SKRIPSI

ANALISIS NILAI RISIKO PADA PORTOFOLIO MENGGUNAKAN METODE MONTE CARLO (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham Harian PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) Tahun 2019)

Disusun dan diajukan oleh

HADJRAH

H 111 16 023

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

FEBRUARI 2021

SKRIPSI

ANALISIS NILAI RISIKO PADA PORTOFOLIO MENGGUNAKAN METODE MONTE CARLO (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham Harian PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) Tahun 2019)

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

HADJRAH

H111 16 023

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

FEBRUARI 2021

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: HADJRAH
NIM	: H 111 16 023
Program Studi	: Matematika
Jenjang	: S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

"Analisis Nilai Risiko pada Portofolio Menggunakan Metode Monte Carlo (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham Harian PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) Tahun 2019)"

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 2 Februari 2021

Yang Menyatakan

METERAI TEMPEL TGL. 20 92EF3AHF918041816 6000 ENAM RIBU RUPIAH

Tanda tangan

HADJRAH
NIM. H 111 16 023

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

ANALISIS NILAI RISIKO PADA PORTOFOLIO MENGGUNAKAN METODE MONTE CARLO (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham Harian PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) Tahun 2019)

Disusun dan diajukan oleh:

HADJRAH
H 111 16 023

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Pada tanggal 2 Februari 2021

dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

Pembimbing Utama,

Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti, M.S
NIP. 19570705 198503 2 001

Pembimbing Pertama,

Dr. Hendra, S.Si., M.Kom
NIP. 19760102 200212 1 001

Ketua Program Studi,

Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.
NIP. 19700807 20003 1 002

KATA PENGANTAR

Assalamua'laikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillahi Rabbil Alamin. Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah Subhanahu Wata'ala atas segala nikmat, hidayah serta rahmat-Nyalah sehingga penulisan skripsi yang **berjudul "Analisis Nilai Risiko pada Portofolio Menggunakan Metode Monte Carlo (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham Harian PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) Tahun 2019)"** dapat terselesaikan. Salam dan salawat dicurahkan kepada Rasulullah Muhammad Shallallahu 'alaihi Wasallam sebagai suri tauladan bagi kita semua dalam menjalani kehidupan di dunia dan akhirat.

Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis menyadari bahwa, bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, pada kesempatan ini dengan segenap ketulusan hati penulis menyampaikan terima kasih yang tulus serta penghargaan yang sebesar-besarnya kepada :

1. Ibu **Prof. Dr. Dwia Aries Tina Palubuhu, MA** selaku Rektor Universitas Hasanuddin, **Bapak Dr. Eng. Amiruddin** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Bapak **Dr. Nurdin, S.Si., M.Si** selaku Ketua Departemen Matematika, dan **segenap dosen pengajar serta staf Departemen Matematika,** yang telah membekali ilmu dan kemudahan-kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika. Terima kasih atas kerjasamanya, baik dibidang akademik maupun dibidang kemahasiswaan.
2. Ibu **Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti, M.S** selaku pembimbing utama sekaligus ketua penguji dan **Bapak Dr. Hendra, S.Si., M.Kom** selaku pembimbing pertama sekaligus sekretaris penguji penulis, yang dengan penuh kesabaran dan kesungguhan telah memberikan bimbingan kepada penulis sehingga berbagai kesulitan yang dihadapi dapat teratasi dan akhirnya dapat

menyelesaikan skripsi ini. Serta **Bapak Almarhum Dr. Diaraya M.AK.** yang telah memberikan bimbingan kepada penulis mulai dari awal penyusunan skripsi hingga selesai seminar proposal.

3. Ibu **Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.** dan **Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si.** selaku penguji yang telah memberikan saran dan arahan demi perbaikan skripsi penulis.
4. Ayahanda dan Ibunda tercinta **Saharuddin** dan **Almarhumah Sariana** yang telah memberikan doa dan dorongan moral dan material serta perhatian dan kasih sayang yang diberikan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini juga kepada Mama Tercinta **Siti Yama** yang telah memberikan doa, kasih sayang, motivasi, serta bantuan terutama dalam menjaga anak penulis selama proses penyusunan skripsi dan pengurusan berkas di kampus.
5. Ayah dan Ibu Mertua **Matto** dan **Rosmina** yang telah memberikan doa, bantuan dan dukungan kepada saya.
6. Suami tercinta **Zainal** yang telah setiap hari menemani proses demi proses pembuatan skripsi ini. Terima kasih atas doa, bimbingan, semangat, motivasi dan kasih sayang. Serta Anak tercinta **Muhammad Hardzal** yang selalu memberi semangat dengan berbagai tingkah dan raut muka lucunya.
7. Special Thanks kepada **Halia dan Adel** yang tidak henti-hentinya selalu memberikan motivasi, dukungan, serta tempat penulis dalam mencurahkan segala keluh kesah selama kurang lebih 3 tahun. Terima kasih atas motivasinya.
8. Untuk **Suju**, **Dayah, Mut** yang selalu membantu penulis apabila membutuhkan bantuan dan saran. Serta untuk **Indah, Sisi dan Ilyas** yang telah membantu penulis dalam persiapan sidang. Terima kasih atas bantuan yang selalu diberikan kepada penulis.
9. Teman-teman seperjuangan prodi **Matematika 2016**, dan teman-teman lain yang tidak dapat penulis sebut satu persatu.
10. Seluruh teman-teman **KKN GOWA GEL. 102**, terkhusus kepada teman Posko Desa Rannaloe, **Afda, Endang, Asmi, Ayu, Kak Sukma, Rama, Andika, Aswar dan Ander** terima kasih atas waktu yang singkat, kebersamaan serta telah memberikan kenangan manis.

11. Serta kepada semua pihak yang tidak dapat disebutkan penulis satu persatu. Terima kasih banyak telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat menambah pengetahuan dan memberikan manfaat kepada semua pihak yang membutuhkan dan terutama bagi penulis. Amin Ya Robbal Alamin.

Makassar, Februari 2021

Hadjrah

PERNYATAAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	: Hadjrah
NIM	: H111 16 023
Program Studi	: Matematika
Departemen	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya	: Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneklusif (*Nonexclusive Royalty and Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul :

"Analisis Nilai Risiko pada Portofolio Menggunakan Metode Monte Carlo (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham Harian PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) Tahun 2019)"

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait hal di atas, maka pihak Universitas Hasanuddin berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan saya buat dengan sebenarnya.

Makassar, 2 Februari 2021

Yang menyatakan,

HADJRAH

ABSTRAK

Perhitungan nilai risiko telah banyak dikembangkan dalam berinvestasi untuk mengurangi risiko agar para investor dapat mengetahui nilai risiko lebih dini. Salah satu bentuk pengukuran nilai risiko yang sering digunakan adalah nilai risiko dalam bahasa Inggris adalah *Value at Risk (VaR).* Nilai risiko adalah suatu metode pengukuran risiko secara statistik yang memperkirakan kerugian maksimum yang mungkin terjadi atas suatu portofolio pada tingkat kepercayaan tertentu. Salah satu metode yang digunakan dalam menghitung nilai risiko adalah metode Monte Carlo. Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk menganalisis hasil pengukuran nilai risiko pada portofolio saham PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) serta mengetahui perusahaan atau saham mana yang mempunyai nilai risiko yang kecil sehingga dapat dipilih untuk berinvestasi.

Berdasarkan perhitungan nilai risiko dengan metode Monte Carlo, ada keyakinan sebesar 95% bahwa kerugian yang mungkin akan diderita investor tidak akan melebihi Rp. 4.602.932,00 untuk PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA). Sedangkan pada PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF), kerugian yang mungkin dialami investor tidak akan melebihi Rp. 2.616.572,00 dan untuk portofolio JPFA-INDF kerugian yang mungkin akan diderita investor tidak akan melebihi Rp. 2.234.377,00 dalam jangka waktu satu hari setelah tanggal 30 Desember 2019.

Pada perhitungan nilai risiko dengan metode Monte Carlo, risiko yang akan ditanggung oleh PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) lebih besar dari risiko akan yang ditanggung oleh PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF). Sehingga kita dapat memilih berinvestasi pada saham PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF).

Kata Kunci : Investasi, Risiko, Portofolio, Nilai Risiko (Value at Risk) , Metode Monte Carlo.

ABSTRACT

The calculation of risk value has been developed in investing to reduce risk so that investors can find out the value of risk earlier. One form of measurement of risk value that is often used is the value of risk in English is Value at Risk (VaR). The risk value is a statistical risk measurement method that estimates the maximum possible loss for a portfolio at a certain level of confidence. One of the methods used in calculating the risk value is the Monte Carlo method. The purpose of writing this thesis is to analyze the results of measuring the value of risk in the stock portfolio of PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) and PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) and knowing which companies or stocks have a small risk value so that they can be chosen to invest.

Based on the calculation of the risk value using the Monte Carlo method, there is 95% confidence that the possible losses an investor may suffer will not exceed Rp. 4.602.932,00 for PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA). While at PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF), the losses that investors may experience will not exceed Rp. 2.616.572,00 and for the JPFA-INDF portfolio the losses that investors may suffer will not exceed Rp. 2.234.377,00, within one day after December 30, 2019.

In calculating the risk value using the Monte Carlo method, the risk that will be borne by PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) is bigger than the risk that will be borne by PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF). So that we can choose to invest in PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF).

Keywords: Investment, Risk, Portfolio, Value at Risk, Monte Carlo Method.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di bidang perekonomian, kata investasi sudah lazim dipergunakan dan sering diartikan sebagai penanaman uang dengan harapan mendapatkan keuntungan dimasa yang akan datang. Investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan dimasa yang akan datang (Tandelilin, 2010). Salah satu jenis investasi di pasar modal adalah saham. Saham adalah bentuk penyertaan modal dalam sebuah perusahaan. (Salim, 2012).

Dalam dunia bisnis, sebenarnya hampir dari semua investasi mengandung ketidakpastian atau risiko. Investor tidak mengetahui dengan pasti hasil yang akan diperolehnya dari investasi yang telah dilakukan. Investor juga akan menghadapi hal lain dalam berinvestasi yaitu jika investor mengharapkan keuntungan yang tinggi maka investor tersebut juga harus bersedia menanggung risiko yang tinggi pula.

Pada hakikatnya masalah utama yang dihadapi setiap investor adalah menentukan saham-saham berisiko mana yang harus dibeli. Dalam investasi, portofolio adalah gabungan dua atau lebih sekuritas yang terpilih sebagai target investasi dari investor pada kurun waktu tertentu dengan suatu ketentuan tertentu, misalnya mengenai proporsi pembagian dana atau modal yang ditanamkan, atau dapat juga berarti satu portofolio merupakan gabungan dua atau lebih saham individual, maka masalah ini bagi investor sama dengan memilih suatu portofolio optimal dari berbagai portofolio yang ada. Oleh karena itu, manajemen risiko sangat diperlukan dalam melakukan keputusan investasi. Risiko dalam investasi adalah ketidakpastian yang dihadapi karena harga suatu saham atau investasi menjadi lebih kecil daripada tingkat pengembalian investasi yang diharapkan (*expected return*). Atau dapat dikatakan risiko adalah kemungkinan perbedaan antara *return* aktual yang diterima dengan *return* yang diharapkan. Sedangkan *return* adalah imbalan atas keberanian investor menanggung risiko, serta komitmen waktu dan dana yang telah dikeluarkan oleh investor atau biasa disebut dengan keuntungan atau pengembalian dalam berinvestasi. Portofolio yang efisien (*efficient portofolio*) didefinisikan sebagai portofolio yang memberikan ekspektasi *return* yang sudah tentu atau memberikan risiko yang terkecil dengan ekspektasi *return* yang sudah tentu. Portofolio yang efisien ini dapat ditentukan dengan memilih tingkat ekspektasi *return* tertentu dan kemudian meminimumkan risikonya atau menentukan tingkat risiko yang tertentu kemudian memaksimumkan ekspektasi *return*nya.

Saat ini telah banyak dikembangkan dalam perhitungan nilai risiko dalam berinvestasi untuk mengurangi risiko agar para investor dapat mengetahui nilai risiko lebih dini. Salah satu bentuk pengukuran nilai risiko yang sering digunakan adalah nilai risiko dalam bahasa Inggris adalah *Value at Risk (VaR).* Nilai risiko adalah suatu metode pengukuran risiko secara statistik yang memperkirakan kerugian maksimum yang mungkin terjadi atas suatu portofolio pada tingkat kepercayaan tertentu. Oleh karena itu, terdapat kemungkinan bahwa suatu kerugian yang akan diderita oleh portofolio selama periode kepemilikan akan lebih rendah dibandingkan limit yang dibentuk dengan nilai risiko. Terdapat kemungkinan bahwa kerugian sebenarnya mungkin dapat lebih buruk, sehingga keterbatasan dari nilai risiko adalah tidak dapat menyatakan apapun tentang seberapa besar kerugian yang benar-benar terjadi dan secara definitif tidak menegaskan kemungkinan kerugian yang mungkin akan diderita pada hari-hari buruk yang cukup buruk. Akan tetapi investor dapat menggunakan nilai risiko sebagai salah satu tolak ukur dapat menetapkan seberapa besar target risiko. (Danang, 2015).

Nilai risiko selalu disertai dengan probabilitas yang menunjukkan seberapa mungkin kerugian yang terjadi akan lebih kecil dari nilai risiko tersebut. Nilai risiko juga memberikan estimasi kemungkinan atau probabilitas mengenai timbulnya kerugian yang jumlahnya lebih besar daripada angka kerugian yang telah ditentukan. Nilai risiko juga memperhatikan perubahan harga saham-saham yang ada dan pengaruhnya terhadap saham-saham lain. Hal ini memungkinkan dilakukannya pengukuran terhadap berkurangnya risiko yang diakibatkan oleh diversifikasi portofolio. Risiko ini termasuk ke dalam jenis risiko tidak sistematis yaitu risiko yang melekat pada investasi tertentu dengan kondisi yang unik dari suatu perusahaan atau industri tertentu. Risiko ini dapat dikurangi dengan cara melakukan diversifikasi, karena risiko ini hanya ada dalam satu perusahaan atau industri tertentu. Dengan mengetahui nilai risiko, investor dapat mengetahui kerugian dalam suatu rentang waktu investasi tertentu serta dengan asumsi tingkat kepercayaan tertentu. Greuning dalam Rianto (2014) mengatakan bahwa menghitung nilai risiko dapat dilakukan dengan menggunakan salah satu dari tiga metodologi yaitu pendekatan simulasi historis, metodologi delta-normal atau varians/kovarians, dan simulasi Monte Carlo.

Dalam penelitian ini metode Monte Carlo yang digunakan untuk mengukur atau menganalisis nilai risiko portofolio pada saham PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) yang terdaftar di Jakarta Islamic Index (JII) periode Desember 2019-Mei 2020.

Dalam mengestimasi nilai risiko baik pada saham tunggal maupun portofolio, metode Monte Carlo mempunyai beberapa jenis algoritma. Namun, pada intinya adalah melakukan simulasi dengan membangkitkan bilangan acak untuk mengestimasi nilai risikonya. Nilai risiko dengan menggunakan metode Monte Carlo mengasumsikan bahwa *return* berdistribusi normal. Nilai risiko dengan metode Monte Carlo pada portofolio mengasumsikan bahwa *return* saham-saham pembentuk portofolio berdistribusi normal multivariat yang disimulasikan dengan menggunakan parameter yang sesuai dan tidak mengasumsikan bahwa *return* portofolio bersifat linear terhadap *return* saham tunggalnya. (Jorion, 2007).

Berdasarkan hal tersebut, maka akan dilakukan penelitian dengan judul **"Analisis Nilai Risiko pada Portofolio Menggunakan Metode Monte Carlo (Studi Kasus: Harga Penutupan Saham Harian PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) Tahun 2019)".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan sebelumnya, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana hasil pengukuran nilai risiko pada portofolio saham PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) ?

2. Apakah dari hasil pengukuran nilai risiko dapat menentukan perusahaan atau saham mana yang mempunyai nilai risiko yang kecil sehingga dapat dipilih untuk berinvestasi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menganalisis hasil pengukuran nilai risiko pada portofolio saham PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF).
2. Mengetahui perusahaan atau saham mana yang mempunyai nilai risiko yang kecil sehingga dapat dipilih untuk berinvestasi.

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Kasus yang diambil pada penelitian ini adalah harga penutupan (*closing price*) saham harian pada saham yang terdaftar di Jakarta Islamic Index (JII) di BEJ, yaitu PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk (JPFA) dan PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF) selama satu tahun perdagangan yaitu mulai 1 Januari 2019 sampai dengan 31 Desember 2019 .
2. Pengukuran risiko saham tersebut dengan menggunakan pengukuran nilai risiko.
3. Metode yang digunakan dalam penyelesaian masalah ini adalah metode Monte Carlo.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut :

1. Bagi penulis, dapat mengetahui dan mengembangkan pengetahuannya untuk mengkaji permasalahan bagaimana cara pengukuran risiko saham dalam berinvestasi dengan nilai risiko dengan menggunakan metode Monte Carlo.
2. Bagi pembaca, dapat dijadikan referensi untuk melakukan kajian tentang pengukuran risiko dengan nilai risiko dengan menggunakan metode Monte Carlo dan dapat dijadikan landasan untuk penelitian selanjutnya, selain dengan metode Monte Carlo ini bisa menggunakan metode simulasi lainnya dalam pengukuran nilai risiko

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Variabel Acak

Sebuah variabel acak X adalah fungsi yang didefinisikan atas ruang sampel S yang menghubungkan $e \in S$ dengan bilangan real, yaitu $x = X(e)$. (Bain & Engelhardt, 1992). Variabel acak terbagi menjadi 2 jenis yaitu variabel acak diskrit dan variabel acak kontinu.

Jika nilai-nilai dari variabel acak X dapat dihitung ,$x_1, x_2, \ldots, x_n$ atau $x_1, x_2, ..$ maka X disebut variabel acak diskrit. Fungsi $(x) = P[X = x]$, $x = x_1, x_2, ..$ menyatakan probabilitas $X = x$ disebut fungsi densitas probabilitas diskrit dengan nilai harapan (ekspektasi) dari X didefinisikan sebagai: $\mu = E(X) = \sum_x xf(x)$. Variabel acak X dikatakan variabel acak kontinu jika ada fungsi $f(x)$ yang merupakan fungsi densitas probabilitas dari X. Dengan demikian, fungsi distribusi kumulatifnya dapat direpresentasikan sebagai : $F(X) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ dengan nilai harapan (ekspektasi) dari X didefinisikan dengan: $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$ .Selanjutnya varians dari variabel acak X didefinisikan dalam persamaan :

$$Var(X) = E(X - \mu)^2 \tag{2.1}$$

Teorema 2.1

Jika X adalah variabel acak, maka $Var(X) = E(X^2) - \mu^2$

Bukti:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2]$$

$$= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2$$

$$= E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2$$

$$= E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2$$

$$= E(X^2) - \mu^2$$

sehingga diperoleh: $E(X^2) = \sigma^2 + \mu^2$ karena standar deviasi adalah akar kuadrat dari varians.

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} \tag{2.2}$$

Selanjutnya kovarians dari variabel acak X dan Y didefinisikan dalam persamaan :

$$cov(X,Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] \quad (2.3)$$

Jika X dan Y independen, diperoleh:

$$cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0 \quad (2.4)$$

Teorema 2.2

Jika X_1 dan X_2 adalah variabel acak dengan fungsi densitas probabilitas gabungan $f(x_1, x_2)$ maka:

$$Var(X_1 + X_2) = Var(X_1) + Var(X_2) + 2cov(X_1, X_2) \quad (2.5)$$

Dari persamaan (2.4) dan (2.5) diperoleh:

Jika $X_1, \dots, X_k$ adalah variabel acak dan $a_1, \dots, a_n$ adalah konstan maka: $Var\left(\sum_{i=1}^{k} a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^{k} a_i{}^2 Var(X_i) + 2\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} a_i\, a_j cov(X_i, X_j)$ dan jika $X_1, \dots, X_k$ independen maka $Var\left(\sum_{i=1}^{k} a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^{k} a_i{}^2 Var(X_i)$. Jika X adalah variabel acak dengan mean μ dan kovarians $\sum$, vektor acak X dengan ordo $p \times 1$ maka ditulis sebagai matriks yaitu $\boldsymbol{E(X)} = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \mu$

$$\sum = E(X-\mu)(X-\mu)^T = E\left[\begin{bmatrix} X_1 - \mu_1 \\ \vdots \\ X_p - \mu_p \end{bmatrix} 1(X_1 - \mu_1 \;\cdots X_p - \mu_p)\right]$$

$$= \begin{bmatrix} (X_1-\mu_1)^2 & (X_1-\mu_1)(X_2-\mu_2) & \cdots & (X_1-\mu_1)(X_p-\mu_p) \\ (X_2-\mu_2)(X_1-\mu_1) & (X_2-\mu_2)^2 & \cdots & (X_2-\mu_2)(X_p-\mu_p) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ (X_p-\mu_p)(X_1-\mu_1) & (X_p-\mu_p)(X_2-\mu_2) & \cdots & (X_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

$$\sum = \begin{bmatrix} E(X_1-\mu_1)^2 & E(X_1-\mu_1)(X_2-\mu_2) & \cdots & E(X_1-\mu_1)(X_p-\mu_p) \\ E(X_2-\mu_2)(X_1-\mu_1) & E(X_2-\mu_2)^2 & \cdots & E(X_2-\mu_2)(X_p-\mu_p) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ E(X_p-\mu_p)(X_1-\mu_1) & E(X_p-\mu_p)(X_2-\mu_2) & \cdots & E(X_p-\mu_p)^2 \end{bmatrix}$$

Atau

$$\boldsymbol{cov(X)} = \sum = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

dengan $\sigma_{ii}, i = 1, \dots, p$ adalah varians ke p, $\sum$, menunjukkan matriks varians kovarians. (Mejlbro, 2009).

2.2 Distribusi Normal

Distribusi normal adalah distribusi peluang teoritis dari variabel acak kontinu dan merupakan distribusi yang secara luas banyak digunakan dalam berbagai penerapan. Distribusi normal juga banyak digunakan dalam berbagai bidang statistika, misalnya distribusi sampling rata-rata dan pengujian hipotesis. Distribusi sampling rata-rata akan mendekati normal, meski distribusi populasi yang diambil tidak berdistribusi normal, sedangkan pengujian hipotesis pada umumnya mengasumsikan normalitas suatu data.

Fungsi kepadatan probabilitas normal dapat dituliskan dalam persamaan: (Setiawan, Susilawati, Veronica, Nur, & Tjiptpdjojo, 2017)

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{,untuk } -\infty \leq X \leq \infty. \qquad (2.6)$$

Keterangan :

μ= parameter yang merupakan rata-rata distribusi

σ=parameter yang merupakan simpangan baku distribusi (standar deviasi)

X= setiap nilai variabel acak kontinu yang besarnya $-\infty$ sampai dengan $+\infty$

π= nilai konstan yaitu 3.14159

e= nilai konstan yaitu 2.71828.

Setiap nilai X dari populasi yang terdistribusi secara normal dapat dikonversikan menjadi nilai normal standar yang setara z dengan rumus:

$$z = (X - \mu)/\sigma \qquad (2.7)$$

Keterangan:

z=variabel normal baku(standar).

2.3 Distribusi Normal Multivariat

Vektor acak yang terdiri atas p komponen $X = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ dikatakan berdistribusi normal multivariat dengan vektor mean μ dan matriks varians-kovarians $\sum$, yang definit positif, jika fungsi kepadatan peluang $X_1, X_2, \dots, X_p$ adalah:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2}|\Sigma,|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)\Sigma,-1(x-\mu)} \quad (2.8)$$

untuk $-\infty < x_i \leq \infty, i = 1,2, \dots, p$. Fungsi densitas normal multivariat dinotasikan $N_p(\mu, \Sigma)$. (Husain, 2018)

2.4 Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov merupakan salah satu metode uji data non-parametik. Uji ini dilakukan untuk mengetahui apakah suatu data berdistribusi normal atau tidak. Konsep dari uji normalitas Kolmogorov-Smirnov adalah dengan membandingkan distribusi data (yang akan diuji normalitasnya) dengan distribusi normal baku. Jadi sebenarnya uji Kolmogorov-Smirnov adalah uji beda antara data yang diuji normalitasnya dengan data signifikansi metode Kolmogorov-Smirnov menggunakan tabel Kolmogorov-Smirnov. Uji normalitas Kolmogorov-Smirnov merupakan uji normalitas paling popular. Uji ini valid untuk data berjumlah paling sedikit 5. (Istyastono, 2016).

Metode Kolmogorov-Smirnov didasarkan pada nilai D yang didefinisikan dalam persamaan :

$$D = \underset{X}{Sup} |F * (X) - S(X)| \quad (2.9)$$

Keterangan:

D = nilai distribusi data

$F * (X)$ = fungsi distribusi kumulatif normal dari X

$S(X)$ = fungsi distribusi empiris dari X.

D merupakan nilai deviasi absolut maksimum antara $F * (X)$ dan $S(X)$. Nilai D ini selanjutnya dibandingkan dengan nilai kritis Kolmogorov-Smirnov (D*) yang telah dibakukan ke dalam Tabel Kolmogorov-smirnov. Jika: H_0 diterima jika $D_{Hitung} < D_{Tabel}$.Sebaliknya H_0 ditolak jika $D_{Hitung} > D_{Tabel}$. Dengan Uji Hipotesis:

H_0: Data mengikuti distribusi normal

H_1: Data tidak mengikuti distribusi normal.

2.5 Matriks

Matriks adalah himpunan bilangan real atau bilangan kompleks (atau elemen-elemen) yang disusun dalam baris dan kolom sehingga membentuk jajaran persegi panjang (rectangular array). Suatu matriks yang memiliki m baris dan n kolom disebut matriks $m \times n$ (yakni 'm kali n'). Jika A adalah sebuah matriks, dan jika dapat mencari matriks B sehingga $AB = BA = I$, maka A dikatakan dapat dibalik (invertible) dan B dinamakan invers dari A. Jika A dapat dibalik, maka inversnya akan dinyatakan dengan simbol A^{-1}. Jadi

$$AA^{-1} = I \text{ dan } A^{-1}A = I. \tag{2.10}$$

2.6 Investasi

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) pengertian investasi adalah penanaman uang atau modal dalam suatu perusahaan atau proyek untuk tujuan memperoleh keuntungan. Tahap-tahap keputusan investasi meliputi lima tahap keputusan.

a. Penentuan tujuan investasi

   Tahap pertama adalah proses keputusan investasi yaitu menentukan tujuan investasi yang akan dilakukan.

b. Penentuan kebijakan investasi

   Tahap kedua ini merupakan tahap penentuan kebijakan untuk memenuhi tujuan investasi yang telah ditetapkan. Tahap ini dimulai dengan penentuan keputusan alokasi aset *(asset allocation decision).*

c. Pemilihan strategi portofolio

   Strategi portofolio yang dipilih harus konsisten dengan dua tahap sebelumnya. Ada dua strategi portofolio yang bisa dipilih, yaitu strategi portofolio aktif dan strategi portofolio pasif. Strategi portofolio aktif meliputi kegiatan penggunaan informasi yang tersedia dan teknik-teknik peramalan secara aktif untuk mencari kombinasi portofolio yang lebih baik. Strategi portofolio pasif meliputi aktivitas investasi pada portofolio yang seiring dengan kinerja indeks pasar. Asumsi strategi pasif ini adalah bahwa semua informasi yang tersedia akan diserap pasar dan direfleksikan pada harga saham.

d. Pemilihan aset

   Setelah strategi portofolio ditentukan, tahap selanjutnya adalah pemilihan aset-aset yang akan dimasukkan dalam portofolio. Tahap ini memerlukan pengevaluasian setiap sekuritas yang ingin dimasukkan dalam portofolio yang efisien, yaitu portofolio yang menawarkan *return* yang diharapkan yang tertinggi dengan tingkat risiko tertentu atau sebaliknya menawarkan *return* yang diharapkan tertentu dengan tingkat risiko terendah.

e. Pengukuran dan evaluasi kinerja portofolio

Tahap ini merupakan tahap paling akhir dari proses keputusan investasi. Meskipun demikian, adalah salah kaprah jika langsung mengatakan bahwa tahap ini adalah tahap terakhir, karena sekali lagi, proses keputusan investasi merupakan proses keputusan yang berkesinambungan dan terus menerus. Artinya,jika tahap pengukuran dan evaluasi kinerja portofolio telah dilakukan dan ternyata hasilnya kurang baik, maka proses keputusan investasi harus dimulai lagi dari tahap pertama, demikian seterusnya sampai dicapai keputusan investasi paling optimal. Tahap pengukuran dan evaluasi kerja ini meliputi pengukuran kinerja portofolio dan pembanding hasil pengukuran tersebut dengan kinerja portofolio lainnya melalui proses *benchmarking.* Proses *benchmarking* ini biasanya dilakukan terhadap indeks portofolio pasar., untuk mengetahui seberapa baik kinerja portofolio yang telah ditentukan dibanding kinerja portofolio lainnya (portofolio pasar). (Tandelilin, 2010).

2.7 Return

Return saham merupakan hasil yang diperoleh dari investasi. (Legiman, 2015). *Return* adalah tingkat pengembalian yang diperoleh dari berinvestasi. Secara umum *return* dapat dibagi menjadi dua, yaitu *return* realisasi dan *return* ekspektasi.

a. *Return* realisasi

Return realisasi merupakan *return* yang telah terjadi. Persamaan *return* realisasi pada aset tunggal tanpa memperhitungkan dividen adalah:

$$R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \text{ untuk } t = 1, \dots, n \tag{2.11}$$

Keterangan :

R_t= *return* pada periode ke-t

S_t = harga saham pada periode ke-t

S_{t-1}= harga saham pada periode ke-$(t-1)$.

b. *Return* ekspektasi

   Return ekspektasi adalah *return* yang diharapkan akan diperoleh oleh investor di masa mendatang.

2.8 Risiko

Dalam konteks manajemen investasi, risiko merupakan besarnya penyimpangan antara tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*-ER) dengan tingkat pengembalian aktual. Semakin besar penyimpangannya berarti semakin besar tingkat risikonya. Apabila risiko dinyatakan sebagai seberapa jauh hasil yang diperoleh dapat menyimpang dari hasil yang diharapkan, maka digunakan ukuran penyebaran untuk mengukur risiko. Alat statistik yang digunakan sebagai ukuran penyebaran tersebut adalah varians atau kuadrat dari standar deviasi. Semakin besar nilai standar deviasinya, berarti semakin besar penyimpangannya (berarti risikonya semakin tinggi) (Halim, 2005). Menurut Hartono dan Harjito (2002) bahwa risiko-risiko yang mungkin dihadapi investor tersebut antara lain:

1. Risiko daya beli (*purchasing power risk*)

   Risiko ini berkaitan dengan kemungkinan terjadinya inflasi yang menyebabkan nilai riil pendapatan akan lebih kecil.

2. Risiko bisnis (*business risk*)

   Risiko bisnis adalah suatu risiko menurunnya kemampuan perusahaan memperoleh laba, sehingga pada gilirannya mengurangi pula kemampuan perusahaan membayar bunga dan dividen.

3. Risiko tingkat bunga

   Naiknya tingkat bunga biasanya akan menekan harga surat-surat berharga, sehingga biasanya harga surat berharga akan turun.

4. Risiko pasar (*market risk*)

   Apabila pasar bergairah (*bulish*) pada umumnya harga saham akan mengalami kenaikan, tetapi bila pasar lesu (*bearish*) maka harga cenderung turun.

5. Risiko likuiditas (*liquidity risk*)

   Risiko ini berkaitan dengan kemampuan suatu surat berharga untuk segera diperjualbelikan tanpa mengalami kerugian yang berarti.

Namun, secara garis besar risiko juga dapat dibagi atas dua yaitu:

1. Risiko murni (*Pure risk*)

   Suatu risiko dapat dikatakan sebagai risiko murni jika suatu ketidakpastian terjadi, maka kejadian tersebut pasti menimbulkan kerugian. Contohnya adalah barang rusak karena terbakar atau seorang kepala rumah tangga pencari nafkah tiba-tiba meninggal.

2. Risiko spekulasi (*Speculative risk*)

   Risiko spekulasi merupakan kebalikan dari risiko murni yaitu ketidakpastian apakah terjadi keuntungan atau kerugian. Contohnya adalah keputusan-keputusan dalam berinvestasi.

Jika terdapat *n* (banyak observasi) *return*, maka ekspektasi *return* dapat diestimasi dengan menghitung rata-rata sampel *(mean) return*:

$$E(R) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} R_t \qquad (2.12)$$

Return rata-rata kemudian digunakan untuk mengestimasi varians tiap periode yaitu kuadrat standar deviasi per periode

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_t - E(R))^2 \qquad (2.13)$$

disebut varians per periode karena besarnya tergantung waktu ketika *return* diukur. Akar dari varians (standar deviasi) merupakan estimasi risiko dari harga saham yaitu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(R_t - E(R))^2}{n-1}} = \sqrt{\sigma^2} \qquad (2.14)$$

2.9 Simulasi Monte Carlo

Suatu permasalahan yang tidak dapat diselesaikan dengan cara analitik , biasanya diselesaikan dengan cara numerik. Metode numerik bersifat aproksimasi yang hasilnya konvergen mendekati nilai eksak setelah melibatkan perhitungan yang banyak yang hanya bisa dilakukan oleh komputer. Beberapa metode numerik berbentuk iterasi di mana hasil sebelumnya digunakan pada proses selanjutnya seperti metode Newton Raphson pada model nonlinier. Beberapa metode numerik lain berbentuk simulasi dengan mencoba memasukkan parameter-parameter pada model fisik maupun abstrak dan mengamati respon yang dicapai akibat perubahan parameter.

Istilah Monte Carlo diambil dari sebuah kota pusat perjudian di Monaco. Ahli statistik student menggunakan metode ini untuk membuktikan distribusi t-Student yang terkenal itu. Perbedaan utama antara simulasi Monte Carlo dengan simulasi biasa adalah dalam memilih variabel untuk disimulasikan. Simulasi biasa menggunakan variabel secara berurutan sedangkan simulasi Monte Carlo memilih variabel secara acak dan bebas. (Dewi & dkk, 2018)

Simulasi Monte Carlo digunakan untuk memperkirakan nilai saham yang akan datang dengan merata-ratakan kemungkinan yang terjadi. Karakteristik nilai harga saham yang berubah-ubah terhadap waktu dengan pola yang tidak terduga, menyebabkan pergerakan harga saham dimodelkan sebagai proses stokastik, dan dapat digolongkan ke dalam proses stokastik variabel kontinu-waktu kontinu. Hal ini disebabkan oleh harga saham dapat berubah secara acak pada selang waktu tertentu, dan dapat berubah pada waktu kapan saja. Oleh karena itu, pergerakan harga saham dapat dilihat dalam persamaan:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW \tag{2.15}$$

dengan μ dan σ adalah konstan. Persamaan (2.15) yang dikenal sebagai Gerak Brown Geometri yang digunakan untuk memodelkan pergerakan harga saham. Model tersebut mengasumsikan bahwa *return* saham masa lalu berdistribusi normal dan W adalah gerak *Brown* Standar. Selanjutnya diberikan suatu fungsi F dari S, dengan menggunakan lemma Ito diperoleh:

$$dF = \left(S\,\mu\frac{\partial G}{\partial S} + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}S^2\sigma^2\frac{\partial^2 G}{\partial S^2}\right)dt + S\,\sigma\frac{\partial G}{\partial S}dW$$

$$\frac{dS}{S} = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dW \tag{2.16}$$

dengan σ adalah volatilitas saham dan μ adalah ekspektasi dari *return*. Jika perubahan harga saham periode sekarang dengan harga saham pada periode sebelumnya berselisih satu hari, di mana $t_0 < t_1 < \cdots < t_n$ untuk suatu interval waktu, katakan $(t-1, t)$ maka dengan mengintegralkan Persamaan (2.16) menjadi:

$$\int_{t-1}^{t} \frac{dS}{S} = \int_{t-1}^{t} \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \int_{t-1}^{t} \sigma dW$$

$$\ln S(t) - \ln S(t-1) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\big(t - (t-1)\big) + \sigma(W(t) - W(t-1))$$

$$ln\left(\frac{S(t)}{S(t-1)}\right) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\big(t - (t-1)\big) + \sigma(W(t) - W(t-1)) \quad (2.17)$$

Sehingga diperoleh solusi dari Persamaan (2.17) adalah:

$$S(t) = S(t-1)e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\left(t-(t-1)\right)+\sigma(W(t)-W(t-1))} \quad (2.18)$$

dengan $S(t)$ adalah harga saham pada waktu t, $S(t-1)$ adalah harga saham pada waktu $(t-1)$, dan parameter model persamaan (2.18) meliputi ekspektasi *return* saham (μ), varians *return* (σ^2) dan nilai volatilitas saham (σ).

2.10 Pembangkit Bilangan Acak

Dalam sistem nyata, faktor keacakan menyebabkan sesuatu tidak sepenuhnya dapat diramalkan. Dalam metode Monte Carlo faktor keacakan dimasukkan ke dalam model dengan melibatkan satu atau lebih variabel acak. Sebuah metode untuk membangkitkan bilangan acak dikatakan baik jika bilangan acak yang dihasilkan memenuhi sifat keacakan, saling independen, memenuhi distribusi statistik yang diharapkan, dan dapat direproduksi. Dalam penelitian ini akan digunakan distribusi normal dalam pembangkitan bilangan acak.

2.11 Portofolio

Portofolio dapat didefinisikan sebagai pembagian atau penyebaran beberapa sektor guna meminimalisasi risiko yang dapat terjadi. Ini berlaku baik untuk sektor industri, segmen kredit, *customer risk rating* maupun penyebaran pada bagian lainnya. Teori portofolio diartikan sebagai teori yang mengklasifikasikan pembagian portofolio guna meminimalisasi risiko dan memperoleh *return* yang wajar. Selain itu, Teori Portofolio diartikan pula sebagai studi tentang pencapaian pengembalian maksimum yang diharapkan portofolio yang berbeda-beda di mana masing-masing mempunyai tingkat risiko tertentu. (Ikatan Bankir Indonesia, 2015).

Dalam pembentukan portofolio, investor berusaha memaksimalkan keuntungan yang diharapkan dari investasi dengan tingkat risiko tertentu yang dapat diterima. Portofolio yang dapat mencapai tujuan di atas disebut dengan portofolio yang efisien. Untuk membentuk portofolio yang efisien, perlu dibuat beberapa asumsi mengenai perilaku dalam membuat keputusan investasi. Asumsi yang wajar adalah investor cenderung menghindari risiko *(risk-averse).* Investor penghindar risiko adalah investor yang jika dihadapkan pada dua investasi dengan pengembalian diharapkan yang sama dan risiko yang berbeda, maka ia akan memilih investasi dengan tingkat risiko yang efisien, maka portofolio yang optimal yang akan dipilihnya.

Menurut (Jorion, 2007), *return* portofolio dihitung dengan persamaan :

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{t,i} \qquad (2.19)$$

Keterangan:

R_{pt} =*return* portofolio pada waktu ke-t

$R_{t,i}$, =*return* pada waktu ke-t untuk aset ke-i

w_i=besarnya proporsi aset ke-i dalam portofolio dengan $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$

N=jumlah aset dalam portofolio.

Dalam bentuk notasi matriks, *return* portofolio pada waktu *t* dapat ditulis dalam persamaan:

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \cdots + w_N R_N = [w_1 w_2 \ldots w_N] \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix} = w^T R$$

Keterangan:

w^T = vektor transpose (horizontal) dari w_i

R = vektor vertikal yang terdiri dari *return* aset tunggal.

Nilai ekspektasi dari *return* portofolio adalah:

$$E(R_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i$$

dan varians portofolio dengan N aset saham adalah:

$$Var(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1 j\neq i}^{N} w_i\, w_j \sigma_{ij}$$
$$= \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j<i}^{N} w_i\, w_j \sigma_{ij} \qquad (2.20)$$

Keterangan:

μ_i= nilai ekspektasi dari aset ke-i

σ_i^2 = varians dari aset ke-i

σ_{ij} =kovarians

dalam bentuk notasi matriks , nilai ekspektasi dan varians dari *return* portofolio dapat dituliskan dalam persamaan:

$$\mu_p = w_1\mu_1 + w_2\mu_2 + \cdots + w_N\mu_N = [w_1 w_2 \dots w_N]\begin{bmatrix}\mu_1\\ \mu_2\\ \vdots\\ \mu_N\end{bmatrix} = w^T\mu$$

$$\sigma_p^2 = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_N]\begin{bmatrix}\sigma_1^2 & \dots & \sigma_{N,1}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \sigma_{N,2} & \dots & \sigma_N^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w_1\\ \vdots\\ w_N\end{bmatrix} = w^T \sum w$$

dengan $\sum$, didefinisikan sebagai matriks varians-kovarians.

2.12 Mean Variance Efficient Portofolio (MVEP)

Portofolio *efisien Markowitz* adalah yang memberikan tingkat pengembalian tertinggi di antara portofolio yang ada dengan tingkat risiko yang sama. Portofolio *efisien Markowitz* disebut juga *Mean Variance Efficient Portofolio*. Dalam *MVEP* investor hanya berinvestasi pada aset-aset berisiko saja. Investor tidak memasukkan aset bebas risiko *(risk free asset)* dalam portofolionya. Sebuah aset dikatakan bebas risiko jika *return* yang diterima di masa depan bersifat pasti. Untuk kasus di Indonesia, Sertifikasi Bank Indonesia (SBI) yang diterbitkan oleh Bank Indonesia merupakan salah satu contoh aset bebas risiko. Sedangkan untuk aset yang berisiko, jika *return* yang diterima di masa depan bersifat tidak pasti.

MVEP didefinisikan sebagai portofolio yang memiliki varians minimum diantara keseluruhan kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk (Abdurrakhman, 2007). Jika diasumsikan preferensi investor terhadap risiko adalah portofolio yang memliki varians minimum dari *mean return*nya. Hal tersebut sama dengan mengoptimalisasi $w = [w_1 \dots w_n]^T$ berdasarkan *mean return* dari varians yang diberikan.

Salah satu metode pembentukan portofolio yang optimal *Mean Variance Efficient Portofolio (MVEP)* dengan cara mencari vektor pembobotan agar portofolio yang dibentuk mempunyai varians yang minimum berdasarkan dua batasan (*constraints*) yaitu:

a. Spesifikasi awal dari *mean return* (μ_p) yaitu $w^T\mu$.

b. Jumlah proporsi dari portofolio yang terbentuk sama dengan 1 yaitu $w^T 1_N = 1$ dengan 1_N adalah vektor satu dengan dimensi $N \times 1$.

Permasalahan optimalisasi dapat diselesaikan dengan fungsi Lagrange:

$$L = w^T \sum w + \lambda_1\left(\mu_p - w^T\mu\right) + \lambda_2(1 - w^T 1_N) \qquad (2.21)$$

dengan L adalah fungsi lagrange dan γ adalah faktor pengali Lagrange. Kasus portofolio dengan varians efisien, tidak ada pembatasan pada *mean* portofolio $(\lambda_1 = 0)$ sehingga pembobotan pada *MVEP* adalah:

$$w = \frac{\sum,^{-1} 1_N}{1_N^T \sum,^{-1} 1_N} \qquad (2.22)$$

Dengan $\sum,^{-1}$adalah invers matriks varians-kovarians (Maruddani dan Purbowati, 2009).

2.13 Diversifikasi Portofolio

Untuk menurunkan risiko portofolio, investor perlu melakukan "diversifikasi". Diversifikasi dalam pernyataan tersebut bisa bermakna bahwa investor perlu membentuk portofolio sedemikian rupa sehingga risiko dapat diminimalkan tanpa mengurangi *return* yang diharapkan. Mengurangi risiko tanpa mengurangi *return* adalah tujuan investor dalam berinvestasi. (Tandelilin, 2010). Investor dapat melakukan diversifikasi dengan beberapa cara:

a. Diversifikasi dengan banyak aktiva (aset)

   Sesuai dengan hukum statistik, semakin besar ukuran sampel maka semakin dekat nilai rata-rata sampel dengan nilai ekspektasi dari populasi. Asumsi yang digunakan yaitu tingkat hasil (*rate of return*) untuk masing-masing sekuritas secara statistik adalah independen. Ini berarti bahwa *rate of return* satu sekuritas tidak terpengaruhi oleh *rate of return* sekuritas yang lainnya.

b. Diversifikasi secara acak

   Diversifikasi secara acak merupakan pembentukan portofolio dengan memilih sekuritas-sekuritas secara acak tanpa memperhatikan karakteristik dari investasi yang relevan seperti misalnya *return* dari sekuritas itu sendiri. Investor hanya memilih sekuritas secara acak.

c. Diversifikasi secara Markowitz

Dengan menggunakan metode *mean-variance* dari Markowitz, sekuritas-sekuritas yang mempunyai korelasi lebih kecil dari +1 akan menurunkan risiko portofolio, sehingga semakin banyak sekuritas yang dimasukkan ke dalam portofolio, semakin kecil risiko portofolio. .

2.14 Nilai Risiko

Nilai Risiko merupakan alat yang digunakan untuk mengukur risiko pasar (*market risk*). Berbeda dengan *volatilitas* (standar deviasi) yang mengukur besarnya penyebaran (dispresi suatu data), nilai risiko mengukur besarnya risiko (Ghozali, 2007).

Saat ini telah banyak dikembangkan dalam perhitungan nilai risiko dalam berinvestasi untuk mengurangi risiko agar para investor dapat mengetahui nilai risiko lebih dini. Salah satu bentuk pengukuran risiko yang sering digunakan adalah nilai risiko. Secara statistik, nilai risiko dengan tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ dinyatakan sebagai bentuk kuantil ke $-\ \alpha$ dari distribusi *return*. Nilai risiko dapat ditentukan melalui fungsi densitas probabilitas dari nilai *return* di masa depan $f(R)$ dengan R adalah tingkat pengembalian *(return)* aset (baik aset tunggal maupun portofolio). Pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$. Akan dicari nilai kemungkinan terburuk R^*, yaitu peluang munculnya nilai *return* melebihi R^* adalah $(1-\alpha)$.

$$1-\alpha = \int_{R^*}^{\infty} f(R)dR \tag{2.23}$$

Sedangkan peluang munculnya suatu nilai *return* kurang dari sama dengan R^*, $p = P(R \leq R^*)$ adalah α

$$\alpha = \int_{-\infty}^{R^*} f(R)dR = P(R \leq R^*) = p \tag{2.24}$$

dengan kata lain, R^* merupakan kuantil dari distribusi *return* yang merupakan nilai kritis *(cut off value)* dengan peluang yang sudah ditentukan. Jika W_0 didefinisikan sebagai investasi awal aset (baik aset tunggal maupun portofolio) maka nilai aset pada akhir periode waktu adalah $W = W_0(1+R)$. Jika nilai aset paling rendah pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ adalah $W_0(1+R)$. Maka nilai risiko pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$VaR_{(1-\alpha)} = W_0R^* \tag{2.25}$$

dengan R^* = kuantil ke-α dari distribusi *return*. Secara umum R^* berharga negatif.

a. Tingkat Konfidensi (Tingkat kepercayaan)

   Penentuan tingkat konfidensi dalam perhitungan nilai risiko tergantung pada penggunaan nilai risiko. Penentuan tingkat konfidensi berperan sangat penting karena hal tersebut dapat menggambarkan seberapa besar perusahaan tersebut mampu mengambil suatu risiko dengan harga kerugian melebihi nilai risiko. Semakin besar risiko yang diambil, semakin besar pula tingkat konfidensi dari alokasi modal untuk menutupi kerugian yang diambil.

b. Periode Waktu

   Selain tingkat konfidensi, parameter lain dalam nilai risiko adalah t, yaitu periode waktu dalam hari. Pada umumnya dalam institusi-institusi finansial seperti perbankan, nilai risiko dihitung dalam interval waktu 1 hari, 1 minggu (5 hari bisnis) sampai 2 minggu (10 hari bisnis). Sedangkan perusahaan-perusahaan yang mempunyai aset riil seperti investor perusahaan *property and real estate* sering menggunakan interval waktu yang lebih lama yaitu satu bulan (20 hari) sampai empat bulan bahkan satu tahun melakukan pantauan atas tingkat risiko yang dihadapi.

Ekspektasi *return* meningkat secara linier terhadap waktu (t), sedangkan standar meningkat secara linier dengan akar kuadrat waktu, dapat dijabarkan menjadi:

$$\mu(t) = \mu t \text{ dan } \alpha^2\ (t) = \alpha^t \rightarrow \alpha(t) = \alpha\sqrt{t} \qquad (2.26)$$

untuk mengetahui besarnya nilai risiko dalam beberapa periode waktu ke depan dapat digunakan rumus dalam persamaan:

$$t - day\, VaR = VaR\ (daily) \times \sqrt{t} \qquad (2.27)$$

Keterangan:

$t - day\, VaR$ = *Value at Risk* dalam periode waktu ke-t

$t - day\, VaR$ = *Value at Risk* dalam satu hari

perhitungan nilai risiko dengan tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ setelah t periode dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$VaR_{(1-\alpha)}\ (t) = W_0\ R^*\sqrt{t} \qquad (2.28)$$

Keterangan:

$VaR_{(1-\alpha)}\ (t)$ =*Value at Risk* dengan tingkat kepercayaan (1 – α) setelah *t* periode

W_0= investasi awal aset (baik aset tunggal maupun portofolio)

R^* = kuantil ke-α dari distribusi *return*.

2.15 Nilai Risiko dengan Metode Simulasi Monte Carlo pada Aset Tunggal

Nilai risiko dengan metode simulasi Monte Carlo pada aset tunggal mengasumsikan bahwa *return* aset berdistribusi normal. Secara umum, algoritma sederhana perhitungan nilai risiko menggunakan metode simulasi Monte Carlo pada aset tunggal adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai parameter dari *return* aset tunggal. *Return* diasumsikan mengikuti distribusi normal dengan mean μ dan standar deviasi σ.
2. Mensimulasikan nilai *return* dengan membangkitkan secara acak *return* aset tunggal dengan parameter yang diperoleh dari langkah (1) sebanyak n buah sehingga terbentuk distribusi empiris dari *return* hasil simulasi.
3. Mencari estimasi kerugian maksimum pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ yaitu sebagai nilai kuantil ke-α dari distribusi empiris *return* yang diperoleh pada langkah (2), dinotasikan dengan R^*.
4. Menghitung nilai risiko pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ dalam periode waktu t hari yaitu :$VaR_{(1-\alpha)}\ (t) = W_0\ R^*\sqrt{t}$. Nilai risiko yang diperoleh merupakan kerugian maksimum yang akan diderita oleh aset tunggal.
5. Mengulangi langkah (2) sampai langkah (4) sebanyak m sehingga mencerminkan berbagai kemungkinan nilai risiko aset tunggal yaitu $VaR_1, VaR_2, \ldots, VaR_m$.
6. Menghitung rata-rata hasil dari langkah (5) untuk menstabilkan nilai karena nilai risiko yang dihasilkan oleh tiap simulasi berbeda.

2.16 Nilai Risiko dengan Metode Simulasi Monte Carlo pada Portofolio

Nilai risiko dengan metode simulasi Monte Carlo pada portofolio mengasumsikan bahwa *return* aset-aset pembentuk portofolio berdistribusi normal multivariat. Algoritma sederhana perhitungan *Value at Risk* menggunakan metode simulasi Monte Carlo pada portofolio adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai parameter untuk variabel-variabel (dalam hal ini adalah *return* aset) serta korelasi antar variabel. *Return* aset-aset pembentuk portofolio diasumsikan mengikuti distribusi normal multivariat sehingga parameter yang dibutuhkan diantaranya adalah mean *return* aset-aset pembentuk portofolio dan matriks varians-kovarians.
2. Mensimulasikan nilai *return* dengan membangkitkan secara acak *return* aset-aset yang berdistribusi normal multivariat dengan parameter yang diperoleh pada langkah (1) sebanyak n buah.
3. Nilai *return* masing-masing aset pada waktu *t* yaitu $R_{1,t}$, dan $R_{2,t}$, yang dihasilkan pada langkah (2) digunakan untuk menghitung *return* portofolio pada waktu *t* yaitu

$$R_{pt} = w_1 R_{1,t} + w_2 R_{2,t}$$

   Keterangan:

   R_{pt} = *return* portofolio pada waktu *t*

   w_1 = besarnya komposisi atau proporsi aset ke-1

   w_2= besarnya komposisi atau proporsi aset ke-2
4. Mencari estimasi kerugian maksimum pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ yaitu sebagai nilai kuantil ke- α dari distribusi empiris *return* portofolio yang diperoleh pada langkah (3) yang dinotasikan dengan R*.
5. Menghitung nilai risiko pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dalam periode waktu *t* hari yaitu: $VaR_{(1-\alpha)}\ (t) = \ W_0\ R^*\sqrt{t}$. Nilai Risiko yang diperoleh merupakan kerugian maksimum yang akan diderita portofolio
6. Mengulangi langkah (2) sampai langkah (5) sebanyak m sehingga mencerminkan berbagai kemungkinan nilai risiko portofolio yaitu $VaR_1, VaR_2, \ldots, VaR_m$.
7. Menghitung rata-rata hasil dari langkah (6) untuk menstabilkan nilai karena nilai risiko yang dihasilkan oleh tiap simulasi berbeda.