

SKRIPSI

PERBANDINGAN BAGAN KENDALI *GENERALIZED VARIANCE* DAN *MULTIVARIATE EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING VARIANCE* DALAM *MONITORING VARIABILITAS PROSES*

Disusun dan diajukan oleh:

ISNAWATI

H12116019



**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

2021

**PERBANDINGAN BAGAN KENDALI *GENERALIZED*
VARIANCE DAN *MULTIVARIATE EXPONENTIALLY*
WEIGHTED MOVING VARIANCE DALAM
*MONITORING VARIABILITAS PROSES***

SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika
dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

ISNAWATI

H 121 16 019

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

2021

LEMBAR PENGESAHAN (TUGAS AKHIR)

PERBANDINGAN BAGAN KENDALI *GENERALIZED VARIANCE* DAN *MULTIVARIATE EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING VARIANCE* DALAM *MONITORING VARIABILITAS PROSES*

Disusun dan diajukan oleh:

**ISNAWATI
H12116019**

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin pada tanggal 20 April 2021 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

Pembimbing Utama



Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.
NIP. 19750429 200003 2 001

Pembimbing Pertama



Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.
NIP. 19720117 199703 2 002



Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.
NIP. 19720117 199703 2 002

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Isnawati
NIM : H12116019
Program Studi : Statistika
Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

PERBANDINGAN BAGAN KENDALI *GENERALIZED* *VARIANCE* DAN *MULTIVARIATE EXPONENTIALLY* *WEIGHTED MOVING VARIANCE* DALAM *MONITORING VARIABILITAS PROSES*

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa Skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan Skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 20 April 2021

Yang Menyatakan



Isnawati

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* pemilik alam semesta yang senantiasa melimpahkan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Perbandingan Bagan Kendali *Generalized Variance* dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* dalam *Monitoring Variabilitas Proses*” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar. Salam dan sholawat InsyaAllah senantiasa tercurah kepada **Nabi Muhammad Shallallahu'alaihi Wasallam** beserta para sahabat dan syuhada yang berjuang bersama Beliau di jalan Islam.

Dalam penyelesaian skripsi ini, penulis dengan segala keterbatasan kemampuan dan pengetahuan dapat melewati segala hambatan dan masalah berkat bantuan dan dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih serta penghargaan yang setinggitingginya untuk orang tua penulis, Ayahanda tercinta **Kamaruddin** dan Ibunda tersayang **Timang** yang telah banyak memberikan cinta, kasih sayang, doa, nasihat dan segala bentuk pelajaran serta pendidikan sebagai bekal kehidupan. Untuk kakak terhebat **Zainuddin, Isuddin** dan nenek **Yeni** yang saya hormati dan sayangi, terima kasih telah merawat dan membesarkan penulis hingga sekarang serta segala bentuk bantuan dan motivasi yang telah diberikan kepada penulis.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Ibu Prof. Dr. Dwia Aries Tina Pulubuhu, MA** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Departemen Statistika atas segala nasehat, ilmu, motivasi, dan bantuan yang senantiasa diberikan selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.
4. **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si** selaku dosen pembimbing utama dan **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.** selaku Pembimbing Pertama yang

dengan sabar dan ikhlas meluangkan begitu banyak waktunya untuk membimbing dan memberikan masukan serta motivasi dalam penulisan skripsi ini.

5. **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si** selaku Ketua Tim Penguji sekaligus penasehat akademik penulis yang telah meluangkan waktunya ditengah kesibukan untuk memberikan arahan bagi penulis dan **Bapak Siswanto, S.Si, M.Si** selaku tim penguji. Terima kasih atas wakt yang telah diluangkan dan kritikan seta masukan yang membangun dalam penyempurnaan penulisan tugas akhir ini.
6. Seluruh **Dosen dan Staf Departemen Statistika** yang senantiasa berbagi ilmu, nasehat dan motivasi selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.
7. Sahabat seperjuangan **WKND 4EVER Jumrianti, Widya Nauli Amalia Puteri, Reski Amalah, Rosdiana, Rayhanna Auliya Amin, Dewi Santika Upa, Andi Riska Fitriani, Fitriatusakiah, Rusydah Khaerati, Zhazha Alifkhamulki Ramdhani, Ayu Riski Ramadani, Dewi Rahma Ente, Bunga Aprilia, Halniati, Reski Ulandari, Agung Muh. Takdir, Jayzul Usrah, Suritman, Fajar Affan, Samsul Arifin, Rizki Adiputra**. Terima kasih atas segala pengalaman, cerita, kebahagiaan, keluh kesah, canda tawa, dan kenangan yang telah dibagi bersama-sama.
8. Teman-teman **Statistika 2016** terkhusus kepada Sahabat till jannah **Siti Hajriah, Mar'atul Wildani Sudarmin**. Termia kasih telah banyak membantu penulis selama perkuliahan
9. Keluarga Besar **KMF MIPA UNHAS, HIMASTAT FMIPA UNHAS, HIMATIKA FMIPA UNHAS**, terkhusus **ALGORITMA 2016**. Terima kasih atas ilmu dan pengalaman yang tidak dapat diperoleh di bangku perkuliahan.
10. Teman-teman **KKN Tematik Unhas Gelombang 102 Kecamatan Towuti**, terkhusus kepada teman-teman **Desa Lioka**. Terima kasih atas suka duka selama sebulan di posko dan setelahnya.

11. Teman-teman **Program Magang Mahasiswa Bersertifikat (PMMB) PT TIMAH Tbk Batch 1 2020**. Terima kasih atas segala pengamalan, carita, kenangan dan kebersamaanya selama 6 bulan di Pangkal Pinang.
12. Serta semua pihak yang turut membantu dalam penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat penulis ucapkan satu per satu. Terima kasih sebesar-besarnya dan semoga dapat bernilai ibadah.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati memohon maaf. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat.

Makassar, 20 April 2021



Isnawati

ABSTRAK

Dalam dunia industri manufaktur pengendalian kualitas sangat diperlukan agar produk yang dihasilkan sesuai dengan standar yang ditetapkan oleh PT.X. Salah satu pengendalian kualitas yang digunakan adalah bagan kendali multivariat. Pada penelitian ini digunakan bagan kendali multivariat *Generalized Variance* dan *multivariate exponentially weighted moving variance* (MEWMV) untuk mendeteksi perubahan variabilitas proses. Penentuan batas bagan kendali MEWMV melibatkan pembobot ω , λ dan L untuk 3 karakteristik kualitas. Hasil pengendalian menggunakan bagan kendali *Generalized variance* pada data fase I maupun fase II semua pengamatan berada di dalam batas kendali sehingga diperoleh batas kendali atas (BKA) sebesar 5.613 dan batas kendali bawah (BKB) sebesar 0. Bagan kendali MEWMV pada data fase I maupun fase II dengan nilai pembobot paling optimum ω sebesar 0.9, λ sebesar 0.9 serta nilai L sebesar 4.4984 terdapat 3 pengamatan yang out of control sehingga diperoleh BKA sebesar 0.2394 dan BKB sebesar -0.1328. Hasil yang diperoleh bagan kendali MEWMV lebih sensitif dibandingkan dengan bagan kendali *Generalized Variance*.

Kata Kunci: Pengendalian Kualitas, Bagan Kendali, Variabilitas Proses, *Generalized Variance*, MEWMV

ABSTRACT

In the world of the manufacturing industry, quality control is needed so that the products produced are in accordance with the standards set by PT.X. One of the quality controls used is a multivariate control chart. This study used Generalized Variance and multivariate exponentially weighted moving variance (MEWMV) multivariate control charts to detect changes in process variability. Determination of the limits of the MEWMV control chart involves weighting ω , λ and L for the 3 quality characteristics. The results of control using the Generalized variance control chart in phase I and phase II data, all observations are within the control limit so that the upper control limit (UCL) is 5,613 and the lower control limit (LCL) is 0. The MEWMV control chart in phase I and phase II data with the optimum weighting value ω of 0.9, λ of 0.9 and an L value of 4.4984, there are 3 observations that are out of control so that the UCL is 0.2394 and LCL is -0.1328. The results obtained, the MEWMV control chart is more sensitive than the Generalized Variance control chart.

Kata Kunci: Quality Control, Control Charts, Process Variability, *Generalized Variance*, MEWMV

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	ii
LEMBAR PENGESAHAN (TUGAS AKHIR) .Error! Bookmark not defined.	
PERNYATAAN KEASLIANError! Bookmark not defined.
KATA PENGANTAR	v
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB 1	1
PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Rumusan Masalah.....	3
1.3. Batasan Masalah	3
1.4. Tujuan Penulisan.....	3
1.5. Manfaat Penelitian	4
BAB II	5
TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1. Pengendalian Kualitas.....	5
2.2. Statistika Deskriptif	5
2.3. Matriks Data Multivariat	6
2.4. Distribusi Normal Multivariat	6
2.5. Vektor Rata-rata Matriks Multivariat	6
2.6. Matriks Varian Kovarian	7
2.7. Uji Normalitas Multivariat.....	7
2.8. Uji Independensi	8
2.9. Bagan Kendali.....	9
2.10. Bagan Kendali <i>Generalized Variance</i>	9
2.11. Bagan Kendali <i>Multivariate Exponentially Weighed Moving Average</i> (MEWMA)	10

2.12.	Proses Produksi Pipa <i>Electric Resistance Welded</i> (ERW) di PT.X....	11
BAB III	13
METODOLOGI PENELITIAN	13
1.1.	Sumber Data	13
1.2.	Identifikasi Variabel	13
1.3.	Metode Analisis	13
BAB IV	16
HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1.	Bagan Kendali <i>Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance</i> (MEWMV)	16
4.2.	Karakteristik Kualitas Pipa ERW Fase I.....	21
4.3.	Uji Asumsi Pengendalian Kualitas Pipa ERW Fase I	22
4.3.1.	Uji Distribusi Normal Multivariat Fase I.....	22
4.3.2.	Uji Independensi Fase I.....	24
4.4.	Bagan Kendali Variabilitas Proses Multivariat Fase I.....	24
4.4.1.	Penerapan Bagan Kendali <i>Generalized Variance</i> Fase I	24
4.4.2.	Penerapan Bagan Kendali MEWMV Fase I	25
4.5.	Karakteristik Kualitas Pipa ERW Fase II	31
4.6.	Uji Asumsi Pengendalian Kualitas Pipa ERW Fase II	32
4.6.1.	Uji Distribusi Normal Multivariat Fase II.....	32
4.6.2.	Uji Independensi Fase II	33
4.7.	Bagan Kendali Variabilitas Proses Multivariat Fase II	34
4.7.1.	Penerapan Bagan Kendali <i>Generalized Variance</i> Fase II.....	34
4.7.2.	Penerapan Bagan Kendali MEWMV Fase II.....	35
BAB VI	36
KESIMPULAN DAN SARAN	36
5.1.	Kesimpulan	36
5.2.	Saran	36
DAFTAR PUSTAKA	37

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Scatter plot antara d_i^2 dan nilai Chisquare fase I 23

Gambar 4.2 Bagan Kendali *Generalized Variance* Fase I..... 25

Gambar 4.3 Bagan Kendali MEWMV $\omega = 0.1$ $\lambda = 0.1$ dan $L = 2.7900$ 26

Gambar 4.4 Bagan Kendali MEWMV $\omega = 0.5$ $\lambda = 0.5$ dan $L = 4.1191$ 27

Gambar 4.5 Bagan Kendali MEWMV $\omega = 0.7$ $\lambda = 0.8$ dan $L = 4.3836$ 27

Gambar 4.6 Bagan Kendali MEWMV $\omega = 0.9$ $\lambda = 0.9$ dan $L = 4.4984$ 28

Gambar 4.7 Scatter plot antara d_i^2 dan nilai Chisquare fase II..... 33

Gambar 4.8 Bagan Kendali *Generalized Variance* Fase II 34

Gambar 4.9 Bagan Kendali MEWMV Fase II $\omega = 0.9$ $\lambda = 0.9$ dan $L = 4.4984$.
 35

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Variabel-variabel karakteristik kualitas produk pipa ERW	13
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Karakteristik Kualitas Pipa ERW fase I.....	22
Tabel 4.2 Hasil Perhitungan Nilai TrVt – BKA untuk Masing-masing Nilai Pembobot.....	29
Tabel 4.3 Statistik Deskriptif Karakteristik Kualitas Pipa ERW Fase II	32

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Pipa ERW Fase I (periode Januari-Juni)	40
Lampiran 2. Perbandingan jarak mahalanobis dengan nilai chisquare fase I	42
Lampiran 3. Uji <i>Bartlett</i> Fase I	43
Lampiran 4. Tabel Nilai L untuk $p=3$	44
Lampiran 5. Syntatx MATLAB Bagan Kendali MEWMV	45
Lampiran 6. Output Bagan Kendali MEWMV Fese I.....	47
Lampiran 7. Data Pipa ERW Fase II (periode Juli-Desember)	50
Lampiran 8. Perbandingan jarak mahalanobis dengan nilai chisquare fase II	51
Lampiran 9. Uji <i>Bartlett</i> Fase II.....	52
Lampiran 10. Output Bagan Kendali MEWMV Fese II	53

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Persaingan dunia industri saat ini semakin hari semakin ketat, menyebabkan setiap perusahaan dituntut untuk berkompetisi dengan perusahaan lain di dalam industri yang sama untuk menciptakan produk yang lebih baik. Hal ini dikarenakan tersedianya sumber daya yang dimiliki perusahaan baik sumber daya manusia maupun sumber daya yang lain ditambah pula perkembangan teknologi yang semakin hari semakin canggih. Kualitas produk juga merupakan salah satu faktor penentu dalam menjaga loyalitas konsumen (Darmanto, 2012). Selain itu ada juga faktor eksternal yang mempengaruhi yaitu dari segi konsumen yang semakin selektif dalam memilih suatu produk. Untuk menghadapi persaingan tersebut berbagai cara dilakukan oleh perusahaan. Salah satu caranya adalah dengan melakukan pengendalian kualitas dari produk.

Pengendalian kualitas atau yang lebih banyak dikenal dengan *Statistical Proses Control* (SPC) merupakan salah satu bagian yang penting dalam pemantauan suatu proses agar kualitas produk yang dihasilkan tetap terjaga. Sedangkan pengendalian kualitas secara statistik yaitu sebuah proses yang digunakan untuk menjaga standar, mengukur dan melakukan tindakan perbaikan terhadap produk atau jasa yang diproduksi (Hiezer & Render, 2006). SPC dilakukan dengan menggunakan data dan teknik statistik untuk menjaga kestabilan proses agar memenuhi persyaratan pelanggan. Data yang dikumpulkan selanjutnya digunakan untuk memantau selama terjadinya proses dan mengidentifikasi faktor yang dapat mempengaruhi proses tersebut. Salah satu penyebab utama munculnya masalah kualitas dalam suatu industri adalah karena adanya variabilitas proses.

Variabilitas proses merupakan variasi yang terjadi di dalam proses, baik proses manufaktur maupun non manufaktur. Variasi-variasi ini dapat terjadi dikarenakan adanya variasi dalam elemen-elemen proses, yaitu manusia, mesin, metode, material dan lingkungan. Sehingga diperlukan pengendalian variabilitas proses. Pengendalian proses variabilitas merupakan salah satu dasar yang digunakan dalam industri untuk meningkatkan kualitas proses produksi. Dalam prakteknya pengendalian proses menggunakan bagan kendali, merupakan salah

satu alat atau cara untuk peningkatan kualitas produk (Anderson, 2003). Salah satu teknik yang digunakan untuk mengendalikan variabilitas proses adalah dengan menggunakan bagan kendali (Montgomery, 2009).

Bagan kendali berupa grafik yang dapat mengetahui proses sudah terkendali atau tidak terkendali. Keadaan terkendali apabila titik-titik berada diantara batas pengendali sedangkan keadaan tidak terkendali apabila terdapat satu atau beberapa titik yang terletak di luar batas pengendali atau apabila titik-titik dalam grafik menunjukkan pola yang tidak random. Sering kali dalam pengendalian kualitas tidak cukup dengan pengamatan univariat namun harus secara multivariat, hal ini dikarenakan banyaknya karakteristik kualitas yang akan diukur. Pengendalian proses multivariat merupakan salah satu bagian yang cepat berkembang karena ada banyak situasi real yang melibatkan lebih dari dua karakteristik kualitas proses yang saling berhubungan. Bagan kendali multivariat digunakan untuk mengontrol beberapa karakteristik kualitas secara bersamaan. Adapun bagan kendali multivariat yang digunakan yaitu *Generalized Variance* dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV).

Generalized Variance ($|S|$) merupakan salah satu alat yang digunakan untuk pengukuran variabilitas proses pada data pengamatan yang bersifat multivariat. Variabilitas proses dinyatakan sebagai matriks kovarian Σ berukuran $p \times p$. Diagonal utama dari matriks ini adalah variasi dari variabel proses secara individual dan nilai selain diagonal utama adalah kovarian. Matriks kovarian Σ ditaksir oleh matriks kovarian sampel S . Sedangkan bagan kendali MEWMV merupakan bagan kendali multivariat dengan pengamatan individual untuk mendeteksi perubahan variabilitas proses. Penentuan batas kendali MEWMV melibatkan nilai pembobot (λ), *smoothing constant* (ω) dan *width of control limit* (L), yang tergantung dari banyaknya karakteristik kualitas yang diamati. Kelebihan dari bagan kendali ini adalah lebih sensitif terhadap pergeseran data, sehingga data yang tidak terkendali akan lebih cepat terdeteksi. Selain itu bagan kendali ini *robust* terhadap distribusi normal (Montgomery, 2009).

Beberapa penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan pengendalian variabilitas proses diantaranya, Hamed, M. (2014). *generalized variance chart for multivariate quality control process procedure with application*. Sementara

Gunaratne *et al.*, (2017) melakukan penelitian *exponentially weighted control charts to monitor multivariate process variability for high dimension*. Kemudian Maharani dkk (2018) melakukan penelitian menggunakan bagan kendali MEWMA dan MEWMV pada pengendalian karakteristik kualitas air.

Berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik mengkaji kembali perbandingan bagan kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance dan Generalized Variance* (MEWMV) dan *Generalized Variance* dalam monitoring variabilitas proses yang diaplikasikan pada data pipa *Electric Resistance Welded* (ERW) di PT.X. Oleh karena itu pada tugas akhir ini penulis mengangkat judul **“Perbandingan Bagan Kendali *Generalized Variance* dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* Dalam Monitoring Variabilitas Proses”**.

1.2. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang akan dikaji penulis berdasarkan uraian latar belakang tersebut adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana membentuk bagan kendali *Generalized Variance* dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV) pada data produksi pipa ERW di PT.X?
2. Bagaimana hasil perbandingan bagan kendali *Generalized Variance* dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV)?

1.3. Batasan Masalah

Dalam pengendalian proses multivariat pada umumnya dilakukan pengendalian proses rata-rata dan variabilitas proses. Namun, dalam penulisan ini permasalahan dibatasi pada pengendalian variabilitas proses dengan memonitor variabilitas. Selain itu juga difokuskan pada data berdistribusi normal multivariat $N(\mu, \Sigma)$ dan diaplikasikan pada data produksi pipa ERW di PT.X dengan jumlah 3 (tiga) variabel yaitu diameter, panjang dan berat.

1.4. Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah yang telah ditentukan , maka tujuan penulisan pada tugas akhir ini adalah:

1. Memperoleh bagan kendali *Generalized Variance* dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV) pada data produksi pipa ERW di PT.X.
2. Mendapatkan hasil perbandingan bagan kendali *Generalized Variance* dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV).

1.5. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan mampu memberikan informasi bagi pihak PT. X sebagai masukan dan pertimbangan dalam meningkatkan volume produksi pipa untuk meningkatkan kualitasnya sehingga mampu memenuhi kebutuhan masyarakat. Penelitian ini juga bermanfaat untuk menambah pengetahuan mengenai pengendalian kualitas secara statistik menggunakan bagan kendali *Generalized Variance* dan MEWMV dibidang industri.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Pengendalian Kualitas

Pengendalian Kualitas Statistik (*Statistical Quality Control*) merupakan sekumpulan perangkat statistik yang berguna untuk mengontrol agar proses produksi berjalan dengan stabil dan meningkatkan kemampuan produksi melalui pengurangan variasi hasil produksi. Pada *Statistical Process Control* sendiri menurut (Montgomery, 2009) Terdapat tujuh alat dalam pengendalian proses. Ketujuh alat tersebut antara lain.

1. lembar pemeriksaan (*check sheet*),
2. Histogram,
3. Diagram pareto (*pareto chart*),
4. Diagram fishbone (*cause-and-effect diagram*),
5. Stratifikasi (*stratification*),
6. Diagram pencar (*scatter diagram*) dan
7. Diagram kendali (*control chart*).

Dari tujuh alat pengendalian kualitas tersebut, bagan kendali merupakan alat yang sering digunakan dan yang banyak mengalami perkembangan.

2.2. Statistika Deskriptif

Statistik deskriptif merupakan metode untuk merangkum sekumpulan data, rangkuman ini biasanya berbentuk grafik dan kumpulan angka seperti nilai rata-rata, nilai maksimum, nilai minimum dan variansi (Agresti dan Franklin, 2007). Untuk dapat mendeskripsikan suatu data agar menarik dan mudah dipahami oleh banyak orang maka hasil analisis tersebut bisa disajikan dalam bentuk visual seperti diagram batang, diagram lingkaran, *scatter plot*, grafik, histogram, tabulasi silang, poligon frekuensi dan diagram-diagram lainnya. Semua alat-alat tersebut mempunyai fungsi dan kegunaan yang berbeda-beda tergantung karakteristik data yang akan disajikan sehingga dalam menyajikan data dalam bentuk visual harus tepat dalam memilih alat statistika yang digunakan (Susanto, 2017).

2.3. Matriks Data Multivariat

Pengamatan multivariat tunggal adalah kumpulan pengukuran pada p variabel berbeda yang diambil pada objek atau percobaan yang sama. Jika n pengamatan telah diperoleh, seluruh kumpulan data dapat ditempatkan pada matriks berukuran $n \times p$. (Johnson & Wichen, 2007):

$$X_{n \times p} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{21} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n1} & \cdots & x_{nj} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{observasi pertama} \\ \leftarrow \text{observasi ke } - n \end{matrix}$$

dengan :

x_{ij} : pengamatan ke- i variabel ke- j ;

n : jumlah observasi;

p : jumlah variabel.

2.4. Distribusi Normal Multivariat

Menurut (Johnson & Wichern, 2007) fungsi distribusi normal multivariat adalah perluasan dari fungsi distribusi univariat normal untuk $p \geq 2$ dimensi. Jika $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$ adalah p -variabel normal multivariat dengan fungsi rata-rata μ dan matriks varian kovarian Σ , dengan:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

Maka fungsi densitas normal multivariat adalah sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu)\right) \quad (2.1)$$

dengan $-\infty < X_i < \infty, i = 1, 2, \dots, p$.

2.5. Vektor Rata-rata Matriks Multivariat

Misalkan X merupakan suatu vektor acak dari p variabel pada suatu unit populasi. Jika terdapat n pengamatan dalam populasi, maka vektor pengamatan dapat dinotasikan oleh X_1, X_2, \dots, X_p secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$X_{n \times p} = [X_1 \quad X_2 \quad \cdots \quad X_p] \quad (2.2)$$

Keseluruhan rata-rata dari \mathbf{X} dalam populasi disebut vektor rata-rata populasi atau nilai harapan dari \mathbf{X} . Hal ini didefinisikan sebagai suatu vektor nilai harapan dari setiap variabel yang dapat dituliskan pada persamaan (2.3) sebagai berikut:

$$E(\mathbf{X}') = E \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mu} \quad (2.3)$$

dengan μ_p adalah rata-rata populasi dari variabel p .

2.6. Matriks Varian Kovarian

Matriks varian kovarian data populasi dapat dituliskan sebagai berikut (Jonshon, 2007).

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

dengan matriks varian kovarian untuk data sampel adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{p1} & S_{p2} & \cdots & S_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{s} = (s_{ij})$$

dengan:

$$i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, p$$

dengan :

S_{11} : variansi variabel ke-1

S_{12} : kovariansi variabel ke-1 dengan variabel ke-2

S_{ij} : kovariansi variabel ke-i dengan variabel ke-j

2.7. Uji Normalitas Multivariat

Menurut Johnson & Wichern (2007), Pengujian asumsi normal multivariat dapat dilakukan dengan menghitung ukuran jarak mahalnobis pada setiap pengamatan dan *Chi – Square*. Hipotesis yang akan digunakan adalah sebagai berikut.

H_0 : Data berdistribusi normal multivariat

H_1 : Data tidak berdistribusi normal multivariat

Adapun prosedur untuk melakukan pengujian normal multivariat dilakukan dengan membuat plot jarak Mahalanobis (d_i^2) dan distribusi *Chi – Square* $\left(\chi_{\frac{1}{n}(i-0,5),p}^2\right)$.

Langkah-langkahnya:

1. Menghitung jarak Mahalanobis dengan rumus $d_i^2 = (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_i - \boldsymbol{\mu})$
2. Setiap d_i^2 akan mengikuti sebaran *Chi – Square* $\left(\chi_{\frac{1}{n}(i-0,5),p}^2\right)$ dengan $\chi_{\frac{1}{n}(i-0,5),p}^2$ adalah distribusi *Chi – Square* dengan p adalah banyaknya variabel prediktor.
3. Mengurutkan nilai d_i^2 dari nilai d_i^2 terkecil sampai d_i^2 terbesar. Plot Chi-Square akan memeriksa nilai d_i^2 mengikuti sebaran Chi-Square atau tidak dengan mengurutkan nilai d_i^2
4. Membuat plot antara $\left(d_i^2; \chi_{\frac{1}{n}(i-0,5),p}^2\right)$.
5. H_0 diterima jika lebih dari 50% nilai $d_i^2 \leq \chi_{\frac{1}{n}(i-0,5),p}^2$, ini berarti data berdistribusi normal multivariat. Jika lebih kecil dari 50% maka H_0 ditolak.

2.8. Uji Independensi

Uji *Bartlett* merupakan pengujian yang digunakan untuk mengetahui hubungan Antara variabel yang akan diteliti. Variabel X_1, X_2, \dots, X_p dikatakan bersifat saling bebas jika matriks korelasi antar variabel membentuk matriks identitas (Morrison, 1990). Hipotesis yang digunakan dalam uji *Bartlett* sebagai berikut (Morrison, 1990).

$H_0: \mathbf{R} = \mathbf{I}$ (Variabel tidak berkorelasi)

$H_1: \mathbf{R} \neq \mathbf{I}$ (Variabel saling berkorelasi)

Statistik Uji:

$$x_{hitung}^2 = \left[n - 2 - \frac{2p + 5}{6} \right] \ln |\mathbf{R}| \quad (2.5)$$

dengan n adalah jumlah observasi, p adalah jumlah variabel, \mathbf{R} adalah matriks korelasi dari masing-masing variabel respon dan $\chi_{\left(\alpha; \frac{1}{2}p(p-1)\right)}^2$ adalah nilai distribusi

chi-square dengan tingkat kepercayaan sebesar α dan derajat bebas sebesar $\frac{1}{2}p(p-1)$.

Keputusan: H_0 ditolak jika $x_{hitung}^2 = \chi_{(\alpha; \frac{1}{2}p(p-1))}^2$ maka dapat disimpulkan antar variabel independen.

2.9. Bagan Kendali

Bagan kendali adalah suatu alat pengendalian kualitas statistik yang secara grafis memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. Bagan kendali digunakan untuk memonitor dan mengevaluasi keadaan suatu proses dengan cara menetapkan batas-batas kendali dan garis tengah. Batas kendali yang dimaksud adalah batas kendali atas (BKA) yang merupakan batas penyimpangan yang berada di atas garis tengah dan batas kendali bawah (BKB) yang merupakan batas penyimpangan yang berada di bawah garis tengah (GT) (Hamka, 2017). Ada beberapa bagan kendali yang dapat diterapkan pada proses produksi dan penggunaannya disesuaikan dengan data yang akan diolah dan proses yang diamati. Sensitivitas dari masing-masing bagan kendali juga berbeda. Bagan kendali dapat dikatakan lebih sensitif daripada bagan kendali lain jika dapat mendeteksi data *out of control* lebih banyak atau lebih cepat.

Berdasarkan data yang digunakan, bagan kendali dapat diklasifikasikan menjadi 2 jenis, yaitu bagan kendali atribut dan bagan kendali variabel. Apabila digunakan untuk memonitor karakteristik kualitas yang diklasifikasikan berdasarkan sifat produk tersebut seperti cacat dan tidak cacat maka bagan kendali ini disebut bagan kendali atribut. Sedangkan apabila digunakan untuk memonitor karakteristik kualitas yang sifatnya terukur maka bagan kendali ini disebut bagan kendali variabel (Montgomery, 2009).

2.10. Bagan Kendali *Generalized Variance*

Bagan kendali *generalized variance* ($|S|$) merupakan salah satu alat untuk pengendali variabilitas proses pada data pengamatan bersifat multivariat (Montgomery, 2009). Variabilitas proses dinyatakan sebagai matriks kovarian Σ berukuran $\mathbf{p} \times \mathbf{p}$. Diagonal utama dari matriks ini adalah variasi dari variabel proses secara individual dan data selain diagonal utama adalah kovarians. Matriks

kovarian Σ biasa ditaksir oleh matriks kovarian sampel S berdasarkan sampel pendahuluan. Berikut adalah nilai ekspektasi (rata-rata) dan varians dari $|S|$ dan dituliskan dalam persamaan (Khoo, 2003);

$$E(|S|) = b_1 |\Sigma| \quad (2.6)$$

$$V(|S|) = b_2 |\Sigma|^2 \quad (2.7)$$

dengan,

$$b_1 = \frac{1}{(n-1)^p} \prod_{i=1}^p (n-i) \quad (2.8)$$

$$b_2 = \frac{1}{(n-1)^{2p}} \prod_{i=1}^p (n-i) \left[\prod_{j=1}^p (n-j+2) - \prod_{j=1}^p (n-j) \right] \quad (2.9)$$

dan batas kontrol untuk bagan kendali $|S|$ adalah:

$$BKA = \frac{|S|}{b_1} (b_1 + \sqrt{3b_2}) \quad (2.10)$$

$$GT = |S|$$

$$BKB = \frac{|S|}{b_1} (b_1 - \sqrt{3b_2}) \quad (2.11)$$

2.11. Bagan Kendali *Multivariate Exponentially Weighed Moving Average* (MEWMA)

Bagan kendali MEWMA digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil pada data multivariat dengan sampel individual. Bagan kendali MEWMA mengakumulasikan informasi yang didapat dari masa lampau, sehingga membuat bagan kendali MEWMA lebih sensitif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil serta *robust* terhadap normal pada pengamatan individual. Bagan kendali MEWMA bersifat *robust* terhadap distribusi normal, artinya apabila data yang diteliti tidak berdistribusi normal, maka bagan kendali MEWMA masih bias dilakukan. Perkembangan bagan kendali MEWMA berdasarkan pada vektor observasi dengan rumus sebagai berikut (Montgomery, 2009).

$$\mathbf{Z}_i = \lambda \mathbf{X}_i + (1 - \lambda) \mathbf{Z}_{i-1} \quad (2.12)$$

$0 \leq \lambda \leq 1$ dengan $Z_0 = 0$. Data diplot pada bagan kendali adalah sebagai berikut:

$$T_i^2 = \mathbf{Z}_i' \Sigma \mathbf{Z}_i \quad (2.13)$$

Data dikatakan *out of control* apabila nilai T_i^2 lebih besar dari h_4 . Nilai h_4 merupakan batas kendali atas, didapatkan dari hasil simulasi yang disesuaikan dengan besarnya ARL hingga didapatkan nilai batas kendali atas yang konvergen. Matriks kovarian dari \mathbf{Z}_i adalah :

$$\Sigma_{\mathbf{Z}_i} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \Sigma \quad (2.14)$$

dengan :

i : 1,2, ..., m

m : Jumlah pengamatan

Σ : Matriks varian kovarian dari data

h_4 : Batas kontrol bagan kendali MEWMA

λ : Pembobot yang bernilai $0 \leq \lambda \leq 1$

2.12. Proses Produksi Pipa *Electric Resistance Welded* (ERW) di PT.X

PT. X merupakan perusahaan manufaktur yang memproduksi berbagai macam pipa baja dan berbagai produk baja lainnya. Salah satu pipa baja yang diproduksi adalah pipa *Electric Resistance Welded* (ERW), pipa tersebut diproduksi PT. X dikarenakan permintaan terhadap produk tersebut diminati oleh pasar. Variasi dari pipa tersebut pun beranekaragam mulai spesifikasi, tipe, kelas, jenis, ukuran dan bahan dari pipa ERW pun berbeda-beda. Terdapat 3 bahan utama yaitu CR, HR dan GL. Sementara untuk ukuran panjang, tebal pipa dan diameter pun terdapat banyak variasi. Berikut ini secara umum langkah-langkah produksi pipa ERW:

1. Persiapan bahan baku yaitu lembaran baja dengan ukuran yang disesuaikan dan siap diproses.
2. Proses *coiling* yaitu sebuah proses penggulangan lembaran baja dengan temperatur tinggi dengan menggunakan alat *laying head*. Alat tersebut berfungsi untuk merubah lembaran baja menjadi bentuk gulungan yang panjang (*ring*). Untuk diameter gulungan tersebut ditentukan oleh kecepatan dari *laying head*, semakin tinggi kecepatan *laying head* maka semakin kecil pula diameter gulungan.

3. Proses *air cooling* merupakan sebuah tahapan pendinginan atau penurunan temperatur gulungan hasil *coiling* pada suatu alat bernama *stelmor conveyor*.
4. Proses inspeksi merupakan proses untuk mengetahui hasil dari proses sebelumnya, pada proses ini nantinya dapat diketahui pada produk sesuai dengan spesifikasi yang ditentukan ataupun produk tersebut cacat. Proses tersebut memeriksa jika terdapat cacat-cacat pada pipa, pemeriksaan dimensi, uji mekanis dan beberapa pengujian yang lainnya. Produk yang tidak lolos pada tahap ini akan di *reject*.
5. Proses akhir yaitu proses *packaging*, dalam proses ini produk yang baik yang lolos inspeksi akan siap dikemas dan dipasarkan.