

*Skripsi Geofisika*

**Rekonstruksi Gelombang Acak dengan Spektrum  
JONSWAP Menggunakan *WFO*  
(*Wave Analysis for Fatigue and Oceanography*)**



**Rusmiati**

**H221 14 006**

**DEPARTEMEN GEOFISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2020**

**Rekonstruksi Gelombang Acak dengan Spektrum  
JONSWAP Menggunakan *WAFO*  
(*Wave Analysis for Fatigue and Oceanography*)**

Skripsi untuk melengkapi tugas tugas dan memenuhi  
syarat untuk mencapai gelar sarjana



**Rusmiati**

**H221 14 006**

**DEPARTEMEN GEOFISIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**2020**

LEMBAR PENGESAHAN

**“Rekonstruksi Gelombang Acak dengan Spektrum  
JONSWAP Menggunakan WAFO (*Wave Analysis for  
Fatigue and Oceanography*)”**

Oleh

Rusmiati

H221 14 006

Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Ujian Guna Memperoleh Gelar Sarjana  
Sains Program Pendidikan Sarjana Departemen Geofisika ini  
Telah Disetujui Oleh Tim Pembimbing Pada Tanggal Seperti Tertera Dibawah  
Ini

Makassar, November 2020

Disetujui Oleh :

Pembimbing Utama,

**Prof. Dr. Dadang Ahmad S. M.Eng**  
NIP. 195609301980031004

Pembimbing Pertama,

**Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng**  
NIP. 196709291993031003

Mengetahui,  
Ketua Departemen Geofisika

**Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng**  
NIP. 196709291993031003

### *Lembar Pernyataan Skripsi*

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Karya tulis saya, skripsi ini adalah asli dan belum pernah diajukan untuk mendapat gelar sarjana di Universitas Hasanuddin.
2. Karya tulis ini adalah murni gagasan, rumusan dan penelitian tanpa bantuan pihak lain, kecuali arahan tim pembimbing dan masukan tim penguji.
3. Dalam karya ini tidak terdapat karya atau pendapat karya atau pendapat yang telah ditulis atau dipublikasikan orang lain kecuali secara tertulis dengan jelas dicantumkan sebagai acuan dalam naskah dengan disebutkan nama pengarang dan dicantumkan dalam daftar pustaka.
4. Pernyataan ini saya buat dengan sesungguhnya apabila dikemudian hari terdapat penyimpangan dan ketidakbenaran dalam pernyataan ini maka saya bersedia menerima sanksi akademik berupa pencabutan gelar yang telah diperoleh karena karya ini serta sanksi lainnya sesuai dengan norma yang berlaku di perguruan tinggi.

Makassar, 17 November 2020

Yang membuat pernyataan,

  
(Rusmiati)

NIM : H221 14 006

## KATA PENGANTAR



Puji syukur kehadirat Allah SWT karena berkat rahmat dan karunianya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Rekonstruksi Gelombang Acak dengan Spektrum JONSWAP Menggunakan WAFO (Wave Analysis for Fatigue and Oceanography)**”. Selama penulisan dan penyelesaian skripsi ini, tak terlepas dari berbagai rintangan dan hambatan, namun berkat bantuan dan dorongan dari berbagai pihak sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.

Penulis dengan segenap kerendahan hati menghaturkan banyak terimakasih kepada orangtua penulis ayahanda **Rusman** dan ibunda **Suriani** tercinta yang dengan tulus mencurahkan cinta, kasih sayang dan perhatiannya disertai dengan iringan doa dalam mendidik dan membesarkan. Saudara tercinta: **Alm. Jusri S.sos** dan **Irwansya** yang selama ini selalu menemani dan memberikan semangat kepada penulis, serta seluruh keluarga dekat penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah memberikan dukungan dan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini. Selanjutnya penulis ingin menghaturkan penghargaan yang setinggi – tingginya dan terimakasih sebesar – besarnya kepada :

1. **Prof. Dr. Dadang Ahmad S, M.Eng** dan **Bapak Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng** selaku pembimbing utama dan pembimbing pertama yang

selama penyusunan skripsi ini telah dengan sabar dan tulus dalam memberikan bimbingan serta menuntun penulis dalam penyelesaian skripsi ini.

2. **Bapak Dr. Sakka, M.Si** dan **Bapak Dr. Eng. Amiruddin,, S.Si, M.Si** selaku tim penguji skripsi yang telah memberikan saran dan masukan serta kritik yang membangun kepada penulis.
3. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin S.Si, M.Si** selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin sekaligus sebagai Penasehat Akademik yang banyak memberikan nasehat kepada penulis.
4. **Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng** selaku Ketua Departemen Geofisika FMIPA UNHAS.
5. Dosen-dosen pengajar yang telah sabar mengajarkan ilmunya serta memberi bimbingan selama perkuliahan.
6. Rekan-rekan seperjuangan Tugas Akhir : **Nur, Inna, Nunu, Nanna, Ariyadi, Diana, Resty.**
7. Teman-teman angkatan Geofisika 2014: **Ariyadi, Akram, Iswar, Tedi, Ridho, Afril, Sidiq, Armin, Aslam, Awal, Ainul, Andris, Firman, Ade, Yaqin, Alm. Muballighulhaq, Reza, Arman, Bella, Putri, Ditha, DPR, Uni, Nur, Nanna, Risda, Arin, Asyifa, Kima, Nunu, Diana, Rusmi, Inna, Alifka, Oci, Dewi, Riska, Anti, Fina, Musdalipa.**
8. Saudari seperjuangan TA **Inna** dan **Nur** atas kebersamaannya hingga saat ini, doa, dukungan dan motivasi yang selalu diberikan kepada penulis.

9. **Bersama Kita Bahagia (BKB): Dewi Putriyani Rachmat (DPR), Mutmainnah (Nanna), Octaviana Agnes Pasulle (Si Tampan), Krisdayanti (Risdatun), Nurhasanah Hamzah (Nur), A. St. Rafida (Acipong), Rosdiana (Diana), Nuramila (Oci)** atas kebersamaan dan kebahagiaan yang selalu diberikan.
10. Teman-teman **se-angkatan SMA 1 Bungin** atas kekeluargaan dan kebersamaan yang selalu terjalin dengan baik hingga saat ini.
11. Keluarga Besar **Himafi FMIPA Unhas terkhusus Resistan 2014 (Ariyadi, Armin, Iswar, Aswan, Taufik, Ainul, Akram, Indra, Alkadri, Awal, Sidiq, Tedi, Reza, Alm.Ballig, Firman, Yaqin, Nurdiana, Nur, Dina, Asyifa, Anna, Bella, Desy, Dewi, DPR, Nike, Ila, Mustakima, Nanna, Noviana, Nina, Oci, Erni, Putri, Risda, Riska, Rosdiana, Octa, Rusnianti, Tina, Uni, Uvi, Hafazhah, Ditha, Nurul, Aristiriany, Afni, Anti 11, Anti 13, Alifka, Radha, Nufi, Arin, Musdalipa)** atas kebersamaan dan kekeluargaan yang telah dibangun dan tetap setia bersama-sama dalam menjalani proses, percayalah kawan hasil tidak akan mengkhianati proses yang telah kita jalani.
- Persaudaraan Tak Bertepi**
12. **KM FMIPA Unhas 2014** atas kebersamaannya selama menjalani proses. **Kita Semua Sama**
13. Teman sepengurusan **BEM FMIPA Unhas 2017/2018** atas kerjasama dan kebersamaannya selama satu periode. **Salam Use Your Mind Be The Best**

**14. Kakak-kakak panitia Bina Kader (2013), pengurus himpunan (2012), dan pengurus BEM (2011)** atas kebersamaan dan kekeluargaan yang telah diajarkan kepada kami.

**15. Kakak-kakak Asisten Praktikum Geofisika** atas ilmu yang telah diberikan

**16. Adik-adik Geofisika 2015, 2016 dan 2017** atas doa dan dukungannya

**17. Teman-teman KKN Tematik Bangun Mandar Gel. 96** Posko Desa Pa'tidi, terimakasih atas kebersamaanya.

Penulisan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, oleh karena itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari para pembaca. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan.

*“And He gave you from all you asked of Him (Surah Ibrahim, Verse 34)”*

Makassar, 27 November 2020

Penulis



## DAFTAR ISI

<b>SAMPUL</b>	
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	ii
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	v
<b>DAFTAR ISI</b> .....	ix
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xiv
<b>ABSTRAK</b> .....	xv
<b>ABSTRACT</b> .....	xvi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
I.1 Latar Belakang .....	1
I.2 Ruang Lingkup .....	3
I.3 Rumusan Masalah .....	4
I.4 Tujuan Penelitian .....	4
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	5
II.1 Konsep Dasar Gelombang Laut.....	5
II.1.1 Periode Gelombang .....	7
II.1.2 Tinggi Puncak.....	8

II.1.3 Tinggi Gelombang.....	9
II.1.4 Distribusi Normal ( <i>Gaussian Distribution</i> ).....	12
II.2 Model <i>Phase</i> /Amplitudo Acak.....	12
II.2.1 Fungsi Kerapatan Probabilitas.....	13
II.2.2 Deret dan Transformasi Fourier .....	14
II.2.3 Distribusi Rayleigh.....	15
II.3 Spektrum Gelombang .....	15
II.3.1 Varians Densitas Spektrum .....	16
II.3.1 Spektrum JONSWAP .....	17
II.4 Karakteristik Statistik Gelombang Acak.....	20
<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>	<b>22</b>
III.1 Alat dan Bahan/Data .....	22
III.2 Tahapan Penelitian.....	22
III.2.1 Persiapan .....	22
III.2.2 Pengolahan Data.....	22
III.2.2.1 Spektrum JONSWAP.....	23
III.2.2.2 Tinggi Gelombang Signifikan ( $H_{m_0}$ ).....	23
III.2.2.3 Periode Gelombang Rata-Rata ( $T_{m_{01}}$ ) .....	24
III.2.2.4 Periode <i>Zero-Crossing</i> Rata-Rata ( $T_{m_{02}}$ ) .....	24
III.2.2.5 Periode Puncak ( $T_p$ ).....	24
III.2.2.6 Periode Energi ( $T_{m_{-10}}$ ).....	24

III.3 Kerangka Pikir .....	25
III.4 Diagram Alir Penelitian .....	26
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>27</b>
IV.1 Hasil Simulasi Spektrum JONSWAP .....	27
IV.2 Simulasi Data dari Spektrum .....	28
IV.3 Simulasi Spektrum dari Data .....	32
IV.4 Karakteristik Statistik Gelombang Acak .....	33
IV.5 Perbandingan Karakteristik Statistik Gelombang Acak. ....	35
<b>BAB V PENUTUP.....</b>	<b>36</b>
V.1 Kesimpulan .....	36
V.2 Saran .....	37
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>38</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>39</b>

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b> Defenisi “gelombang” dalam catatan waktu elevasi permukaan dengan <i>downward zero-crossing</i> atau <i>upward zero-crossing</i> .....	6
<b>Gambar 2.2</b> Tinggi puncak positif dengan spektrum sempit dan tinggi puncak positif dan negatif dengan spektrum lebar .....	8
<b>Gambar 2.3</b> Tinggi gelombang signifikan pada fungsi kerapatan probabilitas Rayleigh .....	11
<b>Gambar 2.4</b> Pengamatan spektrum gelombang selama <i>Joint North Sea Wave</i> <i>Project</i> (JONSWAP) .....	19
<b>Gambar 4.1</b> Spektrum JONSWAP .....	27
<b>Gambar 4.2</b> Simulasi dari Jonswap spektrum dengan $H_{m0} = 7\text{m}$ , $T_p = 12\text{s}$ , Jumlah Data = 2000, $\Delta t = 0.1\text{s}$ .....	28
<b>Gambar 4.3 a,b.</b> Simulasi dari spektrum ke data.....	29
<b>Gambar 4.4</b> Urutan periode gelombang yang terbentuk.....	30
<b>Gambar 4.5</b> Kecuraman dan Ketinggian Gelombang yang Terbentuk .....	31
<b>Gambar 4.6 a,b</b> Perbandingan tinggi gelombang dengan periode dan kecuraman gelombang .....	32
<b>Gambar 4.7</b> Estimasi spektrum dari data.....	32

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 4.1</b> Karakteristik statistik gelombang acak.....	35
--	----

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1.</b> Scrift file data di laut utara Atlantik.....	40
<b>Lampiran 2.</b> <i>Source code</i> spektrum JONSWAP.....	41
<b>Lampiran 3.</b> Scrift spektrum JONSWAP yang digunakan.....	46
<b>Lampiran 4.</b> <i>Source code</i> <b>Spec2sdat</b> .....	46
<b>Lampiran 5.</b> <b>Spec2sdat</b> scrift.....	53
<b>Lampiran 6.</b> <i>Source code</i> <b>Dat2spec</b> .....	55
<b>Lampiran 7.</b> Scrift karakteristik statistik yang digunakan.....	65

## **ABSTRAK**

Karakteristik gelombang dilaut lepas dapat diperoleh dengan pendekatan spektral. Bentuk gelombang menggambarkan karakteristik gelombang dilautan. Spektrum gelombang yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu spektrum JONSWAP (*Joint North Sea Wave Project*). Dengan menganalisis elevasi muka laut dilaut utara Atlantik menggunakan analisis spektrum dan analisis statistik yang diperoleh dengan menggunakan skrip di toolbox matlab WAFO (*Wave Analysis for Fatigue and Oceanography*). Selanjutnya akan diperoleh karakteristik statistik gelombang dalam ruang waktu maupun dalam ruang frekuensi.

Kata Kunci : Gelombang, JONSWAP, Spektrum, Statistik, Matlab, WAFO, Frekuensi.

## **ABSTRACT**

The wave characteristics at high seas can be obtained by using a spectral approach. Waveform describes the characteristics of waves at sea. The wave spectrum used in this study is the JONSWAP spectrum (Joint North Sea Wave Project). By analyzing sea level elevation in the north Atlantic sea using spectrum analysis and statistical analysis obtained by using the script in the WAFO (Wave Analysis for Fatigue and Oceanography) Matlab toolbox. Furthermore, the statistical characteristics of the waves in time domain and frequency domain will be obtained.

**Keywords** : Wave, JONSWAP, Spectrum, Statistic, Matlab, WAFO, Frequency.



# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **I.1 Latar Belakang**

Luas wilayah laut di dunia lebih besar daripada daratan. Menurut National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) total luas wilayah laut 361 juta km<sup>2</sup> dan daratan 149 juta km<sup>2</sup> sehingga luas lautan 71% dan luas daratan 29% dari luas permukaan bumi, oleh karena itu segala aktivitas di laut seperti pelayaran, pertambangan minyak dan gas bumi, budidaya perikanan, dan penangkapan ikan memberikan kontribusi penting bagi perekonomian dunia. Beragam aktivitas tersebut berkaitan dengan bangkitan gelombang terutama oleh angin, pasang surut, dan gempa. Dinamika permukaan laut dari periode pendek sampai panjang sangat sensitif terhadap setiap kegiatan pemanfaatan sumber daya alam dilaut.

Informasi cuaca harian sangat bermanfaat bagi perencanaan jadwal beragam kegiatan eksplorasi, eksploitasi, dan transportasi maritim. Bagi kepentingan pelayaran, informasi iklim gelombang akan bermanfaat untuk jadwal keberangkatan kapal barang dan penumpang. Bagi kepentingan eksploitasi, informasi iklim gelombang akan bermanfaat dalam penentuan teknologi peralatan yang digunakan. Dalam bidang transformasi laut hal yang paling berpengaruh adalah kondisi dari gelombang. Janssen (2016) menekankan bahwa gelombang laut yang ekstrim terus menjadi ancaman bagi masyarakat pesisir, transportasi laut dan industri lepas pantai.

Gelombang selalu menimbulkan sebuah ayunan air yang bergerak tanpa henti-hentinya pada lapisan permukaan laut dan jarang sekali dalam keadaan sama sekali diam. Gelombang laut yang ada di alam bebas bentuknya tidak teratur (acak) dan sangat kompleks dengan masing masing gelombang mempunyai sifat yang berbeda, sesuai dengan karakteristik pembangkit gelombang dan lingkungan yang dilaluinya. Berdasarkan dari tinggi gelombang laut dapat ditentukan tinggi probabilitas gelombang laut. Sedangkan berdasarkan waktu periode dapat ditentukan bentuk spektrum gelombang laut. Spektrum merupakan deretan gelombang. Bentuk spektrum gelombang menggambarkan karakteristik dari gelombang di lautan (Mayasari, 2001).

Poulos dkk (2015) melakukan penelitian mengenai analisis elevasi permukaan laut dari lima *Buoys* di laut Aegean dan Ionian berdasarkan analisis statistik dan analisis spektral menggunakan toolbox matlab WAFO dengan periode sampling 17 menit, diulang selama 3 jam dan sampling frekuensi 1 Hz. Karakteristik gelombang yang dihitung yaitu *steepness* (S), tinggi gelombang (H), periode gelombang (T), amplitudo puncak ( $A_0$ ), periode di atas puncak ( $T_{0f}$ ) dan periode belakang puncak ( $T_{0b}$ ). dari analisis tersebut diperoleh rata-rata tinggi dan periode gelombang berubah-ubah dari 0,57 m -0,70 m dan dari 4,06 s-4,79 s, dengan nilai maksimum 1,50 m – 1,81 m dan 7,60 s-10,03 s. Tinggi gelombang signifikan dengan analisis statistik yaitu 0,89 m-1,10 m dan periode 5,39 s – 6,39 s. Tinggi gelombang signifikan dengan analisis spektrum bervariasi dari 0,98 m-1,19 m dan periode 3,79 s-4,51 s.

Dampak adanya gelombang tinggi dapat dicegah atau dikurangi jika variabilitas dan karakteristik gelombang di setiap wilayah penelitian dipahami dengan baik, sehingga kegiatan kegiatan kelautan dapat direncanakan sesuai dengan karakter gelombang. Mengingat pentingnya mengetahui variasi dan karakteristik dari gelombang laut untuk kepentingan masyarakat pesisir, transportasi laut, dan industri lepas pantai, sehingga dilakukan kajian analisis mengenai spektrum gelombang.

Karakteristik gelombang di laut lepas dapat diperoleh dengan pendekatan spektral, bentuk spektrum gelombang menggambarkan karakteristik gelombang di lautan. Dari penelitian sebelumnya telah mengkaji analisis statistik permukaan laut di laut Aegean dan Ionian Dalam penelitian ini akan dilakukan analisis karakteristik statistik gelombang dilaut selatan Atlantik menggunakan spektrum JONSWAP (*Joint North Sea Wave Project*).

## **I.2 Ruang Lingkup**

Karakteristik gelombang yang diperhitungkan dalam penelitian ini yaitu tinggi gelombang signifikan  $H_{m_0}$ , periode gelombang rata rata  $T_{m_{01}}$ , periode *zero-crossing* rata rata  $T_{m_{02}}$ , periode puncak  $T_p$ , dan periode energi  $T_{m_{-10}}$ . Pada penelitian ini digunakan WAFO (*wave analisis for fatigue and oceanography*) untuk memodelkan pola spektral dari spektrum JONSWAP dalam kasus 1D.

## **I.3 Rumusan Masalah**

Berdasar pada latar belakang, adapun permasalahan pokok dirumuskan:

1. Bagaimana rekonstruksi dari gelombang acak dengan spektrum JONSWAP ?
2. Bagaimana karakteristik gelombang acak (tinggi gelombang signifikan  $H_{m_0}$ , periode gelombang rata rata  $T_{m_{01}}$ , periode *zero-crossing* rata rata  $T_{m_{02}}$ , periode puncak  $T_p$ , dan periode energi  $T_{m_{-10}}$ ) dengan spektrum JONSWAP ?

#### **I.4 Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Merekonstruksi gelombang acak dengan spektrum JONSWAP.
2. Mengetahui karakteristik gelombang acak (tinggi gelombang signifikan  $H_{m_0}$ , periode gelombang rata rata  $T_{m_{01}}$ , periode *zero-crossing* rata rata  $T_{m_{02}}$ , periode puncak  $T_p$ , dan periode energi  $T_{m_{-10}}$ ) dengan spektrum JONSWAP.

## BAB II

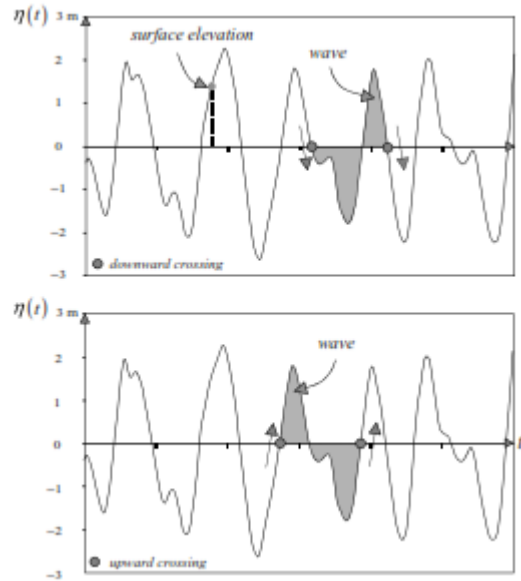
### TINJAUAN PUSTAKA

#### II.1 Konsep Dasar Gelombang Laut

Defenisi gelombang laut secara umum adalah pergerakan naik dan turunnya air dengan arah tegak lurus permukaan air laut yang membentuk kurva atau grafik sinusoidal. Gelombang yang terjadi di lautan dapat diklasifikasikan menjadi beberapa macam berdasarkan pembangkitnya, salah satu pembangkitan gelombang laut yang terjadi disebabkan oleh angin. Mekanisme terjadinya gelombang oleh angin terjadi ketika angin yang berhembus di atas permukaan air akan memindahkan energinya ke air. Kecepatan angin akan menimbulkan tegangan pada permukaan laut, sehingga permukaan air yang semulanya tenang akan terganggu dan timbul riak gelombang kecil di atas permukaan air. Apabila kecepatan angin bertambah, riak tersebut menjadi semakin besar, dan apabila angin berhembus terus akhirnya akan terbentuk gelombang. Semakin lama dan semakin kuat angin berhembus maka semakin besar gelombang yang terbentuk (Triatmodjo, 1999).

Gelombang merupakan profil elevasi permukaan laut antara dua *downward zero-crossing* atau *upward zero-crossing* elevasi muka laut. Jika elevasi muka laut  $\eta(t)$  didasarkan pada proses Gaussian, maka gelombang dapat didefenisikan dengan asumsi *downward zero-crossing* atau *upward zero-crossing*. Karakteristik gelombang

pada rekaman gelombang didasarkan pada rata-rata dari tinggi gelombang individual dan periode gelombang (Buckley dkk, 1984, Goda, 1986 dalam Houlthuisen, 2007).



**Gambar 2.1** Defenisi “gelombang” dalam catatan waktu elevasi permukaan dengan *downward zero-crossing* dan *upward zero-crossing* (Houlthuisen, 2007).

### II.1.1 Periode Gelombang

Periode gelombang  $T$  adalah interval waktu antara awal dan akhir sebuah gelombang (interval antara satu *zero-down crossing* dan *zero-down crossing* berikutnya). Karena periode gelombang didefenisikan sebagai *zero-crossing*, maka disebut sebagai *zero-crossing period*  $T_0$ . Rata-rata periode *zero-crossing* dalam analogi dengan tinggi gelombang  $T$ , dirumuskan sebagai:

$$\text{Mean zero - Crossing wave period} : \bar{T}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{0,i} \quad (2.1)$$

Dimana  $i$  adalah nomor urut gelombang dalam catatan waktu. Sebagai analogi dengan tinggi gelombang signifikan, periode gelombang signifikan  $T_s$  didefinisikan sebagai periode rata-rata sepertiga tinggi gelombang  $T_{1/3}$ :

$$\text{Significant wave period} : T_{1/3} = \frac{1}{N/3} \sum_{j=1}^{N/3} T_{0,j} \quad (2.2)$$

Rata-rata interval waktu ( $\bar{T}_\eta$  berturut-turut naik atau turun dengan level  $\eta$ ) dinyatakan dalam spektrum sebagai berikut ( Rice, 1994, 1945, 1954 dalam Houlthuijsen, 2007):

$$\bar{T}_\eta = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} / \exp\left(-\frac{\eta^2}{2m_0}\right) \quad (2.3)$$

Dimana  $m_0$  dan  $m_2$  menyatakan momen ke-0 dan momen ke-2 dari kerapatan varian spektrum  $E_f$ . Rata-rata frekuensi *cross level*  $\bar{f}_\eta = \bar{T}_\eta^{-1}$  adalah (Houlthuijsen, 2007):

$$\bar{f}_\eta = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2m_0}\right) \quad (2.4)$$

Rata-rata *zero-crossing* periode  $\bar{T}_0$ , diperoleh dari persamaan (2.3) dengan  $\eta = 0$ :

$$\bar{T}_\eta = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (2.5)$$

Kadang- kadang dinotasikan sebagai  $\bar{T}_\eta = \bar{T}_{m02}$ . Rata-rata *zero-crossing* frekuensi

$\bar{f}_0 = \bar{f}_0^{-1}$  adalah:

$$\bar{f}_0 = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (2.6)$$

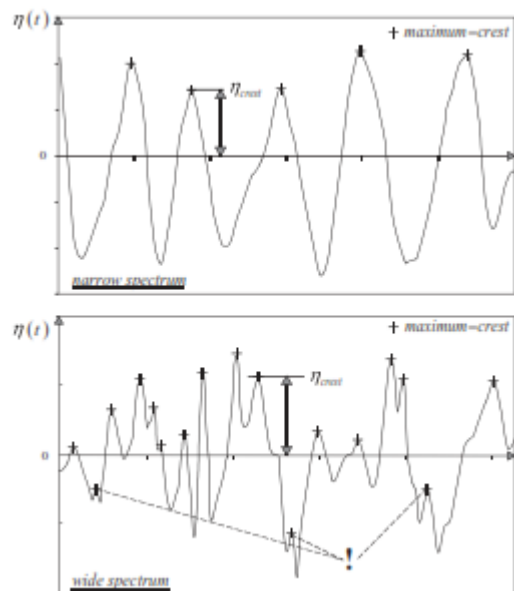
Momen dari spektrum gelombang didefinisikan:

$$m_n = \int_0^\infty f^n E(f) df \quad \text{untuk } n = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.7)$$

Dimana  $m_n$  merupakan momen orde ke- $n$  dari  $E(f)$ .

### II.1.2 Tinggi Puncak

Untuk gelombang dengan spektrum sempit, jumlah total puncak sama dengan dua kali jumlah *up-crossing* melalui level nol. Jumlah puncak tertinggi, yaitu yang berada di atas level positif  $\eta$ , sama dengan jumlah dari *up-crossing* melalui level tersebut (Gambar 2.2).



**Gambar 2.2** Tinggi puncak positif dengan spektrum sempit dan tinggi puncak positif dan negatif dengan spektrum lebar (Houlthuijsen, 2007)



Untuk durasi  $D$ , bilangan relatif puncak dengan tinggi  $\eta_{crest} > \eta$ , dapat diperoleh dari:

$$\frac{\text{Number of crests with } \eta_{crest} > \eta \text{ in duration } D}{\text{Total number of crests in duration } D} = \frac{D/\bar{T}_\eta}{D/T_0} = \frac{\bar{f}_\eta}{\bar{f}_0} \quad (2.8)$$

Substitusi  $\bar{f}_\eta$  (persamaan 2.4) dan  $\bar{f}_0$  (persamaan 2.6), sehingga diperoleh:

$$\Pr\{\underline{\eta}_{crest} > \eta\} = \frac{\bar{f}_\eta}{\bar{f}_0} = \frac{\sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2m_0}\right)}{\sqrt{\frac{m_2}{m_0}}} = \exp\left(-\frac{\eta^2}{2m_0}\right) \quad (2.9)$$

Jadi, fungsi distribusi kumulatif  $\Pr\{\underline{\eta}_{crest} > \eta\} = 1 - \Pr\{\underline{\eta}_{crest} > \eta\}$  yaitu:

$$P_{\underline{\eta}_{crest}}(\eta) = \Pr\{\underline{\eta}_{crest}\} = 1 - \exp\left(-\frac{\eta^2}{2m_0}\right) \quad (2.10)$$

Fungsi kerapatan probabilitas  $\underline{\eta}_{crest}$  dapat diperoleh dari derivatif  $P_{\underline{\eta}_{crest}}(\eta)$ :

$$P_{\underline{\eta}_{crest}}(\eta) = \frac{\eta}{m_0} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2m_0}\right) \quad (2.11)$$

### II.1.3 Tinggi Gelombang

Tinggi gelombang  $H$  merupakan jarak interval antara elevasi permukaan tertinggi dan terendah dalam sebuah gelombang. Dalam rekaman gelombang untuk gelombang dengan  $N$  gelombang, tinggi gelombang rata-rata  $\bar{H}$ :

$$\text{Mean wave height : } \bar{H} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i \quad (2.12)$$

Tinggi gelombang signifikan  $H_s$  adalah rata-rata sepertiga tinggi gelombang dalam rekaman gelombang.

$$\text{Significant wave height : } H_{1/3} = \frac{1}{N/3} \sum_{j=1}^{N/3} H_j \quad (2.13)$$

Pada frekuensi sempit di perairan dalam, ketinggian gelombang sama dengan dua kali tinggi puncak:  $H \approx 2\eta_{crest}$ . Fungsi densitas probabilitas  $H$  ditentukan dari fungsi densitas probabilitas  $\eta$ , dengan menggunakan transformasi Jacobian sederhana:

$$p(H) = p\eta_{crest}(\eta) \frac{p\eta_{crest}}{dH} \quad (2.14)$$

Sehingga fungsi densitas probabilitas  $H$ :

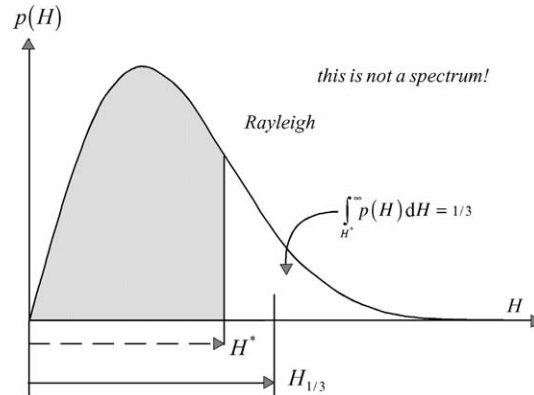
$$p(H) = \frac{\eta_{crest}}{m_0} \exp\left(\frac{\eta_{crest}^2}{2m_0}\right) \frac{d\eta_{crest}}{dH} \quad (2.15)$$

Dengan  $\eta_{crest} = 1/2 H$ , maka:

$$p(H) = \frac{H}{m_0} \exp\left(-\frac{H^2}{8m_0}\right) \quad (2.16)$$

Fungsi tersebut merupakan distribusi Rayleigh (lihat Gambar 2.3). Fungsi distribusi kumulatif  $H$  diperoleh dengan mengintegrasikan fungsi probabilitas di atas atau dengan substitusi  $\eta_{crest} = H/2$ , sehingga fungsi distribusi untuk tinggi gelombang individual  $\underline{H}$  :

$$\Pr\{\underline{H} \leq H\} = 1 - \exp\left(-\frac{H^2}{8m_0}\right) \quad (2.17)$$



**Gambar 2.3** Tinggi gelombang signifikan pada fungsi kerapatan probabilitas Rayleigh (Houlthuijsen, 2007).

Tinggi gelombang signifikan merupakan rata-rata nilai tertinggi dari sepertiga tinggi gelombang. Tinggi gelombang dalam hal ini terletak pada gelombang tertinggi ketiga dari distribusi Rayleigh, yaitu  $H > H^*$ , dimana  $H^*$  didefinisikan pada Gambar 2.3:

$$\int_{H^*}^{\infty} p(H) dH = \frac{1}{3} \quad (2.18)$$

Rata-rata nilai tertinggi gelombang diperoleh dari tinggi gelombang signifikan, hal ini dapat ditentukan misalnya dengan orde ke-0 dan orde ke-1 dari ketiga tertinggi dalam distribusi:

$$H_{m0} = E\{\underline{H}\}_{H>H^*} = \frac{\int_{H^*}^{\infty} Hp(H)dH}{\int_{H^*}^{\infty} p(H)dH} \quad (2.19)$$

Substitusi persamaan (2.18) dan persamaan analitik untuk distribusi Rayleigh sehingga diperoleh:

$$H_{m0} \approx 4\sqrt{m_0} \quad (2.20)$$

Dengan  $m_0$  merupakan momen orde ke-0 dari varians densitas spektrum  $E(f)$ .

#### II.1.4 Distribusi Normal (*Gaussian Distribution*)

Suatu variabel acak  $X$  dengan nilai rata-rata  $\mu$  dan varians  $\sigma^2$  dikatakan berdistribusi normal jika fungsi kerapatan probabilitasnya:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp \left[ -\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2} \right] \quad -\infty < x < \infty \quad (2.21)$$

Distribusi normal dengan nilai  $\mu = 0$  dan  $\sigma^2 = 1$  disebut distribusi normal standar dinotasikan  $N(0,1)$ . Apabila variabel  $Z$  adalah variabel acak yang mengikuti distribusi normal standar maka fungsi kerapatan probabilitasnya:

$$p(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-z^2-2\sigma^2} \quad -\infty < z < \infty \quad (2.22)$$

#### II.2 Model *Phase/Amplitudo Acak*

Model dasar untuk menggambarkan elevasi permukaan yang bergerak  $\underline{\eta}(t)$  yaitu dengan menggunakan model amplitudo acak, dimana ketinggian permukaan merupakan jumlah dari gelombang harmonik, masing-masing dengan amplitudo konstan dan fase acak:

$$\underline{\eta}(t) = \sum_{i=1}^N \underline{a}_i \cos(2\pi f_i t + \underline{\alpha}_i) \quad (2.23)$$

Dimana  $N$  bilangan terbesar dari frekuensi, amplitudo  $\underline{a}_i$  dan fase  $\underline{\alpha}_i$  mengindikasikan variabel acak.

Fase pada setiap frekuensi  $f_i$  terdistribusi secara seragam antara 0 dan  $2\pi$ :

$$P(\alpha_i) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{untuk} \quad 0 < \alpha_i \leq 2\pi \quad (2.24)$$

### II.2.1 Fungsi Kerapatan Probabilitas

Pada variabel acak kontinyu, harga  $X$  tertentu ( $X = x$ ) tidak memiliki nilai massa probabilitas atau nilai massa probabilitasnya sama dengan nol,  $\rho(X = x) = 0$ , dengan  $dx \approx 0$ , mengakibatkan  $P(X < x)$  tidak akan berbeda dengan  $P(X \leq x)$ . Maka alternative untuk mendefenisikan probabilitas pada harga variabel acak tertentu dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi kerapatan probabilitas (*probability density function*) yang dinotasikan dengan  $p(x)$ , mendefenisikan probabilitas dalam selang kejadian  $(x, x + dx)$  atau  $(x \leq X \leq x + dx)$ .

$$p(x) = \frac{F(x+dx) - F(x)}{dx} = \frac{dF(x)}{dx} \quad (2.25)$$

Sebuah variabel acak  $\underline{x}$  dinyatakan oleh *probability density function*  $p(x)$  yang mendefenisikan probabilitas dari  $\underline{x}$  antara nilai  $x$  dan  $x + dx$ , dirumuskan (Houlthuijsen, 2007) :

$$Pr\{x < \underline{x} \leq x + dx\} = \int_x^{x+dx} p(x) dx \quad (2.26)$$

Probabilitas  $\underline{x}$  hampir sama dengan  $x$  (*probability non-exceedance*):

$$Pr\{\underline{x} \leq x\} = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = P(x) \quad (2.27)$$

Dimana  $P(x)$  merupakan fungsi distribusi kumulatif dari  $\underline{x}$ .

Rata-rata nilai  $\underline{x}$  bisa didefinisikan dari fungsi distribusi probabilitas  $p(x)$  sebagai momen orde-pertama dibagi dengan momen orde ke-nol yang dinyatakan sebagai ‘*expected value*’ atau ‘*expectation*’ dari  $\underline{x}$  dinotasikan dengan  $E\{\underline{x}\}$ :

$$\text{Expected value of } x = E\{\underline{x}\} = \mu_x = m_1/m_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx / \int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx \quad (2.28)$$

Dengan  $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1$ , maka

$$E\{\underline{x}\} = \mu_x = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx \quad (2.29)$$

## II.2.2 Deret dan Transformasi Fourier

Perkiraan amplitudo per frekuensi dari elevasi muka laut dinyatakan dengan deret Fourier:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(2\pi f_i t + \alpha_i) \quad \text{dengan } f_i = \frac{i}{D} \text{ sehingga } \Delta f = \frac{1}{D} \quad (2.30)$$

Dimana  $\eta(t)$  merupakan elevasi permukaan. Dengan menggunakan identity trigonometri Persamaan 2.29 diperoleh:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N [A_i \cos(2\pi f_i t) + B_i \sin(2\pi f_i t)] \quad (2.31)$$

Dengan amplitudo  $a_i$  dan phase  $\alpha_i$ :

$$a_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2} \quad \text{dan} \quad \alpha_i = -\frac{B_i}{A_i} \quad (2.32)$$

Amplitudo  $A_i$  dan  $B_i$  dapat ditentukan dari integral Fourier:

$$A_i = \frac{2}{D} \int_D \eta(t) \cos(2\pi f_i t) dt \quad \text{untuk } f_i = \frac{i}{D} \quad (2.33)$$

$$B_i = \frac{2}{D} \int_D \eta(t) \sin(2\pi f_i t) dt \quad \text{untuk } f_i = \frac{i}{D} \quad (2.34)$$

### II.2.3 Distribusi Rayleigh

Distribusi Rayleigh merupakan distribusi selisih atau distribusi selisih puncak-lembah, yang dirumuskan:

$$f(x) = \frac{2\pi x}{R} e^{-x^2/R} \quad 0 \leq x < \infty \quad (2.35)$$

Dimana R adalah parameter distribusi, secara matematis dinyatakan sebagai:

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i^2 \quad (2.36)$$

Penerapannya dalam analisis tinggi gelombang individu, distribusi Rayleigh digunakan untuk menentukan rata-rata variabel tinggi gelombang terbesar ( $x_{1/n}$ ) dengan persentase kejadian  $\frac{1}{n} \times 100\%$ .

### II.3 Spektrum Gelombang

Konsep dasar dari spektrum gelombang yaitu dengan menggunakan deret Fourier untuk menjumlahkan komponen harmonik gelombang:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(2\pi f_i t + \alpha_i) \quad (2.37)$$

Dimana  $a_i$  dan  $\alpha_i$  adalah amplitudo dan fase, dengan frekuensi  $f_i = i/D$  ( $i=1, 2, 3, \dots$ ; interval frekuensi  $\Delta f = 1/D$ ). Dengan analisis Fourier, maka dapat ditentukan nilai amplitudo dan fase dari frekuensi gelombang.

Spektrum amplitudo rata-rata adalah:

$$\bar{a}_i = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M a_{i,m} \quad \text{untuk semua frekuensi } f_i \quad (2.38)$$

Dimana  $a_{i,m}$  adalah nilai dari  $a_i$  untuk urutan bilangan  $m$ .

Perkembangan pengamatan spektrum gelombang (satu dimensi) pertama kali disempurnakan oleh T. P. Barnett dan J. C. Wilkerson (1967) dengan menggunakan data radar *altimetry*. Pengamatan tersebut hanya menggunakan dua profil angin, eksponensial pertumbuhan gelombang hanya dapat ditemukan pada hasil pengamatan Synder dan Cox (1966).

### II.3.1 Varians Densitas Spektrum

Amplitudo dan spektrum varians didasarkan pada frekuensi distrik, namun di laut frekuensi tersebut tidak tersedia, oleh karena itu dilakukan modifikasi model amplitudo/fase acak dengan mendistribusikan varians  $E \left\{ \frac{1}{2} \underline{a}_i^2 \right\}$  selama interval  $\Delta f_i$  dari frekuensi  $f_i$ . Diperoleh variasi densitas spektrum  $E^*(f_i)$ :

$$E^*(f_i) = \frac{1}{\Delta f_i} E \left\{ \frac{1}{2} \underline{a}_i^2 \right\} \quad \text{untuk semua } f_i \quad (2.39)$$



$\Delta f_i$  merupakan interval antar frekuensi. Spektrum ini digunakan untuk semua frekuensi, tapi masih terputus dari satu band frekuensi ke band frekuensi lainnya. Oleh sebab itu, digunakan lebar band frekuensi  $\Delta f_i$  mendekati nol :

$$E(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta f} E \left\{ \frac{1}{2} a^2 \right\} \quad (2.40)$$

Varians densitas spektrum memberikan penjelasan yang lengkap mengenai elevasi permukaan dari gelombang laut dalam pengertian statistik, dimana elevasi permukaan bisa dilihat sebagai proses stasioner, proses Gaussian. Semua karakteristik statistik dari medan gelombang bisa dinyatakan dalam bagian dari varians densitas spektrum.

### II.3.2 Spektrum JONSWAP

Dengan menggunakan pendekatan Kitaigorodskii dan hipotesis Philips, pendekatan yang sama digunakan oleh Pierson dan Moskowitz, Hasselmann dkk (1973) mengusulkan satu model spektrum yang baru berdasar pada *Joint North Sea Wave Project* (JONSWAP) dengan mempertimbangkan *fetch* dengan luas yang tidak terbatas. Spektrum JONSWAP berlaku untuk *not fully developed sea states* dan juga digunakan pada *fully developed sea states*. Sangat baik untuk mengkarakterisasi angin laut ketika  $3.6\sqrt{H_{m_0}} < T_p < 5\sqrt{H_{m_0}}$ . Selama pengamatan spektrum JONSWAP tampak memiliki puncak yang lebih tajam dibandingkan dengan spektrum Pierson-Moskowitz, maka untuk menambah ketinggian puncak tersebut digunakan fungsi *peak-enhancement*  $G(f)$ :

$$G(f) = \gamma \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{f/f_{peak}^{-1}}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (2.41)$$

Dimana  $\gamma$  merupakan faktor yang membentuk puncak spektrum atau *peak-enhancement* dan  $\sigma$  adalah parameter lebar puncak ( $\sigma = \sigma_a$  untuk  $f \leq f_{peak}$  dan  $\sigma = \sigma_b$  untuk  $f > f_{peak}$ ).

JONSWAP spektrum dinyatakan oleh :

$$E_{JONSWAP}(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \exp \left[ -\frac{5}{4} \left( \frac{f}{f_{peak}} \right)^{-4} \right] \gamma \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{f/f_{peak}^{-1}}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (2.42)$$

Kahma dan Calceon (1992) dalam Houlthuijsen (2007) menyarankan  $f_{peak} =$

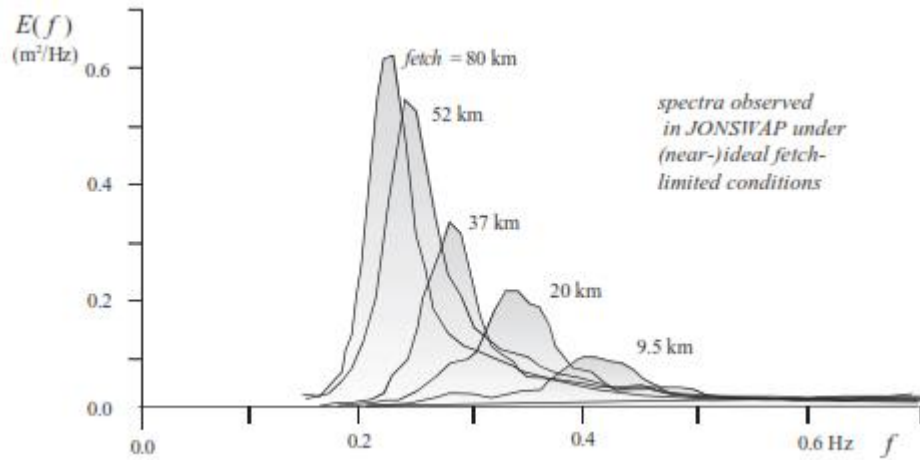
$f_{peak} U_{10}/g$  untuk panjang *dimensionless fetch*  $\tilde{F}$ :

$$f_{peak} = 2.18 \tilde{F}^{0.27} \quad (2.43)$$

Skala energi  $\propto$  untuk panjang *dimensionless fetch*  $\tilde{F}$  (Lewis dan Alllos, 1990 dalam Houlthuijsen 2007):

$$\alpha = 0.0317 \tilde{f}_{peak}^{0.67} \quad (2.44)$$

Dengan nilai  $\sigma_a = 0.07$ ,  $\sigma_b = 0.09$ ,  $\gamma = 1.0$ .



**Gambar 2.4** Pengamatan spektrum gelombang selama *Joint North Sea Wave Project* (JONSWAP) (Houlthuisen, 2007).

Berdasarkan gambar di atas, dapat dilihat adanya perubahan bentuk puncak dari spektrum tumpul ke puncak spektrum yang lancip sesuai dengan jarak *fetch*. Perubahan yang demikian akibat adanya transfer energi dari gelombang yang frekuensinya lebih tinggi ke frekuensi yang lebih rendah. Pertumbuhan spektrum ini menjelaskan bahwa gelombang dengan frekuensi rendah mempunyai energi yang lebih banyak kecepatan yang melebihi kecepatan angin dapat meninggalkan daerah pertumbuhannya. Gelombang yang telah meninggalkan daerah pertumbuhannya disebut *swell* dan gelombang yang masih tetap berada di daerah pertumbuhannya disebut *sea*. Spektrum JONSWAP digunakan lebih umum, tidak hanya digunakan pada kondisi *fetch* yang terjangkau, tapi juga digunakan pada kondisi angin yang berubah-ubah (*arbitrary*) di laut dalam mencakup badai dan angin topan.

## II.4 Karakteristik Statistik Gelombang Acak

Karakteristik gelombang pada WAFO diperoleh menggunakan perintah spec2chart untuk mengevaluasi karakteristik spektral dan variasinya (WAFO Group, 2017):

### a. Tinggi Gelombang Signifikan $H_{m_0}$

Tinggi gelombang signifikan  $H_{m_0}$  adalah rata-rata sepertiga tinggi gelombang dalam rekaman gelombang yang diperoleh dari distribusi Rayleigh. Tinggi gelombang dalam hal ini berada pada sepertiga tertinggi distribusi Rayleigh. Tinggi gelombang signifikan dinyatakan oleh persamaan:

$$H_{m_0} = 4\sqrt{m_0} \quad (2.45)$$

### b. Periode Gelombang Rata-Rata $T_{m_{01}}$

Periode gelombang rata-rata  $T_{m_{01}}$  didefinisikan sebagai periode rata-rata sepertiga periode gelombang. Periode ini memiliki ketergantungan yang minim pada tinggi frekuensi *noise* dan hanya bergantung pada tinggi gelombang, yang dirumuskan:

$$T_{m_{01}} = 2\pi \frac{m_0}{m_1} \quad (2.46)$$

### c. Periode *zero-crossing* rata rata ( $T_{m_{02}}$ )

Parameter periode *zero-crossing* rata-rata merepresentasikan lama waktu rata-rata antara perpotongan permukaan laut dengan permukaan laut rata-rata. Periode ini

diperoleh dengan menggunakan momen integral dari spektrum rata-rata. Parameter periode *zero-crossing* rata-rata dirumuskan:

$$T_{m_{02}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (2.47)$$

**d. Periode Puncak  $T_p$**

Gelombang dengan spektrum sempit jumlah total puncaknya sama dengan dua kali jumlah *up-crossing* melalui level nol. Jumlah puncak tertinggi, yaitu yang berada di atas level positif  $\eta$ , sama dengan jumlah dari *up-crossing* melalui level tersebut. pada spektrum lebar misalnya pada gelombang yang *irregular* atau acak, maka periode puncaknya mungkin saja negatif. Periode Puncak  $T_p$  dinyatakan dengan persamaan:

$$T_p = 2\pi / \{w | \max(S(w))\} \quad (2.48)$$

**e. Periode Energi  $T_{m_{-10}}$**

Periode energi merupakan variasi massa rata-rata dari variasi densitas spektrum satu dimensi, yang dirumuskan:

$$T_{m_{-10}} = 2\pi(m_{-1}/m_0) \quad (2.49)$$