

SKRIPSI

**ANALISIS SENSITIVITAS PERENCANAAN PRODUKSI
GULA PASIR DENGAN METODE *GOAL PROGRAMMING*
DI GORONTALO (Studi Kasus : PT. PG Gorontalo)**

Disusun dan diajukan oleh

MAMAT ABAS

H011171015



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2021

**ANALISIS SENSITIVITAS PERENCANAAN PRODUKSI
GULA PASIR DENGAN METODE *GOAL PROGRAMMING*
DI GORONTALO (Studi Kasus : PT. PG Gorontalo)**

SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

**MAMAT ABAS
H011171015**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2021

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Mamat Abas
NIM : H011171015
Program Studi : Matematika
Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

**ANALISIS SENSITIVITAS PERENCANAAN PRODUKSI GULA PASIR
DENGAN METODE *GOAL PROGRAMMING* DI GORONTALO
(Studi Kasus : PT. PG Gorontalo)**

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa Skripsi yang saya tulis ini benar benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan Skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut

Makassar, 15 Desember 2021

Yang Menyatakan


Mamat Abas

LEMBAR PENGESAHAN

**ANALISIS SENSITIVITAS PERENCANAAN PRODUKSI GULA PASIR
DENGAN METODE *GOAL PROGRAMMING* DI GORONTALO
(Studi Kasus : PT. PG Gorontalo)**

Disusun dan diajukan oleh

**MAMAT ABAS
H011171015**

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin pada tanggal 15 Desember 2021 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

Pembimbing Utama,



Prof. Dr. Aidawayati Rangkti, M.S.
NIP. 19570705 198503 2 001

Pembimbing Pendamping,



Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc.
NIP. 19750816 199903 1 001

Ketua Program Studi,




Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.
NIP. 19700807 200003 1 002

KATA PENGANTAR

Puji syukur dipanjatkan kehadirat Allah SWT, karena atas limpahan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul “**Analisis Sensitivitas Perencanaan Produksi Gula Pasir dengan Metode *Goal Programming* di Gorontalo (Studi Kasus : PT. PG Gorontalo)**” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana (S1) di Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Tidak lupa shalawat dan salam dihaturkan kepada Nabi Muhammad SAW dan para sahabat sebagai suri teladan dalam menjalani kehidupan di dunia maupun di akhirat.

Penyusunan skripsi ini dipersembahkan untuk Ayahanda dan Ibunda tercinta **Jusuf Abas** dan **Hj. Asna Wantu, S.Pd** yang selalu memberikan dukungan dan doa demi keberhasilan penulis dalam menghadapi tantangan untuk menjalani proses perkuliahan di Universitas Hasanuddin. Tidak lupa juga untuk kedua kakak tercinta **Bripka Awaludin Abas** dan **Yahya Abas** yang telah memberikan semangat.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak mungkin dapat terselesaikan tanpa adanya bimbingan, nasehat, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak, oleh karena itu penulis dengan tulus mengucapkan terima kasih kepada :

1. **Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S.** selaku pembimbing utama atas segala kesungguhan dalam memberikan bimbingan, arahan, dan nasehat kepada penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.
2. **Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc.** selaku pembimbing pertama yang telah meluangkan waktunya dengan penuh kesabaran atas bimbingan, arahan, dan saran dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. **Dr. Khaeruddin, M.Sc.** dan **Dra. Nur Erawaty, M.Si.** selaku dosen penguji atas segala masukan, saran, dan nasehat dalam penyempurnaan skripsi ini.
4. **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.** selaku ketua program studi matematika yang senantiasa memberikan dukungan dan semangat dalam proses penyelesaian skripsi ini.
5. **Dr. Firman, S.Si., M.Si.** selaku penasehat akademik atas segala semangat dan nasehat yang diberikan dalam menjalani proses perkuliahan.

6. **Prof. Dr. Dwia Aries Tina Pulubuhu, MA.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh staf dan jajarannya yang selalu memberikan layanan administrasi selama penulis menempuh pendidikan.
7. **Dr.Eng. Amiruddin, S.Si., M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh staf, dosen, dan jajarannya yang telah memberikan layanan akademik maupun layanan administrasi selama penulis menempuh pendidikan.
8. Teman-teman angkatan 2017 yang tidak dapat dituliskan satu per satu atas canda tawa yang membahagiakan selama perkuliahan serta dukungan, bantuan, dan semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.
9. Sahabat *trip* Amallia Puspita A. Jusuf, Fatriyanti Jusuf, A.Md.Farm., Putri Indah Lestari, Rahmawaty Mawahda Taniyo, S.Par., Sitti Zaharianti Tanaiyo, S.Stat., dan Yasril Jahja sebagai tempat bertukar ide, serta yang selalu memberikan semangat dan motivasi selama penulis menjalani perkuliahan.
10. Sahabat sedari kecil Anisya A.R Hunowu, Anissa Rezky Pratiwi Ali, Rizcha Mayanti Paera, S.A.P, Silvana Panigoro, dan Siti Hadidjah Anggraini Ali, atas persahabatan sepuluh tahun lebih serta dukungan dan semangat yang diberikan selama penulis menempuh pendidikan.
11. Sahabat perantauan Nurinda K. Rahim, S.Ft., dan Hazra Febriyanti sebagai tempat bertukar curhatan isi hati dalam menjalani proses perkuliahan serta menyelesaikan skripsi ini.
12. Semua pihak yang tidak dapat dituliskan satu per satu, yang telah dengan tulus dan ikhlas memberikan bantuan baik dalam bentuk moril maupun materil.

Akhir kata semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dalam pengembangan ilmu matematika khususnya dalam bidang riset maupun optimisasi.

Makassar, 15 Desember 2021



Mamat Abas

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mamat Abas
NIM : H011171015
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-eksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

“Analisis Sensitivitas Perencanaan Produksi Gula Pasir dengan Metode *Goal Programming* di Gorontalo (Studi Kasus : PT. PG Gorontalo)”

berserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal tersebut, maka pihak Universitas Hasanuddin berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal, 15 Desember 2021

Yang Menyatakan



Mamat Abas

ABSTRAK

Perencanaan produksi merupakan suatu fungsi dari sistem manajemen, dimana dalam perencanaan tersebut ditentukan usaha-usaha dan tindakan-tindakan yang perlu diambil oleh perusahaan khususnya di PT. PG Gorontalo. Sebagai salah satu perusahaan terbesar di Provinsi Gorontalo yang bergerak dalam bidang produksi gula pasir setidaknya seluruh sumber daya yang dimiliki harus terkoordinasi dengan baik sehingga tidak hanya dapat menghasilkan produk yang baik, juga dapat menghasilkan keuntungan maksimum tanpa mengesampingkan tujuan maupun sasaran yang ingin dicapai meliputi memaksimalkan produksi, meminimumkan biaya produksi, dan memaksimalkan pendapatan produksi. Pada penelitian ini formulasi model perencanaan produksi menggunakan metode *Goal Programming* yang kemudian dianalisis lebih lanjut menggunakan Analisis Sensitivitas untuk melihat seberapa besar perubahan yang dapat dilakukan perusahaan terhadap sasaran yang telah ditetapkan, dan penyelesaian model tersebut menggunakan bantuan aplikasi LINGO. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah total produksi gula pasir pada tahun 2021 yang berhasil dimaksimalkan yaitu sebesar 43.405.616,35 Kg. Total biaya produksi gula pasir pada tahun 2021 yang berhasil diminimumkan yaitu sebesar Rp. 496.034.270.218,90. Total pendapatan produksi pada tahun 2021 yang berhasil dimaksimalkan yaitu sebesar Rp. 639.267.884.009,37.

Kata Kunci: *Perencanaan Produksi, Goal Programming, Analisis Sensitivitas, LINGO.*

ABSTRACT

Production planning is a function of the management system, where the planning determines the efforts and actions that need to be taken by the company, especially at PT. PG Gorontalo. As one of the largest companies in Gorontalo Province which is engaged in the production of granulated sugar, at least all of its resources must be well coordinated so that not only can it produce good products, it can also generate maximum profits without compromising the goals and objectives to be achieved, including maximizing production. minimize production costs, and maximize production revenue. In this study, the formulation of the production planning model uses the Goal Programming method which is then analyzed further using Sensitivity Analysis to see how much change the company can make to the targets that have been set, and the completion of the model using the LINGO application. The results obtained from this study are the total production of granulated sugar in 2021 which has been successfully maximized, which is 43,405,616.35 Kg. The total cost of producing granulated sugar in 2021 which has been successfully minimized is Rp. 496,034,270,218,90. The total production revenue in 2021 which has been maximized is Rp. 639,267,884,009.37.

Keywords: *Production planning, Goal Programming, Sensitivity Analysis, LINGO.*

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
PERNYATAAN KEASLIAN	iii
LEMBAR PENGESAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR	vii
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	3
1.3. Batasan Penelitian	4
1.4. Tujuan Penelitian.....	4
1.5. Manfaat Penelitian.....	4
1.6. Sistematika Penulisan.....	5
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1. Program Linier	6
2.1.1. Pengertian Program Linier	6
2.1.2. Model Program Linear	6
2.1.3. Asumsi Program Linier	7
2.2. Metode Simpleks	8
2.3. <i>Goal Programming</i>	13
2.3.1. Pengertian <i>Goal Programming</i>	13
2.3.2. Konsep <i>Goal Programming</i>	14
2.3.3. Model <i>Goal Programming</i>	16
2.3.4. Penyelesaian Masalah <i>Goal Programming</i>	17

2.4.	Analisis Sensitivitas	22
2.4.1.	Pengertian Analisis Sensitivitas	22
2.4.2.	Penyelesaian Analisis Sensitivitas Program Linier.....	24
2.4.3.	Penyelesaian Analisis Sensitivitas <i>Goal Programming</i>	27
2.5.	Perencanaan Produksi.....	28
2.6.	Peramalan (<i>Forecasting</i>)	30
2.6.1.	Pengertian Peramalan.....	30
2.6.2.	Metode Peramalan.....	30
2.6.3.	Metode <i>Triple Exponential Smoothing</i> Satu Parameter	31
2.6.4.	<i>Mean Absolute Percentage Error</i> (MAPE)	32
2.7.	LINGO.....	33
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN.....		35
3.1.	Jenis dan Sumber Data	35
3.2.	Tempat dan Waktu Penelitian	35
3.3.	Pengolahan Data.....	35
3.4.	Tahapan Penelitian	36
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....		37
4.1.	Pengumpulan Data	37
4.1.1.	Data Produksi Gula Pasir	37
4.1.2.	Data Biaya Produksi Gula Pasir Tahun 2016 – 2020.....	38
4.1.3.	Data Harga Pokok Penjualan (HPP)	39
4.2.	Pengolahan Data.....	39
4.2.1.	Konversi Satuan Data Produksi Gula Pasir.....	39
4.2.2.	Peramalan Data	41
4.3.	Formulasi Model <i>Goal Programming</i>	53
4.3.1.	Penentuan Variabel Keputusan	53
4.3.2.	Penentuan Tujuan (<i>Goal</i>)	54
4.3.3.	Penentuan Fungsi Kendala.....	54
4.3.4.	Penentuan Fungsi Tujuan.....	58
4.3.5.	Model <i>Goal Programming</i>	58
4.4.	Penyelesaian <i>Goal Programming</i>	60
4.5.	Pembahasan Penyelesaian Model <i>Goal Programming</i>	61

4.6.	Analisis Sensitivitas	64
4.6.1.	Analisis Sensitivitas Pada Produksi Gula Pasir	64
4.6.2.	Analisis Sensitivitas Pada Biaya Produksi Gula Pasir	65
4.6.3.	Analisis Sensitivitas Pada Pendapatan Produksi Gula Pasir	66
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN		69
5.1.	Kesimpulan.....	69
5.2.	Saran.....	70
DAFTAR PUSTAKA		71
LAMPIRAN.....		73

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Contoh Sintaks LINGO	33
Gambar 2.2. Contoh Output LINGO	34
Gambar 2.3. Contoh Analisis Sensitivitas LINGO	34
Gambar 3.1. Diagram Tahapan Penelitian.....	36

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Bentuk Umum Tabel Simpleks	9
Tabel 2.2. Tabel Simpleks Awal	12
Tabel 2.3. Tabel Simpleks Iterasi Pertama.....	13
Tabel 2.4. Bentuk Umum Tabel Simpleks Awal <i>Goal Programming</i>	18
Tabel 2.5. Tabel Simpleks Awal <i>Goal Programming</i>	20
Tabel 2.6. Tabel Simpleks Iterasi Pertama.....	20
Tabel 2.7. Tabel Simpleks Iterasi Kedua	21
Tabel 2.8. Tabel Simpleks Iterasi Ketiga	21
Tabel 2.9. Tabel Pencapaian <i>Goal</i>	22
Tabel 2.10. Tabel Simpleks Optimal Contoh 2.1	24
Tabel 2.11. Pengaruh Perubahan Koefisien Fungsi Tujuan	26
Tabel 2.12. Pengaruh Perubahan Konstanta Nilai Kanan Kendala.....	27
Tabel 2.13. <i>Range</i> Nilai MAPE.....	32
Tabel 4.1. Data Produksi Gula Pasir Tahun 2016 – 2020 (Ton).....	37
Tabel 4.2. Data Biaya Produksi Gula Pasir Tahun 2016 – 2020 (Rp).....	38
Tabel 4.3. Data HPP Gula Pasir Tahun 2016 – 2020 (Rp/Kg).....	39
Tabel 4.4. Data Produksi Gula Pasir Tahun 2016 – 2020 (Kg).....	40
Tabel 4.5. Perhitungan Parameter Peramalan Data Produksi $\delta = 0,1$	45
Tabel 4.6. Perhitungan Parameter Peramalan Data Produksi $\delta = 0,1$ (Lanjutan).....	46
Tabel 4.7. Hasil Peramalan Data Produksi Tahun 2021 $\delta = 0,1$	47
Tabel 4.8. Hasil Peramalan Data Produksi Tahun 2021 $\delta = \{0,2, 0,3, 0,4, 0,5\}$..	47
Tabel 4.9. Hasil Peramalan Data Produksi Tahun 2021 $\delta = \{0,6, 0,7, 0,8, 0,9\}$..	48
Tabel 4.10. Hasil Perhitungan Kesalahan Data Peramalan Produksi $\delta = 0,1$	49
Tabel 4.11. Nilai MAPE Pada Data Peramalan Produksi	49
Tabel 4.12. Hasil Peramalan Produksi Gula Pasir Tahun 2021	50
Tabel 4.13. Hasil Peramalan Biaya Produksi Gula Pasir Tahun 2021	51
Tabel 4.14. Biaya Produksi Gula Pasir Per Kilogram Tahun 2021.....	51
Tabel 4.15. Hasil Peramalan HPP Gula Pasir Tahun 2021	52
Tabel 4.16. Pendapatan Produksi Gula Pasir Tahun 2021	53
Tabel 4.17. Tabel Optimum <i>Goal Programming</i>	60
Tabel 4.18. Tabel Pencapaian Produksi Gula Pasir (Kg)	61

Tabel 4.19. Tabel Pencapaian Biaya Produksi Gula Pasir Tahun 2021 (Rp).....	62
Tabel 4.20. Tabel Pencapaian Pendapatan Gula Pasir Tahun 2021 (Rp).....	63
Tabel 4.21. Perubahan Produksi Gula Pasir Tahun 2021 (Kg)	64
Tabel 4.22. Perbandingan Hasil Produksi Gula Pasir Tahun 2021 (Kg).....	65
Tabel 4.23. Perubahan Biaya Produksi Gula Pasir Tahun 2021 (Rp)	65
Tabel 4.24. Perbandingan Hasil Biaya Produksi Gula Pasir Tahun 2021 (Rp)....	66
Tabel 4.25. Perubahan Pendapatan Produksi Gula Pasir Tahun 2021 (Rp)	66
Tabel 4.26. Perbandingan Hasil Pendapatan Produksi Tahun 2021 (Rp)	68

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Surat Permohonan Pengambilan Data	74
Lampiran 2. Data Mentah PT. PG Gorontalo.....	75
Lampiran 3. Sintaks LINGO	78
Lampiran 4. <i>Output</i> LINGO.....	83

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Goal Programming merupakan perluasan dari pemrograman linear dan merupakan suatu alat dalam riset operasi yang dianggap efektif untuk memecahkan masalah dalam pengambilan keputusan. Menurut (Rangkuti. A, 2013) *Goal Programming* merupakan sebuah teknik untuk menganalisis dan membuat solusi persoalan yang melibatkan banyak tujuan. Teknik ini memberi peluang kepada pembuat keputusan untuk melibatkan berbagai tujuan yang selalu konflik ke dalam proses formulasi serta prioritas tujuan. Sebagai salah satu alat dalam riset operasi yang berperan penting dalam pengambilan keputusan, *Goal Programming* dinilai tepat untuk memecahkan masalah dalam suatu perusahaan, karena didalamnya terdapat teknik-teknik pemecahan masalah yang berbasis pada keunikan proses penemuan solusi, sehingga tidak hanya dapat memecahkan masalah secara tepat tetapi juga menghasilkan solusi yang optimal.

Dalam suatu perusahaan khususnya perusahaan industri terkadang memiliki beberapa permasalahan yang sulit untuk dipecahkan dengan cara sederhana, namun setiap perusahaan memiliki keinginan untuk mencapai tujuan dalam mendapatkan hasil yang optimal dengan batasan-batasan berupa bahan baku, peralatan, mesin, waktu, biaya dan tenaga kerja. Untuk memenuhi tujuan yang diinginkan perusahaan, maka perlu yang namanya perencanaan produksi.

Perencanaan produksi merupakan suatu fungsi dari sistem manajemen, dimana dalam perencanaan tersebut ditentukan usaha-usaha dan tindakan-tindakan yang perlu diambil oleh perusahaan untuk mencapai tujuan. Keunggulan sistem manajemen yang telah diterapkan pada beberapa perusahaan industri menjadikan perusahaan tersebut berkembang pesat seiring dengan kebutuhan dan permintaan konsumen. Menurut Chowdary dan J. Slomp (2002), dalam membuat suatu perencanaan produksi terdapat tiga elemen yang perlu dipertimbangkan, yaitu konsumen, produk, dan proses manufaktur, ketiga masalah tersebut merupakan

masalah yang sangat kompleks dan harus dihadapi oleh setiap perusahaan industri khususnya di PT. PG Gorontalo. Sebagai salah satu perusahaan terbesar di Provinsi Gorontalo yang bergerak dibidang produksi gula lokal, setidaknya seluruh sumber daya yang dimiliki harus terkoordinasi dengan baik sehingga tidak hanya dapat menghasilkan produk yang baik, juga dapat menghasilkan keuntungan yang maksimum tanpa mengesampingkan tujuan lainnya seperti memaksimalkan produksi, meminimalkan biaya produksi, memaksimalkan pendapatan produksi dan sebagainya sesuai dengan tujuan yang diinginkan oleh perusahaan.

Selain itu analisis sensitivitas tentunya berperan penting dalam pencapaian perencanaan produksi untuk suatu perusahaan, dimana tujuannya untuk melihat perubahan parameter terhadap solusi optimal yang telah diperoleh menggunakan *Goal Programming* dalam artian analisis sensitivitas di perusahaan pada umumnya digunakan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh perubahan harga barang yang diproduksi tanpa mengurangi atau menambah produksi barang tersebut terhadap pendapatan yang diperoleh melalui analisis perubahan koefisien fungsi tujuan. Sedangkan analisis perubahan konstanta nilai kanan pada fungsi kendala bertujuan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh perubahan sumber daya yang dimiliki dan secara tidak langsung mempengaruhi terjadinya perubahan jumlah barang yang diproduksi terhadap pendapatan.

Penelitian mengenai penerapan *Goal Programming* dalam menyelesaikan masalah optimalisasi perencanaan produksi pada suatu perusahaan sudah banyak dilakukan, seperti dalam penelitian (Fauziah, 2016) yang mengkaji tentang model *Goal Programming* untuk mengoptimalkan beberapa tujuan pada suatu perusahaan dengan menggunakan prioritas sasaran. Penelitian tersebut memiliki dua tujuan diantaranya memaksimalkan total nilai penjualan (keuntungan), memaksimalkan total produksi, dan meminimalkan biaya produksi tanpa mengurangi kualitas produksi. Selanjutnya pada penelitian (Laila. N dkk, 2016) mengkaji tentang perencanaan produksi menggunakan *Goal Programming* pada suatu perusahaan dengan menganggap semua prioritas sama. Dalam penelitiannya memiliki dua tujuan yaitu meminimalkan biaya produksi, dan memaksimalkan

keuntungan tanpa mengurangi kualitas produksi. Kemudian pada penelitian (Putri E. Yunitasari dkk, 2017) mengkaji tentang analisis keoptimalan laporan keuangan pada suatu bank dengan menggunakan *Goal Programming* tanpa prioritas sasaran. Penelitian tersebut memiliki empat tujuan diantaranya memaksimalkan total aset, meminimalkan liabilitas, memaksimalkan ekuitas, memaksimalkan pendapatan, dan meminimalkan beban.

Perencanaan produksi dalam penelitian ini merupakan perencanaan produksi gula pasir pada tahun 2021 dan data yang diperlukan meliputi data produksi, data biaya produksi serta data harga pokok penjualan, namun dikarenakan data pada tahun tersebut belum bisa dikeluarkan oleh pihak PT. PG Gorontalo dengan alasan tahun 2021 merupakan tahun berjalan, sehingga perlu dilakukan peramalan dengan menggunakan metode *triple exponential smoothing* satu parameter terhadap data yang sama dengan mengambil data lima tahun terakhir yaitu 2016 sampai 2020 untuk mengetahui prediksi data pada tahun 2021, hal ini dikarenakan data tersebut merupakan data *time series* yang memiliki pola *trend* dan faktor musiman.

Oleh karena itu berdasarkan uraian sebelumnya maka dalam penelitian ini akan dibahas optimalisasi perencanaan produksi pada suatu perusahaan menggunakan Metode *Goal Programming* dan kemudian dianalisis menggunakan Analisis Sensitivitas dengan judul “**Analisis Sensitivitas Perencanaan Produksi Gula Pasir Dengan Metode *Goal Programming* di Gorontalo (Studi Kasus : PT. PG Gorontalo)**”

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu :

1. Apakah *Goal Programming* dapat memberikan solusi optimum terhadap perencanaan produksi gula pasir yang dilakukan oleh PT. PG Gorontalo?
2. Bagaimana Analisis Sensitivitas memberikan informasi tentang besarnya perubahan parameter terhadap solusi optimum *Goal Programming* pada perencanaan produksi gula pasir yang dilakukan oleh PT. PG Gorontalo?

1.3. Batasan Penelitian

Adapun batasan-batasan yang digunakan dalam penelitian tugas akhir ini sebagai berikut :

1. Penelitian dilakukan di PT. PG Gorontalo
2. Data yang digunakan dalam penelitian meliputi data produksi, data biaya produksi, dan data harga pokok penjualan gula pasir tahun 2016 - 2020
3. Perencanaan produksi yang dilakukan merupakan perencanaan produksi gula pasir pada tahun 2021 dengan tujuan (*goal*) yang ingin dicapai meliputi, Memaksimumkan Produksi, Meminimumkan Biaya Produksi, dan Memaksimumkan Pendapatan Produksi.

Selain itu dalam penelitian ini juga dibatasi oleh penggunaan metode serta alat analisis yang digunakan dalam hal ini metode *Goal Programming* dan Analisis Sensitivitas.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan uraian dari rumusan masalah tersebut, maka tujuan dalam penelitian ini yaitu :

1. Untuk mengetahui solusi optimum *Goal Programming* pada perencanaan produksi gula pasir di PT. PG Gorontalo.
2. Untuk mengetahui seberapa besar perubahan parameter terhadap solusi optimum *Goal Programming* pada perencanaan produksi gula pasir di PT. PG Gorontalo.

1.5. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini yaitu :

1. Sebagai bahan pertimbangan PT. PG Gorontalo terkait perencanaan produksi sehingga dapat mencapai tujuan maupun sasaran yang telah ditetapkan sebelumnya.
2. Dapat dijadikan sebagai bahan referensi untuk penelitian selanjutnya dalam mengembangkan pengetahuan dibidang riset maupun optimasi khususnya dalam menerapkan metode *Goal Programming* terkait dengan masalah perencanaan produksi di suatu perusahaan.

1.6. Sistematika Penulisan

Dalam menyusun suatu penelitian pasti memerlukan sistematika penulisan hal ini bertujuan agar penelitian tersusun secara terstruktur. Berikut merupakan sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini :

BAB 1 PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini berisi tentang teori maupun konsep-konsep yang digunakan untuk mendukung pembahasan dalam penelitian.

BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini membahas tentang jenis dan sumber data yang digunakan, tempat dan waktu penelitian, pengolahan data serta tahapan penelitian.

BAB 4 PEMBAHASAN

Pada bab ini membahas tentang hasil dari suatu penelitian

BAB 5 KESIMPULAN

Pada bab ini berisikan tentang kesimpulan dari hasil pembahasan.

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Program Linier

2.1.1. Pengertian Program Linier

Program linier (*linear programming*) merupakan suatu metode untuk membuat keputusan diantara berbagai alternatif kegiatan pada waktu kegiatan-kegiatan tersebut dibatasi oleh kegiatan-kegiatan tertentu. Keputusan yang akan diambil dinyatakan sebagai fungsi tujuan (*objective function*), sedangkan kendala-kendala yang dihadapi dalam membuat keputusan tersebut dinyatakan dalam bentuk fungsi kendala (*constraints*) (Rangkuti. A, 2013).

2.1.2. Model Program Linear

Menurut (Rangkuti. A, 2013) bentuk umum model program linier sebagai berikut :

Memaksimumkan atau meminimumkan :

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.1)$$

Dengan kendala :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq, =, \geq b_i && \text{untuk } i = 1, 2, 3, \dots, m \\ x_j &\geq 0 && \text{untuk } j = 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2.1) dan (2.2) dapat dituliskan secara lengkap sebagai berikut :

Memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan :

$$\begin{aligned} Z &= c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \\ \text{Dengan kendala :} \\ a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n &\leq, =, \geq b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n &\leq, =, \geq b_2 \\ &\dots \\ &\dots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n &\leq, =, \geq b_m \\ x_1, x_2, x_3, \dots, x_n &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Keterangan :

- Z : fungsi tujuan yang dicari nilai optimumnya (maksimum atau minimum)
- c_j : kenaikan nilai Z apabila ada penambahan tingkat kegiatan x_j dengan satu satuan unit atau sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan j terhadap Z
- n : macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia
- m : macam batasan sumber atau fasilitas yang tersedia
- x_j : tingkat kegiatan ke- j (variabel keputusan)
- a_{ij} : banyaknya sumber i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unsur keluaran kegiatan j
- b_i : kapasitas sumber i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan.

Menurut (Rangkuti. A, 2013) secara umum model program linier dapat dirangkai sebagai berikut :

1. Fungsi yang akan dicari nilai optimalnya (Z) disebut fungsi tujuan (*objective function*) dapat berupa maksimum atau minimum.
2. Fungsi yang memengaruhi persoalan terhadap fungsi tujuan akan dicapai disebut dengan fungsi batasan atau kendala (*constrains function*) yang merupakan ketidaksamaan dan persamaan.
3. Variabel yang memengaruhi persoalan dalam pengambilan keputusan disebut variabel keputusan (*decision variabel*) yang berupa *non-negatif*.

2.1.3. Asumsi Program Linier

Menurut (Rangkuti. A, 2013) terdapat lima asumsi dalam program linier diantaranya :

1. Linearitas yakni membatasi bahwa fungsi tujuan dan fungsi kendala harus berbentuk linear, artinya variabel keputusan berpangkat satu.
2. Proporsionalitas yaitu naik-turunnya nilai fungsi tujuan dan penggunaan sumber daya atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding (*proportional*) dengan perubahan tingkat kegiatan.

3. Aditivitas yaitu nilai fungsi tujuan untuk setiap kegiatan tidak saling memengaruhi dan dalam pemrograman linear dianggap bahwa kenaikan dari nilai fungsi tujuan yang diakibatkan oleh kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa memengaruhi bagian dari kegiatan lain.
4. Deterministik yang dalam hal ini menyatakan bahwa setiap parameter yang ada dalam pemrograman linear (a_{ij}, b_i, c_{ij}) dapat ditentukan dengan pasti, meskipun jarang dengan tepat.
5. Divisibilitas yaitu menyatakan bahwa keluaran (*output*) yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan.

2.2. Metode Simpleks

Metode simpleks pertama kali diperkenalkan oleh George B. Dantzig merupakan metode berulang yang digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan program linier yang dinyatakan dalam bentuk standar, di samping bentuk standar, metode simpleks mengharuskan sistem kendala diubah menjadi sistem kanonik (Ravindran, et al., 2000).

Menurut (Rangkuti. A, 2013) metode simpleks merupakan suatu metode yang secara sistematis dimulai dari suatu pemecahan dasar fisibel ke pemecahan dasar fisibel lainnya, dan dilakukan berulang-ulang (dengan jumlah ulangan yang terbatas) sehingga akhirnya tercapai suatu pemecahan dasar yang optimal, dan pada setiap langkah menghasilkan suatu nilai dari fungsi tujuan yang selalu lebih besar, lebih kecil, atau sama dari langkah-langkah sebelumnya.

Dalam memecahkan masalah program linier dengan menggunakan metode simpleks, masalah program linier harus diubah terlebih dahulu dalam bentuk kanonik yang diperoleh dengan menambahkan variabel pengetat dalam hal ini variabel *slack* dan variabel *surplus*. Variabel *slack* merupakan variabel yang ditambahkan pada fungsi kendala program linier untuk mengubah tanda pertidaksamaan (\leq) menjadi persamaan ($=$), sedangkan variabel *surplus* merupakan variabel yang dikurangkan pada fungsi kendala program linier untuk mengubah tanda pertidaksamaan (\geq) menjadi persamaan ($=$) (Muhiddin, 2007).

Tabel 2.1. Bentuk Umum Tabel Simpleks

V_B	c_i	Z_j	c_1	c_2	...	c_n	0	...	0	...	0	θ_i
		b_i	x_1	x_2	...	x_n	y_1	...	y_j	...	y_n	
y_1	0	b_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	...	0	...	0	θ_1
y_2	0	b_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	...	1	...	0	θ_2
.
.
.
y_m	0	b_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	...	0	...	1	θ_n
c_j		Z	c_1	c_2	...	c_n	\bar{c}_1	...	\bar{c}_j	...	\bar{c}_n	
$c_j - Z_j$			$c_1 - Z_1$	$c_2 - Z_2$...	$c_n - Z_n$	$\bar{c}_1 - 0$...	$\bar{c}_j - 0$...	$\bar{c}_n - 0$	

Sumber : Muhiddin, 2007

Keterangan :

- x_j : Variabel keputusan, $j = 1, 2, \dots, n$
- a_{ij} : Koefisien fungsi kendala pada model matematikanya
- b_i : Konstanta ruas kanan setiap kendala (kapasitas sumber daya)
- Z_j : Koefisien ongkos dari fungsi tujuan, untuk variabel *slack* dan *surplus* bernilai nol sedangkan untuk variabel semu bernilai $-M$ untuk pola memaksimumkan dan M untuk pola meminimumkan
- V_B : Variabel yang menjadi variabel basis
- y_j : Variabel bukan basis / variabel *slack* / variabel *surplus*
- c_i : Koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis V_B , pada awalnya koefisien ini bernilai nol
- c_j : Jumlahan hasil kali c_i dengan a_{ij} ($\sum_{i=1}^m c_i a_{ij}, j = 1, 2, \dots, n$)
- θ_i : $\theta_i = \frac{b_i}{a_{jk}}$ (a_{jk} : angka pada kolom pivot) yang digunakan untuk menentukan baris pivot yaitu dengan memilih nilai θ_i terkecil
- Z : Hasil kali kolom c_i dengan kolom b_i . Pada tabel simpleks nilai ini menunjukkan nilai optimal sekaligus merupakan nilai tujuan.

$c_j - Z_j$: Nilai ini akan memberikan informasi telah optimalnya fungsi tujuan. Jika permasalahan program linier memaksimumkan, maka keoptimalannya diperoleh jika $c_j - Z_j \geq 0$ dan jika permasalahan program linier meminimumkan, maka keoptimalannya diperoleh jika $c_j - Z_j \leq 0$ (Wijaya, 2011)

Menurut (Wijaya, 2011) langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah program linier dengan menggunakan metode simpleks sebagai berikut :

1. Menetapkan variabel keputusan.
2. Menetapkan tujuan yang akan dicapai.
3. Memformulasikan tujuan dan kendala dalam bentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala.
4. Mengubah tanda pertidaksamaan (\leq) menjadi tanda persamaan ($=$) dengan menambahkan variabel *slack* pada fungsi kendala, atau mengubah tanda pertidaksamaan (\geq) menjadi tanda persamaan ($=$) dengan mengurangi variabel *surplus* pada fungsi kendala.
5. Membuat tabel simpleks awal.
6. Menentukan nilai c_j dan nilai $c_j - Z_j$
7. Menentukan kolom pivot :
 - a. Memaksimumkan
 - $c_j - Z_j < 0$, lanjut ke iterasi berikutnya
 - $c_j - Z_j \geq 0$, iterasi berhenti (optimal)
 - b. Meminimumkan
 - $c_j - Z_j > 0$, lanjut ke iterasi berikutnya
 - $c_j - Z_j \leq 0$, iterasi berhenti (optimal)
8. Menentukan baris pivot yaitu memilih nilai θ_i terkecil.
9. Menentukan elemen pivot yaitu pertemuan antara kolom pivot dan baris pivot.
10. Mengubah variabel keputusan pada baris pivot dengan variabel keputusan pada kolom pivot, serta mengubah seluruh seluruh elemen pada baris pivot dengan cara membaginya dengan elemen pivot.

11. Mengubah nilai-nilai pada baris lain (diluar baris pivot) dengan menggunakan pendekatan OBE (operasi baris elementer) dimana nilai baris yang baru sama dengan nilai-nilai baris yang lama dikurangi dengan nilai-nilai pada baris kunci baru yang telah dikalikan dengan koefisien kolom kunci pada baris awal tersebut.
12. Memastikan seluruh elemen pada baris $c_j - Z_j$ tidak ada yang bernilai negatif untuk permasalahan memaksimalkan dan positif untuk permasalahan meminimumkan. Apabila masih terdapat maka iterasinya dilanjutkan melalui langkah ke-7. Tetapi apabila sudah terdapat maka iterasi dihentikan hal ini menunjukkan tabel simpleks sudah optimal yang nilai nilai Z (optimum) dan besarnya variabel keputusan berada pada kolom Z_j dan b_i .

Selanjutnya sebagai ilustrai penyelesaian masalah program linier dengan metode simpleks dapat dilihat pada Contoh 2.1 berikut yang bersumber dari (Rangkuti. A, 2013) dengan judul “7 Model Riset Operasi dan Aplikasinya”

Contoh 2.1 :

Suatu perusahaan industri yang bergerak dalam bidang produksi, memproduksi 2 jenis barang yaitu barang A, dan barang B. Masing masing barang memerlukan waktu untuk ditangani dalam 2 proses, yaitu proses I dan proses II. Barang A membutuhkan waktu 20 jam di proses I dan 10 jam di proses II. Barang B membutuhkan 10 jam di proses I dan 10 jam di proses II. Setiap proses mempunyai kapasitas keterbatasan waktu, proses I memiliki keterbatasan waktu sampai 60 jam dan proses 2 memiliki keterbatasan waktu sampai 40 jam. Jika perusahaan mendapatkan keuntungan dari setiap jenis barang berturut-turut Rp. 400.000 dan Rp. 800.000, maka berapakah keuntungan maksimum yang diperoleh ketika perusahaan mentargetkan Rp. 1.000.000 dengan minimum produksi 2 unit untuk setiap jenis barang

Penyelesaian :

Variabel keputusan : x_1 = barang A, x_2 = barang B,

Berdasarkan (2.3) maka bentuk model program linier pada permasalahan Contoh 2.1 sebagai berikut :

Maksimumkan : $Z = 400.000x_1 + 800.000x_2$

Kendala : $20x_1 + 10x_2 \leq 60$

$10x_1 + 10x_2 \leq 40$

$x_1, x_2 \geq 0$

Karena fungsi kendala berbentuk pertidaksamaan (\leq) maka fungsi kendala tersebut diubah menjadi suatu bentuk persamaan ($=$) dengan menambahkan variabel *slack*, sehingga diperoleh ;

Maksimumkan : $Z = 400.000x_1 + 800.000x_2 + 0x_3 + 0x_4$

Kendala : $20x_1 + 10x_2 + x_3 = 60$

$10x_1 + 10x_2 + x_4 = 40$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Berdasarkan tujuan dan kendala tersebut maka diperoleh bentuk tabel simpleks awal sebagai berikut :

Tabel 2.2. Tabel Simpleks Awal

V_B	c_i	Z_j	400.000	800.000	0	0	θ_i
		b_i	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_3	0	60	20	10	1	0	6
x_4	0	40	10	10	0	1	4
c_j		0	0	0	0	0	
$c_j - Z_j \geq 0$		0	-400.000	-800.000	0	0	

Sumber : Data diolah, 2021

Berdasarkan Tabel 2.2, terdapat nilai $c_j - Z_j < 0$, untuk menentukan kolom pivot maka dipilihlah nilai $c_j - Z_j$ yang paling minimum (-800.000) sehingga kolom x_2 merupakan kolom pivot dan kemudian akan menggantikan posisi baris pivot (x_4) yang memiliki nilai θ_i positif terkecil. Sehingga diperoleh tabel iterasi pertama sebagai berikut :

Tabel 2.3. Tabel Simpleks Iterasi Pertama

V_B	c_i	Z_j	400.000	800.000	0	0
		b_i	x_1	x_2	x_3	x_4
x_3	0	20	10	0	1	-1
x_2	800.000	4	1	1	0	0,1
c_j		3.200.000	800.000	800.000	0	80.000
$c_j - Z_j \geq 0$		3.200.000	400.000	0	0	80.000

Sumber : Data diolah, 2021

Berdasarkan Tabel 2.3 dapat dilihat bahwa nilai yang ada pada baris $c_j - Z_j$ sudah menunjukkan ≥ 0 , sehingga solusi telah tercapai.

$$\{x_1, x_2, x_3, x_4\} = \{0, 4, 20, 0\}$$

Dengan keuntungan maksimumnya sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Z &= 400.000x_1 + 800.000x_2 + 0x_3 + 0x_4 \\ &= 400.000(0) + 800.000(4) + 0(20) + 0(0) \\ &= \text{Rp. } 3.200.000 \end{aligned}$$

Jadi dapat dilihat bahwa jumlah keuntungan yang diperoleh perusahaan pada Contoh 2.1 yaitu sebesar Rp. 3.200.000 dengan memproduksi 0 unit barang A dan 4 unit barang B.

2.3. Goal Programming

2.3.1. Pengertian Goal Programming

Goal Programming merupakan pengembangan dari program linier yang dikembangkan oleh Ignizio pada tahun 1970. Awal aplikasi *Goal Programming* dilakukan oleh Charles dan Cooper. Charles dan Cooper mengembangkan pendekatan program tujuan untuk memperoleh solusi yang memuaskan, yang tidak bisa diperoleh dengan pendekatan program linier karena adanya konflik antar tujuan (Rangkuti. A, 2013).

Goal programming merupakan perluasan dari program linier yang dapat menyelesaikan permasalahan dengan multi tujuan melalui variabel deviasi. Variabel deviasi merupakan penyimpangan-penyimpangan yang terjadi di atas target maupun di bawah target. Variabel deviasi tersebut digunakan untuk menilai keoptimalan suatu tujuan (Putri E. Yunitasari dkk, 2017)

Menurut Siswanto (2007) *goal programming* juga merupakan salah satu metode yang menggunakan model matematis (empiris) dengan tujuan sebagai dasar pengambilan keputusan. *Goal programming* digunakan untuk menganalisis dan membuat solusi persoalan yang melibatkan banyak tujuan sehingga diperoleh alternatif pemecahan masalah yang optimal.

2.3.2. Konsep Goal Programming

Menurut (Putri E. Yunitasari dkk, 2017) unsur-unsur yang digunakan dalam *goal programming* sebagai berikut :

1. Variabel keputusan (*decision variables*), merupakan variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat dan biasanya dilambangkan dengan x_j ($j = 1, 2, \dots, n$).
2. Nilai kanan kendala tujuan (*right hand side values*), merupakan nilai yang menunjukkan ketersediaan sumber daya yang akan ditentukan kekurangan atau kelebihan penggunaannya, biasanya dilambangkan dengan b_i
3. Variabel penyimpangan (*deviational variables*), merupakan variabel yang menunjukkan kemungkinan penyimpangan-penyimpangan dari suatu nilai kanan kendala tujuan (*right hand side values*). Variabel penyimpangan terbagi menjadi dua yaitu :
 - a. Penyimpangan positif (ρ_i) digunakan untuk mengetahui besarnya nilai penyimpangan di atas target yang diinginkan. Sehingga model kendalanya adalah :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - \rho_i = b_i \quad (2.4)$$

dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$

- b. Penyimpangan negatif (η_i) digunakan untuk mengetahui besarnya nilai penyimpangan di bawah target yang diinginkan, sehingga model kendalanya adalah :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + \eta_i = b_i \quad (2.5)$$

dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$

Jika untuk tujuan memaksimumkan maka yang akan dicari adalah penyimpangan negatif (η_i) karena untuk mencari besarnya nilai penyimpangan di bawah target. Jika untuk tujuan meminimumkan maka yang akan dicari adalah penyimpangan positif (ρ_i) karena untuk mencari besarnya nilai penyimpangan di atas target.

4. Tujuan (*Goal*), merupakan target untuk meminimumkan nilai penyimpangan dari suatu nilai kanan (*right hand side value*) pada suatu fungsi kendala tertentu

Menurut (Rangkuti, A, 2013) terdapat tiga jenis bentuk fungsi tujuan dalam *goal programming* diantaranya :

$$1. \quad Z = \sum_{i=1}^m (\eta_i + \rho_i) \quad (2.6)$$

Fungsi tujuan ini digunakan jika variabel simpangan dalam suatu masalah tidak dibedakan menurut prioritas (P_k) dan bobot W_{ki} .

$$2. \quad Z = \sum_{i=1}^m P_k (\eta_i + \rho_i), \text{ dengan } k = 1, 2, \dots, K \quad (2.7)$$

Fungsi tujuan ini digunakan dalam masalah yang mempunyai urutan tujuan maupun target, tetapi variabel simpangan dalam tingkat prioritas memiliki kepentingan yang sama.

$$3. \quad Z = \sum_{i=1}^m W_{ki} P_k (\eta_i + \rho_i), \text{ dengan } k = 1, 2, \dots, K \quad (2.8)$$

Fungsi tujuan ini digunakan dalam masalah yang mempunyai urutan tujuan maupun target dengan variabel simpangan pada setiap tingkat prioritas dibedakan dengan menggunakan bobot yang berlainan.

2.3.3. Model Goal Programming

Menurut Siswanto (2007) bentuk umum model *goal programming* adalah sebagai berikut

Meminimumkan :

$$Z = \sum_{i=1}^m (\eta_i + \rho_i) \tag{2.9}$$

Dengan kendala :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n (a_{ij}x_j) + \eta_i - \rho_i &= b_i && \text{untuk } i = 1,2,3, \dots, m \\ x_j, \eta_i, \rho_i &\geq 0 && \text{untuk } j = 1,2,3, \dots, n \end{aligned} \tag{2.10}$$

(2.9) dan (2.10) dapat dituliskan secara lengkap sebagai berikut :

Meminimumkan :

$$\begin{aligned} Z &= (\eta_1 + \rho_1) + (\eta_2 + \rho_2) + \dots + (\eta_m + \rho_m) \\ \text{Dengan kendala :} \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + \eta_1 - \rho_1 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + \eta_2 - \rho_2 &= b_2 \\ &\dots \\ &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + \eta_m - \rho_m &= b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Keterangan :

- Z : fungsi tujuan yang dicari besarnya nilai penyimpangan (minimum)
- x_j : tingkat kegiatan ke- j (variabel keputusan)
- a_{ij} : parameter fungsi kendala ke- i yang diperlukan untuk variabel keputusan ke- j
- b_i : kapasitas sumber daya atau target ke- i
- η_i : besarnya nilai penyimpangan negatif terhadap ketercapaian target
- ρ_i : besarnya nilai penyimpangan positif terhadap ketercapaian target

2.3.4. Penyelesaian Masalah *Goal Programming*

Langkah-langkah penyelesaian permasalahan *goal programming* adalah sebagai berikut:

1. Penentuan variabel keputusan
2. Penentuan tujuan (*goal*)
3. Formulasi fungsi kendala terhadap masing-masing tujuan
4. Formulasi fungsi tujuan
5. Formulasi model *goal programming*
6. Penyelesaian model *goal programming*

Penyelesaian permasalahan *goal programming* sama halnya dengan penyelesaian program linier, yaitu menggunakan metode grafik dan metode simpleks, namun karena *goal programming* pada umumnya memiliki variabel keputusan lebih dari dua maka pemecahan masalahnya semakin kompleks, sehingga metode grafik tidak efektif untuk digunakan sebagai alternatif pemecahan masalah. Oleh karena itu permasalahan *goal programming* yang memiliki variabel keputusan lebih dari dua, akan lebih efektif menggunakan metode simpleks. Berikut merupakan langkah-langkah dalam menyelesaikan *goal programming* dengan menggunakan metode simpleks :

1. Membuat tabel simpleks awal.
2. Menentukan kolom pivot dengan cara memilih nilai maksimum atau nilai positif terbesar pada baris $c_j - Z_j$. Jika $c_j - Z_j > 0$, lanjut ke iterasi berikutnya, tetapi jika $c_j - Z_j \leq 0$ maka iterasi dihentikan.
3. Menentukan rasio atau θ_i dengan cara membagi elemen-elemen yang ada pada kolom b_i dengan elemen-elemen yang ada pada kolom pivot.
4. Memilih nilai positif terkecil pada kolom θ_i untuk menentukan baris pivot. Baris yang menunjukkan nilai positif terkecil pada kolom θ_i merupakan baris pivot.
5. Menentukan elemen pivot yaitu pertemuan antara kolom pivot dan baris pivot.
6. Mengubah variabel keputusan pada baris pivot dengan variabel keputusan pada kolom pivot, serta mengubah seluruh elemen pada baris pivot dengan cara membaginya dengan elemen pivot.

- Mengubah nilai-nilai pada baris lain (diluar baris pivot) dengan menggunakan pendekatan OBE (operasi baris elementer) dimana nilai baris yang baru sama dengan nilai-nilai baris yang lama dikurangi dengan nilai-nilai pada baris kunci baru yang telah dikalikan dengan koefisien kolom kunci pada baris awal tersebut. Selanjutnya kembali ke langkah 2.

Tabel 2.4. Bentuk Umum Tabel Simpleks Awal Goal Programming

V_B	c_i	Z_j	0	0	...	0	Z_1	Z_2	...	Z_{n-1}	Z_n	θ_i
		b_i	x_1	x_2	...	x_n	η_1	ρ_1	...	η_m	ρ_1	
η_1	c_1	b_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	-1	...	0	0	θ_1
η_1	c_2	b_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	0	...	0	0	θ_2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	\vdots	
η_m	c_m	b_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	-1	θ_m
c_j		Z	c_1	c_2	c_n	
$c_j - Z_j$			$c_1 - Z_1$	$c_2 - Z_2$	$c_n - Z_n$	

Sumber : Muhiddin, 2007

Berdasarkan Tabel 2.4 maka akan diperoleh nilai dari variabel x_1, x_2, \dots, x_n dan nilai dari variabel penyimpangan yang menunjukkan telah dicapainya solusi optimal. Selanjutnya sebagai ilustrasi, dari Contoh 2.1 akan diterapkan penggunaan *goal programming* tanpa prioritas yang diselesaikan menggunakan metode simpleks sebagai berikut :

Penyelesaian

Variabel keputusan : $x_1 =$ barang A, $x_2 =$ barang B

Formulasi fungsi kendala dan fungsi tujuan

Tujuan (*Goals*) :

- **Goal 1** : Memaksimumkan keuntungan (\geq Rp. 1.000.000)
- **Goal 2** : Memaksimumkan produksi barang A (\geq 2 unit)
- **Goal 3** : Memaksimumkan produksi barang B (\geq 2 unit)

Formulasi fungsi kendala dan fungsi tujuan *goal programming* :

- **Goal 1** : Memaksimumkan keuntungan (\geq Rp. 1.000.000)

Berdasarkan bentuk umum fungsi kendala pada (2.10) diperoleh :

$$400.000x_1 + 800.000x_2 + \eta_1 - \rho_1 = 1.000.000$$

Karena perusahaan ingin memaksimumkan keuntungan maka yang akan diminimumkan adalah η_1 (penyimpangan negatif), sehingga $\rho_1 = 0$ akibatnya bentuk fungsi tujuannya adalah sebagai berikut :

$$\text{Minimumkan : } Z = \eta_1$$

- **Goal 2** : Memaksimumkan produksi barang A (≥ 2 unit)

Berdasarkan bentuk umum fungsi kendala pada (2.10) diperoleh :

$$x_1 + \eta_2 - \rho_2 = 2$$

Karena perusahaan ingin memaksimumkan produksi barang A maka yang akan diminimumkan adalah η_2 (penyimpangan negatif), sehingga $\rho_2 = 0$ akibatnya bentuk fungsi tujuannya adalah sebagai berikut :

$$\text{Minimumkan: } Z = \eta_2$$

- **Goal 3** : Memaksimumkan produksi barang B (≥ 2 unit)

Berdasarkan bentuk umum fungsi kendala pada (2.10) diperoleh :

$$x_2 + \eta_3 - \rho_3 = 2$$

Karena perusahaan ingin memaksimumkan produksi barang B maka yang akan diminimumkan adalah η_3 (penyimpangan negatif), sehingga $\rho_3 = 0$ akibatnya bentuk fungsi tujuannya adalah sebagai berikut :

$$\text{Minimumkan : } Z = \eta_3$$

Sehingga berdasarkan (2.11) maka model *goal programming* untuk permasalahan Contoh 2.1 Sebagai berikut :

$$\text{Minimumkan : } Z = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3$$

$$\text{Kendala : } 400.000x_1 + 800.000x_2 + \eta_1 - \rho_1 = 1.000.000$$

$$x_1 + \eta_2 - \rho_2 = 2$$

$$x_2 + \eta_3 - \rho_3 = 2$$

$$x_1, x_2, \eta_1, \rho_1, \eta_2, \rho_2, \eta_3, \rho_3 \geq 0$$

Berikut merupakan tabel simpleks awal *goal programming* untuk Contoh 2.1

Tabel 2.5. Tabel Simpleks Awal Goal Programming

V_B	c_i	Z_j	0	0	1	0	1	0	1	0	θ_i
		b_i	x_1	x_2	η_1	ρ_1	η_2	ρ_2	η_3	ρ_3	
η_1	1	10	4	8	1	-1	0	0	0	0	1,25
η_2	1	2	1	0	0	0	1	-1	0	0	∞
η_3	1	2	0	1	0	0	0	0	1	-1	2
c_j		14	5	9	1	-1	1	-1	1	-1	
$c_j - Z_j \leq 0$		14	5	9	0	-1	0	-1	0	-1	

Sumber : Data diolah, 2021

Berdasarkan Tabel 2.5, terdapat nilai $c_j - Z_j > 0$, untuk menentukan kolom pivot maka dipilihlah nilai $c_j - Z_j$ yang paling maksimal (9) sehingga kolom x_2 merupakan kolom pivot dan kemudian akan menggantikan posisi baris pivot (η_1) yang memiliki nilai θ_i positif terkecil. Sehingga diperoleh tabel iterasi pertama sebagai berikut :

Tabel 2.6. Tabel Simpleks Iterasi Pertama

V_B	c_i	Z_j	0	0	1	0	1	0	1	0	θ_i
		b_i	x_1	x_2	η_1	ρ_1	η_2	ρ_2	η_3	ρ_3	
x_2	0	1,25	0,5	1	0,125	-0,125	0	0	0	0	2,5
η_2	1	2	1	0	0	0	1	-1	0	0	2
η_3	1	0,75	-0,5	0	-0,125	0,125	0	0	1	-1	-1,5
c_j		2,75	0,5	0	-0,125	0,125	1	-1	1	-1	
$c_j - Z_j \leq 0$		2,75	0,5	0	-1,125	0,125	0	-1	0	-1	

Sumber : Data diolah, 2021

Berdasarkan Tabel 2.6, terdapat nilai $c_j - Z_j > 0$, untuk menentukan kolom pivot maka dipilihlah nilai $c_j - Z_j$ yang paling maksimum (0.5) sehingga kolom x_1 merupakan kolom pivot dan kemudian akan menggantikan posisi baris pivot (η_2) yang memiliki nilai θ_i positif terkecil. Sehingga diperoleh tabel iterasi kedua sebagai berikut :

Tabel 2.7. Tabel Simpleks Iterasi Kedua

V_B	c_i	Z_j	0	0	1	0	1	0	1	0	θ_i
		b_i	x_1	x_2	η_1	ρ_1	η_2	ρ_2	η_3	ρ_3	
x_2	0	0,25	0	1	0,125	-0,125	-0,5	0,5	0	0	-2
x_1	0	2	1	0	0	0	1	-1	0	0	∞
η_3	1	1,75	0	0	-0,125	0,125	0,5	-0,5	1	-1	14
c_j		1,75	0	0	-0,125	0,125	0,5	-0,5	1	-1	
$c_j - Z_j \leq 0$		1,75	0	0	-1,125	0,125	-0,5	-0,5	0	-1	

Sumber : Data diolah, 2021

Berdasarkan Tabel 2.7, terdapat nilai $c_j - Z_j > 0$, untuk menentukan kolom pivot maka dipilihlah nilai $c_j - Z_j$ yang paling maksimum (0,125) sehingga kolom ρ_1 merupakan kolom pivot dan kemudian akan menggantikan posisi baris pivot (η_3) yang memiliki nilai θ_i positif terkecil. Sehingga diperoleh tabel iterasi ketiga sebagai berikut :

Tabel 2.8. Tabel Simpleks Iterasi Ketiga

V_B	c_i	Z_j	0	0	1	0	1	0	1	0
		b_i	x_1	x_2	η_1	ρ_1	η_2	ρ_2	η_3	ρ_3
x_2	0	2	0	1	0	0	0	0	1	-1
x_1	0	2	1	0	0	0	1	-1	0	0
ρ_1	0	14	0	0	-1	1	4	-4	8	-8
c_j		0	0	0	0	0	0	0	0	0
$c_j - Z_j \leq 0$		0	0	0	-1	0	-1	0	-1	0

Sumber : Data diolah, 2021

Berdasarkan Tabel 2.8 karena nilai yang ada pada baris $c_j - Z_j$ sudah menunjukkan ≤ 0 , sehingga solusi optimumnya dapat dilihat pada Tabel 2.9 berikut dengan :

$$\{x_1, x_2, \eta_1, \rho_1, \eta_2, \rho_2, \eta_3, \rho_3\} = \{2, 2, 0, 14, 0, 0, 0, 0\}$$

Tabel 2.9. Tabel Pencapaian *Goal*

No	Kendala	<i>Goal</i>	Hasil	Keterangan
1	Memaksimumkan Keuntungan	\geq Rp. 1.000.000	Rp. 2.400.000	Tercapai
2	Memaksimumkan Produksi Barang A	\geq 2 unit	2	Tercapai
3	Memaksimumkan Produksi Barang B	\geq 2 unit	2	Tercapai

Sumber : Data diolah, 2021

Berdasarkan Tabel 2.9 dapat dilihat bahwa ;

1. **Goal 1** tercapai, artinya sasaran perusahaan untuk memaksimumkan keuntungan terpenuhi, hal ini dikarenakan tidak terdapat nilai penyimpangan negatif yaitu $\eta_1 = 0$.
2. **Goal 2** tercapai, artinya sasaran perusahaan untuk memaksimumkan produksi barang A terpenuhi, hal ini dikarenakan tidak terdapat nilai penyimpangan negatif yaitu $\eta_2 = 0$.
3. **Goal 3** tercapai, artinya sasaran perusahaan untuk memaksimumkan produksi barang B terpenuhi, hal ini dikarenakan tidak terdapat nilai penyimpangan negatif yaitu $\eta_3 = 0$.

2.4. Analisis Sensitivitas

2.4.1. Pengertian Analisis Sensitivitas

Menurut (Putri E. Yunitasari dkk, 2017) Analisis sensitivitas merupakan suatu alat analisis yang digunakan untuk mengetahui perubahan-perubahan parameter agar solusi tetap optimal. Dalam analisis sensitivitas, perubahan parameter dapat dilakukan pada :

1. Koefisien fungsi tujuan
2. Konstanta ruas kanan fungsi kendala
3. Fungsi kendala

Analisis sensitivitas dirancang untuk mengetahui pengaruh perubahan dalam parameter permasalahan *linear programming* terhadap pemecahan optimal. Tujuan akhir dari analisis ini untuk memperoleh informasi tentang pemecahan optimal yang baru (Rangkuti. A, 2013).

Berikut merupakan definisi yang diberikan oleh (Winston, L.W, 1987) dalam (Indrawati dkk, 2012) :

Definisi 2.1 :

Misalkan BV_i adalah variabel basis untuk baris ke- i pada tabel optimal, dapat didefinisikan $BV = BV_1, BV_2, \dots, BV_m$ adalah himpunan variabel basis dalam tabel optimal dan NBV adalah himpunan variabel non basis dalam tabel optimal. Sehingga bentuk umum model program linier adalah

Memaksimumkan atau meminimumkan :

$$Z = c_{BV}x_{BV} + c_{NBV}x_{NBV} \tag{2.12}$$

Dengan kendala :

$$\begin{aligned} Bx_{BV} + Nx_{NBV} &= b \\ x_{BV}, x_{NBV} &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Dimana :

c_{BV} : koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis

c_{NBV} : koefisien fungsi tujuan untuk variabel non basis

x_{BV} : vektor himpunan variabel basis

x_{NBV} : vektor himpunan variabel non basis

B : matriks koefisien fungsi kendala untuk variabel basis

N : matriks koefisien kendala untuk variabel non basis

Berdasarkan (2.12) dan (2.13) maka rumus untuk menghitung tabel optimal dari permasalahan program linier adalah sebagai berikut :

- Kolom x_j dalam kendalan tabel optimal

$$B^{-1}a_j \tag{2.14}$$

- Konstanta nilai kanan kendala tabel optimal

$$B^{-1}b \tag{2.15}$$

- Koefisien untuk baris $c_j - Z_j$ pada tabel optimal

$$\hat{c}_j = (c_{BV}B^{-1})a_j - c_j \tag{2.16}$$

- Koefisien variabel slack untuk baris $c_j - Z_j$ pada tabel optimal

$$c_{BV}B^{-1} \tag{2.17}$$

Dimana :

B^{-1} : invers matriks koefisien fungsi kendala untuk variabel basis

a_j : koefisien fungsi kendala pada kolom j

c_j : koefisien fungsi tujuan pada kolom j

\hat{c}_j : nilai baru koefisien fungsi tujuan pada kolom j

b : nilai kanan fungsi kendala

2.4.2. Penyelesaian Analisis Sensitivitas Program Linier

A. Perubahan Koefisien Fungsi Tujuan

Berdasarkan model program linier dari permasalahan Contoh 2.1, maka analisis perubahan koefisien fungsi tujuan sebagai berikut :

Sebagai ilustrasi, perhatikan Tabel 2.10 yang merupakan solusi optimal dari Contoh 2.1

Tabel 2.10. Tabel Simpleks Optimal Contoh 2.1

V_B	c_i	Z_j	400.000	800.000	0	0
		b_i	x_1	x_2	x_3	x_4
x_3	0	20	10	0	1	-1
x_2	800.000	4	1	1	0	0,1
c_j		3.200.000	800.000	800.000	0	80.000
$c_j - Z_j \geq 0$		3.200.000	400.000	0	0	80.000

Sumber : Data diolah, 2021

Berdasarkan Tabel 2.10 dapat diketahui bahwa variabel keputusan non basis adalah x_1 dengan koefisien fungsi tujuannya $c_1 = 400.000$, oleh karena itu akan dilakukan analisis perubahan koefisien fungsi tujuan untuk variabel non basis. Misalkan terjadi perubahan koefisien fungsi tujuan x_1 akibatnya perlu dianalisis seberapa besar perubahan koefisien tersebut tanpa mempengaruhi solusi optimal. Jika besarnya perubahan dapat dinyatakan dengan Δ maka $c_1 = 400.000 + \Delta$. Diketahui bahwa $c_{BV} = (0 \ 800.000)$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$, $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix}$, dan $a_1 = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix}$. sehingga berdasarkan (2.16) dan syarat suatu tabel optimal tetap optimal diperoleh

$$\hat{c}_1 = [(0 \ 800.000) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix}] \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix} - (400.000 + \Delta)$$

Karena $\hat{c}_1 \geq 0$, diperoleh $\Delta \leq 400.000$, sehingga jika $\Delta \leq 400.000$ maka $c_1 \leq 800.000$ hal ini menunjukkan koefisien fungsi tujuan c_1 dapat ditingkatkan sebesar 400.000 dan variabel basis pada Tabel 2.10 tetap optimal, tetapi jika c_1 ditingkatkan melebihi dari 400.000 maka variabel basis pada Tabel 2.10 tidak lagi optimal dapat dikatakan x_2 dan x_3 mengalami perubahan

Selanjutnya berdasarkan Tabel 2.10 dapat diketahui bahwa variabel keputusan yang merupakan variabel basis adalah x_2 dengan koefisien fungsi tujuannya $c_2 = 800.000$, oleh karena itu akan dilakukan analisis koefisien fungsi tujuan untuk variabel basis. Misalkan terjadi perubahan koefisien fungsi tujuan x_2 akibatnya perlu dianalisis seberapa besar perubahan koefisien tersebut tanpa mempengaruhi solusi optimal. Jika besarnya perubahan dapat dinyatakan dengan Δ , maka $c_2 = 800.000 + \Delta$. Diketahui bahwa $c_{BV} = (0 \ 800.000 + \Delta)$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$, $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix}$, dan $a_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Berdasarkan (2.11), akan dihitung baris $c_j - Z_j$ tabel optimal baru yang bersesuaian dengan c_2 , sehingga koefisien setiap variabel non basis dalam baris $c_j - Z_j$ tabel optimal yang baru adalah sebagai berikut :

$$\hat{c}_1 = \left[(0 \quad 800.000 + \Delta) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \end{pmatrix} - (400.000) = 400.000 + \Delta$$

$$\hat{c}_4 = \left[(0 \quad 800.000 + \Delta) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - (0) = 80.000 + \frac{\Delta}{10}$$

Karena $\hat{c}_1 \geq 0$ dan $\hat{c}_4 \geq 0$ diperoleh $\Delta \geq -400.000$, sehingga jika $\Delta \geq -400.000$ maka $c_2 \geq 400.000$, hal ini menunjukkan koefisien fungsi tujuan c_2 dapat diturunkan sebesar 400.000 dan variabel basis pada Tabel 2.10 tetap optimal, tetapi jika c_2 diturunkan melebihi dari 400.000 maka variabel basis pada Tabel 2.10 tidak lagi optimal atau dapat dikatakan x_2 dan x_3 mengalami perubahan. Berikut merupakan pengaruh perubahan koefisien fungsi tujuan yang dapat dilihat pada Tabel 2.11 :

Tabel 2.11. Pengaruh Perubahan Koefisien Fungsi Tujuan

Keuntungan <i>Ranges c_i</i>	Minimum	Maksimum
$400.000 \leq c_1 \leq 800.000$	Rp. 3.200.000	Rp. 3.200.000
$400.000 \leq c_2 \leq 800.000$	Rp. 1.600.000	Rp. 3.200.000

Sumber : Data diolah, 2021

B. Perubahan Konstanta Nilai Kanan Fungsi Kendala

Sebagai ilustrasi, tinjau kembali model program linier dari permasalahan Contoh 2.1. Berdasarkan model tersebut dapat diketahui bahwa konstanta nilai kanan fungsi kendala yang merupakan kapasitas keterbatasan waktu untuk setiap proses adalah $b_1 = 60$ dan $b_2 = 40$. Misalkan terjadi perubahan pada kapasitas keterbatasan waktu untuk setiap proses tersebut. Jika besarnya perubahan dapat dinyatakan dengan Δ maka proses I : $b_1 = 60 + \Delta$ dan proses II : $b_2 = 40 + \Delta$. Akibatnya perlu dianalisis seberapa besar perubahan konstanta tersebut tanpa mempengaruhi solusi optimal. Diketahui bahwa $B = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$, $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix}$, dan $b = \begin{pmatrix} 60 \\ 40 \end{pmatrix}$ sehingga berdasarkan (2.15) analisis perubahan konstanta nilai kanan fungsi kendala untuk kapasitas waktu proses I (b_1) diperoleh :

$$\hat{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 60 + \Delta \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 + \Delta \\ 40 \end{pmatrix}$$

Karena $\hat{b}_1 \geq 0$ sehingga diperoleh $\Delta \geq -20$. akibatnya $b_1 \geq 40$. Hal ini menunjukkan bahwa kapasitas proses I (b_1) dapat diturunkan sebesar 20 jam dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah sebesar Rp. 3.200.000.

Selanjutnya analisis perubahan konstanta nilai kanan fungsi kendala untuk kapasitas waktu proses II (b_2) diperoleh :

$$\hat{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 60 \\ 40 + \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 - \Delta \\ 4 + 0,1\Delta \end{pmatrix}$$

Karena $\hat{b}_2 \geq 0$ sehingga diperoleh $-40 \leq \Delta \leq 20$ akibatnya $(40 - 40) \leq b_2 \leq (40 + 20)$ atau $0 \leq b_2 \leq 60$. Hal ini menunjukkan bahwa kapasitas waktu proses II (b_2) dapat ditingkatkan sebesar 20 jam dan dapat diturunkan sebesar 40 jam dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah sebesar Rp. 4.800.000 Berikut merupakan pengaruh perubahan konstanta nilai kanan yang dapat dilihat pada Tabel 2.12 :

Tabel 2.12. Pengaruh Perubahan Konstanta Nilai Kanan Kendala

Keuntungan <i>Ranges b_i</i>	Minimum	Maksimum
$40 \leq b_1 \leq 60$	Rp. 3.200.000	Rp. 3.200.000
$0 \leq b_2 \leq 60$	0	Rp. 4.800.000

Sumber : Data diolah, 2021

2.4.3. Penyelesaian Analisis Sensitivitas *Goal Programming*

Sebagai ilustrasi, tinjau kembali model *goal programming* dari permasalahan Contoh 2.1. Berdasarkan model tersebut akan dianalisis seberapa besar perubahan yang dapat dilakukan oleh perusahaan untuk meningkatkan maupun menurunkan sasaran (*goal*) yang telah ditetapkan sebelumnya melalui analisis perubahan konstanta nilai kanan fungsi kendala tanpa mempengaruhi solusi optimal. Misalkan terjadi perubahan pada *goal 1*, *goal 2*, dan *goal 3*. Jika besarnya perubahan dapat dinyatakan dengan Δ maka *goal 1* : $b_1 = 10 + \Delta$,

goal 2 : $b_2 = 2 + \Delta$, dan goal 3 : $b_3 = 2 + \Delta$. Diketahui bahwa $B = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$, dan $b = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ sehingga berdasarkan (2.15)

analisis perubahan konstanta nilai kanan untuk goal 1 diperoleh :

$$\hat{b}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 + \Delta \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 14 - \Delta \end{pmatrix}$$

Karena $\hat{b}_1 \geq 0$, sehingga diperoleh $\Delta \leq 14$ akibatnya $10 \leq b_1 \leq (10 + 14)$ atau $10 \leq b_2 \leq 24$. Hal ini menunjukkan bahwa sasaran keuntungan pada goal 1 dapat ditingkatkan oleh perusahaan sebesar Rp. 1.400.000.

Selanjutnya analisis perubahan konstanta nilai kanan untuk goal 2 (b_2) diperoleh :

$$\hat{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 2 + \Delta \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 + \Delta \\ 14 + 4\Delta \end{pmatrix}$$

Karena $\hat{b}_2 \geq 0$, sehingga diperoleh $\Delta \geq -2$ hal ini menunjukkan bahwa sasaran produksi barang A pada goal 2 dapat diturunkan oleh perusahaan sebesar 2 .

Selanjutnya analisis perubahan konstanta nilai kanan untuk goal 3 (b_3) diperoleh :

$$\hat{b}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 2 + \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + \Delta \\ 2 \\ 14 + 8\Delta \end{pmatrix}$$

Karena $\hat{b}_3 \geq 0$, sehingga diperoleh $\Delta \geq -1,75$ hal ini menunjukkan bahwa sasaran produksi barang B pada goal 3 dapat diturunkan oleh perusahaan sebesar 1,75

2.5. Perencanaan Produksi

Perencanaan produksi merupakan salah satu fungsi dari manajemen, dimana dalam perencanaan tersebut ditentukan usaha-usaha dan tindakan-tindakan yang akan diambil oleh suatu perusahaan untuk mencapai tujuan, atau dengan kata lain perencanaan produksi adalah suatu perencanaan dan pengorganisasian mengenai sumber daya manusia, bahan, mesin, dan peralatan lainnya serta modal

yang diperlukan untuk memproduksi barang-barang pada suatu periode tertentu di masa depan sesuai dengan yang diperkirakan (Lengkey, dkk. 2014).

Tujuan perencanaan produksi yang diberikan oleh Assuari (2011:128) yaitu :

1. Mencapai tingkat atau level keuntungan tertentu.
2. Menguasai pasar tertentu.
3. Mengusahakan upaya perusahaan dapat bekerja pada tingkat efisiensi tertentu.
4. Mengusahakan dan mempertahankan agar pekerjaan dan kesempatan kerja yang sudah ada tetap pada tingkatnya.
5. Menggunakan sebaik-baiknya fasilitas yang sudah ada pada perusahaan yang bersangkutan

Menurut Chowdary dan J. Slomp (2002), dalam membuat suatu perencanaan produksi terdapat tiga elemen yang perlu dipertimbangkan, yaitu konsumen, produk, dan proses manufaktur, ketiga masalah tersebut merupakan masalah yang sangat kompleks dan harus dihadapi oleh setiap perusahaan industri Adapun fungsi dasar yang harus dipenuhi oleh aktivitas perencanaan pengendalian produksi diantaranya :

1. Menetapkan permintaan produk
2. Menetapkan jumlah bahan baku yang diperlukan secara ekonomis.
3. Menetapkan keseimbangan antara tingkat kebutuhan produksi, teknik pemenuhan pesanan, serta memonitor tingkat persediaan produk di setiap saat, membandingkannya dengan rencana persediaan dan melakukan revisi atas rencana produksi pada saat yang ditentukan.
4. Membuat jadwal produksi, penugasan, pembebanan mesin dan tenaga kerja yang terperinci sesuai dengan ketersediaan kapasitas dan fluktuasi permintaan pada suatu periode tertentu.

2.6. Peramalan (*Forecasting*)

2.6.1. Pengertian Peramalan

Peramalan adalah proses untuk memprediksi beberapa kebutuhan pada waktu yang akan datang dengan meliputi kebutuhan dalam ukuran kuantitas, kualitas, waktu, dan lokasi yang dibutuhkan dalam memenuhi suatu permintaan (Nasution, 2008).

Dalam perusahaan industri, teknik peramalan sering digunakan dalam kegiatan produksi dengan tujuan untuk memprediksi jumlah permintaan terhadap suatu produk dan merupakan langkah awal dari proses perencanaan dan pengendalian produksi.

2.6.2. Metode Peramalan

Menurut Sofyan Assauri (1984), peramalan dapat dibedakan dari beberapa segi tergantung dari cara melihatnya. Apabila dilihat berdasarkan sifat ramalan, maka peramalan dapat dibedakan atas dua macam, yaitu:

1. Metode kualitatif, merupakan peramalan yang didasarkan atas data kualitatif pada masa lalu. Hasil peramalan yang dibuat bergantung pada orang yang menyusunnya. Hal ini penting karena hasil peramalan tersebut ditentukan berdasarkan pemikiran yang bersifat intuisi, judgement atau pendapat, dan pengetahuan serta pengalaman dari penyusunannya.
2. Metode kuantitatif, yaitu peramalan yang didasarkan atas data kuantitatif pada masa lalu. Hasil peramalan yang dibuat bergantung pada metode yang digunakan dalam peramalan tersebut, sebab dengan metode yang berbeda akan mendapatkan hasil peramalan yang berbeda pula. Metode yang paling baik adalah metode yang memberikan nilai-nilai penyimpangan yang paling kecil. Peramalan kuantitatif hanya dapat digunakan apabila terdapat tiga kondisi sebagai berikut:
 - a. Tersedianya informasi tentang masa lalu.
 - b. Informasi tersebut dapat dikuantitatifkan dalam bentuk data numerik.
 - c. Dapat diasumsikan bahwa beberapa aspek pola masa lalu akan terus berlanjut di masa mendatang.

Metode peramalan kuantitatif yang sering digunakan dalam melakukan peramalan adalah model *time series* hal ini didasarkan atas penggunaan analisis pola hubungan antara variabel yang akan diperkirakan dengan variabel waktu yang merupakan deret waktu, terdapat empat pola yang dapat mempengaruhi analisis tersebut antara lain :

- a. Pola stasioner (horisontal) yaitu nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata
- b. Pola musiman (*seasonal*) yaitu nilai data dipengaruhi oleh musim
- c. Pola siklis (*cycle*) yaitu nilai data yang dimiliki dipengaruhi oleh pola pergerakan aktivitas ekonomi.
- d. Pola *trend* yaitu nilai data memiliki kecenderungan untuk naik atau turun terus-menerus

2.6.3. Metode *Triple Exponential Smoothing* Satu Parameter

Metode *triple exponential smoothing* merupakan salah satu metode dalam model *time series* yang digunakan ketika terdapat pola *trend* yang ditunjukkan pada data. Metode *triple exponential smoothing* dapat digunakan untuk segala jenis data yang memiliki pola stasioner maupun non stasioner sepanjang data tersebut tidak mengandung faktor musiman. (Makridakis, 1999)

Metode *triple exponential smoothing* satu parameter dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$S'_t = \delta X_t + (1 - \delta)S'_{t-1} \quad (2.18)$$

$$S''_t = \delta S'_t + (1 - \delta)S''_{t-1} \quad (2.19)$$

$$S'''_t = \delta S''_t + (1 - \delta)S'''_{t-1} \quad (2.20)$$

$$\alpha_t = 3S'_t - 3S''_t + S'''_t \quad (2.21)$$

$$\beta_t = \frac{\delta}{2(1-\delta)^2} [(6 - 5\delta)S'_t - (10 - 8\delta)S''_t + (4 - 3\delta)S'''_t] \quad (2.22)$$

$$\gamma_t = \frac{\delta^2}{(1-\delta)^2} (S'_t - 2S''_t + S'''_t) \quad (2.23)$$

$$F_{t+i} = \alpha_t + \beta_t i + \frac{1}{2} \gamma_t i^2 \quad (2.24)$$

Keterangan :

- δ = Parameter pemulusan eksponensial ($0 < \delta < 1$)
- S'_t = Nilai pemulusan eksponensial tunggal
- S''_t = Nilai pemulusan eksponensial ganda
- S'''_t = Nilai pemulusan eksponensial rangkap tiga
- $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ = Konstanta pemulusan
- F_{t+i} = Hasil peramalan untuk i periode ke depan ($i = 1, 2, 3, \dots$)

2.6.4. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

MAPE adalah salah satu metode untuk mengetahui ukuran ketelitian atau kesalahan hasil peramalan yang dinyatakan dalam bentuk persentase kesalahan mutlak dan merupakan tingkat perbedaan antara hasil peramalan dengan permintaan aktual selama periode tertentu. Formulasi MAPE yang diberikan (Montgomery, 2015) adalah sebagai berikut :

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{X(t) - F(t)}{X(t)} \right| \times 100\% \tag{2.25}$$

Keterangan :

- $X(t)$ = Data aktual pada periode (t)
- $F(t)$ = Peramalan pada periode (t)
- n = Jumlah periode

Berdasarkan (2.25), semakin rendah nilai MAPE maka kemampuan dari metode peramalan yang diterapkan dapat dikatakan baik. Pada Tabel 2.13 berikut merupakan *range* nilai yang dapat dijadikan bahan pengukuran kemampuan suatu metode dalam melakukan peramalan :

Tabel 2.13. Range Nilai MAPE

Range MAPE	Keterangan
< 10 %	Kemampuan metode peramalan sangat baik
10 – 20 %	Kemampuan metode peramalan baik
20 – 50 %	Kemampuan metode peramalan layak
> 50 %	Kemampuan metode peramalan buruk

Sumber : Widiyarini, 2017

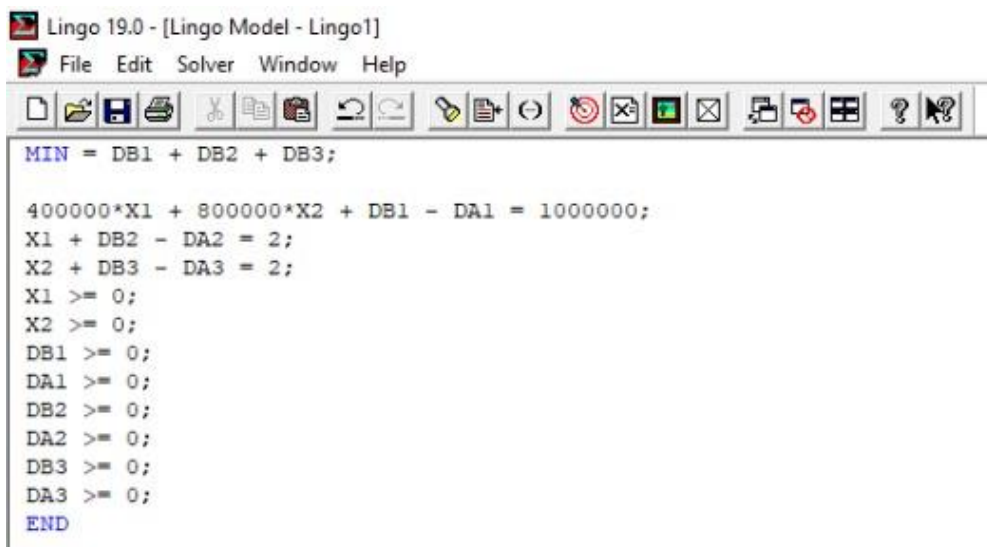
2.7. LINGO

Lingo merupakan program komputer yang digunakan dalam menyelesaikan masalah pemrograman linier dan banyak digunakan dalam pengambilan keputusan seperti perencanaan produksi, transportasi, keuangan, alokasi saham, penjadwalan, inventarisasi, pengaturan model, alokasi sumber daya dan lain sebagainya. Dalam perencanaan produksi, Lingo sering digunakan oleh perusahaan-perusahaan dengan tujuan untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal dan biaya yang minimal.

Menurut Harjiyanto (2014) Lingo telah menjadi aplikasi optimasi selama lebih dari 20 tahun. Sistem Lingo telah menjadi pilihan utama dalam penyelesaian yang cepat dan mudah, terutama dalam masalah optimasi persamaan matematika. Selain itu struktur bahasa yang digunakan dalam memformulasikan masalahnya sederhana, yaitu persamaan linier. Untuk menggunakan aplikasi Lingo terdapat beberapa tahapan yang perlu diperhatikan, yaitu :

1. Merumuskan masalah dalam kerangka program linier.
2. Menuliskan dalam persamaan matematika.
3. Merumuskan rumusan ke dalam Lingo dan mengeksekusinya.
4. Interpretasi keluaran Lingo.

Berikut merupakan sintaks LINGO dalam menyelesaikan permasalahan Contoh 2.1 dengan model *goal programming*.



```

Lingo 19.0 - [Lingo Model - Lingo1]
File Edit Solver Window Help

MIN = DB1 + DB2 + DB3;

400000*X1 + 800000*X2 + DB1 - DA1 = 1000000;
X1 + DB2 - DA2 = 2;
X2 + DB3 - DA3 = 2;
X1 >= 0;
X2 >= 0;
DB1 >= 0;
DA1 >= 0;
DB2 >= 0;
DA2 >= 0;
DB3 >= 0;
DA3 >= 0;
END

```

Gambar 2.1. Contoh Sintaks LINGO

Untuk menampilkan hasil atau *output*-nya dilakukan dengan menekan “Solve” pada menu “Solver” yang telah tersedia di aplikasi LINGO, sehingga tampilan hasil untuk Contoh 2.1 dengan model *goal programming* dapat dilihat pada Gambar 2.2 berikut.

Variable	Value	Reduced Cost
DB1	0.000000	1.000000
DB2	0.000000	1.000000
DB3	0.000000	1.000000
X1	2.000000	0.000000
X2	2.000000	0.000000
DA1	1400000.	0.000000
DA2	0.000000	0.000000
DA3	0.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.000000	-1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	2.000000	0.000000
6	2.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	1400000.	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000

Gambar 2.2. Contoh Output LINGO

dan untuk menampilkan hasil analisis sensitivitas dilakukan dengan menekan “Range” pada menu “Solver” yang telah tersedia di aplikasi LINGO, sehingga tampilan analisis sensitivitas untuk Contoh 2.1 dengan model *goal programming* dapat dilihat pada Gambar 2.3 berikut.

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
DB1	1.000000	INFINITY	1.000000
DB2	1.000000	INFINITY	1.000000
DB3	1.000000	INFINITY	1.000000
X1	0.000000	1.000000	0.000000
X2	0.000000	1.000000	0.000000
DA1	0.000000	0.1250000E-05	0.000000
DA2	0.000000	INFINITY	0.000000
DA3	0.000000	INFINITY	0.000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	1000000.	1400000.	INFINITY
3	2.000000	INFINITY	2.000000
4	2.000000	INFINITY	1.750000
5	0.000000	2.000000	INFINITY
6	0.000000	2.000000	INFINITY
7	0.000000	0.000000	INFINITY
8	0.000000	1400000.	INFINITY
9	0.000000	0.000000	INFINITY
10	0.000000	0.000000	INFINITY
11	0.000000	0.000000	INFINITY
12	0.000000	0.000000	INFINITY

Gambar 2.3. Contoh Analisis Sensitivitas LINGO