 | 0 | 0 | -6/5 | 0 | 6/5 | |
| 1 | $\eta_2$ | 0 | 0 | 1/5 | -1/5 | 1 | 1 | -14/5 | 0 | 104/5 | |
| 0 | $X_1$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 9 | |
| 1 | $\eta_4$ | 0 | 0 | 1/5 | -1/5 | 0 | 0 | 6/5 | 1 | 34/5 | |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 2/5 | -2/5 | -1 | 1 | -8/5 | 1 | 100 | |
| | $Z_j - C_j$ | 0 | 0 | -3/5 | -7/5 | -2 | 0 | -13/5 | 0 | | |

Sumber: (Harjiyanto, 2014)

Pada Tabel 2.6 diperoleh solusi optimal karena seluruh *Zj-Cj* ≤ 0. Dengan demikian solusi yang optimal adalah perusahaan memproduksi produk $X_1$ sebanyak 9 unit dan produk $X_2$ sebanyak 6/5 unit.

Mengoptimasikan perencanaan produksi dengan model *goal programming* dengan menggunakan metode simpleks sebagai solusi penyelesaiannya memerlukan beberapa iterasi untuk mencapai penyelesaian optimal. Selain menyelesaikan secara manual dengan menggunakan metode simpleks, dapat pula diselesaikan dengan bantuan *software* LINGO.

## 2.5 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas merupakan analisa yang berkaitan dengan perubahan parameter untuk melihat berapa besar perubahan dapat ditolerir sebelum solusi optimal mulai kehilangan optimalitasnya. Jika suatu perubahan kecil dalam parameter menyebabkan perubahan drastis dalam solusi, maka dikatakan bahwa solusi adalah sensitif terhadap nilai parameter itu. Sebaliknya jika perubahan parameter tidak mempunyai pengaruh besar terhadap solusi maka dapat dikatakan solusi relatif intensif terhadap nilai parameter tersebut. Melalui analisis sensitivitas dapat dievaluasi pengaruh perubahan-perubahan parameter dengan sedikit tambahan perhitungan berdasarkan tabel simpleks optimal (Taha: 2007).

Perubahan-perubahan yang mungkin terjadi setelah dicapainya penyelesaian optimal terdiri dari beberapa macam, yakni:

1. Keterbatasan kapasitas sumber atau nilai kanan fungsi batasan. Perubahan nilai kanan suatu fungsi batasan menunjukkan adanya pengetatan ataupun pelonggaran batasan tersebut. Makin besar nilai kanan suatu fungsi batasan berarti makin longgar, sebaliknya makin ketat batasan tersebut bila nilai kanan fungsi batasan diperkecil.
2. Koefisien fungsi tujuan. Perubahan koefisien fungsi tujuan menunjukkan adanya perubahan konstribusi masing-masing variabel terhadap tujuan (maksimal atau minimal).
3. Koefisien teknis fungsi batasan. Yaitu perubahan yang dilakukan pada koefisien teknis fungsi tujuan akan memepengaruhi sisi kiri pada batasan dual.
4. Penambahan variabel baru. Dalam hal ini penambahan variabel baru akan memepengaruhi penyelesaian optimal apabila memperbarui baris tujuan optimal.
5. Penambahan batasan baru. Penambahan batasan baru akan mempengaruhi penyelesaian optimal apabila batasan tersebut aktif, artinya belum dicakup

oleh batasan-batasan yang telah ada. Apabila batasan tersebut tidak aktif (redundant) maka tidak akan memepengaruhi penyelesaian optimal.

Dalam penyelesaian masalah *Linear Programming* menggunakan metode simpleks diketahui bahwa suatu penyelesaian layak basis akan menjadi penyelesaian optimal bila $z_j - c_j \geq 0$ untuk semua *j*. Nilai $z_j - c_j$ ini tidak berhubungan dengan $b_i$ tetapi hanya bergantung pada basis $a_{ij}$ dan $c_j$. Apabila suatu persoalan tertentu sudah diperoleh penyelesaian optimalnya dan $b_i$ diubah menjadi $b_i + \Delta b_i$, makan perubahan pada $b_i$ ini mempunyai kemungkinan mempengaruhi nilai perubahan basis dan penyelesaian optimal. Jika penyelesaian basis baru tetap layak untuk $b_i + \Delta b_i$ maka penyelesaian layak basis optimal untuk soal asli dengan pemisalan $\bar{X}$, maka $\bar{X}$ akan tetap layak untuk masalah yang baru.

Penyelesaian basis yang baru $\bar{X}^* = ({x^*}_1, {x^*}_2, \ldots, {x^*}_m)$ harus memenuhi syarat $\bar{X}^* = A^{-1} + (B + \Delta B) \geq 0$.

Misalkan penyelesaian layak basis soal asli adalah

$$\bar{X} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_m) = A^{-1}B$$

Maka

$${x^*}_i = \bar{x}_1 + \sum_j^m d_{ij}\Delta b_j \geq 0, \; i = 1,2, \ldots, m.$$

dengan $A^{-1} = (d_{ij})$

Perubahan nilai fungsi tujuan yang diakibatkan oleh $\Delta b_i$ dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\Delta f = \bar{C}\Delta\bar{X} = \bar{C}A^{-1}\Delta B$$

Jika $\Delta b_i$ mengakibatkan tidak terpenuhinya $\bar{X}^* - \bar{X} = \Delta\bar{X} = A^{-1}\Delta B \geq 0$ sehingga mengakibatkan $x_i + \Delta x_i < 0$, maka perlu dilakukan perhitungan penyelesaian ulang dan rumus-rumus sebelumnya tidak berlaku.

## 2.6 LINGO

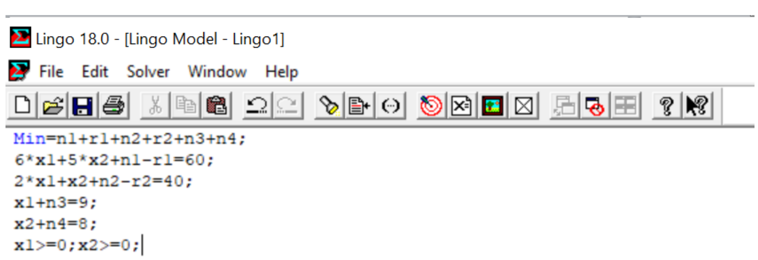
Lingo merupakan program komputer yang digunakan untuk aplikasi pemrograman linier. Aplikasi pemrograman linier adalah suatu pemodelan matematika yang digunakan untuk mendapatkan suatu solusi optimal dengan kendala yang ada.

Lingo adalah perangkat lunak yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah pemrograman linear, non-linear dan integer. Lingo sudah banyak digunakan oleh perusahan-perusahaan untuk memabantu membuat perencanaan produksi yang bertujuan untuk mendapatkan keuntungan yang optimal dan biaya yang minimal. Selain itu, Lingo juga digunakan dalam pengambilan keputusan dalam perencanaan produksi, transportasi, keuangan, alokasi saham, penjadwalan, inventarisasi, pengaturan model, alokasi daya dan lain-lain.

Lingo telah menjadi s*ofware* optimasi selama lebih dari 20 tahun. Sistem Lingo telah menjadi pilihan utama dalam penyelesaian yang cepat dan mudah, terutama dalam masalah optimasi persamaan matematika. Selain itu struktur bahasa yang digunakan dalam memformulasikan masalahnya sederhana, yaitu persamaan linier. Utuk mengunakan *sofware* Lingo ada beberapa tahapan yang perlu dilakukan, yaitu (Harjiyanto: 2014) :

1. Merumuskan masalah dalam kerangka program linier.
2. Menuliskan dalam persamaan matematika.
3. Merumuskan rumusan ke dalam Lingo dan mengeksekusinya.
4. Interpretasi keluaran Lingo.

Contoh skrip LINGO untuk menyelesaikan permasalahan contoh 2.1 dengan model program linear tujuan ganda.




**Gambar 2.1. Tampilan Skrip Contoh 2.1**

untuk mengesekusi perintah dilakukan dengan menekan "Solve" pada submenu Lingo, maka hasil output akan dikeluarkan oleh *sowfare* Lingo seperti tampilan Gambar 2.2.

| Variable | Value | Reduced Cost |
|---|---|---|
| N1 | 0.000000 | 1.400000 |
| R1 | 0.000000 | 0.6000000 |
| N2 | 20.80000 | 0.000000 |
| R2 | 0.000000 | 2.000000 |
| N3 | 0.000000 | 0.6000000 |
| N4 | 6.800000 | 0.000000 |
| X1 | 9.000000 | 0.000000 |
| X2 | 1.200000 | 0.000000 |

**Gambar 2.2. Output LINGO Contoh 2.1**

Dari hasil output Lingo, dapat dilihat kecocokan antara hasil yang diperoleh dengan menggunakan perhitungan metode simpleks dan *sofware* Lingo.

untuk mencari range atau uji analisis sensivitas, perintah dilakukan dengan menekan "Range" pada submenu Lingo, maka hasil output akan dikeluarkan oleh *sowfare* seperti pada Gambar 2.3.

Lingo 18.0 - [Range Report - Lingo1]

File Edit Solver Window Help

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

| Variable | Current Coefficient | Allowable Increase | Allowable Decrease |
|---|---|---|---|
| N1 | 1.000000 | INFINITY | 1.400000 |
| R1 | 1.000000 | INFINITY | 0.6000000 |
| N2 | 1.000000 | 3.000000 | 0.7500000 |
| R2 | 1.000000 | INFINITY | 2.000000 |
| N3 | 1.000000 | INFINITY | 0.6000000 |
| N4 | 1.000000 | 0.5000000 | 7.000000 |
| X1 | 0.000000 | 0.6000000 | INFINITY |
| X2 | 0.000000 | 7.000000 | 0.5000000 |

Righthand Side Ranges:

| Row | Current RHS | Allowable Increase | Allowable Decrease |
|---|---|---|---|
| 2 | 60.00000 | 34.00000 | 6.000000 |
| 3 | 40.00000 | INFINITY | 20.80000 |
| 4 | 9.000000 | 1.000000 | 5.666667 |
| 5 | 8.000000 | INFINITY | 6.800000 |
| 6 | 0.000000 | 9.000000 | INFINITY |
| 7 | 0.000000 | 1.200000 | INFINITY |

**Gambar 2.3. Output Analisis Sensitivitas Contoh 2.1**