

SKRIPSI

OPTIMALISASI BIAYA DISTRIBUSI GULA PASIR DENGAN METODE *KARAGUL-SAHIN* SEBAGAI PENENTU SOLUSI AWAL DAN *STEPPING STONE* PENENTU SOLUSI OPTIMAL

(Studi Kasus : PT. Perkebunan Nusantara XIV)

Disusun dan diajukan oleh:

RISKA ISMAIL

H011171012



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
FEBRUARI 2022**

**OPTIMALISASI BIAYA DISTRIBUSI GULA PASIR
DENGAN METODE *KARAGUL-SAHIN* SEBAGAI
PENENTU SOLUSI AWAL DAN *STEPPING STONE*
PENENTU SOLUSI OPTIMAL**

(Studi Kasus : PT. Perkebunan Nusantara XIV)



**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

RISKA ISMAIL

H011171012

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

FEBRUARI 2022

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Riska Ismail

NIM : H011171012

Program Studi : Matematika

Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul:

Optimalisasi Biaya Distribusi Gula Pasir dengan Metode Karagul-Sahin

Sebagai Penentu Solusi Awal dan Stepping Stone Penentu Solusi Optimal

(Studi Kasus : PT. Perkebunan Nusantara XIV)

adalah benar hasil karya saya sendiri dan bukan merupakan pengambil alihan tulisan oranglain.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya oranglain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 1 April 2022

Yang menyatakan,



Riska Ismail

NIM. H011171012

LEMBAR PENGESAHAN

**OPTIMALISASI BIAYA DISTRIBUSI GULA PASIR DENGAN
METODE *KARAGUL-SAHIN* SEBAGAI PENENTU SOLUSI
AWAL DAN *STEPPING STONE* PENENTU SOLUSI OPTIMAL
(Studi Kasus : PT. Perkebunan Nusantara XIV)**

Disusun dan diajukan oleh

RISKA ISMAIL

H011171012

Telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas

Hasanuddin

Pada tanggal 15 Maret 2022

dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama,

Pembimbing Pertama,

Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti., MS
NIP. 19570705 198503 2 001

Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si.
NIP. 19850529 200812 1 002

Ketua Program Studi,

Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.
NIP. 1970088072000031002



KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, karena atas berkat dan rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains. Saya menyadari bahwa, tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, pada kesempatan ini dengan segala kerendahan hati penulis menyampaikan terimakasih yang setulus-tulusnya kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti., MS selaku dosen pembimbing utama yang telah menyediakan banyak waktu, tenaga, dan pikiran untuk mengarahkan saya dalam penyusunan skripsi ini;
2. Bapak Dr. Muh. Nur., S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing pertama yang telah memberi semangat untuk secepatnya menyelesaikan skripsi ini serta memberikan pencerahan kepada saya;
3. Bapak Prof. Dr. Budi Nurwahyu., MS selaku dosen pembimbing akademik sekaligus orangtua saya di kampus yang senantiasa memberikan motivasi motivasi positif kepada saya;
4. Pihak perusahaan PT. Perkebunan Nusantara XIV yaitu Kak Arfiyani, Kak Irwan dan Mas Tato yang telah memberikan arahan serta melayani saya dengan baik selama proses pengambilan data;
5. Ibu Juhena dan Bapak Ismail selaku orangtua saya tercinta yang telah memberikan dukungan material dan moral tanpa adanya tekanan selama pengerjaan skripsi ini;
6. Teman kamar serta para sahabat, Inna, Muci, Wida, Lia, Santi, Nir, Kak Tira yang senantiasa menjadi alarm pengingat untuk segera menyelesaikan skripsi ini di tengah-tengah kesibukan lain yang ada di luar sana dan kakak yang senantiasa menghibur dan memberikan dukungan serta semangat agar tetap waras di tengah penyusunan skripsi;
7. Serta semua pihak yang secara tidak langsung membantu saya selama pengerjaan skripsi.

Akhir kata, saya berharap Tuhan Yang Maha Esa berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, 1 April 2022

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Riska Ismail', with a horizontal line extending from the end of the signature.

Riska Ismail

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKSI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMISI

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Riska Ismail
NIM : H011171012
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

demikian pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty- Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

“Optimalisasi Biaya Distribusi Gula Pasir dengan Metode *Karagul-Sahin* Sebagai Penentu Solusi Awal dan *Stepping-Stone* Penentu Solusi Optimal (Studi Kasus : PT. Perkebunan Nusantara XIV)”

berserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar Pada tanggal 25 Maret 2022

Yang Menyatakan,


(Riska Ismail)

ABSTRAK

Masalah transportasi seringkali ditemui dalam sektor industri terutama dalam upaya pendistribusian suatu barang, salah satunya terjadi pada PT.Perkebunan Nusantara XIV. Biaya yang harus dikeluarkan oleh perusahaan masih belum optimal dari 3 pabrik yaitu PG.Bone, PG.Takalar dan PG. Camming menuju masing masing toko konsumen dalam hal ini terdapat 5 lima agen konsumen yaitu CV. Citra Mulia Abadi, CV. Putera Benteng Sejahtera, UD Bintang Terang, PT. Fistar Cemerlang dan CV. Sumber Pangan Sejahtera. Dalam penelitian ini, untuk mengoptimalkan biaya transportasi gula pasir tersebut maka digunakan metode pendekatan *Karagul-Sahin* sebagai penentu fisibel awal dan metode *Stepping-Stone* sebagai uji optimalitasnya. Berdasarkan penelitian dengan metode pendekatan *Karagul-Sahin* dan *Stepping Stone* didapatkan biaya optimal pendistribusian gula pasir sebesar Rp 50.248.800 sedangkan, biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan tiap tahunnya adalah sebesar Rp 70.933.800. Sehingga diperoleh penghematan biaya adalah sebesar Rp 20.685.000

Kata Kunci: Gula Pasir, PT.Perkebunan Nusantara XIV, Masalah Transportasi, Metode *Karagul-Sahin*, Metode *Stepping-Stone*.

ABSTRACT

Transportation problems are often encountered in the industrial sector, especially in the distribution of goods, one of which occurs at PT. Perkebunan Nusantara XIV. The costs that must be incurred by the company are still not optimal from the 3 factories, namely PG. Bone, PG. Takalar and PG. Camming to each consumer store in this case there are 5 five consumer agents, namely CV. Citra Mulia Abadi, CV. Putera Benteng Sejahtera, UD Bintang Terang, PT. Fistar Cemerlang and CV. Prosperous Food Source. In this study, to optimize the transportation costs of the granulated sugar, the Karagul-Sahin approach was used as the initial feasible determinant and the Stepping-Stone method as the optimality test. Based on research using the Karagul-Sahin and Stepping Stone approach, the optimal cost of distributing granulated sugar is Rp. 50,248,800, while the costs incurred by the company each year are Rp. 70,933,800. So that the cost savings obtained is Rp. 20,685,000

Keywords: *Sugar, PT. Perkebunan Nusantara XIV, Transportation Problems, Karagul-Sahin Method, Stepping-Stone Method.*

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
PERNYATAAN KEASLIAN	iii
LEMBAR PENGESAHAN	vi
KATA PENGANTAR	v
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA	
ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS	vii
ABSTRAK	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB 1.	
PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Sistematika Penulisan.....	3
BAB 2	
TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Riset Operasi.....	5
2.2 Pemrograman Linear	5
2.3 Model Transportasi	7
2.4 Variasi Masalah Transportasi	11
2.5 Metode Pendekatan <i>Karagul-Sahin</i>	11
2.6 Metode <i>Stepping Stone</i>	14
BAB 3	
METODE PENELITIAN	26
3.1 Jenis dan Sumber Data	26
3.2 Identifikasi Penelitian.....	26

3.3 Teknik Pengumpulan.....	27
3.4 Prosedur Pengolahan Data.....	27
3.5 Diagram Alir	30
BAB 4	
PEMBAHASAN.....	31
4.1 Data Pendistribusian Gula Pasir PT. Perkebunan Nusantara XIV.....	31
4.2 Model Transportasi Pendistribusian Gula Pasir PT.Perkebunan Nusantara XIV.....	32
4.3 Implementasi Metode Pendekatan <i>Karagul Sahin</i> dan Penentuan Nilai Optimal Menggunakan metode <i>Stepping Stone</i>	34
BAB 5	
KESIMPULAN	48
5.1 Simpulan.....	48
5.2 Saran.....	48
DAFTAR PUSTAKA.....	49
LAMPIRAN	51

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Struktur Jaringan Masalah Transportasi	8
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian	30
Gambar 4.1 Grafik Nilai Solusi dari Metode	49

DAFTAR TABEL

Tabel 2.3.1 Model Transportasi Linear 10

Tabel 2.4.1 Tabel Rasio PDM 13

Tabel 2.4.2 Tabel Rasio PSM..... 13

Tabel 2.1 Biaya Transportasi Untuk Contoh Numerik 17

Tabel 2.2 r_{ij} Matriks Permintaan Proposional (PDM)..... 18

Tabel 2.3 r_{ji} Matriks Persediaan Proposional (PSM) 18

Tabel 2.4 Matriks A: Matriks Biaya Tertimbang berdasarkan Permintaan (WCD)..... 19

Tabel 2.5 Matriks B: Matriks Biaya Tertimbang berdasarkan Persediaan (WCS) 19

Tabel 2.6 Biaya Transportasi Terkecil Berdasarkan Permintaan 20

Tabel 2.7 Solusi Matriks WCD 20

Tabel 2.8 Biaya Transportasi Terkecil Berdasarkan Persediaan 21

Tabel 2.9 Solusi Matriks WCS 22

Tabel 2.10 Matriks WCD Solusi Terkecil..... 23

Tabel 2.11 Fisibel Pertama..... 23

Tabel 2.12 Perubahan Jumlah Pengiriman Pertama 25

Tabel 4.1.1 Data Jumlah Permintaan Gula Pasir (Ton) 31

Tabel 4.1.2 Data Jumlah Kapasitas Persediaan Gula Pasir 32

Tabel 4.1.3 Data Biaya Distribusi Gula Pasir (Per Ton)..... 32

Tabel 4.2.1 Tabel Biaya Transportasi Berdasarkan Permasalahan 34

Tabel 4.3.1 Nilai r_{ij} Matriks PDM Kasus Distribusi Gula Pasir 35

Tabel 4.3.2 Nilai r_{ji} Matriks PSM Kasus Distribusi Gula Pasir 35

Tabel 4.3.3 Nilai WCD Kasus Distribusi Gula Pasir..... 36

Tabel 4.3.4 Nilai WCS Kasus Distribusi Gula Pasir 36

Tabel 4.3.5 Biaya Transportasi Terkecil berdasarkan Permintaan dengan *Dummy* 37

Tabel 4.3.6 Biaya Transportasi Terkecil berdasarkan Permintaan	37
Tabel 4.3.7 Solusi Matriks WCD	38
Tabel 4.3.8 Biaya Transportasi Terkecil berdasarkan Persediaan dengan <i>Dummy</i>	39
Tabel 4.3.9 Biaya Transportasi Terkecil berdasarkan Persediaan	39
Tabel 4.3.10 Solusi Matriks WCS	40
Tabel 4.3.11 Fisibel Pertama	41
Tabel 4.3.12 Perubahan Jumlah Pengiriman Pertama	43
Tabel 4.3.13 Perubahan Jumlah Pengiriman Kedua	44
Tabel 4.3.14 Perbuahan Jumlah Pengiriman Ketiga	45
Tabel 4.3.15 Perbuahan Jumlah Pengiriman Keempat	46
Tabel 4.3.16 Perbuahan Jumlah Pengiriman Kelima	47
Tabel 4.3.17 Perbuahan Jumlah Pengiriman Keenam	48
Tabel 4.3.18 Solusi Optimal	48

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Surat Permohonan Pengambilan Data.....	51
Lampiran 2. Surat Persetujuan Permohonan Penelitian.....	52
Lampiran 3. Data Primer PT.Perkebunan Nusantara XIV	53

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam sektor industri, distribusi memegang peranan penting untuk menjamin produk yang akan dipasarkan agar produk tersebut tersedia secara merata di tiap wilayah tujuan. Bagi perusahaan besar, kegiatan distribusi umumnya dilakukan sendiri namun dengan menyiapkan divisi khusus pada perusahaannya, sedangkan perusahaan yang masih dalam tahap berkembang biasanya akan memanfaatkan agen dan distributor untuk mendistribusikan produk-produknya, cara tersebut dinilai lebih efektif karena dapat mengurangi biaya distribusi yang tinggi.

Keefektifan dalam mendistribusikan produk merupakan suatu hal penting yang perlu diperhatikan agar perusahaan mampu memenuhi permintaan konsumen melalui efisiensi sumber daya sehingga biaya distribusi yang dikeluarkan jadi lebih minimal. Namun adakalanya suatu perusahaan belum mampu meminimalkan biaya distribusinya sebab elemen-elemen dalam manajemen distribusi belum bekerja dengan tepat dan seimbang sehingga memicu timbulnya masalah khususnya dalam hal pendistribusian.

Menurut Zayyan, dkk.(2020) Transportasi merupakan komponen penting dalam operasional perusahaan karena sangat berpengaruh terhadap biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan dalam mendistribusikan produk ke tempat tujuan pemasaran.

Hermansyah, dkk.(2016) menjelaskan bahwa model transportasi adalah bagian dari “*research operation*“ yang membahas tentang meminimumkan biaya transportasi dari suatu tempat ke tempat lain. “Adapun masalah transportasi yang menarik banyak perhatian literatur adalah masalah pemrograman linear terstruktur jaringan” Bazara, dkk. (2010).

Beberapa penelitian terkait masalah transportasi pernah dilakukan oleh Edhy (2017) mengenai penerapan model transportasi dalam pendistribusian BBM di provinsi Sulawesi-Selatan dan menghasilkan waktu pengerjaan yang lebih efisien dengan metode Vogel namun dengan metode *Stepping Stone* hasilnya lebih optimal dan akurat. Kemudian pada tahun 2019, Aurora dkk melakukan penelitian terkait masalah distribusi, metode transportasi yang digunakan adalah metode baru yang telah dipaparkan Khantharaj (2018) yaitu metode *Lowest Supply Lowest Cost* (LSLC), penelitian yang dilakukan berupa pendistribusian garam yang bertujuan untuk menentukan solusi optimal biaya transportasinya dan menghasilkan biaya yang lebih optimal daripada sebelum dilakukan optimalisasi. Disusul oleh Karagul dan Sahin (2020) yang melakukan penelitian terkait

transportasi dengan judul penelitian “ *A Novel Approximation Method to Obtain Initial Basic Feasible Solution of Transportation Problem*” dalam penelitiannya ia membandingkan metode ini dengan ke delapan metode lain yang disajikan ke dalam grafik dan tabel, dan hasilnya ternyata metode ini tidak lebih buruk dari metode lain atau memberikan solusi optimal paling sering yaitu pada 17 dari 24 masalah transportasi, metode tersebut dikenal dengan Metode pendekatan *Karagul-Sahin*”.

Dalam metode transportasi terdapat dua cara untuk menyelesaikan transportasi yaitu dengan metode solusi awal (tahap penyelesaian pertama) dan metode solusi akhir (optimasi) Zayyan,dkk.(2020). Dalam penelitian Hosseini, (2017) menyatakan bahwa nilai yang didapatkan dari solusi awal mempengaruhi solusi terbaik dan waktu solusi. Oleh karena itu, penting untuk memulai dengan solusi awal yang baik, namun metode IBFS atau metode solusi awal yang ada saat ini tidak selalu memberikan solusi awal yang baik yang dapat mengurangi jumlah iterasi untuk menemukan solusi optimal.

Karagul dan Sahin 2020, menjelaskan dalam artikelnya bahwa metode aproksimasi baru ini diusulkan untuk menciptakan IBFS atau solusi awal yang efisien untuk masalah transportasi yang merupakan masalah penting di bidang optimasi dan hasilnya adalah hasil solusi awal menggunakan metode pendekatan *Karagul-Sahin* lebih efisien daripada metode *North West Corner*, *Least Cost* dan metode *Vogel* yang digunakan untuk mendapatkan hasil solusi awal pada penelitian terkait yang sebelumnya dilakukan. Solusi yang diperoleh dengan metode *Karagul-Sahin* ini sama bagusnya dengan solusi yang diperoleh dengan metode *Vogel* dan waktu penyelesaian secepat metode *North West Corner*.

Sehubung dengan latar belakang di atas, maka penulis tertarik melakukan penelitian dengan judul “Optimalisasi Biaya Distribusi Gula Pasir dengan Metode *Karagul-Sahin* Sebagai Penentu Solusi Awal dan *Stepping-Stone* Penentu Solusi Optimal (Studi Kasus : PT. Perkebunan Nusantara XIV)”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, maka rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah :

- a. Bagaimana penerapan metode *Karagul-Sahin* dan *Stepping Stone* dalam menentukan biaya distribusi gula pasir PT. Perkebunan Nusantara XIV ?
- b. Berapa biaya minimum pendistribusian gula pasir setelah menggunakan metode *Karagul-Sahin* dan *Stepping Stone* ?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah hanya meliputi distribusi terhadap produk gula pasir jenis Retail (gollata) dengan masalah transportasi tidak seimbang.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai permasalahan yang telah diuraikan, maka tujuan dari penelitian ini adalah :

- a. Menerapkan metode *Karagul-Sahin* dan *Stepping-Stone* dalam menentukan biaya distribusi gula pasir PT. Perkebunan Nusantara XIV
- b. Menentukan biaya minimum distribusi gula pasir dengan metode *Karagul-Sahin* dan *Stepping-Stone*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah :

- a. Mengembangkan wawasan untuk mengkaji masalah riset operasi dan pemrograman lebih dalam khususnya dalam penyelesaian masalah transportasi menggunakan metode *Karagul-Sahin*,
- b. Memberikan sumbangsih pemikiran khususnya pada ilmu pengetahuan tentang matematika dalam penyelesaian masalah transportasi,
- c. Masukan bagi penyedia sarana jasa pendistribusian gula pasir.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini mencakup 5 (lima) bab, yaitu :

BAB 1 PENDAHULUAN

Berisikan tentang pendahuluan yang menguraikan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian serta sistematika penulisan.

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

Berisikan tentang teori-teori dasar yang digunakan dalam penelitian untuk mengembangkan pembahasan dalam penelitian.

BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN

Berisikan tentang identifikasi penelitian, jenis dan sumber data yang digunakan, teknik pengumpulan data, serta langkah-langkah dalam

pengolahan data yang harus dilakukan untuk mendapatkan hasil optimal dalam penelitian.

BAB 4 PEMBAHASAN

Berisikan tentang penjelasan dari masalah yang telah dirumuskan di bab pendahuluan.

BAB 5 PENUTUP

Berisikan kesimpulan dari keseluruhan bab termasuk hasil optimal yang didapatkan menggunakan metode *Karagul-Sahin* dan *Stepping-Stone* serta saran pendukung sebagai hasil akhir dari penelitian yang telah dilakukan.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Riset Operasi

Istilah *operation research* mulai dikenal dan berkembang pada awal perang dunia kedua, dimana pemimpin militer Inggris berupaya mengumpulkan sekelompok ahli untuk mengatasi persoalan optimasi terhadap resource mereka yang terbatas sebagai upaya penyusunan strategi dalam memenangkan peperangan.

Secara umum kata *research* (riset) dapat diartikan sebagai suatu proses yang terorganisasi dalam mencari kebenaran akan masalah. Sedangkan kata *operation* (operasi) didefinisikan sebagai tindakan-tindakan yang diterapkan pada masalah, Meflinda, Astuti (2011).

Perkembangan riset operasi mulai terlihat pada teknik-teknik pemecahan masalahnya, di antaranya adalah metode simpleks yang digunakan untuk menyelesaikan masalah *linear programming*, yang dikembangkan oleh George Dantzing pada tahun 1947 dengan tujuan untuk menentukan nilai optimal dari sumber daya yang terbatas. Selain itu, berkembang pula teknik model pemrograman dinamik (*dynamic programming*), teori antrian (*queuing theory*), teori persediaan (*inventory theory*), transportasi (*transportation*), perencanaan jaringan kerja (*network planning*), serta teori permainan (*game theory*) Rangkuti (2013).

2.2 Pemrograman Linear

Pemrograman linear merupakan suatu metode untuk membuat keputusan di antara berbagai alternative kegiatan pada waktu kegiatan-kegiatan tersebut dibatasi oleh kegiatan tertentu. Keputusan yang diambil dinyatakan sebagai fungsi tujuan (*objective function*), sedangkan kendala-kendala yang dihadapi dalam membuat keputusan tersebut dinyatakan dalam bentuk fungsi kendala (*constraints*).

Rangkuti (2013) dalam bukunya menyatakan bahwa tujuan mempelajari pemrograman linear yaitu :

1. Mampu membuat model matematika dan menguasai analisisnya
2. Memiliki wawasan dalam analisis untuk menentukan fungsi tujuan maksimal dan minimal dalam kendala yang ada

3. Mampu menganalisis fungsi tujuannya maksimal atau minimal apabila terjadi perubahan pada fungsi tujuan dan kendala yang dilakukan secara manual serta program Lindo.

Penerapan linear programming dalam hal ini adalah mengalokasikan sumber daya, sehingga keuntungan akan maksimum atau biaya alokasi menjadi minimum. Alokasi yang dibuat bergantung pada sumber daya yang tersedia dan permintaan atas sumber daya tersebut. Istilah Pemrograman Linear secara eksplisit telah menunjukkan karakteristiknya. Seluruh fungsi model matematika harus berupa fungsi matematika linear dan penyelesaian optimal diturunkan melalui teknik optimasi linear (Siswanto, 2007).

Menurut Suyitno (1999), pemecahan masalah program linear dapat melalui beberapa tahapan, di antaranya :

1. Memahami masalah dalam bidang yang bersangkutan
2. Menyusun model matematika
3. Menyelesaikan model matematika
4. Menafsirkan jawaban model menjadi jawaban atas masalah yang nyata.

Tidak semua masalah optimasi dapat diselesaikan dengan metode program linear. Berikut beberapa prinsip utama yang mendasari penggunaan metode program linear :

- a. Adanya sasaran. Sasaran dalam model matematika masalah program linear berupa fungsi tujuan yang akan dicari nilai optimalnya
- b. Adanya tindakan alternatif, berupa metode yang digunakan untuk memperoleh nilai optimalnya
- c. Memiliki keterbatasan sumber daya berupa biaya, waktu, tenaga, bahan, dsb. Keterbatasan sumber daya disebut juga dengan fungsi kendala
- d. Masalah yang ada dapat dituangkan dalam bentuk model matematika
- e. Adanya keterikatan antar variabel yang membentuk fungsi tujuan dan kendala, artinya perubahan yang terjadi pada satu peubah akan mempengaruhi peubah lainnya.

2.3 Model Transportasi

Persoalan dasar dalam transportasi mulanya dikembangkan oleh F. L. Hitchcock 1941 dalam studinya yang berjudul : “ *The Distribution Of A Product From Several Source To Numerous Locations*”, kemudian pada tahun 1947

disusul studi dari T.C Koopmans yang berjudul : Optimal Utilization Of the transportation system (Rangkuti, 2013).

Pada umumnya, masalah transportasi berhubungan dengan masalah distribusi suatu produk tunggal dari beberapa sumber, dengan penawaran terbatas, menuju beberapa tujuan dengan permintaan tertentu pada biaya transportasi minimum. Karena hanya ada satu macam barang, suatu lokasi tujuan dapat memenuhi permintaannya dari satu atau lebih sumber (Mulyono, 2004).

Menurut Taha dalam Zainuddin (2011), “ Dalam arti sederhana, model transportasi berusaha menentukan sebuah rencana transportasi suatu barang dari sejumlah sumber ke sejumlah tujuan”. Jadi dapat disimpulkan bahwa persoalan transportasi dapat digunakan untuk mengoptimalkan biaya transportasi dalam proses pendistribusian barang.

Martono, 2019 memaparkan bahwa terdapat beberapa faktor yang memengaruhi tingginya biaya transportasi di Indonesia diantaranya perpindahan barang antarpulau memakan waktu yang lama, biaya pengiriman barang relatif tinggi, infrastruktur yang belum memadai seperti banyaknya jalan yang rusak, minimnya pelabuhan dalam proses *docking* kapal logistik dan keterbatasan jaringan pelayanan, serta masih terbiasanya perusahaan dalam memakai sistem manual yang memberikan resiko dalam proses pengiriman barang ke tempat yang relatif jauh.

Sebagaimana Fiqransyah (2015) mengatakan bahwa metode transportasi sangat dibutuhkan oleh perusahaan yang melakukan kegiatan pengiriman barang dalam usahanya. Dengan pengaplikasian metode transportasi, sebuah perusahaan akan lebih efektif dan efisien dalam kegiatan distribusi produknya.

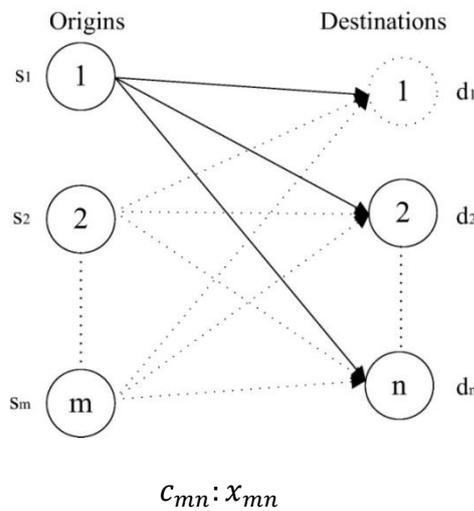
Ciri-ciri khusus persoalan transportasi adalah sebagai berikut :

1. Terdapat sejumlah sumber dan sejumlah tujuan
2. Kuantitas komoditas atau barang yang didistribusikan dari tiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan besarnya tertentu
3. Komoditi yang dikirim atau diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan besarnya sesuai dengan permintaan atau kapasitas sumber
4. Ongkos pengangkutan komoditi dari suatu sumber ke suatu tujuan besarnya tertentu.

Berdasarkan uraian di atas, maka dapat diketahui bahwa hal yang berpengaruh dalam proses pengoptimalan biaya transportasi produk adalah daerah asal atau sumber, daerah tujuan, kapasitas *supply* daerah asal dan jumlah *demand* daerah tujuan , serta biaya transportasi dari daerah asal ke daerah tujuan,

sedangkan faktor jarak dalam proses pendistribusian produk tidak memiliki pengaruh yang signifikan dalam penerapan metode transportasi.

Gambar 2.1 (Karagul dan Sahin,2020) memperlihatkan sebuah model transportasi dari sebuah jaringan dengan m sebagai sumber dan n sebagai tujuan. Sumber dan tujuan diwakili oleh node sedangkan busur mewakili rute pengiriman barang yang menghubungkan sumber ke tujuan. Tujuan dari masalah transportasi adalah untuk menentukan variabel x_{ij} yang nantinya mampu mempengaruhi total biaya minimal masalah transportasi atau dalam hal ini untuk mendapatkan respon perusahaan terhadap pemenuhan kebutuhan konsumen dalam meningkatkan kualitas pelayanan pada sebuah jaringan distribusi (Martono, 2019 dalam Fifi,2020).



Gambar 2.1 Struktur Jaringan Masalah Transportasi

Keterangan :

Masing-masing sumber mempunyai kapasitas $s_i, i = 1,2,3,..m$

Masing-masing tujuan mempunyai kapasitas $d_j, j = 1,2,3,..n$

x_{ij} : jumlah satuan unit yang dikirim dari sumber i ke tujuan j

c_{ij} : biaya pengiriman per unit dari sumber i ke tujuan j

Dengan demikian, persoalan transportasi dapat dirumuskan ke dalam persoalan program linear sebagai berikut:

Fungsi tujuan:

Meminimalkan

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \quad (2.1)$$

Dengan batasan :

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq S_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \geq D_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \text{ untuk setiap } i \text{ dan } j$$

Formulasi:

Meminimalkan:

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \dots + c_{2n}x_{2n} + \dots + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \dots + c_{mn}x_{mn}$$

Berdasarkan pembatas:

Pembatas sumber

$$x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = S_1$$

$$x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = S_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots$$

$$x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = S_m$$

Pembatas tujuan

$$x_{11} + x_{21} + \dots + x_{1m} = d_1$$

$$x_{12} + x_{22} + \dots + x_{2m} = d_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots$$

$$x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = d_n$$

Berikut bentuk umum Tabel transportasi:

Tabel 2.3.1 Model Transportasi Linear

Sumber	Tujuan				S_i
	T_1	T_2	...	T_n	
S_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	S_1
S_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	S_2
\vdots
S_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	S_m
d_j	d_1	d_2	...	d_n	$\sum_{i=1}^m S_i \geq \sum_{j=1}^n d_j$

Keterangan:

Z = Fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya

S = Sumber

T = Destinasi (tujuan)

C_{mn} = Biaya transportasi dari S_m ke T_n

D_n = Permintaan ke-n

S_m = Persediaan ke- m

X_{mn} = Jumlah barang

2.4 Variasi Masalah Transportasi

Dalam praktik pengaplikasian metode transportasi adakalanya menghadapi dua masalah, yaitu terjadinya ketidakseimbangan antara *supply* dan *demand* serta *degeneracy* (Rangkuti,2013).

a. Masalah Ketidakseimbangan *Supply* dan *Demand*

Jika *supply* lebih besar daripada *demand* atau sebaliknya *demand* lebih besar dari *supply*, maka perlu ditambahkan baris atau kolom bayangan (*dummy*) untuk menyeimbangkan keduanya sebesar $\sum S_i - \sum D_j$ pada kolom destination dan $\sum D_j - \sum S_i$ pada baris sumber . *Dummy* dalam Tabel transportasi pada dasarnya hanya buatan atau tidak rill sehingga biaya distribusi dari sumber ke tujuan *dummy* hanya bernilai nol.

b. Masalah *Degeneracy*

Kasus *degenerate* pada masalah transportasi terjadi apabila jumlah sel yang mendapat alokasi atau *cell* basis dalam Tabel transportasi kurang dari jumlah baris ditambah jumlah kolom dikurangi satu ($m + n - 1$) akibatnya uji optimalitas dengan metode *Stepping Stone* dan metode MODI tidak dapat diselesaikan, untuk itu perlu adanya prosedur tambahan untuk menyelesaikan masalah tersebut dengan menetapkan salah-satu dari sel kosong dan menempatkan alokasi bernilai nol pada sel tersebut sehingga persyaratan jumlah sel yang mendapat alokasi sebanyak ($m + n - 1$) menjadi terpenuhi (Rangkuti,2013).

2.5 Metode Pendekatan *Karagul-Sahin*

Dalam penelitian ini, metode *Karagul-Sahin* digunakan sebagai alternatif untuk menemukan solusi awal pada masalah transportasi. Metode *Karagul-Sahin* adalah metode iteratif yang terdiri dari atas 5 langkah. Untuk mendapatkan solusi awal masalah transportasi, proses solusi dimulai dengan perubahan yang awalnya diterapkan pada Tabel transportasi. Pertama-tama, Persamaan (2.4) dan (2.5) digunakan untuk transformasi ini. Rasio yang diperoleh (r_{ij} dan r_{ji}) dikalikan dengan biaya dan dua matriks baru A (WCD) dan B (WCS) dibentuk untuk digunakan dalam penugasan. Nilai yang diperoleh disebut matriks biaya transportasi tertimbang berdasarkan permintaan atau penawaran (Karagul,2021). Menurut Karagul dan Sahin (2020) dalam Dinda (2021), metode ini lebih efisien

dibandingkan metode yang lain, metode yang diusulkan ini telah memperoleh solusi awal terbaik dengan waktu perhitungan luar biasa. Keunggulan lain dari metode ini adalah dapat menyelesaikan masalah transportasi seimbang maupun yang tidak seimbang dan menghasilkan solusi yang baik. Dalam mencapai solusi awal yang efektif untuk masalah transportasi juga akan mengurangi waktu untuk mencapai solusi optimal dengan metode *Stepping Stone*. Berikut notasi yang digunakan:

Γ_{ij} = Matriks permintaan proporsional (PDM)

Γ_{ji} = Matriks penawaran proporsional (PSM)

A = Matriks biaya transportasi tertimbang berdasarkan permintaan (WCD)

B = Matriks biaya transportasi tertimbang berdasarkan penawaran (WCD)

Berikut langkah-langkah metode pendekatan *Karagul-Sahin* yaitu:

Langkah 1. Menghitung nilai Γ_{ij} (PDM) dan Γ_{ji} (PSM) untuk matriks A (WCD) dan matriks B (WCS).

$$\Gamma_{ij} = \frac{d_j}{s_i}, i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n \quad (2.4)$$

$$\Gamma_{ji} = \frac{s_i}{d_j}, j = 1, 2, \dots, n \text{ dan } i = 1, 2, \dots, m \quad (2.5)$$

$$\Gamma_{ij} * \Gamma_{ji} = 1$$

Tabel 2.4.1 Tabel Rasio PDM

	T_1	T_2	...	T_n	S_i
S_1	$r_{11} = \frac{d_1}{s_1}$	r_{12}	...	r_{1n}	S_1
S_2	$r_{21} = \frac{d_2}{s_1}$	r_{22}	...	r_{2n}	S_2
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
S_m	$r_{m1} = \frac{d_m}{s_1}$	r_{m2}	...	r_{mn}	S_m
d_j	d_1	d_2	...	d_n	Total

Tabel 2.4.2 Tabel Rasio PSM

	T_1	T_2	...	T_n	S_i
S_1	$r_{11} = \frac{s_1}{d_1}$	r_{12}	...	r_{1n}	S_1
S_2	$r_{21} = \frac{s_1}{d_2}$	r_{22}	...	r_{2n}	S_2
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
S_m	$r_{m1} = \frac{s_1}{d_m}$	r_{m2}	...	r_{mn}	S_m
d_j	d_1	d_2	...	d_n	Total

- Langkah 2.** Menghitung Tabel biaya transportasi tertimbang (Weight Cost) yaitu matriks A (WCD) dan B (WCS) dengan mengalikan tarif biaya tiap elemen pada Tabel transportasi dengan tiap komponen matriks r_{ij} (PDM) dan r_{ji} (PSM).
- Langkah 3.** Mencari biaya terkecil dalam matriks WCD dan membuat tugas dengan pertimbangan batasan permintaan dan persediaan.
- Langkah 4.** Mencari biaya terkecil dalam matriks WCS dan membuat tugas dengan pertimbangan batasan permintaan dan persediaan.
- Langkah 5.** Jika semua tuntutan langkah 1-4 terpenuhi maka selesaikan algoritma, namun jika tidak kembali ke langkah 3 dan 4.
- Langkah 6.** Membandingkan nilai solusi dalam matriks tugas kemudian menetapkan solusi terkecil sebagai solusi awal.

2.6 Metode Stepping Stone

Metode *Stepping Stone* atau metode batu loncatan merupakan salah satu metode transportasi yang digunakan untuk menghasilkan pemecahan layak bagi masalah dengan biaya-biaya operasi (biaya pabrik dan transportasi), sehingga mendapatkan biaya pengiriman relatif minimal (Rangkuti,2013). Metode *Stepping Stone*. ini merupakan langkah lanjutan setelah ditemukannya solusi awal guna mendapatkan solusi optimal.

Sedangkan menurut Hendriawan, dkk.(2020), *Stepping Stone* adalah suatu teknik yang berulang untuk berpindah dari suatu solusi awal yang layak ke solusi yang optimal dalam metode transportasi. Setelah solusi layak dasar awal diperoleh dari masalah transportasi, maka langkah selanjutnya adalah dengan menekan ke bawah biaya transportasi dengan memasukkan variabel *non basis* dengan alokasi barang menuju kotak kosong ke dalam solusi.

Langkah-langkah metode *Stepping-Stone* menurut Rangkuti (2013) adalah sebagai berikut :

1. Menemukan fisibel awalnya
2. Kotak yang terisi disebut basis, nilainya diberi tanda kurung buka dan tutup seperti (x_{ij})
3. Kotak yang tidak terisi disebut kotak bukan basis (*non-basis cell*)
4. Semua kotak yang memuat biaya angkut per unit barang sebesar c_{ij} dimana 1 uit barang diangkut dari tempat asal S ke tempat tujuan T
5. s adalah supply atau persediaan barang di S dan d adalah demand atau permintaan barang dari T dan $Z = \sum C_{ij}X_{ij}$ adalah jumlah biaya angkut yang harus dibuat minimal
6. Agar Tabel tidak ruwet, nilai yang menunjukkan biaya angkut tidak dicantumkan ke dalam Tabel
7. Dibuat lintasan tertutup atau *loop* bagi tiap variabel non-basis dimana *loop* tersebut berawal dan berakhir pada variabel non-basis dan tiap sudut dari *loop* merupakan variabel-variabel dari basis
8. Hitung $Z_{ij} - C_{ij}$ = jumlah C_{ij} pada *loop* dengan koefisien (+) dan (-) secara bergantian
9. Menentukan variabel yang masuk menjadi basis dengan cara memilih nilai $Z_{ij} - C_{ij}$ yang terbesar atau $\text{Max}\{Z_{ij} - C_{ij}\}$
10. Menentukan variabel yang keluar dari basis dengan cara:
 - Dibuat *loop* yang memuat $Z_{ij} - C_{ij}$ yang terbesar
 - Diadakan pengamatan pada C_{ij} dalam *loop* yang mempunyai koefisien (+)
 - Variabel X_{ij} yang keluar basis jika dan hanya jika X_{ij} minimal dari jalur *loop*

11. Menentukan harga variabel basis yang berada di dalam *loop* yang baru
12. Sedangkan untuk variabel-variabel basis lain yang juga berada dalam *loop* yaitu:
 - X_{ij} (baru) = X_{ij} lama - X minimal
 - X_{ij} (baru) = X_{ij} lama + X minimal
13. Untuk variabel-variabel basis lain di luar *loop* harganya tetap dan dihitung kembali nilai $Z_{ij} - C_{ij}$ untuk variabel non-basis
14. Diperoleh Tabel optimal jika semua $Z_{ij} - C_{ij} \leq 0$
15. Jika masih ada nilai $Z_{ij} - C_{ij} > 0$ maka ditentukan kembali variabel yang masuk dan yang keluar.

Contoh Kasus:

Dalam suatu persoalan terdapat tiga sumber, yaitu S_1, S_2 dan S_3 , yang masing-masing memiliki persediaan 20,5 dan 5. Persediaan tersebut akan dikirim ke tiga daerah tujuan, yaitu T_1, T_2 dan T_3 , yang masing-masing memiliki permintaan 15,10 dan 5. Tentukan biaya minimal pendistribusiannya.

Penyelesaian:

Berikut model matematika dari permasalahan transportasi di atas

Dengan variabel keputusan sebagai berikut:

- x_{11} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_1 ke T_1
- x_{12} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_1 ke T_2
- x_{13} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_1 ke T_3
- x_{21} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_2 ke T_1
- x_{22} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_2 ke T_2
- x_{23} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_2 ke T_3
- x_{31} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_3 ke T_1
- x_{32} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_3 ke T_2
- x_{33} = jumlah produk yang dikirim dari sumber S_3 ke T_3

Minimumkan:

$$Z = 30x_{11} + 30x_{12} + 150x_{13} + 40x_{21} + 50x_{22} + 150x_{23} + 130x_{31} + 150x_{32} + 80x_{33}$$

Dengan kendala berikut:

$$x_{ij} \geq 0; x_{11} + x_{12} + x_{13} = 21; x_{21} + x_{22} + x_{23} = 5; x_{31} + x_{32} + x_{33} = 4; x_{11} + x_{21} + x_{31} = 15; x_{12} + x_{22} + x_{32} = 10; x_{13} + x_{23} + x_{33} = 5.$$

Penyelesaian masalah transportasi dengan metode pendekatan *Karagul-Sahin* dapat meminimalkan biaya angkut yang dikeluarkan dengan sebaik-baiknya.

Langkah 1: Membuat Tabel biaya transportasinya.

Tabel 2.1 Biaya Transportasi Untuk Contoh Numerik

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	30	30	150	21
S_2	40	50	150	5
S_3	130	130	80	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Dari Tabel 2.1 di atas, dapat dilihat jumlah permintaan dan persediaan sama yaitu 30. Selanjutnya, langkah yang harus dilakukan adalah dengan menghitung rasio, nilai-nilai yang dihasilkan tersebut kemudian dimasukkan pada Tabel 2.2 dan 2.3.

Langkah 2: Hitung nilai Γ_{ij} (PDM) pada pers. (2.1) dan Γ_{ji} (PSM) pada pers. (2.2) untuk matriks A (WCD) dan B (WCS)

- Nilai Γ_{ij} (PDM)

Dengan menggunakan persamaan:

$$\Gamma_{ij} = \frac{d_j}{s_i}$$

Didapatlah nilai-nilai rasionya yang kemudian membentuk tabel di bawah:

Tabel 2.2 Γ_{ij} Matriks Permintaan Proposional (PDM)

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	0.714	0.476	0.238	21
S_2	3	2	1	5
S_3	3.75	2.5	1.25	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Begitupun untuk nilai nilai Γ_{ji}

- Nilai Γ_{ji} (PSM)

$$\Gamma_{ji} = \frac{s_i}{d_j}$$

Sehingga terbentuk tabel PSM di bawah:

Tabel 2.3 Γ_{ji} Matriks Persediaan Proposional (PSM)

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	1.4	2.1	4.2	21
S_2	0.333	0.5	1	5
S_3	0.267	0.4	0.8	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Langkah 3: Proses selanjutnya adalah dengan mengalikan tarif tersebut dengan biaya yang ditunjukkan pada Tabel 2.1, setelah perkalian ini, matriks A dan B dibangun dengan biaya transportasi tertimbang. Matriks A dan B masing-masing masukkan pada Tabel 2.4 dan 2.5 sebagai berikut:

Tabel 2.4 Matriks A: Matriks Biaya Tertimbang berdasarkan Permintaan (WCD)

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	21.42	14.28	35.7	21
S_2	120	100	150	5
S_3	487.5	325	100	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Selanjutnya matriks B (WCS) sebagai berikut:

Tabel 2.5 Matriks B: Matriks Biaya Tertimbang berdasarkan Persediaan (WCS)

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	42	63	630	21
S_2	13.2	25	150	5
S_3	34.71	52	64	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Langkah 4: Mencari biaya terkecil dalam matriks WCD, dan mengalokasikan dengan mempertimbangkan batasan permintaan dan penawaran terkecil yang disajikan dalam tabel berikut

Tabel 2.6 Biaya Transportasi Terkecil Berdasarkan Permintaan

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	21.42 II	14.28 I	35.7	21
S_2	120 IV	100	150 V	5
S_3	487.5	325	100 III	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Langkah 5: Ketika semua tuntutan dan alokasi sudah terpenuhi, selanjutnya dengan menyelesaikan algoritma. Jika tidak kembali ke langkah 3 dan 4.

Selanjutnya, menentukan apakah semua tuntutan dan alokasi terpenuhi pada WCD. Berikut uraiannya:

Tabel 2.7 Solusi Matriks WCD

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	30 11	30 10	150 1	21
S_2	40 4	50	150 4	5
S_3	130	130	80	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Berdasarkan uraian Tabel 2.7 di atas, dapat dilihat bahwa semua alokasi sudah terpenuhi

Selanjutnya menentukan solusinya

$$\begin{aligned}
 Z &= 30(11) + 30(10) + 40(4) + 150(1) + 80(4) \\
 &= 300 + 330 + 320 + 160 + 150 \\
 &= 1.260
 \end{aligned}$$

Langkah 6: Mencari biaya terkecil dalam matriks WCS, dan mengalokasikan dengan mempertimbangkan batasan permintaan dan penawaran terkecil yang disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2.8 Biaya Transportasi Terkecil Berdasarkan Persediaan

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	42 III	63 IV	630 V	21
S_2	13.2 I	25	150	5
S_3	34.71 II	52	64	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Langkah 7: Ketika semua tuntutan dan alokasi sudah terpenuhi, selesaikan algoritma. Jika tidak kembali ke langkah 3 dan 6.

Selanjutnya, menentukan apakah semua tuntutan dan alokasi terpenuhi pada WCS

Berikut uraiannya.

Tabel 2.9 Solusi Matriks WCS

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	30 6	30 10	150 5	21
S_2	40 5	50	150	5
S_3	130 4	130	80	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Berdasarkan uraian Tabel 2.9 di atas, dapat dilihat bahwa semua alokasi sudah terpenuhi.

Selanjutnya menentukan solusinya

$$\begin{aligned}
 Z &= 30(6) + 30(10) + 150(5) + 40(5) + 4(130) \\
 &= 200 + 520 + 180 + 300 + 750 \\
 &= 1.950
 \end{aligned}$$

Langkah 8: Membandingkan nilai solusi dari matriks WCD dan WCS. Solusi yang paling kecil ditetapkan sebagai solusi awal.

Tabel 2.10 Matriks WCD Solusi Terkecil

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	11	10		21
S_2	4		1	5
S_3			4	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Sehingga ditetapkan matriks WCD sebagai fisibel awal atau solusi awal dengan nilai $Z = 1.260$

Dengan penerapan metode pendekatan *Karagul-Sahin* didapatkan solusi awal dari masalah transportasi di atas, selanjutnya akan ditentukan solusi optimal dengan menggunakan Metode *Stepping Stone*.

Tabel 2.11 Fisibel Pertama

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	(11)	(10)		21
S_2	(4)		(1)	5
S_3			(4)	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Pemecahan fisibel yang pertama sudah diperoleh dengan nilai $x_{11} = 11, x_{12} = 10, x_{21} = 4, x_{23} = 1, x_{33} = 4$.

Sehingga jumlah biaya transportasi yang akan dikeluarkan adalah:

$$\begin{aligned} Z &= c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{21}x_{21} + c_{23}x_{23} + c_{33}x_{33} \\ &= 30(11) + 30(10) + 40(4) + 150(1) + 80(4) \\ &= 300 + 330 + 320 + 160 + 150 \\ &= 1.260 \end{aligned}$$

Selanjutnya menghitung semua nilai $Z_{ij} - X_{ij}$ sebagai uji optimalitas untuk non-basis *cell* atau kotak bukan basis berikut:

$$\begin{aligned} z_{13} - c_{13} &= c_{11} - c_{21} + c_{23} - c_{13} \\ &= 30 - 40 + 150 - 150 = -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{22} - c_{22} &= c_{12} - c_{11} + c_{21} - c_{22} \\ &= 30 - 30 + 40 - 50 = -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{31} - c_{31} &= c_{33} - c_{23} + c_{21} - c_{31} \\ &= 80 - 150 + 40 - 130 = -160 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{32} - c_{32} &= c_{12} - c_{11} + c_{21} - c_{23} + c_{33} - c_{32} \\ &= 130 - 30 + 40 - 150 + 80 - 130 = -60 \end{aligned}$$

Ternyata nilai $Z_{ij} - X_{ij} < 0$, nilai diatas dimasukkan dalam Tabel 2.12, maka pemecahan sudah optimal, berarti jumlah biaya transportasi sudah minimal yaitu

$$\begin{aligned} Z_{min} &= c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{21}x_{21} + c_{23}x_{23} + c_{33}x_{33} \\ &= 30(11) + 30(10) + 40(4) + 150(1) + 80(4) \\ &= 300 + 330 + 320 + 160 + 150 \\ &= 1.260 \end{aligned}$$

Tabel 2.12 Perubahan Jumlah Pengiriman Pertama

	T_1	T_2	T_3	<i>Supply</i>
S_1	(11)	(10)	-10	21
S_2	(4)	-10	(1)	5
S_3	-160	-60	(4)	4
<i>Demand</i>	15	10	5	30

Berdasarkan Tabel 2.12 di atas dapat disimpulkan bahwa biaya minimum pengangkutan pada masalah transportasi tersebut adalah sebagai berikut:

1. Sumber 1 mengirimkan produk sebanyak 11 buah ke T_1
2. Sumber 1 mengirimkan produk sebanyak 10 buah ke T_2
3. Sumber 2 mengirimkan produk sebanyak 4 buah ke T_1
4. Sumber 2 mengirimkan produk sebanyak 1 buah ke T_3
5. Sumber 3 mengirimkan produk sebanyak 4 buah ke T_3

Dengan biaya minimum sebesar Rp 1.260

Dari contoh kasus di atas, dapat disimpulkan bahwa penyelesaian optimum dari hasil transportasi pertama dengan sudut barat laut ternyata menghasilkan biaya terbesar. Oleh karena itu, dengan menggunakan metode pendekatan *Karagul-Sahin* yang dalam penyelesaiannya menggunakan perhitungan biaya terendah dari tabel WCD dan WCS akan diperoleh nilai minimum yang terkecil dari sudut barat laut.