SKRIPSI

PENENTUAN *VALUE AT RISK* SAHAM PT. TELKOM INDONESIA TBK MENGGUNAKAN MODEL *JUMP DIFFUSION* PADA SIMULASI MONTE CARLO

Disusun dan diajukan oleh

NUR FIKA

H011171304

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

FEBRUARI 2022

PENENTUAN *VALUE AT RISK* SAHAM PT. TELKOM INDONESIA TBK MENGGUNAKAN MODEL *JUMP DIFFUSION* PADA SIMULASI MONTE CARLO

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

NUR FIKA

H011171304

PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

FEBRUARI 2022

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	: Nur Fika
NIM	: H011171304
Program Studi	: Matematika
Jenjang	: S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

Penentuan *Value At Risk* Saham Pt. Telkom Indonesia Tbk Menggunakan Model *Jump Diffusion* pada Simulasi Monte Carlo

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan sripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 4 Februari 2022

Yang menyatakan,

Nur Fika

NIM. H011171304

LEMBAR PENGESAHAN

PENENTUAN *VALUE AT RISK* SAHAM PT. TELKOM INDONESIA TBK MENGGUNAKAN MODEL *JUMP DIFFUSION* PADA SIMULASI MONTE CARLO

Disusun dan diajukan oleh

NUR FIKA

H011171304

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

pada tanggal, 4 Februari 2022

dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama,	**Pembimbing Pertama,**
Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si.	**Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si.**
NIP. 19680601 199512 1 001	**NIP. 19850529 200812 1 002**

Ketua Program Studi,

Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.
NIP. 197008807200003l002

KATA PENGANTAR

Segala syukur penulis panjatkan kehadirat Allah Subhanahu Wa ta’ala, karena atas berkat dan rahmat-Nya penulis mampu menyelesaikan skripsi ini. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat terselesaikan tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi. Oleh karena itu, pada kesempatan ini dengan segala kerendahan hati penulis menyampaikan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada:

1. Prof. Dr. Dwia Aries Tina Pulubuhu, M.A, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya dan Dr. Eng. Amiruddin, M.Si., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si., selaku Ketua Departemen Matematika serta segenap dosen pengajar dan staf Departemen Matematika yang telah memberikan ilmu dan kemudahan kepada penulis selama masa perkuliahan.
3. Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing utama dan Dr. Muh. Nur, S.Si, M.Si., selaku dosen pembimbing pertama, yang telah meluangkan waktunya untuk dapat membimbing, memberikan saran dan arahan dalam penyusunan skripsi ini.
4. Prof. Dr. Jeffry Kusuma, Ph.D, selaku Tim Penguji sekaligus penasehat akademik. Terima kasih atas segala nasehat dan masukan selama menempuh pendidikan sarjana ini serta Dr. Amran, S.Si., M,Si. selaku Tim Penguji, terima kasih atas saran yang telah diberikan dalam penyusunan skripsi ini.
5. Bapak Muhaemi dan Ibu Suniati, kedua orang tua penulis yang telah memberikan dukungan baik moril maupun materil yang tidak henti-hentinya. Kepada Suryadin, adik satu-satunya, yang selalu mau untuk direpotkan.
6. Rima**,** Yanti, Usman, dan Akmal yang selalu memberikan penghiburan di kala liburan serta Nova, Rapena, dan Reno it has been 5 years and still counting.

7. Saudara selama perkuliahan, terkhusus Mutmainnah teman pertama di Makassar, Unhy, Defi, Sarti, MJ, Riska, Hafsah, Wulan, S.Si, Khandy, S.Si., Rista, S.Si., Mamat, Cahyudi yang sudah menjadi teman sejak dilabeli kata veteran serta Dilla dan Ifah teman seperjuangan PKM.
8. Teman-teman pengurus BE Himatika Unhas periode 2019/2020, yang sudah menjadi tempat belajar dan tempat untuk menciptakan pengalaman berorganisasi.

Akhir kata, penulis berharap Tuhan Yang Maha Esa berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, 4 Februari 2022

Nur Fika

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nur Fika

NIM : H011171304

Program Studi : Matematika

Departemen : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif** (***Non-exclusive Royalty- Free Right)*** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

Penentuan *Value at Risk* Saham PT. Telkom Indonesia Tbk Menggunakan *Jump Diffusion* pada Simulasi Monte Carlo

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database)*, merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya,

Dibuat di Makassar pada tanggal 4 Februari 2022

Yang menyatakan,

Nur Fika

ABSTRAK

Keuntungan dari kegiatan investasi saham selalu diimbangi dengan adanya risiko. Untuk itu diperlukan adanya manajemen risiko, salah satu langkah pengelolaan manajemen risiko yaitu pengukuran risiko. *Value at Risk* (VaR) adalah sebuah pengukuran estimasi kerugian maksimum yang akan diperoleh selama periode waktu (*time period*) tertentu pada tingkat kepercayaan (*confidence interval*) tertentu. VaR dapat dihitung dengan beberapa metode salah satunya yaitu dengan simulasi Monte Carlo. Simulasi Monte Carlo dilakukan dengan cara membangkitkan bilangan random berdasarkan karakteristik dari data yang akan dibangkitkan. Data pergerakan harga saham bergerak secara fluktuatif dan sulit diprediksi. Karakteristik harga saham yang berubah-ubah terhadap waktu menyebabkan pergerakan harga saham dapat dimodelkan sebagai proses stokastik. Salah satu model matematika yang bisa digunakan untuk memodelkan pergerakan harga saham yaitu model *Jump Diffusion* (JD) atau sering dikenal sebagai Gerak Brown Geometri dengan *Jump*. Pada penelitian ini dilakukan penentuan VaR pada saham PT. Telkom Indonesia Tbk dengan langkah yaitu memodelkan harga saham dan return saham PT. Telkom Indonesia Tbk dengan model *Jump Diffusion*, yang sebelumnya dicari parameter terbaik diperoleh bahwa untuk ambang batas lompatan (ε) sebesar 0.03 memberikan estimasi parameter model yang mendekati nilai parameter data historis. Adapun nilai parameternya yaitu μ_k sebesar -0.00232, σ_k sebesar 0.01457, λ sebesar 0.17427, μ_j sebesar 0.00994, dan σ_j sebesar 0.05216. langkah selanjutnya adalah membangkitkan *return* saham dengan simulasi Monte Carlo sebanyak 1000 kali yang kemudian hasil dari simulasi ini digunakan untuk menghitung nilai VaR untuk tingkat kepercayaan 95% pada horizon waktu 1 hari, 3 hari, 5 hari, dan 10 hari secara berturut-turut adalah $4.28\%, 7.36\%, 9.48\%,$ dan 13.38% serta untuk tingkat kepercayaan 99% secara berturut-turut yaitu $6.02\%, 10.38\%, 13.38\%,$ dan 18.89%. Nilai VaR yang diperoleh kemudian diuji kebenarannya dengan uji *backtesting* diperoleh bahwa tidak terjadi pelanggaran untuk setiap nilai VaR yang diperoleh.

Kata Kunci : Saham, *Return* Saham, Model *Jump Diffusion*, Simulasi Monte Carlo, *Value at Risk*, Uji *Backtesting*

ABSTRACT

Profits of stock investment activities are always balanced by the presence of risk. For this reason, risk management is needed, one of the steps in risk management is risk measurement. Value at Risk (VaR) is a measurement of the estimated maximum loss that will be obtained during a certain time period at a certain confidence interval. VaR can be calculated by several methods, one of which is the Monte Carlo simulation. Monte Carlo simulation is done by generating random numbers based on the characteristics of the data to be generated. Data on stock price movements fluctuates and is difficult to predict. The characteristics of stock prices that change with time cause stock price movements to be modeled as a stochastic process. One of the mathematical models that can be used to model stock price movements is the Jump Diffusion (JD) model or often known as Brown Geometry with Jump. In this study, the determination of VaR on the shares of PT. Telkom Indonesia Tbk with the steps of modeling the stock price and stock return of PT. Telkom Indonesia Tbk with the Jump Diffusion model, previously looking for the best parameters, it was found that the jump threshold (ε) of 0.03 provides an estimate of model parameters that are close to the historical data parameter values. The parameter values are μ_k *of -0.00232,* σ_k *of 0.01457,* λ *of 0.17427,* μ_j *of 0.00994, and* σ_j *of 0.05216. The next step is to generate stock returns with a Monte Carlo simulation of 1000 times, then the results of this simulation are used to calculate the VaR value for a 95% confidence level on a time horizon of 1 day, 3 days, 5 days, and 10 days, respectively, is 4.28. %,7.36%,9.48%, and 13.38% and for the 99% confidence level, respectively, namely 6.02%,10.38%,13.38%, and 18.89%. The VaR value obtained was then tested for correctness by backtesting it was found that there was no violation for each VaR value obtained.*

Keywords: Stocks, Stock Returns, Jump Diffusion Model, Monte Carlo Simulation, Value at Risk, Backtesting Test

DAFTAR ISI

DAFTAR NOTASI

$R(t)$	: *Return* saham pada saat ke-t
$R(t)_J$	: Data *jump*
$R(t)_K$	: Data *return* kontinu
$S(t)$	: Harga saham pada saat ke-t
$f(x)$	: Fungsi kepadatan peluang
μ	: Rata-rata atau *mean*
σ	: Standar deviasi
μ_k	: *Mean return* kontinu
σ_k	: Volatilitas *return* kontinu
μ_j	: *Mean* data *jump*
σ_k	: Volatilitas data *jump*
ε	: Nilai ambang batas *jump*
$B(t)$	: Gerak Brown standar
$N(t)$	: Banyaknya lompatan yang terjadi pada saat ke-t
λ	: Intensitas lompatan
$y(t)$	: Nilai lompatan pada saat ke-t
n	: Jumlah data
$x(t)$	: Data ke-t
γ_1	: *Skewness*
γ_2	: Kurtosis
H_0	: Hipotesis nol
H_1	: Hipotesis alternatif
α	: Taraf signifikansi
D	: Statistik uji
$F(x)$	: Probabilitas kumulatif distribusi empiris

$F_0(x)$	: Probabilitas kumulatif distribusi normal
$\{X(t), t \in T\}$	: Proses stokastik
$X(t)$	: Variabel acak pada waktu ke-t
t	: Waktu
$M(t)$	: Proses Poisson majemuk
$L(t)$	: Gerak *Brown* dengan *drift*
$G(t)$	: Gerak *Brown* geometri
VaR_α	: *Value at* risk pada tingkat kepercayaan α
$\Phi^{-1}(\alpha)$	: Z-*score* dari tingkat kepercayaan $1 - \alpha$
η_t	: Pelanggaran nilai *value at risk* pada saat ke-t
$R_f(t)$	: *Return* hasil prediksi pada saat ke-t\
VR	: Rasio pelanggaran
v_1	: Jumlah pelanggaran
p	: Probabilitas pelanggaran
W_E	: Jendela estimasi
W_U	: Jendela uji

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB 1.

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kecerdasan finansial merupakan salah satu kecerdasan yang harus dimiliki oleh masyarakat modern, namun sebagian besar masyarakat Indonesia masih sangat awam dengan istilah ini. Kecerdasan finansial adalah kemampuan pengambilan keputusan yang tepat dalam mengelola sumber keuangan (Margaretha, 2008). Tujuannya untuk mencapai kebebasan atau kestabilan finansial. Adapun tujuan tersebut dapat tercapai salah satu caranya yaitu dengan berinvestasi.

Investasi merupakan kegiatan menempatkan sejumlah dana yang dimiliki saat ini dengan harapan akan memperoleh keuntungan di masa mendatang (Zulfikar, 2016). Terdapat dua jenis investasi, yaitu investasi terhadap aset real (*real asset*) dan investasi terhadap aset finansial (*financial asset*). Investasi terhadap aset finansial yang sedang berkembang yaitu investasi di pasar modal dengan salah satu produk investasinya yaitu saham.

Menurut Hin (2008), saham adalah surat berharga sebagai tanda kepemilikan seseorang atau badan terhadap suatu perusahaan. Pengeluaran saham kepada publik bertujuan sebagai alternatif pendanaan bagi perusahaan sebagai imbal jasa pemegang saham berhak atas keuntungan yang diperoleh.

Sektor saham yang cukup menjanjikan adalah sektor infrastruktur negara, dimana salah satu emiten terbaiknya yaitu PT. Telkom Indonesia Tbk (Telkom). Telkom adalah Badan Usaha Milik Negara (BUMN) yang bergerak di bidang jasa layanan teknologi informasi dan komunikasi (TIK) dan jaringan telekomunikasi di Indonesia. Pemegang saham mayoritas Telkom adalah Pemerintah Republik Indonesia sebesar 52.09%, sedangkan 47.91% sisanya dikuasai oleh publik. Saham Telkom diperdagangkan di

Bursa Efek Indonesia (BEI) dengan kode “TLKM” dan New York Stock Exchange (NYSE) dengan kode “TLK” (Telkom, 2020).

Keuntungan dari kegiatan investasi saham dapat dilihat dari dividen dan nilai *return* saham. Menurut Danielsson (2011), *return* saham adalah perubahan nilai aset terhadap waktu. Keuntungan dari kegiatan investasi saham selalu diimbangi dengan adanya risiko. Untuk itu diperlukan adanya manajemen risiko, salah satu langkah pengelolaan manajemen risiko yaitu pengukuran risiko yaitu dengan mengaplikasikan *Value at Risk* (Maruddani & Purbowati, 2009). Menurut Danielsson (2011), VaR adalah potensi kerugian maksimum dari kegiatan investasi pada tingkat kepercayaan tertentu.

Salah satu model matematika yang dapat digunakan untuk memodelkan pergerakan harga saham yaitu model *Jump Diffusion* (JD) atau sering dikenal sebagai Gerak Brown Geometri dengan *Jump*. JD merupakan generalisasi dari model *Black Scholes* atau Gerak Brown Geometri (GBG). Menurut Liu dan Wan (2018), Black-Scholes mengusulkan untuk menggunakan GBG untuk menggambarkan harga saham, tetapi karena adanya "volatilitas *smile* ", ada deskripsi yang kurang memadai tentang karakteristik puncak tajam dan *fat tail*. Harga saham mungkin mengalami proses lompatan atau *jump* yang diskontinu. Untuk itu, JD lebih baik digunakan daripada GBG.

Selanjutnya, hasil prediksi *return* saham dengan model JD dapat digunakan untuk mengestimasi nilai VaR. Estimasi nilai VaR dilakukan dengan menggunakan simulasi Monte Carlo. Simulasi Monte Carlo dilakukan dengan membangkitkan bilangan random berdasarkan karakteristik dari data yang akan dibangkitkan. VaR menggunakan simulasi Monte Carlo mengasumsikan bahwa *return* berdistribusi normal (Maruddani dan Purbowati, 2009).

Penelitian terkait dengan model *Jump Diffusion* dalam memprediksi harga saham dan menentukan VaR telah dilakukan oleh beberapa peneliti salah satunya Trimono dan Maruddani (2017), dalam penelitiannya dilakukan perbandingan prediksi harga saham PT Aneka Tambang Tbk dengan menggunakan model GBG dan model JD. Hasil yang diperoleh model JD memberikan hasil MAPE yang lebih kecil dibandingkan GBG. Selain itu, VaR yang diperoleh menunjukkan tidak adanya pelanggaran setelah dilakukan uji *Backtesting.*

Berdasarkan ide, metode, dan pengembangan hasil sebagaimana telah diuraikan di atas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian terkait penentuan *Value at Risk* (VaR) dari saham PT. Telkom Indonesia Tbk dan menuangkan hasilnya dalam bentuk tulisan skripsi dengan judul "Penentuan *Value at Risk* PT. Telkom Indonesia Tbk Menggunakan Model *Jump Diffusion* pada Simulasi Monte Carlo".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana model harga saham PT. Telkom Indonesia Tbk menggunakan metode *Jump Diffusion.*
2. Bagaimana menentukan *Value at Risk* saham PT. Telkom Indonesia Tbk menggunakan metode *Jump Diffusion* pada Simulasi Monte Carlo.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini yaitu data yang digunakan berupa data harga penutupan saham harian PT. Telkom Indonesia Tbk periode 2 Januari 2020 sampai dengan 29 Januari 2021.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan permasalahan yang telah diuraikan sebelumnya, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini yaitu :

1. Menentukan model harga saham PT. Telkom Indonesia Tbk dengan menggunakan model *Jump Diffusion.*

2. Menentukan *Value at Risk* saham PT. Telkom Indonesia Tbk menggunakan model *Jump Diffusion* pada simulasi Monte Carlo.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat menambah informasi dan wawasan tentang model matematika pergerakan harga saham dan penentuan nilai risiko atau *Value at Risk* saham menggunakan model *Jump Diffusion* dengan simulasi Monte Carlo.

BAB 2.

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 State of The Arts

Dalam penyusunan skripsi ini dilakukan studi literatur pada penelitian terdahulu untuk mengembangkan ilmu pengetahuan dan memperkaya referensi dalam melakukan penelitian. Terdapat tiga penelitian yang dijadikan sumber referensi dalam penelitian ini, diantaranya penelitian dari Merton (1976). Jurnal ini merupakan penelitian pertama mengenai model *Jump Diffusion* (JD). JD merupakan generalisasi dari model *Black Scholes* (BS), dimana model BS mengasumsikan bahwa perubahan dari harga saham bernilai kecil untuk interval waktu yang pendek, sehingga model BS mengasumsikan bahwa dinamika perubahan harga saham merupakan proses stokastik dengan jalur sampel kontinu. Namun pada kenyataannya, terdapat kemungkinan pergerakan harga saham yang luar biasa besar (terjadi lompatan) pada interval waktu yang kecil. Dalam hal ini, Merton memperkenalkan model baru yang disebut *Jump Diffusion.*

Penelitian yang dilakukan oleh Tang (2018) ditarik kesimpulan bahwa model *Jump Diffusion* secara substansi lebih cocok untuk memodelkan harga saham dibandingkan model *Black Scholes*. Selain itu, dalam jurnal karya Trimono dan Maruddani (2017), dijelaskan mengenai penerapan model JD untuk memprediksi harga saham dan menentukan *Value at Risk*. Dari penelitian ini diperoleh bahwa prediksi harga saham dengan JD memberikan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang lebih kecil yaitu sebesar 1,95% yang berarti akurasi peramalan sangat baik. Sedangkan model GBG memberikan nilai MAPE sebesar 11,01%. Dalam kasus ini prediksi menggunakan model JD memberikan presentase error yang lebih kecil dibandingkan dengan model GBG.

Pada penelitian ini, penulis menggunakan model *Jump Diffusion* dalam memodelkan perubahan harga saham dan menggunakan simulasi Monte Carlo untuk menentukan VaR.

2.2 Saham dan *Return* Saham

Menurut Hin (2008), saham adalah surat berharga sebagai tanda kepemilikan seseorang atau badan (institusi) terhadap suatu perusahaan. Harga saham adalah harga yang terjadi di pasar saham. Harga saham merupakan suatu faktor penentu dan tolak ukur keberhasilan dalam pengelolaan sebuah perusahaan (Sari dan Rosha, 2019).

Return saham adalah perubahan relatif pada harga suatu aset finansial. Analisis sekuritas umumnya menggunakan perhitungan *return* yang diformulasikan sebagai berikut (Danielsson, 2011):

$$R(t) = ln\left(\frac{S(t)}{S(t-\Delta t)}\right), \tag{2.1}$$

dengan $R(\Delta t)$ menyatakan *return* saham peroide t, $S(t)$ menyatakan harga saham periode t, dan $S(t-\Delta t)$ menyatakan harga saham periode $t-\Delta t$.

2.3 Distribusi Peluang

Distribusi peluang dapat dibagi ke dalam dua kategori: distribusi parametrik dan distribusi nonparametrik. Distribusi parametrik dapat dijelaskan dengan sebuah fungsi matematika sedangkan distribusi nonparametrik tidak dapat dijelaskan dengan sebuah fungsi matematika. Distribusi parametrik sering digunakan karena lebih mudah untuk dikerjakan, tetapi perlu menggunakan asumsi-asumsi yang mana tidak mendukung data yang sebenarnya. Distribusi nonparametrik dapat sesuai dengan data observasi (Miller, 2014). Berikut beberapa distribusi parametrik:

2.3.1 Distribusi Normal

Distribusi normal (juga disebut distribusi Gaussian) merupakan distribusi yang umum digunakan dalam statistik. Menurut Navidi (2008), sebuah variabel acak X dengan fungsi densitas

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right]^2}, \tag{2.2}$$

dengan $-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty,$ dan $\sigma > 0$ dikatakan berdistribusi normal dengan parameter μ dan σ dan ditulis dengan notasi $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

2.3.2 Distribusi Log-Normal

Menurut Navidi (2008), untuk data yang memiliki nilai *skew* yang tinggi atau mengandung *outlier*, distribusi normal umumnya tidak sesuai. Distribusi lognormal yang terkait dengan distribusi normal, seringkali merupakan pilihan yang baik untuk kumpulan data tersebut.

Hubungan antara distribusi normal dan distribusi lognormal dapat dinyatakan sebagai berikut:

- Jika $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, maka variabel acak $Y = e^X$ berdistribusi lognormal dengan parameters μ and σ^2.
- Jika Y berdistribusi lognormal dengan parameter μ and σ^2, maka variabel acak $X = \ln Y$ berdistribusi normal $N(\mu, \sigma^2)$.

Fungsi densitas dari variabel acak lognormal dengan parameter μ and σ adalah

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right], & if\ x > 0 \\ 0 & if\ x \leq 0. \end{cases} \tag{2.3}$$

2.4 Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif merupakan suatu metode yang berhubungan dengan pengumpulan atau penyajian data hingga memberikan informasi yang berguna.

2.4.1 Mean dan Volatilitas

Menurut Maruddani dan Purbowati (2009), volatilitas merupakan besarnya harga fluktuasi dari sebuah aset. Jika terdapat n (jumlah observasi) *return*, maka nilai ekspektasi dari *return* dapat diestimasi menggunakan rata-rata sampel (*sample mean*) *return*:

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x(t), \tag{2.4}$$

dengan μ adalah rata-rata *return*, n jumlah data dan $x(t)$ *return* ke-t. *Return* rata-rata selanjutnya digunakan untuk mengestimasi variansi σ^2 yaitu

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n} (x(t)-\mu)^2, \tag{2.5}$$

akar variansi (σ) merupakan estimasi nilai volatilitas harga saham.

2.4.2 Skewness

Menurut Trimono dan Maruddani (2017), *skewness* adalah derajat ketidaksimetrisan suatu distribusi. Secara perhitungan, *skewness* adalah momen ketiga terhadap *mean*. Distribusi simetris (distribusi normal, distribusi t, distribusi Cauchy, dan lain-lain) memiliki *skewness* 0. Perhitungan *skewness* adalah sebagai berikut:

$$\gamma_1 = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{t=1}^{n}(x(t)-\mu)^3}{\sigma^3}, \tag{2.6}$$

dengan $\gamma_1$adalah *skewness*, n jumlah data, $x(t)$ data ke-t, μ rata-rata atau mean dan σ standar deviasi.

2.4.3 Kurtosis

Kurtosis adalah derajat keruncingan suatu distribusi (biasanya diukur relatif terhadap distribusi normal). Kurtosis dihitung dari momen keempat terhadap *mean*. Distribusi normal atau mesokurtik memiliki kurtosis sama dengan 3 , distribusi leptokurtik kurtosis lebih besar dari 3, dan platikurtik kurtosis lebih kecil dari 3. Pengukuran kurtosis dapat diukur dengan rumus (Trimono dan Maruddani, 2017):

$$\gamma_2 = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \frac{\sum_{i=1}^{n}(x(t) - \mu)^4}{\sigma^4} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}, \qquad (2.7)$$

dengan γ_2 adalah kurtosis, n jumlah data, $x(t)$ data ke-t, μ rata-rata atau mean dan σ standar deviasi.

2.5 Uji Normalitas Kolmogorov-Sminorv

Menurut Siegel (1985), uji satu sampel Kolmogorov-Sminorv adalah suatu uji *goodness-of-fit*. Artinya, yang diperhatikan adalah tingkat kesesuaian antara distribusi serangkaian nilai sampel (skor yang diobservasi) dengan suatu distribusi teoritis tertentu.

Dalam Trimono dkk (2017), prosedur uji Kolmogorov-Sminorv untuk menguji normalitas suatu data adalah sebagai berikut :

1. Hipotesis

$$\begin{aligned} &H_0: F(x) = F_0(x). \\ &H_1: F(x) \neq F_0(x). \end{aligned} \qquad (2.8)$$

2. Taraf signifikansi : α.
3. Statistik uji

$$D = \sup_x |F_0(x) - F(x)|, \qquad (2.9)$$

dengan : $F_0(x)$ = probabilitas kumulatif distribusi normal.
$F(x)$ = probabilitas kumulatif distribusi empiris.

4. Kriteria penolakan

Kriteria penolakan untuk hipotesis (2.8) adalah H_0 ditolak apabila nilai D lebih besar dari kuantil $1-\alpha$ tabel uji Kolmogorov-Sminorv atau nilai $p-value < \alpha$.

2.6 Proses Stokastik

Proses stokastik $\{X(t),\ t \in T\}$ adalah kumpulan variabel acak. Artinya, untuk setiap $t \in T$, $X(t)$ adalah variabel acak. Indeks t sering diartikan sebagai waktu, sehingga $X(t)$ mengacu kepada keadaan proses pada waktu t. Himpunan T disebut himpunan indeks dari proses. Jika T adalah himpunan yang dapat dihitung, proses stokastik disebut sebagai proses waktu-diskrit. Misalnya, $\{X_n, n = 0,1,\ldots\}$ adalah proses waktu-diskrit yang berindeks bilangan bulat nonnegatif. Sedangkan untuk T berupa himpunan tak terhitung, $\{X(t),\ t \geq 0\}$ adalah proses stokastik waktu-kontinu (Ross, 2014).

2.6.1 Proses Poisson

a. Proses Poisson

Proses $\{N(t), t \geq 0\}$ disebut proses Poisson dengan intensitas $\lambda > 0$ jika memenuhi aksioma berikut (Ross, 2014):

(i) $N(0) = 0$;

(ii) $\{N(t), t \geq 0\}$ kenaikan independen;

(iii) $P(N(t+h) - N(t) = 1) = \lambda h + o(h)$;

(iv) $P(N(t+h) - N(t) \geq 2) = o(h)$.

b. Proses Poisson Majemuk

Sebuah proses stokastik $\{X(t), t \geq 0\}$ dikatakan Proses Poisson Majemuk jika dapat dipresentasikan sebagai

$$M(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i, \quad t \geq 0, \tag{2.10}$$

dengan $\{N(t), t \geq 0\}$ proses Poisson dan $\{Y_i, i \geq 1\}$ adalah keluarga variabel acak independen dan berdistribusi identik yang juga independen terhadap $\{N(t), t \geq 0\}$ (Ross, 2014).

2.6.2 Gerak *Brown*

a. Pengertian Gerak *Brown*

Menurut Ross (2014), sebuah proses stokastik $\{X(t), t \geq 0\}$ disebut proses Gerak *Brown* jika

(i) $X(0) = 0$;

(ii) $\{X(t), t \geq 0\}$ memiliki sifat kenaikan bebas dan kenaikan stationer;

(iii) Untuk setiap $t > 0$, $X(t)$ berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi $\sigma^2 t$.

b. Gerak *Brown* Standar

Untuk $\sigma = 1$, proses stokastik $\{X(t), t \geq 0\}$ dikatakan Gerak *Brown* Standar karena setiap Gerak *Brown* dapat diubah ke proses standar dengan memisalkan $B(t) = X(t)/\sigma$. Adapun beberapa kriteria yang harus dipenuhi sebagai berikut (Ross, 2014) :

(i) $X(0) = 0$;

(ii) Untuk $0 \leq s \leq t \leq T$, variabel acak $X(t) - X(s)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi $t - s$, atau ekuivalen dengan $X(t) - X(s) \sim \sqrt{t-s}\, N(0,1)$, dengan $N(0,1)$ distribusi normal dengan mean 0 dan variansi 1;

(iii) Untuk $0 \leq s \leq t \leq u \leq v \leq T$, variabel acak $X(t) - X(s)$ dan $X(v) - X(u)$ saling bebas.

c. Gerak *Brown* dengan *Drift*

Misalkan $\{X(t), t \geq 0\}$ adalah proses Gerak *Brown* dengan koefisien *drift* μ parameter variansi σ^2 jika

(i) $X(0) = 0$;

(ii) $\{X(t), t \geq 0\}$ memiliki sifat kenaikan bebas dan kenaikan stationer;

(iii) $X(t)$ berdistribusi normal dengan *mean* μ dan variansi $\sigma^2 t$.

Dengan memisalkan $\{B(t), t \geq 0\}$ Gerak *Brown* Standar maka gerak *Brown* dengan *drift* didefinisikan sebagai berikut (Ross, 2014)

$$L(t) = \mu t + \sigma B(t). \tag{2.11}$$

d. Gerak *Brown* Geometri

Jika $\{L(t), t \geq 0\}$ adalah proses Gerak *Brown* dengan koefisien *drift* μ dan variansi σ^2, maka proses $\{G(t), t \geq 0\}$ yang didefinisikan sebagai

$$G(t) = e^{L(t)}, \tag{2.12}$$

disebut Gerak *Brown* Geometri (Ross, 2014).

2.7 Persamaan Differensial Stokastik Model *Jump Diffusion*

Berdasarkan Matsuda (2004), persamaan differensial stokastik untuk model *Jump diffusion* dituliskan dalam bentuk

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma B(t) + (y(t) - 1)dN(t), \tag{2.13}$$

dengan μ merupakan *mean* dari *return* aset, σ volatilitas dari *return* aset jika tidak terjadi lompatan, $B(t)$ adalah gerak *Brown* standar, $N(t)_{t\geq 0}$ adalah proses Poisson dengan intensitas λ, dan $(y(t) - 1)$ nilai *jump* relatitf.

2.8 Teorema It$\dot{o}$ Model Jump Diffusion

Misalkan X proses *Jump Diffusion*, yang didefinisikan sebagai penjumlahan dari *drift*, integral stokastik gerak *Brown* dan proses Poisson majemuk (Cont & Tankov, 2004):

$$X_t = X_0 + \int_0^t b_s ds + \int_0^t \sigma_s dB + \sum_{i=1}^{N_t} \Delta X_i,$$

b_t adalah *drift* dan σ_t volatilitas dari proses kontinu dengan

$$E\left[\int_0^T {\sigma_t}^2 dt\right] < \infty.$$

Maka untuk sebarang fungsi $C^{1,2}$ $f:[0,T]\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, proses $Y_t=f(t,X_t)$ dapat direpresentasikan sebagai:

$$f(t,X_t)-f(0,X_0)$$
$$=\int_0^t\left[\frac{\partial f}{\partial s}(s,X_s)+\frac{\partial f}{\partial x}(s,X_s)b_s\right]ds+\frac{1}{2}\int_0^t{\sigma_s}^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(s,X_s)ds$$
$$+\int_0^t\frac{\partial f}{\partial x}(s,X_s)\sigma_s dB+\sum_{\{i\geq 1,T\leq t\}}\left[f\left(X_{T_i-}+\Delta X_i\right)-f\left(X_{T_i-}\right)\right].$$

Dalam differensial dituliskan sebagai berikut:

$$dY_t=\frac{\partial f}{\partial t}(t,X_t)dt+b_t\frac{\partial f}{\partial x}(t,X_t)dt+\frac{{\sigma_t}^2}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(t,X_t)dt$$
$$+\frac{\partial f}{\partial x}(t,X_t)\sigma_t dB+[f(X_{t-}+\Delta X_t)-f(X_{t-})]. \qquad (2.14)$$

2.9 Value at Risk (VaR)

Value at Risk (VaR) merupakan sebuah pengukuran estimasi kerugian maksimum yang akan diperoleh selama periode waktu (*time period*) tertentu pada tingkat kepercayaan (*confidence interval*) tertentu. VaR pada tingkat kepercayaan α dan selang waktu t dapat diformulasikan sebagai (Nikasari dkk, 2017):

$$VaR_\alpha=\mu+\sigma\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{t}, \qquad (2.15)$$

dengan μ adalah rata-rata saham dan σ adalah standar deviasi saham.

2.9.1 VaR dengan Metode Simulasi Monte Carlo

Dalam mengestimasi nilai VaR baik pada aset tunggal maupun portofolio, simulasi Monte Carlo mempunyai beberapa jenis algoritma. Namun pada intinya adalah melakukan simulasi dengan membangkitkan bilangan random berdasarkan karakteristik dari data yang akan dibangkitkan, yang kemudian digunakan untuk mengestimasi nilai VaR-nya (Maruddani dan Purbowati, 2009).

2.9.2 VaR dengan Metode Simulasi Monte Carlo pada Aset Tunggal

VaR dengan simulasi Monte Carlo pada aset tunggal mengasumsikan bahwa *return* aset berdistribusi normal. Secara umum, algoritma sederhana perhitungan *VaR* menggunakan metode simulasi Monte Carlo pada aset tunggal mengikuti langkah-langkah sebagai berikut (Maruddani dan Purbowati, 2009):

1. Menentukan nilai parameter dari *return* aset tunggal. *Return* diasumsikan mengikuti distribusi normal dengan mean μ dan variansi σ^2.
2. Mensimulasikan nilai *return* dengan membangkitkan secara acak *return* aset tunggal dengan parameter yang diperoleh dari langkah (1) sebanyak n buah sehingga terbentuk distribusi empiris dari *return* dari simulasi.
3. Mencari estimasi kerugian maksimum pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ yaitu sebagai nilai kuantil ke-α dari distribusi empiris *return* yang diperoleh pada langkah (2), dinotasikan dengan R^*.
4. Menghitung nilai VaR pada tingkat kepercayaan $(1-\alpha)$ dalam periode waktu t.
5. Mengulangi langkah (2) sampai langkah (4) sebanyak m sehingga mencerminkan berbagai kemungkinan nilai VaR aset tunggal yaitu $VaR_1, VaR_2, \dots, VaR_m$.
6. Menghitung rata-rata hasil langkah (5) untuk menstabilkan nilai karena nilai VaR yang dihasilkan oleh tiap simulasi berbeda.

2.10 Backtesting

Backtesting mengevaluasi VaR hasil prediksi dengan mengecek bagaimana kinerja perkiraan VaR selama periode di masa lalu. Untuk melakukan *backtesting,* sampel dengan ukuran W akan dibagi menjadi dua kelompok yaitu jendela estimasi (W_E) dan jendela uji (W_U). Jendela estimasi (W_E) merupakan jumlah observasi yang digunakan untuk memprediksi VaR. Sementara itu, jendela uji (W_U) merupakan data sampel dimana VaR diprediksi.

Pada periode (W_{E+1}) hingga periode W (panjang interval uji), pelanggaran disimbolkan dengan η_t

$$\eta_t = \begin{cases} 1 \;\; jika \; R_f(t) \leq -VaR_t \\ 0 \;\; jika \; R_f(t) > -VaR_t, \end{cases} \tag{2.16}$$

$$VR = \frac{v_1/W_U}{p \times W_U}, \tag{2.17}$$

dengan $R_f(t)$ adalah *return* hasil prediksi, VR adalah besarnya rasio pelanggaran, v_1 adalah banyaknya η_t yang bernilai 1 (jumlah hari terjadi pelanggaran), p merupakan probabilitas pelanggaran yang diduga (Danielsson, 2011).