**SKRIPSI**

# Penerapan Metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol dalam Meminimalkan Biaya Pendistribusian Beras di Kabupaten Sidrap Sulawesi Selatan

**Disusun dan diajukan oleh**

**HASRIAH**

**H 111 16 004**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**JULI 2021**

**S K R I P S I**

# Penerapan Metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol dalam Meminimalkan Biaya Pendistribusian Beras di Kabupaten Sidrap Sulawesi Selatan

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika**

**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

**Univereitas Hasanuddin**

**Makassar**


**HASRIAH**

**H 111 16 004**


**PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**JULI 2021**

## PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini :

| | |
|---|---|
| Nama | : Hasriah |
| NIM | : H11116004 |
| Program Studi | : Matematika |
| Jenjang | : S1 |

Menyatakandengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul :

**Penerapan Metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol dalam Meminimalkan Biaya Pendistribusian Beras di Kabupaten Sidrap Sulawesi Selatan**

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa Sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

**Makassar, 1 Juli 2021**

METERAI TEMPEL

5A545AJX017204510

**HASRIAH**

**NIM. H 111 16 004**

## LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**Penerapan Metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol dalam Meminimalkan Biaya Pendistribusian Beras di Kabupaten Sidrap Sulawesi Selatan**

**Disusun dan diajukan oleh**

**HASRIAH**

**H 111 16 004**

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin pada tanggal 24 April 2021 dan dinyatakan telah memenuhui syarat kelulusan.

Menyetujui,

| Pembimbing Utama | Pembimbing Pertama |
|---|---|
| **Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti, MS** | **Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si.** |
| **NIP. 19570705 198503 2 001** | **NIP. 19800904 200312 2 001** |

**Ketua Program Studi**

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN UNIVERSITAS HASANUDDIN DEPARTEMEN MATEMATIKA FAKULTAS MIPA

**Prof. Dr. Nurdin, S.Si, M.Si**

**NIP: 19700807 200003 1 002**

## HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh

| | |
|---|---|
| Nama | : Hasriah |
| NIM | : H111 16 004 |
| Program Studi | : Matematika |
| Judul Skripsi | : Penerapan Metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol dalam Meminimalkan Biaya Pendistribusian Beras di Kabupaten Sidrap Sulawesi Selatan |

**Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.**

**TIM PENGUJI**

| | | |
|---|---|---|
| Ketua | : Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti, MS | (....................) |
| Sekretaris | : Jusmawati Massalesse, S. Si., M. Si | (....................) |
| Anggota | : Dr.Amran, S.Si., M.Si | (....................) |
| Anggota | : Andi Galsan Mahie, S.Si., M.Si | (....................) |

**Ditetapkan di** : **Makassar**

**Tanggal** : **Juli 2021**

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN UNIVERSITAS HASANUDDIN DEPARTEMEN MATEMATIKA FAKULTAS MIPA

# KATA PENGANTAR

*Alhamdulillahi Rabbil Alamin* ucapan syukur penulis terhadap kehadirat Allah *Subhanahu Wa ta'ala.* Karna kesehatan, rahmat, hidayah, dan kasih sayangnya, penulis masih diberikan kesempatan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Shalawat dan Salam senantiasa kita tercurah kepada Rasulullah SAW yang mengantarkan manusia dari zaman kegelapan ke zaman yang terang benderang seperti sekarang ini.

Pada kesempatan ini penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **"Penerapan Metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol. dalam Meminimalkan Biaya Pendistribusian Beras di Sidrap Sulawesi Selatan"** Penyusunan skripsi ini dimaksudkan untuk memenuhi Sebagian syarat-syarat guna mencapai gelar Sarjana pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam di Universitas Haanuddin. Penulis menyadari bahwa penulisan ini tidak dapat terselesaikan tanpa dukungan dari berbagai pihak baik moril maupun materil. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tulus kepada ibunda dan nenek tercinta, **Rohana, Atira, Nawi,** yang telah mendidik dan membesarkan penulis dengan penuh kesabaran dan selalu mendoakan demi keberhasilan penulis selama menjalani proses Pendidikan. Dan saya juga mau menyampaikan salam rindu dan terima kasih kepada Almarhum ayahanda tercinta **Alm.Harli** yang selama ini dari kecil sampai akhir hayatnya (2016) selalu memberikan dorongan dan dukungan kepada saya, yang selalu memotivasi saya. Serta kepada saudara **Hasril,** yang telah memberikan dukungan serta selalu memeberikan ceramah yang positif dan doa yang tak ternilai. Tidak lupa pula penulis sampaikan terima kasih kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Dwia Aries Tina Palubuhu, MA selaku Rektor Universitas Hasanuddin, Bapak Dr. Eng. Amiruddin selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Bapak Dr. Nurdin, S.Si., M.Si selaku Departemen Matematika, dan segenap dosen pengajar serta staf Departemen Matematika, yang telah membekali ilmu dan kemudahan-kemudahan kepada penulis dalam

berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika. Terima kasih atas kerjasamanya, baik dibidang akademik maupun dibidang kemahasiswaan.

2. Ibu Prof. Dr. Hj. Aidawayati Rangkuti, M.S selaku pembimbing utama sekaligus ketua penguji dan Ibu Jusmawati Massalesse, S.Si., M.Si selaku pembimbing pertama penulis, terima kasih atas kesediaan, kesabaran, dan kesetiaannya untuk membimbing dan menutun penulis hingga menyelesaikan tugas akhir ini.
3. Bapak Dr.Amran, S.Si., M.Si selaku anggota penguji dan Bapak Andi Galsan Mahie, S.Si., M.Si selaku penasehat akademik sekaligus anggota penguji yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan semangat, saran, dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
4. Teman-teman seperjuangan MIPA 2016 yang telah membersamai dan berjuang mendapat pembelajaran dan pengalaman waktu pengumpulaan maba sampai sekarang.
5. Keluarga besar Himatika FMIPA Unhas, yang selalu memberikan dorongan untuk menyelesaikan tugas akhir ini, serta memberikan pengalam berharga yang mungkin tidak bisa didapatkan di tempat lain. Bravo Himatika!!.
6. Teman-teman ALGORITMA 2016, terima kasih untuk kebersamaannya selama ini.
7. Teman-teman dari MATEMATIKA 2016 yang sama-sama berjuang belajar di kelas dari maba sampai selesai.
8. Sahabat terbaikku Nunu, Nurma, Wiwi, Diva, Murni, Sisi, Vira, Dale', Feri, Zet, terima kasih atas kebersamaan dan kekompakannya selama ini dan selalu memberikan dorongan untuk cepat sarjana serta selalu membantu saya mengerjakan skripsi.
9. Sepupu-sepupu saya Ajhir, Ikka, Muse', Jera, Ima, Mama Iqbal, Suaib, Ratna, Sadaria, Aidah, Sukma, Lisna, Uki, Adam terimakasih selalu memberikan dukungan dan semangat.
10. Teman-teman dari Mts sampai SMA idda', uni, kiki, maya terimakasih sudah setia sampai sekarang selalu menyempatkan waktu untuk bertemu dan berbagi tawa.

11. Seluruh teman-teman KKN TEMATIK UNHAS GEL. 102, terkhusus kepada teman posko desa libureng kecamatan tanete riaja kabupaten barru, terima kasih atas kebersamaannya selama 1 bulan dan pengalaman yang bermakna.
12. Serta kepada seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih untuk semuanya. Semoga apa yang telah dituliskan oleh penulis dapat bermanfaat bagi kita semua.

Makassar, 1 Juli 2021

HASRIAH

## PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Hasriah

NIM : H111 16 004

Program Studi : Matematika

Departemen : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Nonekslusif** (***Non-exclusif Royalty-Free Right***) atas karya ilmiah saya yang brjudul:

**"Penerapan Metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol dalam Meminimalkan Biaya Pendistribusian Beras di Kabupaten Sidrap Sulawesi Selatan"**

Beserta perangkat yang ada (jika siperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak Universitas Hasanuddin, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama telah mencantumkan nama saya sebagai penulis atau pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal 1 Juli 2021

Yang menyatakan

Hasriah

## ABSTRAK

Program linear merupakan metode matematika dalam mengalokasikan sumber daya untuk mencapai tujuan tunggal seperti memaksimumkan keuntungan dan meminimumkan biaya. Terdapat beberapa metode untuk menyelesaikan persoalan transportasi, misalnya dalam mendapatkan solusi fisibel awal yaitu dengan Metode Pojok Barat Laut (North West Corner Method), Metode Biaya Terendah (Least Cost Method), metode Danzing, dan Metode Aproksimasi Vogel (VAM). Setelah solusi fisibel awal didapat, maka langkah selanjutnya adalah uji optimalitas dengan Metode Batu Loncat (Stepping Stone) untuk mendapatkan solusi optimum. Untuk penyelesaian fisibel awal dari Seiring berjalannya waktu banyak metode baru muncul seperti metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol. Hasil dari metode pendekatan Eksponensial adalah Rp.155.861.000 sedangkan hasil dari Metode Titik Nol yaitu Rp.153.080.000.


**Kata Kunci:** Masalah Transportasi, Metode Pendekatan Eksponensial, Metode Titik Nol

*ABSTRACT*

*Linear programming is a mathematical method of allocating scarce resources to achieve a single goal such as maximizing profits and minimizing costs. There are several methods to solve transportation problems, for example in obtaining an initial feasible solution, namely the North West Corner Method, the Least Cost Method, the Danzing method, and the Vogel Approximation Method (VAM). After the initial feasible solution is obtained, the next step is to test the optimality using the Stepping Stone Method to obtain the optimum solution. Over time, many new methods emerged such as the Exponential Approach and the Zero Point method. The result of the Exponential approach method is Rp. 155.861.000 while the result of the Zero Point Method is Rp. 153.080.000.*

*Keywords: Transportation Problems, Exponential Approach Method, Zero Point Method*

# DAFTAR ISI

# DAFTAR TABEL

# BAB I

# PENDAHULUAN

## I.1 Latar Belakang

Pada umumnya masalah transportasi berhubungan dengan distribusi suatu produk tunggal dari beberapa sumber dengan penawaran terbatas menuju beberapa tujuan dengan permintaan tertentu pada biaya transportasi yang minimum. Tujuan dari model transportasi adalah merencanakan pengiriman produk dari sumber (*source*) ke tujuan sedemikian rupa sehingga meminimumkan total biaya transportasi, dengan kendala-kendala yaitu setiap permintaan dan persediaan terpenuhi, dan sumber tidak mungkin mengirim komoditas lebih besar dari kapasitas. Dengan strategi dan perencanaan yang baik maka biaya untuk proses transportasi bisa dihemat. Perencanaan pengeluaran transportasi berhubungan dengan jumlah dan kapan akan di langsungkan pengeluaran.

Persaingan bisnis antar perusahaan di era sekarang ini semakin hari semakin ketat, sehingga perusahaan membutuhkan rencana strategis untuk memperoleh hasil yang baik demi mampu bertahan dikala banyaknya perusahaan lain yang berkembang. Setiap perusahaan pasti ingin memperoleh sebesar-besarnya keuntungan dengan seminimum mungkin biaya yang dikeluarkan, sehingga setiap perusahaan perlu mengoptimalkan hasil yang dicapai, salah satu caranya adalah dengan *Linear Programming* (LP). Salah satu persoalan dalam *Linear Programming* adalah persoalan transportasi. Persoalan transportasi membahas masalah pedistribusian suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber (*supply*) kepada sejumlah tujuan (*destination*, *demand*), dengan maksud meminimumkan biaya atau biaya pengangkutan yang terjadi. Persoalan transportasi ini digunakan untuk mengoptimalkan biaya pengangkutan komoditas tunggal dari berbagai daerah sumber menuju berbagai daerah tujuan. Data yang dibutuhkan dalam persoalan transportasi adalah level *supply* (persediaan) pada setiap daerah sumber, level *demand* (permintaan) pada setiap daerah tujuan dan biaya transportasi per unit komoditas dari setiap daerah sumber menuju berbagai daerah tujuan pada kasus pendistribusian komoditas Yustari,W.(2018). Pada umumnya masalah transportasi berhubungan dengan distribusi suatu produk tunggal dari beberapa sumber dengan penawaran terbatas menuju beberapa tujuan dengan permintaan tertentu pada biaya transportasi yang minimum. Tujuan dari model transportasi adalah merencanakan pengiriman produk dari sumber- sumber ke tujuan sedemikian rupa untuk meminimumkan total biaya transportasi, dengan kendala-kendala yaitu setiap permintaan dan persediaan terpenuhi, dan sumber tidak mungkin mengirim komoditas lebih besar dari kapasitas. Dengan strategi dan perncanaan yang baik maka biaya untuk proses transportasi bisa dihemat. Perencanaan pengeluaran transportasi berhubungan dengan jumlah dan kapan akan di langsungkan pengeluaran.

Terdapat beberapa metode untuk menyelesaikan persoalan transportasi, misalnya dalam mendapatkan solusi fisibel awal yaitu dengan Metode Pojok Barat Laut (North West Corner Method), Metode Biaya Terendah (Least Cost Method), metode Danzing, dan Metode Aproksimasi Vogel (VAM). Setelah solusi fisibel awal didapat, maka langkah selanjutnya adalah uji optimalitas dengan Metode Batu Loncat (Stepping Stone) untuk mendapatkan solusi optimum.

Seiring berkembangnya waktu, banyak diusulkan metode baru yang dapat memecahkan persoalan transportasi untuk mendapatkan solusi yang lebih optimum. Salah satunya adalah metode Pendekatan Eksponensial yang diusulkan oleh Prof. S. Ezhil Vannan dan Prof. S. Rekha (2013). Metode Pendekatan Eksponensial memberikan langkah-langkah yang sederhana dan cepat dalam menyelesaikan masalah transportasi untuk mendapatkan solusi yang optimum. Metode Pendekatan Eksponensial tidak memerlukan solusi fisibel awal (langsung mendapatkan solusi optimum) atau disebut sebagai metode langsung. Metode lain diusulkan oleh Dimas Alfan Hidayat pada tahun 2016 untuk memperbaiki metode Pendekatan Eksponensial dalam jurnalnya yang berjudul “ Metode Improved Pendekatan Eksponensial dalam Menentukan Solusi Optimum pada Masalah Transportasi ”. Penerapan metode transportasi yang tepat selain berguna untuk memperlancar pendistribusian, memaksimalkan pengalokasian dari tempat sumber ke tempat tujuan, juga berguna dalam usaha menekan total biaya transportasi. Dengan diterapkannya suatu metode transportasi, biaya-biaya yang tidak perlu dapat dihilangkan, pengiriman barang dapat berjalan dengan lancar, serta meningkatkan efisiensi perusahaan. Dengan demikian, pada dasarnya perhitungan biaya transportasi dengan menggunakan metode transportasi berupaya untuk memecahkan persoalan dari sumber barang dikirim ke tempat tujuan sehingga akan dapat diperoleh jumlah biaya angkut yang paling optimal dan memaksimalkan keuntungan (Prihastuti, 2012).

Dalam mendistribusikan produk ke berbagai daerah sebagai salah satu bagian dari operasional perusahaan, tentunya membutuhkan biaya transportasi yang tidak sedikit jumlahnya. Untuk itu diperlukan perencanaan yang matang agar biaya transportasi yang dikeluarkan seefisien mungkin dan nantinya tidak menjadi persoalan yang dapat menguras biaya besar. Permasalahan yang dihadapi pada pabrik adalah besarnya biaya pendistribusian beras di pabrik gunung melintang dari beberapa gudang ke beberapa lokasi permintaan atau (tujuan). Untuk itu diperlukan metode yang tepat dalam mendistribusikan produk dari sejumlah pabrik ke beberapa tempat tujuan distribusi sehingga akan dapat meminimumkan biaya transportasi.

Adapun metode *Zero Point* merupakan salah satu metode yang memberikan solusi bagaimana cara pengalokasian barang yang tepat dengan biaya minimum.Metode yang termasuk dalam pencaharian solusi pada ilmu Riset Operasi dapat digunakan untuk mengetahui bagaimana cara pengalokasian yang efektif. Metode ini juga pernah diaplikasikan untuk menentukan biaya optimum pada perusahaan minyak yang tertulis dalam skripsi berjudul "*Zero Point Method* untuk Menentukan Penyelesaian Masalah Transportasi"(Winursita Yekti Wira Yuda:2012). Dimulai dengan tahap awal yaitu menggunakan metode *Zero Point* untuk menentukan solusi awal, dengan memperhatikan setiap permintaan dan persediaan yang ada (seimbang atau tidak seimbang). Setelah itu gunakan metode *Stepping Stone* untuk menentukan solusi optimum.

Berdasakan uraian sebelumnya, maka telah dilakukan penelitian menggunakan metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Kosong (*Zero Point*) untuk mengoptimalkan masalah transportasi. dan menuangkan hasilnya dalam bentuk tulisan skripsi dengan judul " **Penerapan Metode Pendekatan Eksponensial dan Titik Nol dalam Meminimalkan Biaya Pendistribusian Beras di Kabupaten Sidrap Sulawesi Selatan**. "

## I.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menerapkan *metode pendekatan eksponensial* dan *titik nol* dalam meminimalkan biaya transportasi beras ?
2. Berapa biaya minimal dari pendistribusian dengan menggunakan *metode pendekatan eksponensial* dan *titik Nol* ?

## I.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan yang diajukan sebelumnya maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menerapkan *metode Pendekatan Eksponensial* dan *Titik Nol* dalam meminimalkan biaya transportasi.
2. Mengetahui biaya minimum transportasi pada pendistribusian beras di Kabupaten Sidrap .

## I.4 Batasan Masalah

Berdasarkan pada rumusan masalah sebelumnya,maka penulis mengajukan Batasan-batasan masalah pada tugas akhir ini, yaitu data yang digunakan adalah data distribusi pada pabrik beras di Kabupaten Sidrap yang akan diteliti nantinya yang berupa data persediaan barang, permintaan barang, biaya yang dikeluarkan saat pendistribusian, serta tempat penyimpanan dan tujuan pendistribusian.

## I.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

a. Sebagai pertimbangan metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah transportasi
b. Bagi akademis, penelitian ini diharapkan dapat menambah informasi dan wawasan teoritis khususnya tentang model transportasi.
c. Dapat menggunakan metode tersebut bilamana menemukan permasalahan transportasi.
d. Dapat mengetahui manfaat metode *metode pendekatan eksponensial* dan *titik nol*

# BAB II
# TINJAUAN PUSAKA

## II.1 Riset Operasi

Defenisi riset operasi menurut Miller dan Star adalah peralatan manajemen yang memaduserasikan ilmu pengetahuan, matematika dan logika dalam pemecahan masalah secara optimal. Secara umum dapat diartikan bahwa riset operasi berkaitan erat dengan sistem pengambilan keputusan yang optimal (*optimal decision support system*) yang dimulai dengan penyusunan model dari sistem-sistem masalah yang dihadapi, baik yang bersifat deterministik maupun probabilistik yang berasal dari kehidupan nyata.

Riset operasi bermanfaat dalam bidang bisnis, industri, militer, pemerintah sipil, lembaga-lembaga, rumah sakit dan sebaginya. Karena aplikasinya sangat luas, riset operasi dapat digunakan sebagai suatu pendek atan ilmiah dalam proses pengambilan keputusan yang optimal. Perkembangan riset operasi saat ini meliputi operasi dari sistem-sistem organisasi, keilmuan, perencanaan, pengelolaan, dan yang lainnya untuk membuat defenisi keadaan pada saat *departure time* dan *arrival time*, mencari penyelesaian optimal, menemukan jejak program yang efisien dan efektif, sehingga memudahkan dalam menempuh jalan implementasinya. (Rangkuti A, 2013).

## II.2 Program Liniear

Program linear (*linear programing*) merupakan metode matematika dalam mengalokasikan sumber daya yang langka untuk mencapai tujuan tunggal seperti memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan biaya. Program linear banyak diterapkan dalam membantu menyelesaikan masalah ekonomi, industry, militer, social, dan lain-lain.

Masalah keputusan yang sering dihadapi analisis adalah alokasi optimum sumber daya yang langka. Sumber daya dapat berupa uang. Tenaga kerja, bahan mentah, kapasitas mesin, waktu, ruangan atau teknologi. (Mulyono, 2017) .

### II.2.1 Model program linear

Bentuk umum model program linear sebagai berikut:

Maksimumkan :

$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j \, x_j$

Dengan batasan

$x_j \geq 0$ untuk $j = 1,2,3, \dots , n$

Atau dapat dituliskan secara  lengkap sebagai berikut :

Maksimumkan fungsi tujuan

$Z \; = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$

Dengan batasan

$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \cdots + a_{1n} x_n \leq b_1$

$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \cdots + a_{2n} x_n \leq b_2$

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \cdots + a_{mn} x_n \leq b_n$

$x_{1,} x_2, x_{3,\dots,} x_n \geq 0$

Disamping itu,ada bentuk lain yang diberikan sebagai berikut (Rangkuti,2013):

1. Fungsi tujuan $Z \; = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$ diminimalkan
2. Beberapa kendala struktural dengan ketidaksamaan lebih besar dari atau sama dengan: $a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \cdots + a_{mn} x_n \leq b_n$
3. Kendala struktural dalam bentuk persamaan
   $a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \cdots + a_{mn} x_n \leq b_n$
4. Variable keputusan memenuhi kendala tidak negatif, yaitu:
   $x_2, x_{3,\dots,} x_n \geq 0$

Keterangan :

- Z adalah fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya (maksimal atau minimal).
- $c_j$ adalah kenaikan nilai Z apabila ada pertambahan tingkat kegiatan $x_j$ dengan satu satuan unit atau sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan *j* terhadap Z.
- n adalah macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia
- *m* adalah macam batasan sumber atau fasilitas yang tersedia
- $x_j$ adalah tingkat kegiatan ke-*j*.
- $a_{ij}$ adalah banyaknya sumber *i* yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unsur keluaran kegiatan *j*.

- $b_i$ adalah kapasitas sumber $i$ yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan.

Secara umum untuk model program linear dapat dirangkaikan sebagai berikut:

1. Fungsi yang akan dicari nilai optimalnya (Z) disebut fungsi tujuan (*objective function)* dapat berupa maksimal atau minimal.
2. Fungsi yang mempengaruhi persoalan terhadap fungsi tujuan yang akan dcapai disebut dengan fungsi batasan atau kendala (*construction function)*yang merupakan ketidakamaan persamaan.
3. Variable yang mempengaruhi persoalan dalam pengambilan keputusan disebut variable keputusan (*decision variables*)yang bernilai *non*-negatif.

### II.2.2 Asumsi Program Linear

Terdapat lima asumsi program linear,yaitu sebagai berikut:

a. Linearitas, yakni membatasi bahwa fungsi tujuan dan fungsi kendala harus berbentuk linear, artinya variable keputusan berpangkat satu;

b. Proporsionalitas, yakni naik turunnya nilai fungsi tujuan dan penggunaan sumber daya atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara berbanding (proportional) dengan perubahan tingkat kegiatan.

c. Aditivitas, yakni nilai fungsi tujuan untuk tiap kegiatan tidak saling memengaruhi dan dalam pemrograman linear dianggap bahwa kenaikan kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian dari kegiatan lain.

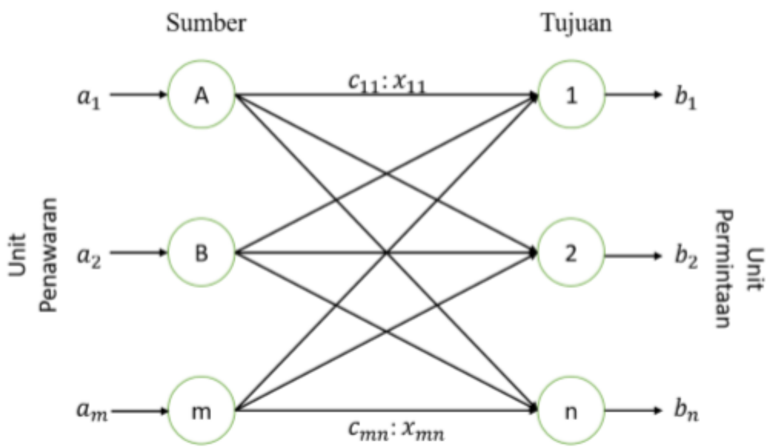
d. Deterministik yang dalam hal ini menyatakan bahwa setiap parameter yang ada dalam pemrograman linear ($a_{ij}$,$b_{ij}$,$c_{ij}$) dapat ditentukan dengan pasti, meskipun jarang dengan tepat.

e. Divisibilitas, yakni menyatakan bahwa keluaran (*output*) yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan. Demikian pula nilai Z yang dihasilkan. Dalam memformulasikan suatu masalah nyata ke dalam pemrograman linear, maka diperlukan langkah sebagai berikut : (a) memahami permasalahan; (b) mengidentifikasikan variabel-variabel keputusan; (c) menyatakan fungsi tujuan sebagai kombinasi linear dari variabel keputusan ; (d) menyatakan kendala structural sebagai kombinasi linear dari variabel keputusan; (e) menyatakan kendala non-negatif dari variabel keputusan (Rangkuti, 2013).

## II.3 Model Transportasi

Model transportasi adalah aplikasi dari model program linear yang merupakan suatu prosedure iterative untuk pemecahan masalah minimilisasi biaya pengiriman dari pabrik atau sumber m ke tempat tujuan n. Selanjutnya, perumusan persoalan linear programming, dan cara pemecahan yang sistematis dikembangkan oleh Prof. George Danzing yang sering disbeut bapak linear programming (Rangkuti A, 2013).

Masalah transportasi merupakan masalah pendistibusian barang dari beberapa sumber (persediaan atau supply) ke beberapa tujuan (permintaan atau demand) dengan tujuan meminimumkan biaya transportasi atau memaksimumkan keuntungan (Siswanto, 2016). Berikut prose transportasi antara permintaan (demand) dan penawaran (supply) dapat dilihat pada Gambar 2.1 berikut:




Gambar 2.1. Model Transportasi dari Sumber ke Tujuan

Gambar 2.1 memperlihatkan sebuah model transportasi dari sebuah jaringan dengan $m$ sebagai sumber dan $n$ sebagai tujuan. Sumber dan tujuan diwakili dengan sebuah node, dan rute pengiriman barang yang menghubungkan sumber ke tujuan diwakili dengan busur yaitu : (Rangkuti A,2013).

Masing-masing sumber mempunyai kapasitas $ai$,$i$ = 1,2,3,…$m$; 2

Masing-masing tujuan mempunyai kapasitas $bi$,$i$ = 1,2,3,…$n$;

$xij$; jumlah satuan unit yang dikirim dari sumber i ke tujuan j;

$cij$; biaya pengiriman per unit dari sumber i ke tujuan j.

Asumsi dasar dari model transportasi adalah besarnya ongkos transportasi pada rute adalah proposional dengan jumlah barang yang di distribusikan. Deskripsi model transportasi dalam bentuk jaringan dari m sumber ke n tujuan digambarkan dengan titik dan busur seperti pada Gambar 2.1. Ada $m$ sumber dan $n$ tujuan masing masing digambarkan melalui sebuah titik, dan sebuah busur menghubungkan sumber dengan tujuan menggambarkan jalur-jalur antara sumber dan tujuan. Busur-busur $(i, j)$ menghubungkan sumber i menuju tujuan j membawa dua informasi: (1) biaya transportasi per unit- $c_{ij}$, dan (2) jumlah barang yang dikirim- $x_{ij}$. Jumlah supply (penawaran) pada sumber $i$ adalah ai dan jumlah demand (permintaan) pada tujuan $j$ adalah $b_j$. Tujuan dari model tersebut adalah untuk menentukan besar nilai $x_{ij}$ yang meminimalkan total biaya transportasi saat memenuhi semua batasan supply dan demand. Suatu masalah transportasi dapat dimodelkan secara matematis, yaitu dengan membentuk fungsi tujuan. Fungsi tujuan tersebut menunjukkan biaya transportasi dari sumber $i$ ke tujuan $j$, maka model program linier untuk permasalahan transportasi dapat diformulasikan sebagai berikut.

Fungsi tujuan:

Meminimalkan

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \quad (2.7)$$

dengan batasan:

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = a_i$ , $i$ = 1,2,…$m$ (2.8)

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_j$ , $j$ = 1,2,…$n$ (2.9)

$xij \geq 0$, untuk semua $i$ dan $j$.

Persamaan (2.8) menetapkan bahwa jumlah pengiriman dari sebuah sumber tidak dapat melebihi permintaannya. Demikian pula Persamaan (2.9) mengharuskan bahwa jumlah pengiriman ke sebuah tujuan tidak dapat melebihi penawarannya. Jadi, batasan tersebut menyiratkan bahwa penawaran total sama dengan pemintaan total. Tujuan model transportasi adalah menentukan jumlah yang harus dikirim dari setiap sumber ke setiap tujuan sedemikian rupa, sehingga biaya transportasi total dapat diminimalkan (Rangkuti A, 2013).

Berikut keadaan yang menggambarkan kegiatan pengiriman barang dari setiap sumber $(a_i)$ ke setiap tujuan $(b_j)$. Dalam tabel transportasi terdapat $m$ x $n$ kotak. Biaya transportasi per unit barang $C_{ij}$ dicatat pada kotak kecil dibagian kanan atas setiap kotak. Permintaan atau demand (*D*) dari setiap tujuan terdapat pada baris paling bawah, sementara penawaran atau supply (*S*) dari sumber terdapat pada kolom paling kanan. Variabel $x_{ij}$ pada setiap kotak menunjukkan jumlah barang yang diangkut dari sumber i ke tujuan j. Bentuk umum dari tabel dapat dilihat pada Tabel 2.1 berikut:

**Tabel 2. 1 Tabel Transportasi**

| Dari \ Ke | | Tujuan 1 | 2 | ... | $J$ | ... | $n$ | Supply |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sumber | 1 | $X_{11}$ $C_{11}$ | $C_{11}$ | | $C_{1j}$ | | $X_{1n}$ $C_{1n}$ | $a_1$ |
| | 2 | $X_{21}$ $C_{21}$ | $X_{22}$ $C_{22}$ | | $X_{2j}$ $C_{2j}$ | | $X_{2n}$ $C_{2n}$ | $a_2$ |
| | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| | $I$ | $C_{i1}$ | $C_{i2}$ | | $C_{ij}$ | | $C_{in}$ | $a_i$ |
| | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| | $m$ | $X_{m1}$ $C_{m1}$ | $X_{m2}$ $C_{m2}$ | | $X_{mj}$ $C_{mj}$ | | $X_{mn}$ $C_{mn}$ | $a_m$ |
| Demand | | $b_1$ | $b_2$ | | $b_j$ | | $b_n$ | $\sum a_i = \sum b_j$ |

*Sumber:Rangkuti A,2013.*

Keterangan:

$ai$= jumlah barang yang ditawarkan atau kapasitas sumber ke i (i=1,2,3,…,$m$);

$bj$= jumlah barang yang diminta atau dipesan oleh tujuan ke j (j=1,2,3,…,$n$);

$x_{ij}$= jumlah barang yang dikirim dari sumber $ai$ ke tujuan $b_j$;

$c_{ij}$= biaya pengiriman barang dari sumber $ai$ ke tujuan $b_j$;

$m$ = jumlah pengiriman dari sumber;

$n$ = jumlah pengiriman ke tujuan.

## II.4 Metode Transportasi

Metode transportasi digunakan untuk meminimalkan biaya transportasi barang atau komoditi dari beberapa lokasi sumber ke beberapa lokasi tujuan. Metode ini lebih efisien dalam memecahkan persoalan transportasi dan persoalan penugasan, yang merupakan bentuk khusus dari persoalan transportasi.

Proses transportasi adalah tahap distribusi barang atau jasa dari produsen ke konsumen. Untuk memecahkan masalah transportasi, para manajer dalam menggunakan bidang ilmu riset operasi. Riset operasi adalah bidang ilmu yang digunakan untuk membantu para manager dalam membuat keputusan atau memecahkan masalah. (Rangkuti A,2013 ).

### II.4.1 Metode pendekatan eksponensial

Banyak metode yang digunakan dalam persoalan transportasi untuk menentukaan solusi optimal, salah satunya adalah metode Pendekatan Eksponensial. Metode Pendekatan Eksponensial diusulkan oleh Dimas Alfan Hidayat pada tahun 2016 sebagai perbaikan dari metode Pendekatan Eksponensial. Pengalokasian pada metode Pendekatan Eksponensial bergantung pada angka nol yang muncul pada tabel transportasi. Pada kasus transportasi tidak seimbang, akan muncul baris (kolom) *dummy* di mana biaya pada baris (kolom) tersebut bernilai nol sehingga sangat berpengaruh terhadap hasil optimum yang diberikan oleh metode Pendekatan Eksponensial. Sehingga pada beberapa masalah transportasi, metode ini tidak mendapatkan hasil yang optimum atau hanya mendekati optimum. Langkah-langkah pada metode Pendekatan Eksponensial sebagai berikut:

1. Membentuk model transportasi (tabel) dari masalah transportasi yang diberikan.
    - Apabila tabel transportasi belum seimbang ke langkah 2
    - jika sudah seimbang langsung ke langkah 3
2. Jika kolom (baris) *dummy* ditambahkan, kurangi setiap entri kolom (baris) dari minimum kolom (baris) masing-masing. Mengganti biaya *dummy* dengan biaya yang terbesar dari tabel yang sudah direduksi sebelumnya. Jika kolom *dummy* yang ditambahkan maka ke step 3a lalu 3b dan jika baris *dummy* yang ditambahkan maka ke step 3b lalu 3a.
3. a. Mengurangi setiap entri baris dari tabel transportasi dari minimum baris masing-masing.
    b. Mengurangi setiap entri kolom tabel transportasi dari kolom minimum masing-masing. Sehingga setiap baris dan kolom akan memiliki setidaknya satu nol.
4. Mengecek apakah setiap kolom permintaan kurang dari atau sama dengan jumlah persediaan dalam baris dengan melihat pada kolom yang biaya tereduksinya bernilai nol. Mengecek apakah setiap baris persediaan kurang dari atau sama dengan jumlah permintaan dalam kolom dengan melihat pada baris

yang biaya tereduksinya bernilai nol. Apabila syarat tersebut terpenuhi langsung ke langkah 7. Jika tidak, lanjut ke langkah 5.

5. Menarik garis horisontal dan vertikal pada semua baris dan kolom yang memiliki angka nol dengan jumlah garis minimum, sedemikian hingga biaya yang tidak memenuhi pada langkah 4 tidak tertutup.
6. Memilih biaya terkecil pada sel yang tidak terkena garis, kemudian mengurangkan sebesar biaya terpilih ke semua biaya yang tidak terkena garis. Menambahkan sebesar biaya terpilih ke semua biaya yang terletak pada perpotongan dua garis. Kembali ke langkah 4.
7. Memilih nol yang terdapat dalam tabel. Menghitung jumlah total angka nol (tidak termasuk yang dipilih) dalam baris dan kolom yang bersesuaian. Menetapkan penalti eksponen (jumlah nol berturut-turut masing-masing baris dan kolom). Mengulangi prosedur diatas untuk semua nol dalam tabel.
8. Mengalokasikan nilai sel dengan jumlah maksimum yang mungkin dengan memperhatikan prioritas pengalokasian sebagai berikut:
   a. Nol yang memiliki jumlah angka nol tidak termasuk angka nol yang dipilih jumlah nolnya adalah 0 berarti penalti eksponennya bernilai 0.
   b. Nol yang memiliki jumlah angka nol pada baris dan kolom yang dicari tidak termasuk nol yang dipilih jumlah nolnya adalah 1 berarti penalti eksponennya bernilai 1.
   c. Memilih sel yang memiliki biaya tereduksi terbesar dan dinamakan $(i,j)$. Jika terdapat lebih dari satu sel, maka memilih sel lain dengan biaya tereduksi terbesar berikutnya. Mengalokasikan pada nol yang terdapat pada baris $i$ atau kolom $j$ dengan penalti eksponen yang minimum hingga persediaan baris $i$ atau permintaan kolom $j$ terpenuhi.
   d. Memilih nol dengan penalti eksponen minimum pada tabel. Jika terjadi nilai penalti eksponen sama untuk setiap sel maka pertama memeriksa nilai permintaan dan persediaan, menghitung nilai rata-ratanya dan menetapkan alokasi untuk nilai rata-rata terendah. Apabila tetap sama maka mengalokasikan pada sel dengan biaya yang terendah sebelum direduksi.
9. Menandai baris atau kolom (di mana persediaan atau permintaan menjadi nol) untuk tidak dimasukan dalam perhitungan selanjutnya, kemudian kembali ke

langkah 4 hingga semua permintaan dan persediaan terpenuhi.

10. Menghitung biaya optimumnya.

- Asumsi Dasar

Model transportasi merupakan salah satu bentuk khusus atau variasi dari program linier yang di kembangkan khusus untuk memecahkan masalah-masalah yang berhubungan dengan transportasi (pengangkutan) dan disribusi produk atau sumber daya dari berbagai sumber (pusat pengadaan, atau titik *supply*) ke berbagai tujuan (titik permintaan atau pusat pemakaian) yang lebih efisien dalam hal perhitungan. Asumsi dasar dari model ini adalah bahwa biaya transportasi di sebuah rute tertentu adalah proposional secara langsung dengan jumlah unit yang dikirimkan. Defenisi unit transportasi akan bervariasi bergantung pada jenis barang yang di kirimkan. Model umum suatu persoalan transportasi dilandasi pada asumsi-asumsi berikut:

1. Bahwa suatu produk yang ingin diangkut tersedia dalam jumlah yang tetap dan diketahui.
2. Bahwa produk tersebut akan dikirim melalui jaringan transpotasi yang ada dengan memakai cara pengakutan tertentu dari pusat-pusat permintaan.
3. Bahwa jumlah permintaan di pusat permintaan pun diketahui dalam jumlah tertentu dan tetap.
4. Bahwa ongkos angkutan per-unit produk yang diangkut pun diketahui, sehingga tujuan kita untuk meminimumkan biaya total angkutan dapat tercapai.
5. Bahwa sumber tidak mungkin mengirim komoditas lebih besar dari kapasitasnya. Karena hanya ada satu jenis komoditas, pada dasarnya setiap daerah tujuan dapat menerima komoditas dari sembarang daerah sumber.

- Keseimbangan Transportasi

Permasalahan transportasi seimbang adalah permasalahan biaya angkutan barang di mana jumlah barang yang dipasok dari tempat asal sama dengan jumlah barang yang diminta di tempat tujuan. Dalam kehidupan nyata, tidak selalu dapat dipastikan bahwa penawaran sama dengan permintaan atau melebihinya. Tetapi, sebuah model transportasi dapat selalu berimbang. Penting untuk pengembangan sebuah metode pemecahan yang sepenuhnya memanfaatkan struktur khusus dari model transportasi ini. Model Gambar 2.1 pada menyiratkan bahwa penawaran total harus setidaknya sama dengan permintaan total. Ketika penawaran total sama dengan permintaan total formulasi yang dihasilkan disebut model transportasi berimbang (*balanced transportation model*). Formulasi ini berbeda dengan formulasi sebelumnya hanya terletak pada batasannya yaitu bahwa semua batasan adalah persamaan, dituliskan sebagai berikut:

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq a_i$ , $i = 1,2,\ldots m$

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \geq b_j$ , $j = 1,2,\ldots n$

Dalam persoalan transportasi yang sebenarnya, jumlah *supply* yang tersedia tidak selalu sama dengan jumlah demand atau dengan kata lain jumlah *supply* yang tersedia mungkin lebih besar atau lebih kecil daripada jumlah *demand*. Jika hal ini terjadi, maka model persoalan disebut sebagai model transportasi tidak seimbang (*unbalanced transportation model*). Setiap persoalan transportasi dapat dibuat seimbang dengan memasukkan kolom *dummy* atau baris *dummy*. Ada 2 kemungkinan yang terjadi pada persoalan transportasi tidak seimbang yaitu:

1. Bila *supply* lebih besar daripada demand $a_i > b_j$ , persoalan ini diselesaikan dengan cara menetapkan *dummy* pada tujuan (kolom) untuk menyerap kelebihan demand sebesar:

   $\sum_{i=1}^{m} a_i$ - $\sum_{j=1}^{n} b_j$

2. Bila *supply* lebih kecil daripada *demand* $\boldsymbol{a_i} < \boldsymbol{b_j}$, persoalan ini diselesaikan dengan cara menetapkan dummy pada sumber (baris) untuk men-*supply* kekurangan *demand* sebesar:

   $\boldsymbol{\sum_{j=1}^{n} b_j}$ - $\boldsymbol{\sum_{i=1}^{m} a_i}$

- Degenerasi dan Redundansi

Sebelum menguji optimalitas tabel, terlebih dahulu menghitung jumlah variabel basis yang ada pada tabel penyelesaian awal yakni harus memenuhi $m+n-1$ ($m$ = jumlah baris dan $n$ = jumlah kolom buah variabel basis (sel yang terisi)) Akan tetapi dalam menghitung variabel basis ada kondisi dimana variabel basis yang ada tidak dapat memenuhi $m+n-1$ buah variabel basis. Hal ini terjadi karena adanya degenerasi dan redundansi. Pada degenarasi sel yang terisi kurang dari $m+n-1$ buah variabel basis, sedangkan pada redundansi sel yang terisi melebihi dari $m+n-1$ buah variabel basis. Untuk mengatasi degenerasi, dapat dilakukan penambahan sel terisi dengan cara memasukkan nilai 0 (sebanyak yang dibutuhkan) ke dalam sel sehingga jumlah sel terisi sama dengan $m+n-1$, sementara kasus redundasi dapat diatasi dengan megurangi sel alokasi yaitu menggabungkan dua sel ke dalam satu sel degan memperhatikan harga sel

### II.4.2 Metode Titik Nol

Seiring berkembangnya waktu banyak metode-metode transportasi yang diusulkan para peneliti untuk menghasilkan solusi yang optimal. Salah satu metode tersebut yaitu Titik Kosong (*Improved Zero Point Method)*. Titik Kosong (*Improved Zero Point Method)* merupakan sebuah metode yang sangat berguna untuk memecahkan semua jenis masalah transportasi, metode ini memberikan solusi optimal tanpa bantuan dari setiap metode modifikasi lainnya. Menurut Samuel (2012), langkah-langkah Titik Kosong (*Improved Zero Point)* adalah sebagai berikut:

1. membuat tabel transportasi dari masalah transportasi yang telah diberikan dan menyeimbangkan apabila belum seimbang
2. mengurangi setiap element dalam baris dengan elemen terkecil pada baris pengurangan baris tersebut,setiap elemen dalam kolom dikurangi dengan elemen terkecil pada kolom tersebut.
3. Mengecek apakah setiap kolom permintaan kurang dari atau sama dengan jumlah baris baris persediaan yang menyuplai kolom permintaan tersebut, dimana baris yang menyuplai adalah baris pada kolom tersebut yang biaya tereduksinya nol. Mengecek apakah setiap baris persediaan kurang dari atau sama dengan jumlah kolom-kolom permintaan yang meminta persediaan, dimana kolom yang meminta persediaan adalah kolom pada baris tersebut yang biaya tereduksinya nol. Apabila syarat tersebut terpenuhi, langsung menuju langkah 6.
4. Menutup semua elemen nol dengan garis mendatar dan tegak seminimal mungkin sehingga beberapa elemen dari kolom-kolom atau baris-baris yang tidak memenuhi syarat pada langkah 3 tidak tertutup.
5. Membentuk tabel transportasi perbaikan dengan cara sebagai berikut.
    a. Menemukan nilai biaya tereduksi yang terkecil pada tabel yang tidak tertutup garis.

b. Mengurangkan nilai tersebut ke semua elemen nilai yang tidak tertutup garis dan menambahkan nilai tersebut ke semua elemen nilai yang tertutup oleh dua garis.

6. memilih sel pada tabel transportasi hasil langkah-langkah diatas yang memiliki biaya tereduksi terbesar dan dinamakan (*i,j*). Jika terdapat lebih dari satu sel, maka dipilih salah satu.
7. Memilih sel pada baris i atau kolom j pada tabel transportasi yang memiliki biaya tereduksi nol dan mengisikan semaksimum mungkin pada sel tersebut sehingga memenuhi persediaan dan permintaan
8. Membentuk kembali tabel transportasi yang telah diperbaiki
9. Mengulangi langkah (6) sampai langkah (8) sampai baris persediaan dan kolom permintaan terpenuhi.
10. Menghitung nilai optimalnya

Penyelesaian dari hasil Metode Titik Nol diuji dengan menggunakan Metode Batu Loncatan.

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$$

$$Z = \sum_{j=1}^{4} \sum_{i=1}^{4} c_{ij} x_{ij}$$

Dengan fungsi kendala untuk sumber (Palopo, Bulukumba, Makassar, Lutim) kapasitas produksi adalah

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = a_i$ , $i =$ , 1, 2,…$m$

$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = s_i$ , $i =$ , 1, 2, 3, 4

$X_{ij} \geq 0$

Dan fungsi kendala untuk tujuan (Palopo, Bulukumba, Makassar, Lutim) daya tampungnya adalah

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_j$ , j = 1, 2,…$n$

$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = D_j$ , j = 1, 2, 3, 4

Masalah transportasi dikatan seimbang (*balanced*) apabila jumlah persediaan sama dengan jumlah permintaan.

Definisi 2.1 himpunan alokasi $\{x_{ij} \geq 0|i$=1,2,…, $m$; $j$=1,2,…,$n\}$ yang memenuhi kendala pada masalah transportasi disebut solusi fisibel.

Definisi 2.2 Solusi fisibel dikatan solusi optimal jika meminimumkan total biaya transportasi. Untuk menjamin masalah transportasi mempunyai solusi fisibel maka transportasinya harus seimbang, seperti diberikan teorema berikut ini.

Teorema 2.3 (Eksistensi) masalah transportasi memiliki solusi fisibel jika dan hanya jika merupakan masalah transportasi seimbang, yaitu $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{i=1}^{n} b_j$.

Bukti:

=> Diketahui masalah transportasi memiliki solusi fisibel. Misalkan $\{x_{ij} \geq 0|i$=1,2,…, $m$; $j$=1,2,…,$n\}$ solusi fisibel. Berarti memenuhi batasan/kendala

$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i$ , $i =$ , 1, 2,…$m$

$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j$ , j = 1, 2,…$n$

$X_{ij} \geq 0$, $i$=1,2,…, $m$; $j$=1,2,…,$n$.

Sehingga diperoleh,

$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} a_i$ dan $\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} a_i$

Jadi, $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{i=1}^{n} b_j$.

<= diketahui masalah transportasi seimbang, yaitu $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{i=1}^{n} b_j$. Misalkan $x_{ij} = \lambda_i b_j \geq 0$, $i$=1, 2, …, $m$; $j$=1,2,…,$n$. dimana $\lambda_i$ adalah faktor proporsional untuk sumber $i$ dan *supply* terdistribusikan semuanya.

Karena $x_{ij} = \lambda_i b_j$ maka $\sum_{i=1}^{m} a_i = \lambda_i \sum_{j=1}^{n} b_j$, lebih lanjut $x_{ij} = \lambda_i b_j = \frac{\sum_{i=1}^{m} a_i}{\sum_{j=1}^{n} b_j} b_j$

Oleh karena itu, diperoleh

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \left( \frac{\sum_{i=1}^{m} a_i}{\sum_{j=1}^{n} b_j} b_j \right) a_i \text{ , } i = 1,2,\dots,m \text{ dan}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} \left( \frac{\sum_{i=1}^{m} a_i}{\sum_{j=1}^{n} b_j} b_j \right) = b_j \text{ , } j = 1,2,\dots n$$

Hal ini berarti $\{x_{ij} \geq 0|i$=1,2,…, $m$; $j$=1,2,…,$n\}$ merupakan solusi fisibel. Jadi masalah transportasi seimbang memiliki solusi fisibel.