PENENTUAN LOKASI STRATEGIS UNTUK MEMBANGUN RUMAH SAKIT DI WILAYAH KABUPATEN BERAU MENGGUNAKAN PUSAT DAN PUSAT BERAT

SKRIPSI

OLEH :

SITTI HAFSAH

H011171524

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2022

SKRIPSI

PENENTUAN LOKASI STRATEGIS UNTUK MEMBANGUN RUMAH SAKIT DI WILAYAH KABUPATEN BERAU MENGGUNAKAN PUSAT DAN PUSAT BERAT

Disusun dan diajukan oleh

SITTI HAFSAH

H011171524

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

APRIL 2022

PENENTUAN LOKASI STRATEGIS UNTUK MEMBANGUN RUMAH SAKIT DI WILAYAH KABUPATEN BERAU MENGGUNAKAN PUSAT DAN PUSAT BERAT

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

SITTI HAFSAH

H011171524

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

APRIL 2022

LEMBAR PENGESAHAN

PENENTUAN LOKASI STRATEGIS UNTUK MEMBANGUN RUMAH SAKIT DI WILAYAH KABUPATEN BERAU MENGGUNAKAN PUSAT DAN PUSAT BERAT

Disusun dan diajukan oleh

SITTI HAFSAH
H011171524

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin pada tanggal 1 April 2022
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

Pembimbing Utama	**Pembimbing Pertama**
Prof. Dr. Hasmawati, M.Si	**Dra. Nur Erawaty, M.Si.**
NIP. 19641231 199003 2 007	**NIP.19690912 199303 2 001**

Ketua Program Studi

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN UNIVERSITAS HASANUDDIN FAKULTAS MIPA

Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si
NIP. 19700807 200003 1 002

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Sitti Hafsah

Nim : H011171524

Program Studi : Matematika

Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

Penentuan Lokasi Strategis untuk Membangun Rumah Sakit di Wilayah Kabupaten Berau Menggunakan Pusat dan Pusat Berat

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambil alihan tulisan orang lain bahwa Skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 1 April 2022

Yang menyatakan

METERAI TEMPEL

12DAJX83830489

SITTI HAFSAH

NIM. H011171524

KATA PENGANTAR

Puji syukur senantiasa dipanjatkan kepada Allah SWT, karena atas rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “**Penentuan Lokasi Strategis untuk Membangun Rumah Sakit di Wilayah Kabupaten Berau Menggunakan Pusat dan Pusat Berat**” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana (S1) di Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Tidak lupa shalawat dan salam dihaturkan kepada Nabi Muhammad SAW dan para sahabat sebagai suri teladan dalam menjalani kehidupan di dunia dan akhirat.

Penyusunan skripsi ini dipersembahkan untuk Ayahanda dan Ibunda tercinta **Bapak Haning S** dan **Ibu Rahmawati** yang selalu memberikan do’a, bimbingan serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menghadapi tantangan dalam menjalani proses perkuliahan di Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa dalam proses penyusunan skripsi ini tentunya tidak lepas dari bimbingan, nasehat, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis dengan tulus mengucapkan banyak terima kasih kepada :

1. **Ibu Prof. Dr. Dwia Aries Tina Pulubuhu, MA.,** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin, S.Si., M.Si.,** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta seluruh jajarannya
3. **Bapak Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.,** selaku Ketua Departemen Matematika yang telah memberikan saran-saran dan motivasi.
4. **Ibu Prof. Dr. Hasmawati, M.Si.,** selaku dosen pembimbing utama sekaligus penasehat akademik yang telah memberikan nasihat maupun saran dalam proses perkuliahan, meluangkan banyak waktu, membimbing dengan penuh kesabaran, dan memberikan banyak ilmu.
5. **Ibu Dra. Nur Erawaty, M.Si.,** selaku dosen pembimbing pertama atas kesediaannya untuk mengarahkan penulis, memberikan motivasi, saran, dan dukungan selama proses perkuliahan hingga penyusunan skripsi.

6. **Bapak Prof. Dr. Moh. Ivan Azis, M.Sc. dan Ibu Naimah Aris, S.Si., M.Math.,** selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran yang sangat bermanfaat dan membangun dalam penyempurnaan penulisan skripsi ini.
7. **Seluruh Dosen Pengajar dan Staf** yang telah memberikan banyak ilmu selama berkuliah serta memberi kemudahan dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika.
8. Bibi penulis **Ibu Nia** yang selalu memberikan do'a, saran, dan segala dukungan.
9. Saudara kandung penulis **Kakak Abdul Khaliq beserta Adik Sitti Hajar, Nurhayati, dan Muhammad Ramadhan** yang selalu memberikan semangat serta dukungan.
10. Teman seperjuangan selama berkuliah **Sumarni, Defi Lestari, Mutmainnah Mukhtar Jaya, Nur Fika, Apsaldi Trimarsi, Mutmainnah, Riska Ismail, Sarti Mutmainnah, Sri Wahyuni Dama, Ika Indriani Rahayu, Yuni Syahrani** serta teman-teman **MATEMATIKA 2017** lainnya yang tidak dapat disebutkan satu per satu atas bantuan, motivasi, dan selalu menemani dalam suka maupun duka selama berkuliah di Universitas Hasanuddin.
11. Keluarga besar **HIMATIKA FMIPA UNHAS** atas kebersamaan dan ilmu baru yang hanya didapatkan melalui lembaga tersebut.
12. Semua pihak yang tidak dapat dituliskan satu per satu, yang telah memberikan bantuan baik dari segi moril maupun materil.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis memohon maaf atas segala kekurangan dan bersedia menerima kritikan yang membangun.

Makassar, 1 April 2022

SITTI HAFSAH

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Sitti Hafsah
NIM	: H011171524
Program Studi	: Matematika
Departemen	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya	: Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

"Penentuan Lokasi Strategis untuk Membangun Rumah Sakit di Wilayah Kabupaten Berau Menggunakan Pusat Dan Pusat Berat"

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal diatas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya,

Dibuat di Makassar pada tanggal 1 April 2022

Yang menyatakan

(SITTI HAFSAH)

ABSTRAK

Penentuan lokasi strategis pada suatu wilayah dilakukan dengan mengubah lebih dulu suatu peta menjadi bentuk graf. Pada skripsi ini dipilih peta wilayah Kabupaten Berau sebagai objek penelitian. Dalam menentukan lokasi strategis digunakan dua konsep dalam graf yaitu pusat dan pusat berat. Adapun jenis graf yang digunakan untuk konsep pusat berupa graf terhubung sedangkan untuk konsep pusat berat berupa pohon perentang *minimum* dari graf terhubung tersebut. Setelah membandingkan antara kedua konsep tersebut diperoleh satu titik pada graf yang direpresentasikan sebagai lokasi strategis.

Kata Kunci: *Pusat, pusat berat, terhubung, pohon perentang minimum.*

ABSTRACT

Working out a strategic location in an area is done by first converting a map into a graph form. In this thesis a map of the Berau Regency was chosen as the object of research. In determining the location strategy two concepts are used in the graph specifically the center and center of gravity. The type of graph used for the central concept is a connected graph, while for the central concept it is a minimum spanning tree of the connected graph. After comparing the two concepts one point on the graph is obtained which is represented as a strategic location.

Keywords: *Center, center of gravity, connected, minimum spanning tree*.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMBANG

Lambang	Keterangan	Pemakaian pertama kali pada halaman
G	Graf	6
(V,E)	Pasangan himpunan titik dan himpunan sisi	6
$V(G)$	Himpunan titik graf G	6
$E(G)$	Himpunan sisi graf G	6
(u,v)	sisi	7
$p(G)$	Orde graf G	8
$q(G)$	*Size* graf G	8
$\|V(G)\|$	Kardinalitas graf G	8
$deg(v)$	Derajat titik v	9
P_n	Graf lintasan dengan n titik dan panjang n-1	11
$\subseteq$	Subgraf	12
K_n	Graf lengkap dengan n titik	13
$\emptyset$	Himpunan tak kosong	14
$B_{n1n2,\ldots,nk}$	Graf Multipartit	14
T	Pohon perentang	15
$d(u,v)$	Jarak antara titik u dan titik v	17
$e(v)$	Eksentrisitas titik v	17
$dim(G)$	Diameter graf G	17
$r(G)$	Radius graf G	17

Lambang	Keterangan	Pemakaian pertama kali pada halaman
$\omega(u)$	Bobot titik u	19
$\omega(T)$	Titik berat pohon T	19
Graf G_B	Graf dari peta Kabupaten Berau	27
Pohon T_B	Pohon perentang minimum Graf G_B	35

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan manusia ada banyak persoalan yang dapat disederhanakan atau diselesaikan dengan menggunakan matematika, misalnya memprediksi penyebaran virus dengan pemodelan matematika, memprediksi nilai tukar uang menggunakan ilmu stokastik, menentukan keuntungan penjualan suatu produk menggunakan riset operasi, masalah optimalisasi bisa menggunakan Teori Control atau Teori Graf dan lain-lain.

Graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736, dapat dituliskan sebagai sisi (garis) atau titik. Beberapa persoalan dalam masyarakat khususnya yang berobjek diskrit dapat direpresentasikan kedalam bentuk graf, sehingga solusi dari persoalan tersebut bisa diperoleh melalui konsep graf. Persoalan-persoalan yang dimaksud antara lain: optimalisasi penjadwalan, penentuan basis suatu daerah, penentuan letak objek yang paling strategis, analisis jaringan, teori informasi, penentuan lokasi strategis dan lain-lain. Penentuan lokasi strategis sangat penting dilakukan guna mendapatkan tempat yang terbaik untuk pembangunan gedung suatu fasilitas umum, seperti sekolah, pendidikan tinggi, atau rumah sakit.

Pada tahun 2017, dalam tulisan berjudul "Analisis Potensi Peruntukan Lahan Rumah Sakit Dinilai dari Aspek Fisik dan Kebutuhan Penduduk dengan Sistem Informasi Geografis di Kota Semarang" oleh Stella Purnomo dan kawan-kawan, menyebutkan bahwa salah satu faktor penentu dalam menentukan suatu lokasi rumah sakit adalah aksesbilitas yaitu jalan ke lokasi rumah sakit tersebut. Sedangkan kriteria jalan terbaik salah satunya adalah yang terpendek, dalam teori graf dikenal dengan istilah lintasan. Konsep dalam graf yang mempertimbangkan jarak antara lintasan yang satu dengan lintasan yang lain pada setiap dua titik dalam graf adalah konsep tentang pusat dan pusat berat suatu graf. Oleh karena itu, konsep pusat dan pusat berat dapat digunakan dalam penentuan lokasi strategis suatu fasilitas tertentu.

Pada lokasi strategis dalam suatu wilayah sebaiknya dibangun fasilitas umum yang sangat dibutuhkan oleh masyarakat. Adapun pembangunan yang dimaksud ialah rumah sakit. Seperti yang diketahui kesehatan menjadi salah satu hal terpenting dan harus selalu dijaga agar dapat menjalani aktivitas sehari-hari. Jika merasa kurang sehat tentunya orang-orang akan melakukan berbagai upaya untuk mengobati penyakitnya. Salah satu cara yang dapat dilakukan ialah dengan mendatangi rumah sakit. Selain itu, jika melihat kondisi saat ini dimana segala sesuatu dapat dilakukan secara online berbeda dengan pelayanan dan perawatan kesehatan yang harus ditangani secara langsung oleh petugas kesehatan di rumah sakit. Oleh karena itu sangat penting menentukan lokasi yang dapat dengan mudah diakses oleh seluruh masyarakat maka sebelum membangun rumah sakit, aspek jarak yang terkait dengan semua komponen dalam masyarakat perlu dipertimbangkan.

Kabupaten Berau adalah salah satu kabupaten di Provinsi Kalimantan Timur yang berdekatan dengan wilayah calon Ibu Kota Negara Republik Indonesia. Mengantisipasi perkembangan di Kalimantan Timur dengan adanya Ibu Kota Negara, Kabupaten Berau perlu menentukan lokasi-lokasi strategis untuk fasilitas umum, di antaranya adalah Rumah Sakit Umum. Seperti yang telah disebutkan bahwa salah satu aspek penting dalam penentuan lokasi Rumah Sakit adalah aksesbilitas berupa jalan menuju lokasi strategis. Jalan terbaik antara lokasi yang satu dengan lokasi lainnya pada suatu wilayah dapat diketahui melalui penentuan pusat dan pusat berat dari model graf wilayah tersebut. Adapun model grafnya diperoleh dengan menyatakan setiap kantor kecamatan di Kabupaten Berau sebagai titik sedangkan wilayah kecamatan yang berbatasan secara langsung atau bertetangga dinyatakan sebagai sisi.

Berdasarkan uraian ini, penulis akan membahas penentuan lokasi strategis dengan menggunakan konsep pusat dan pusat berat dalam teori graf yang diberi judul “Penentuan Lokasi Strategis untuk Membangun Rumah Sakit di Wilayah Kabupaten Berau Menggunakan Pusat dan Pusat Berat”.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan pada penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana cara memodelkan suatu peta kedalam model graf?
2. Bagaimana prosedur penelitian jarak melalui satu titik ke titik lainnya dalam suatu wilayah?
3. Bagaimana cara menentukan lokasi paling strategis pada suatu wilayah dengan menggunakan teori graf?

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, penulis membatasi masalah pada wilayah Kabupaten Berau yang berada di provinsi Kalimantan Timur. Dimana dalam penentuan wilayah yang dianggap strategis digunakan konsep jarak dalam graf.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Untuk mendapatkan model graf suatu peta.
2. Menentukan pusat dan pusat berat pada graf.
3. Mengetahui lokasi paling strategis pada suatu wilayah melalui perbandingan pusat dan pusat berat.

1.5 Sistematika Penulisan

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Tinjauan Pustaka

Tinjauan pustaka berisi tentang dasar-dasar graf, jenis-jenis graf, serta jarak dan eksentrisitas.

Bab III Metodologi Penulisan

Metodologi penulisan berisi tentang metode penelitian, tahapan penelitian, waktu dan tempat, serta alur kerja.

Bab IV Hasil dan Pembahasan

Hasil dan pembahasan berisi tentang pembahasan wilayah Kabupaten Berau, mempresentasikan peta Kabupaten Berau ke model graf serta pusat dan pusat berat.

Bab V Penutup

Penutup berisi tentang kesimpulan dari hasil pembahasan dan saran.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Dalam perencanaan tata ruang kota seperti melakukan pembangunan ditempat yang tepat tentunya tidak mudah, karena harus berdasarkan pertimbangan-pertimbangan yang matang. Hal ini dilakukan jika akan membangun fasilitas umum yang sangat penting bagi masyarakat. Pembangunan maupun penempatannya harus berada di lokasi yang paling strategis sehingga lebih mudah dijangkau oleh masyarakat yang berada diberbagai tempat pada suatu wilayah. Adapun hal-hal yang harus dipertimbangkan dalam menetapkan suatu lokasi yang strategis adalah waktu tempuh serta jarak dari lokasi strategis tersebut ke lokasi perumahan, pusat perbelanjaan, perkantoran, dan lain-lain.

Menurut Hasmawati (2020) salah satu cara yang dapat membantu dalam penentuan lokasi strategis adalah dengan menggunakan teori graf. Pada suatu graf terdapat konsep penentuan titik yang paling strategis dari segi jarak dan bobot yang disebut dengan pusat dan pusat berat. Melalui konsep pusat dan pusat berat tersebut lokasi strategis pada suatu wilayah dapat ditentukan. Salah satu wilayah terdekat dengan wilayah calon ibukota negara adalah Kabupaten Berau. Dalam menyambut terbentuknya ibukota negara tersebut, maka Kabupaten Berau perlu mempertimbangkan adanya lokasi strategis untuk membangun fasilitias umum agar mudah dijangkau oleh seluruh masyarakat di Kabupaten Berau dan sekitarnya.

Dalam penentuan lokasi strategis digunakan konsep pusat dan pusat berat. Adapun teori-teori yang dibutuhkan antara lain pengertian graf, jenis-jenis graf, lintasan, jarak, radius, diameter, bobot yang akan dibahas pada Bab 2.

2.1 Dasar-Dasar Graf

Pada graf terdapat 3 (tiga) komponen yaitu titik yang merepresentasikan objek pada suatu graf, sisi yaitu garis yang menghubungkan titik-titik pada graf, dan *loop*.

Definisi 2.1.1 *Graf adalah pasangan himpunan* (V,E), *dengan V adalah himpunan diskrit yang anggotanya disebut titik, dan E adalah himpunan dari pasangan anggota-anggota V yang disebut sisi.*

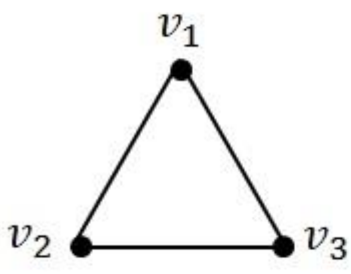
Menurut Hasmawati (2020) dengan berdasarkan Definisi 2.1.1 maka himpunan V disebut titik (*vertex set*) dan E disebut himpunan sisi (*edge set*) yang menghubungkan satu titik dengan titik lainnya. Titik pada graf biasa disebut juga sebagai noktah (*point*) dan sisi sebagai busur, rusuk, atau garis (*line*). Jika graf (V, E) dinotasikan G, dengan kata lain $G = (V, E)$. Maka $V = V(G)$ dan $E = E(G)$ sehingga graf $G = (V(G), E(G))$. Secara matematika, Definisi 2.1.1 dapat ditulis

$$Graf\ G = (V(G), E(G))$$

dimana $V(G) = \{u : u \text{ disebut titik}\}$ dan $E(G) = \{(u, v) : u, v \in V(G)\}$ dengan (u, v) disebut sisi. Sebuah graf memungkinkan tidak mempunyai sisi, namun titiknya harus ada minimal satu. Graf yang mempunyai sebuah titik tanpa sisi disebut *graf trivial*.

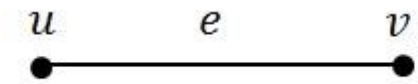
Contoh 2.1.1

Diberikan suatu graf $G = (V, E)$ dimana $V(G) = \{v_1, v_2, v_3\}$ dan $E(G) = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_2, v_3)\}$. Gambar grafnya sebagai berikut.



Gambar 2.1.1 Graf G

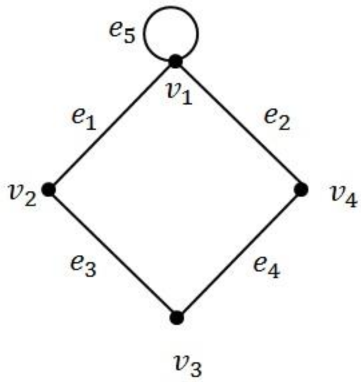
Definisi 2.1.2 *Dikatakan sisi* $e = (u, v)$ *jika menghubungkan titik* u *dan* v*. Dapat digambarkan sebagai berikut.*



Gambar 2.1.2 Sisi $\boldsymbol{e = (u, v)}$

Definisi 2.1.3 *Menurut Munir (2005), suatu sisi dikatakan gelang* (*loop*) *apabila ujung sisinya berawal dan berakhir pada titik yang sama.*

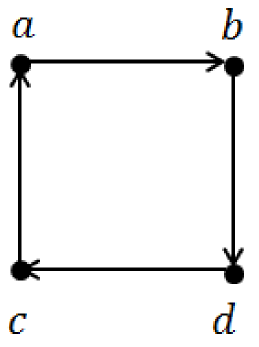
Gelang (*loop*) dapat dilihat pada sisi e_5. Selain itu, didalam graf ada yang disebut sisi ganda. Sisi ganda yaitu terdapat lebih dari satu sisi yang terkait dengan sepasang atau dua buah titik (Rifan Rahadian Gani, 2018).



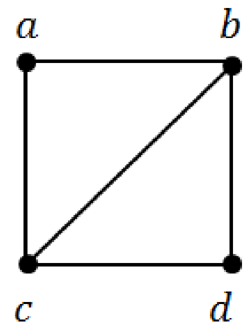
Gambar 2.1.3 Gelang (*loop*) pada Graf

Berdasarkan ada tidaknya gelang (*loop*) atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf dibedakan menjadi dua yaitu graf sederhana dan graf tak sederhana. Graf sederhana (*simple graph*) merupakan graf tak berarah yang tidak memuat sisi ganda/gelang (*loop*). Dapat ditulis jika $(u, v) = (v, u)$ dan $u \neq v$ untuk setiap $u, v \in V(G)$, sedangkan graf tak sederhana adalah graf yang memuat sisi ganda/gelang.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan menjadi dua yaitu graf berarah dan graf tak berarah. Jika sisi-sisi $(a, b) \neq (b, a)$ dan masing-masing diberi arah berbentuk tanda panah, maka graf G disebut graf berarah. Sebaliknya jika $(a, b) = (b, a)$ dan tidak diberi arah maka graf G disebut graf tak berarah (Hasmawati, 2020).



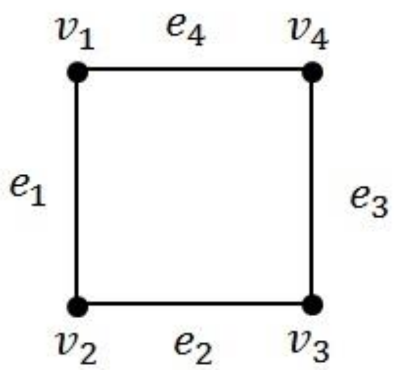
(a)



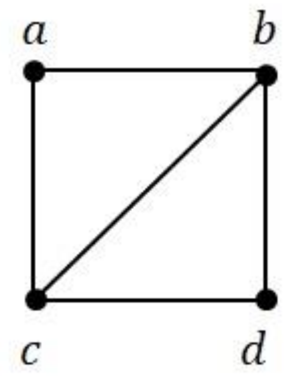
(b)

Gambar 2.1.4 Graf Berarah (a) dan Graf Tak Berarah (b)

Orde (*order*) pada graf G dinyatakan dengan simbol p yakni banyaknya anggota dari $V(G)$ dan ukuran (*size*) dari G dinyatakan dengan simbol q yakni banyaknya anggota dari $E(G)$. Jadi orde graf G adalah banyaknya titik pada G dan ukuran graf G adalah banyaknya sisi pada G. Kardinalitas suatu himpunan adalah banyaknya anggota pada himpunan tersebut. Dinyatakan dengan simbol "| |". Jadi apabila $p(G)$ adalah orde graf G dan $q(G)$ adalah ukurannya, maka $p(G) = |V(G)|$ dan $q(G) = |E(G)|$. Pada Gambar 2.1.5 $p(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan $q(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, sehingga $|V(G)|$ = 4 dan $|E(G)|$ = 4.



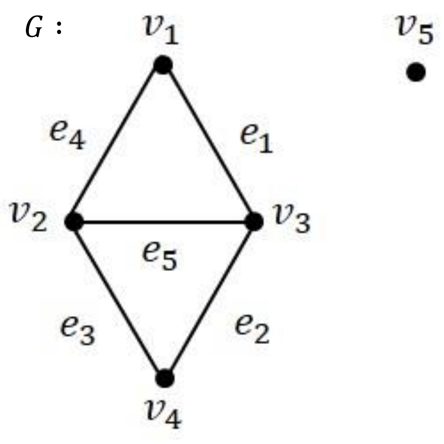
Gambar 2.1.5 Orde dan Ukuran pada Graf *G*



Gambar 2.1.6 Derajat pada Graf

Derajat titik v dinotasikan $deg(v)$, jika $deg(v) = n$ artinya banyak sisi yang terkait dengan titik n. Pada Gambar 2.1.6 dapat dilihat bahwa derajat masing-masing titiknya yaitu $deg(a) = deg(d) = 3$ dan $deg(b) = deg(c) = 2$ (Naufal Ishartono, 2018).

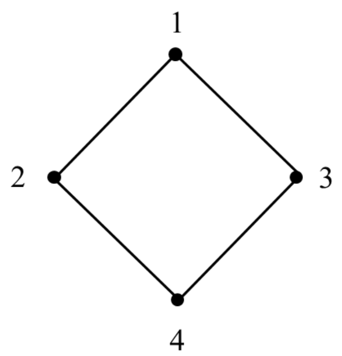
Terdapat beberapa terminologi atau istilah dalam pembahasan graf yaitu dua buah titik dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi dan dua buah sisi dikatakan bertetangga jika terhubung langsung dengan satu titik yang sama. Suatu sisi e dikatakan terkait dengan titik v_j dan titik v_k jika e menghubungkan titik v_j dan titik v_k atau dapat ditulis $e = (v_j, v_k)$. Titik terpencil ialah titik yang tidak memiliki sisi yang terkait dengannya.



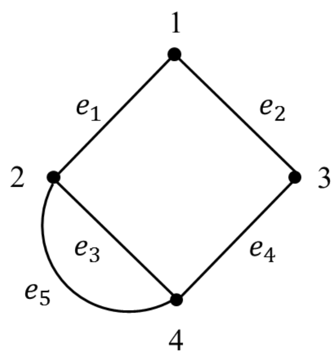
Gambar 2.1.7 Bertetangga dan Keterkaitan pada Graf *G*

Pada Gambar 2.1.7 dapat dilihat bahwa titik v_1 bertetangga dengan titik v_2 dan titik v_3, namun titik v_1 tidak bertetangga dengan titik v_4. Sisi e_5 terkait dengan titik v_2 dan titik v_3, sisi e_2 terkait dengan titik v_3 dan titik v_4, sedangkan sisi e_1 tidak terkait dengan titik v_4, dan titik v_5 adalah titik terpencil.

Jalan adalah barisan berhingga dari titik dan sisi, dimana pada suatu jalan bisa melalui titik dan sisi yang sama. Jalan disebut tertutup jika $v_0 = v_n$. Siklus adalah jalan tertutup yang setiap titiknya berbeda, sedangkan sirkuit adalah jalan tertutup yang setiap sisinya berbeda. Lintasan adalah barisan berselang-seling titik dan sisi: $v_0,\ e_1, v_1,\ e_2, v_2, \ldots, v_{n-1},\ e_n, v_n$ sedemikian sehingga sisi-sisi dari graf G adalah $e_1 = (v_0,\ v_1)$, $e_2 = (v_1,\ v_2)$, …, $e_n = (v_{n-1},\ v_n)$. Dalam suatu lintasan melewati titik yang berbeda-beda. Panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut. Pada graf sederhana, lintasannya dituliskan dalam bentuk barisan titik-titik karena antara dua buah titik pada lintasan tersebut hanya ada satu sisi. Sedangkan pada graf yang mengandung sisi ganda, lintasannya dituliskan dalam bentuk barisan berselang-seling antara titik dan sisi untuk memperjelas sisi yang dilalui. Sebagai contoh, pada Gambar 2.1.8 (a) lintasan dari titik 1 ke titik 3 yaitu 1, 2, 4, 3 dengan barisan sisinya (1,2), (2,4), (4,3). Kemudian pada Gambar 2.1.8 (b) lintasan dari titik 1 ke 3 yaitu $1, e_1, 2, e_3, 4, e_4, 3$ dan masih banyak lintasan lainnya. Perlu diketahui bahwa titik dan sisi yang dilalui dalam sebuah lintasan boleh berulang (Edwin Romelta, 2009).



(a)



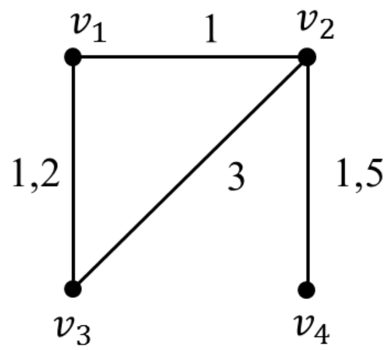
(b)

Gambar 2.1.8 Graf Sederhana (a) dan Graf Sisi Ganda (b)

Menurut Septiana Eka R dan Budi Rahadjeng (2012) graf lintasan yang dinotasikan dengan P_n adalah graf yang mempunyai tepat satu lintasan dengan n titik dan panjang n-1.

Gambar 2.1.9 Graf Lintasan P_4

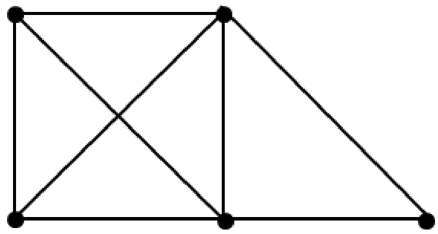
Lintasan terpendek adalah lintasan minimum yang diperlukan untuk mencapai suatu titik dari titik tertentu. Lintasan minimum dapat dicari menggunakan graf berbobot. Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberikan nilai atau bobot. Bobot pada setiap sisi graf berbeda-beda tergantung pada pemodelannya. Seperti menyatakan jarak antara dua kota, biaya perjalanan antara dua kota, dan waktu tempuh (Marwan Sam & Yuliani, 2016).



Gambar 2.1.10 Graf Berbobot

Dikatakan graf terhubung jika setiap pasang titik didalamnya saling terhubung. Adapun dua buah titik yaitu titik u dan titik v dalam graf dikatakan terhubung jika terdapat lintasan dari u ke v. Jika dua buah titik terhubung, pasti titik pertama dapat dicapai dari titik kedua (Siang, 2002).

Menurut Munir (2005), graf tak berarah G disebut graf terhubung jika untuk setiap pasang titik u dan v di dalam himpunan V terdapat lintasan dari u ke v, begitu pula sebaliknya yaitu v ke u. Jika tidak, maka G disebut graf tak terhubung.

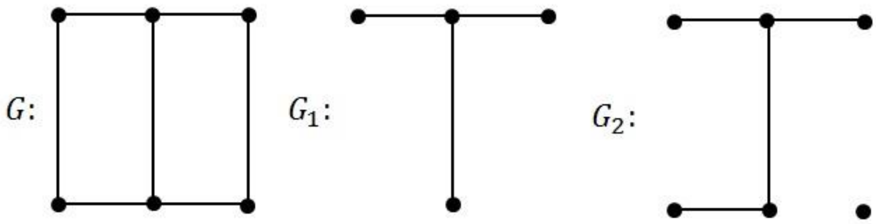


Gambar 2.1.11 Graf Tak Berarah yang Terhubung

Menurut Hasmawati (2020) apabila suatu titik atau sisi pada graf lengkap dilenyapkan, maka akan diperoleh suatu graf baru yang berbeda dengan graf lengkap.

Definisi 2.1.4 *Misalkan dua graf* $H = (V(H), E(H))$ *dan* $G = (V(G), E(G))$. *Graf* H *disebut subgraf dari* G *jika* $V(H) \subseteq V(G)$ *dan* $E(H) \subseteq E(G)$.

Jika $V(H) = V(G)$, maka H dikatakan subgraf perentang dari G. Karena $V(G_2) = V(G)$ pada Gambar 2.1.12 maka G_2 merupakan subgraf perentang (*spanning subgraph*) dari G.



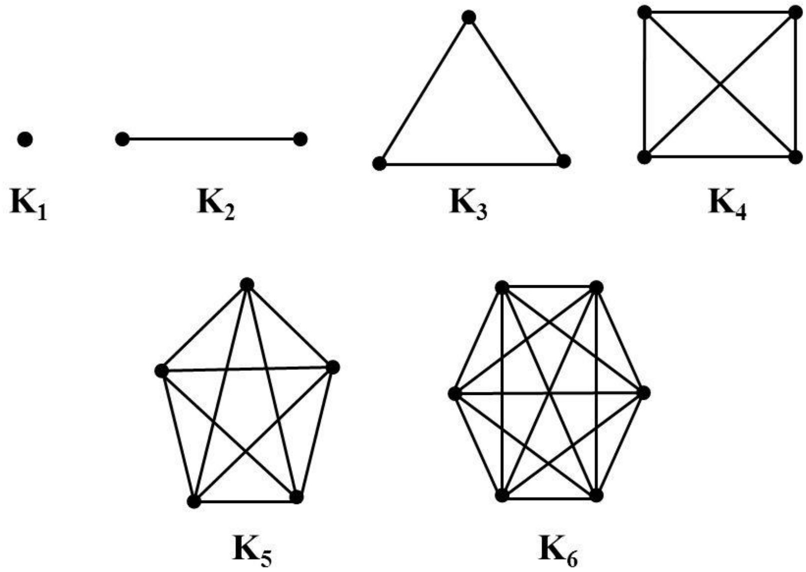
Gambar 2.1.12 Graf G_1 dan G_2 adalah subgraf dari G

2.2 Jenis-Jenis Graf

Terdapat banyak jenis graf, adapun yang berkaitan dengan pembahasan skripsi ini yaitu: graf lengkap graf bipartit, graf multipartit, dan graf pohon,

2.2.1 Graf Lengkap (*Complete Graph*)

Graf lengkap adalah salah satu graf khusus yang setiap dua titiknya bertetangga. Akibatnya, setiap titik pada graf lengkap mempunyai derajat yang sama. Graf lengkap dengan n titik dinotasikan K_n (Hasmawati, 2020).

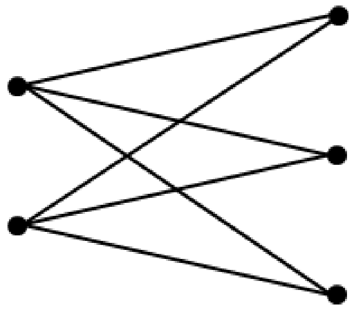


Gambar 2.2.1 Graf Lengkap K_n, $1 \leq n \leq 6$

Sumber : slideplayer.info

2.2.2 Graf Bipartit (*Bipartite Graph*)

Graf G yang himpunan titiknya dapat dikelompokkan menjadi dua himpunan bagian V_1 dan V_2, sedemikian sehingga setiap sisi di dalam G menghubungkan sebuah titik di V_1 ke sebuah titik V_2 disebut graf bipartit dan dinyatakan sebagai $G(V_1, V_2)$.

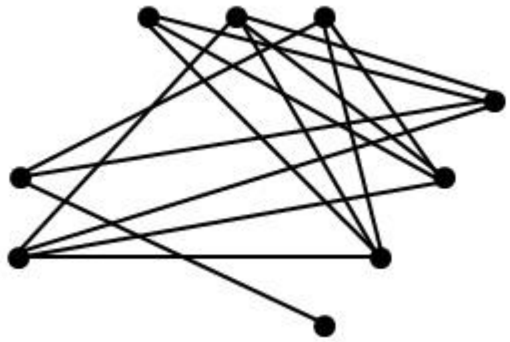


Gambar 2.2.2 Graf Bipartit ($B_{2,3}$)

2.2.3 Graf Multipartit

Menurut Hasmawati (2020) jika $V_1, V_2, \dots, V_k$ adalah himpunan bagian dari titik $V(G)$ pada suatu graf G, yang memenuhi untuk setiap $i, V_i \neq \emptyset, V(G) = \bigcup_{i=1}^{k} V_i$ dan $V_i \cap V_j = \emptyset$ dengan $i \neq j$, maka himpunan V_i disebut partisi dari $V(G)$. Dengan pemahaman tentang partisi ini didefinisikan graf multipartit sebagai berikut.

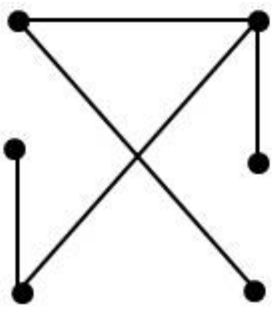
Definisi 2.2.1 |Graf Multipartit| Graf G disebut k**-partit** jika $V(G)$ dipartisi ke dalam k partisi $V_1, V_2, \dots, V_k$ sehingga setiap sisi $e = (u, v) \in E(G)$, berlaku $u \in V_i$ dan $v \in V_j$ untuk suatu i dan j, $i, j \in \{1, 2, \dots, k\}$. Graf k-partit untuk $k \geq 2$ dengan $|V_i| = n_i$ disebut graf multipartit, dinotasikan dengan $B_{n1n2,\dots,nk}$.



Gambar 2.2.3 Graf Multipartit ($B_{3,2,4}$)

2.2.4 Graf Pohon

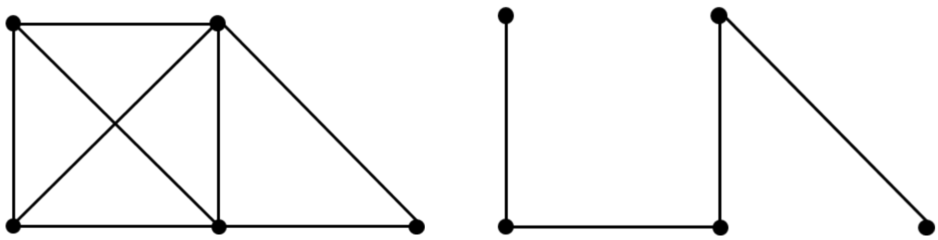
Graf pohon adalah graf tak berarah yang setiap dua titiknya dihubungkan oleh sebuah sisi dan tidak membentuk siklus maupun sirkuit (Munir, 2012).



Gambar 2.2.4 Graf Pohon

1. **Pohon Perentang (*Spanning Tree*)**

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tak berarah terhubung yang bukan pohon, berarti di G terdapat satu atau lebih siklus/sirkuit. G dapat diubah menjadi pohon $T = (V_1, E_1)$ dengan cara memutuskan siklus/sirkuit yang ada. Caranya pilih sebuah siklus/sirkuit, lalu hapus satu buah sisinya. G akan tetap terhubung dan jumlah siklus/sirkuit berkurang. Cara ini dilakukan berulang hingga semua siklus/sirkuit di G hilang. Sehingga G menjadi sebuah pohon T yang dinamakan pohon perentang (*spanning tree*). Disebut pohon perentang karena semua titik pohon T adalah semua titik G dan sisi pohon $T \subseteq$ sisi G. Dapat ditulis $V_1 = V$ dan $E_1 \subseteq E$ (Munir, 2012).



(a) **(b)**

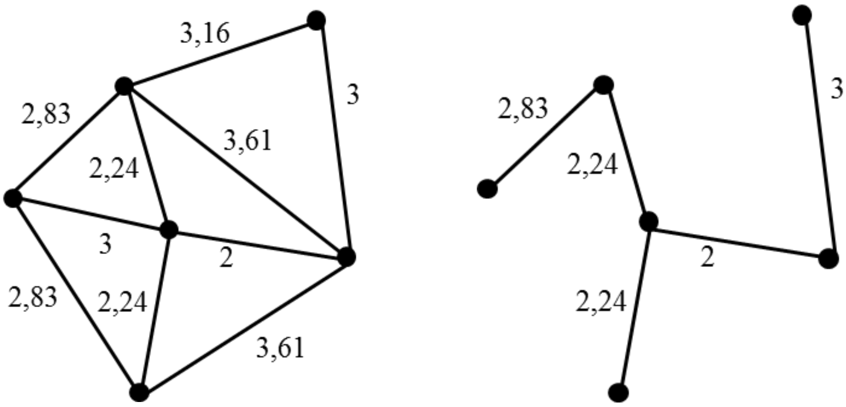
Gambar 2.2.5 Graf (b) merupakan pohon perentang dari graf (a)

2. Pohon Perentang Minimum (*Minimum Spanning Tree*)

Menurut Aidil (2012) pohon perentang yang memiliki bobot minimum dinamakan pohon perentang minimum. Pohon perentang minimum dapat diterapkan pada pembangunan rel kereta api yang menghubungkan sejumlah kota, pipa air, kabel listrik, dan rute (*routing*) pesan pada komunikasi data. Ada beberapa algoritma yang dapat digunakan untuk mencari pohon perentang minimum seperti Algoritma Prim, Algoritma Kruskal, Algoritma Sollin, dan Algoritma Boruvka. Algoritma Kruskal merupakan salah satu algoritma yang mudah digunakan untuk mencari pohon perentang minimum dari suatu graf. Berikut ini langkah-langkah Algoritma Kruskal dalam mencari pohon perentang minimum:

a. Urutkan semua sisi pada graf dari bobot terkecil hingga bobot terbesar.
b. Pilih sisi dengan bobot terkecil, masukan ke T.
c. Setelah sisi pertama didapatkan pilih sisi lainnya yang berbobot minimum dan jika ditambahkan ke T tidak mengandung siklus atau sirkuit.
d. Lakukan berulang sampai pohon perentang minimum terbentuk, yaitu ketika sisi didalam pohon perentang T berjumlah $n - 1$ (n adalah jumlah titik pada graf).

Berdasarkan langkah-langkah tersebut diperoleh pohon perentang minimum Gambar 2.2.6 adalah 12,31 (Naufal Ishartono, 2018).



Gambar 2.2.6 Pohon Perentang Minimum

2.3 Jarak dan Eksentrisitas

Menurut Hasmawati (2020) definisi dalam penentuan jarak dan eksentrisitas pada pusat graf sebagai berikut,

Definisi 2.3.1 *Misalkan* G *adalah graf sederhana dimana* $u, v \in V(G)$. *Jarak antara titik* u *dan* v *dinotasikan dengan* $d(u, v)$ *adalah*

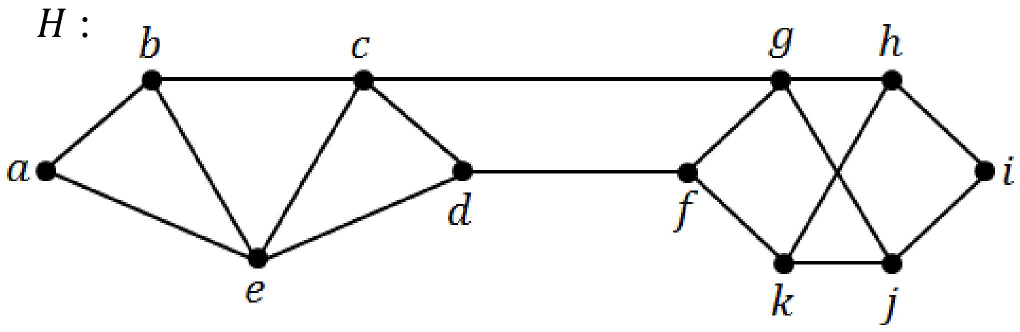
$$d(u,v)\begin{cases} k\,, & k\ adalah\ panjang\ lintasan\ terpendek\ antara\ u\ dan\ v \\ 0, & u = v \\ \infty\,, & jika\ tidak\ ada\ lintasan\ antara\ \ u\ dan\ v \end{cases}$$

Sebelum membahas tentang eksentrisitas, perlu diketahui lebih dulu tentang pusat dan pusat berat pada teori graf. Pusat adalah titik yang memiliki karakter sendiri dan bisa diketahui menggunakan konsep jarak dalam teori graf. Adapun jarak dalam teori graf berkaitan dengan banyaknya sisi pada lintasan terpendek yang menghubungkan dua titik. Dalam menentukan titik pusat pada suatu graf, terlebih dahulu dicari eksentrisitas dari titik-titiknya.

Definisi 2.3.2 *Misalkan graf* G *terhubung dan* $v \in V(G)$. *Maka eksentrisitas titik* v *ditulis* $e(v)$ yakni $e(v) = maks\{d(u, v): u \in V(G)\}$ *atau jarak terjauh antara titik* v *dengan titik lainnya.*

Definisi 2.3.3 *Diameter suatu graf atau* $dim(G)$ *adalah lintasan terpanjang pada graf atau nilai maksimum dari eksentrisitas titik pada graf* G, *dapat ditulis* $dim(G) = maks\{e(v): v \in V(G)\}$.

Definisi 2.3.4 *Titik* v *dikatakan titik pusat (central vertex) jika* $e(v)$ = *r*(G). *Dimana r*(G) *merupakan radius graf* G *atau eksentrisitas minimum pada graf G, dapat ditulis r*(G) = $min\{e(v): v \in V(G)$.



Gambar 2.3.1 Pusat pada Graf *H*

Untuk menentukan titik pusat Gambar 2.3.1 maka yang dicari terlebih dahulu adalah eksentrisitas dari setiap titik pada graf H, sebagai berikut :

$e(a) = maks\{d(a,b),\ d(a,c),\ d(a,d),\ d(a,e),\ d(a,f),\ d(a,g),\ d(a,h),$
$d(a,i),\ d(a,j),\ d(a,k)\} = maks\{1,2,2,1,3,3,4,5,5,4\} = 5$

$e(b) = maks\{d(b,a),\ d(b,c),\ d(b,d),\ d(b,e),\ d(b,f),\ d(b,g),\ d(b,h),$
$d(b,i),\ d(b,j),\ d(b,k)\} = maks\{1,1,2,1,3,2,3,4,3,4\} = 4$

$e(c) = maks\{d(c,a),\ d(c,b),\ d(c,d),\ d(c,e),\ d(c,f),\ d(c,g),\ d(c,h),$
$d(c,i),\ d(c,j),\ d(c,k)\} = maks\{1,2,1,1,2,1,2,3,2,3\} = 3$

$e(d) = maks\{d(d,a),\ d(d,b),\ d(d,c),\ d(d,e),\ d(d,f),\ d(d,g),\ d(d,h),$
$d(d,i),\ d(d,j),\ d(d,k)\} = maks\{2,2,1,1,1,2,3,4,3,2\} = 4$

$e(e) = maks\{d(e,a),\ d(e,b),\ d(e,c),\ d(e,d),\ d(e,f),\ d(e,g),\ d(e,h),$
$d(e,i),\ d(e,j),\ d(e,k)\} = maks\{1,1,1,1,2,2,3,4,4,3\} = 4$

$e(f) = maks\{d(f,a),\ d(f,b),\ d(f,c),\ d(f,d),\ d(f,e),\ d(f,g),\ d(f,h),$
$d(f,i),\ d(f,j),\ d(f,k)\} = maks\{3,3,2,1,2,1,2,3,2,1\} = 3$

$e(g) = maks\{d(g,a),\ d(g,b),\ d(g,c),\ d(g,d),\ d(g,e),\ d(g,f),\ d(g,h),$
$d(g,i),\ d(g,j),\ d(g,k)\} = maks\{3,2,1,2,2,1,1,2,1,2\} = 3$

$e(h) = maks\{d(h,a),\ d(h,b),\ d(h,c),\ d(h,d),\ d(h,e),\ d(h,f),\ d(h,g),$
$d(h,i),\ d(h,j),\ d(h,k)\} = maks\{4,3,2,3,3,2,1,1,2,1\} = 4$

$e(i) = maks\{d(i,a),\ d(i,b),\ d(i,c),\ d(i,d),\ d(i,e),\ d(i,f),\ d(i,g),\ d(i,h),$
$d(i,j),\ d(i,k)\} = maks\{5,4,3,4,4,3,2,1,1,2\} = 5$

$e(j) = maks\{d(j,a),\ d(j,b),\ d(j,c),\ d(j,d),\ d(j,e),\ d(j,f),\ d(j,g),\ d(j,h),$
$d(j,i),\ d(j,k)\} = maks\{5,3,2,3,4,2,1,2,1,1\} = 5$

$e(k) = maks\{d(k,a),\ d(k,b),\ d(k,c),\ d(k,d),\ d(k,e),\ d(k,f),\ d(k,g),$
$d(k,h),\ d(k,i),\ d(k,j)\} = maks\{4,4,3,2,3,1,2,1,2,1\} = 4$

Berdasarkan eksentrisitas setiap titik graf H diperoleh:

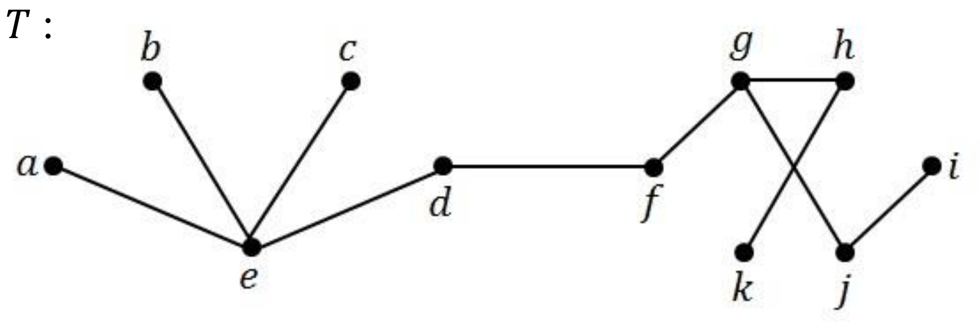
- Radius graf H yaitu $r(H)$ = 3
- Diameter graf H yaitu $dim(H)$ = 5
- Titik sentral H yaitu titik c, f, g
- Pusat H yaitu $P = \{c, f, g\}$

Jadi, pusat graf H adalah himpunan yang terdiri atas tiga titik yaitu $\{c, f, g\}$.

Menurut Hasmawati (2020), ada beberapa istilah untuk menentukan pusat berat suatu graf yang dapat dilihat pada definisi berikut,

Definisi 2.3.5 *Misalkan T adalah graf pohon dan u adalah titik di T.*

1. *Cabang pohon T di titik u adalah subgraf dari T yang memiliki u sebagai titik akhir,*
2. *Bobot (weight) pohon T pada titik u ditulis $\omega(u)$ adalah jumlah maksimum sisi diantara semua cabang T di titik u,*
3. *Titik berat pohon T adalah v jika $\omega(v) = \omega(T)$*
   dengan $\omega(T) = min\{\omega(u) | \ u \in V(T)\}$.
4. *Pusat berat dari pohon T adalah himpunan semua titik berat dari pohon T.*



Gambar 2.3.2 Pusat Berat pada Graf Pohon

Sebagai contoh akan dicari pusat berat pada pohon T. Berdasarkan Definisi 12, cabang pohon T pada Gambar 2.3.2 yaitu:

$\omega(a) = maks\{10\} = 10$

$\omega(b) = maks\{10\} = 10$

$\omega(c) = maks\{10\} = 10$

$\omega(d) = maks\{4,6\} = 6$

$\omega(e) = maks\{1,1,1,7\} = 7$

$\omega(f) = maks\{5,5\} = 5$

$\omega(g) = maks\{2,2,6\} = 6$

$\omega(h) = maks\{1,9\} = 9$

$\omega(i) = maks\{10\} = 10$

$\omega(j) = maks\{1,9\} = 9$

$\omega(k) = maks\{10\} = 10$

Dari bobot pohon T diperoleh $\omega(T)$ = 5, dengan $\omega(T) = min\{\omega(u) | \, u \in V(T)\}$. Karena $\omega(f) = \omega(T)$ maka titik f merupakan titik berat dari pohon T. Jadi, pusat berat graf T adalah himpunan yang terdiri atas satu titik yaitu $\{f\}$.