RANCANGAN *FRACTIONAL FACTORIAL* (FF) 3^{k-p} DAN PENGGUNAAN METODE BISSELL UNTUK MENGIDENTIFIKASI FAKTOR SIGNIFIKAN

S K R I P S I

Oleh :

NIKI ARISKI

H 121 09 283

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2013

RANCANGAN *FRACTIONAL FACTORIAL* (FF) 3^{k-p} DAN PENGGUNAAN METODE BISSELL UNTUK MENGIDENTIFIKASI FAKTOR SIGNIFIKAN

S K R I P S I

Oleh :

NIKI ARISKI

H 121 09 283

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2013

RANCANGAN *FRACTIONAL FACTORIAL* (FF) 3^{k-p} DAN

PENGGUNAAN METODE BISSELL UNTUK MENGIDENTIFIKASI

FAKTOR SIGNIFIKAN

S K R I P S I

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Hasanuddin

Makassar

Oleh :

NIKI ARISKI

H 121 09 283

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2013

P E R N Y A T A A N

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sesungguh-sungguhnya bahwa skripsi yang saya buat dengan judul :

“ RANCANGAN *FRACTIONAL FACTORIAL* (FF) 3^{k-p} DAN PENGGUNAAN METODE BISSELL UNTUK MENGIDENTIFIKASI FAKTOR SIGNIFIKAN “

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 27 Agustus 2013

NIKI ARISKI
NIM : H 121 09 283

Rancangan *Fractional Factorial* (FF) 3^{k-p} dan Penggunaan

Metode Bissell untuk Mengidentifikasi Faktor Signifikan

Disetujui Oleh :

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Anisa, S.Si., M.Si	**Dra. Nasrah Sirajang, M.Si**
NIP 19730227 199802 2 001	**NIP 19650519 199303 2 001**

Pada tanggal : 29 Agustus 2013

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

Pada hari ini, Selasa 27 Agustus 2013, Panitia Ujian Skripsi menerima dengan baik skripsi yang berjudul :

Rancangan *Fractional Factorial* (FF) 3^{k-p} dan Penggunaan Metode Bissell untuk Mengidentifikasi Faktor Signifikan

yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Makassar, 27 Agustus 2013

PANITIA UJIAN SKRIPSI

			Tanda Tangan
1.	Ketua	: **Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc**	(..............................)
2.	Sekretaris	: **Dra. Nur Erawaty, M.Si**	(..............................)
3.	Anggota	: **Dr. Erna Tri Herdiani, M.Si**	(..............................)
4.	Anggota	: **Anisa, S.Si, M.Si**	(..............................)
5.	Anggota	: **Dra. Nasrah Sirajang, M.Si**	(..............................)

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Sesungguhnya segala puji bagi Allah, atas limpahan rahmat, kesempatan, dan kesehatan yang dikaruniakan-Nya sehingga skripsi yang merupakan salah satu persyaratan dalam menyelesaikan pendidikan di Program Studi Statistika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar ini dapat terselesaikan.

Shalawat dan salam kepada baginda Rasulullah Muhammad SAW, keluarga, sahabat dan para pengikutnya, semoga kebaikan terus tercurah hingga akhir zaman.

Pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tulus dan penghargaan yang tak terhingga kepada Ayahanda **A. Nicolas** dan Ibunda tercinta **Hariani** atas doa restu dan dukungannya kepada penulis selama menjalani proses pendidikan. Untuk adik-adikku tersayang **Sri Wahyuni, dan Satrio Iriansyah Putra** serta seluruh keluarga besarku, terima kasih atas doa dan semangatnya.

Penghargaan dan ucapan terima kasih juga penulis ucapkan kepada :

1. Bapak **Prof. Dr. dr. Idrus Patturusi, Sp.BO** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta jajarannya**.** Bapak **Prof. Dr. Abd. Wahid Wahab, M. Sc** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya, dan semua pihak birokrasi atas ilmu dan kemudahan-kemudahan yang diberikan.

2. Ibu **Dr. Hasmawati, M.Si.,** selaku Ketua Jurusan dan **segenap dosen pengajar** serta **staf Jurusan Matematika** (**Pak Nasir** dan **Pak Sutamin, S.Sos**) yang telah memberikan ilmu dan banyak bantuan selama penulis menjalani pendidikan.
3. Ibu **Annisa, S.Si., M.Si** selaku pembimbing utama, Ibu **Dra. Nasrah Sirajang, M.Si** selaku pembimbing pertama dan Bapak **Adnan Sauddin, S.Si., M.Si** yang tesisnya telah diangkat dalam penulisan skripsi ini atas kesediaan dan kesabaran untuk membimbing dan membagi ilmunya kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
4. Bapak **Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc** selaku ketua tim penguji, Ibu **Dra. Nur Erawaty, M.Si** selaku sekretaris tim penguji, dan Ibu **Dr. Erna Tri Herdiani, M.Si** selaku anggota tim penguji sekaligus sebagai Penasehat Akademik penulis yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan saran dan arahan dalam penyusunan skripsi ini.
5. My lovely best friends **Ira, Cimma, Whay, Yuli, Hesti, dan Jejen** serta teman-teman **Statistika 2009,** senang bisa kenal kalian dan terima kasih untuk semua yang telah kita lewati bersama. Terkhusus untuk sahabatku **Istania Dianita, S.H., M.Si** terima kasih atas dukungannya selama penulis menjalani pendidikan.
6. Teman-teman **KUR**a-kura **MER**ah (Diksar 16 KSR PMI Unhas) dan seluruh Keluarga besar KSR PMI Unhas atas dukungan dan motivasi serta kebersamaannya di Markas tercinta.

7. Semua pihak yang telah banyak membantu penulis dan tak sempat penulis sebutkan satu per satu.

Akhir kata, semoga tulisan ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak yang membutuhkan dan terutama bagi penulis. *Amin Yaa Rabbal Alamin*

Makassar, 27 Agustus 2013

Penulis

ABSTRAK

Percobaan faktorial adalah percobaan yang melibatkan lebih dari satu faktor. Rancangan Faktorial Fraksional muncul karena keterbatasan faktor waktu, biaya serta tenaga yang tersedia untuk melakukan suatu percobaan yang melibatkan banyak faktor.

Penelitian ini dilakukan untuk 1) Menentukan Rancangan Faktorial Fraksional pada percobaan bertaraf tiga untuk banyaknya faktor, $k = 3{,}4{,}5{,}$ dan 6 dengan fraksi yang digunkan $p = \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ dan $\frac{1}{27}$; 2) Menentukan faktor yang signifikan dengan menggunakan Metode Bissell untuk Rancangan Faktorial Fraksional tanpa pengulangan pada studi kasus mengenai faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau. Adapun faktor-faktor yang digunakan adalah faktor media tumbuh, cahaya dan air.

Hasil penelitian diperoleh pemilihan Rancangan Faktorial Fraksional Tiga Level sesuai dengan generator yang dapat digunakan dan dengan menggunakan Metode Bissel untuk studi kasus mengenai faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau diketahui faktor yang signifikan adalah cahaya.

Kata Kunci : Rancangan Faktorial, Rancangan *Fractional Factorial* (FF) Tiga Level, Metode Bissell, Perkecambahan Benih.

ABSTRACT

Factorial experiment is an experiment that involves more than one factor. The design of Fractional Factorial arise due to the limited time factor, cost and power available to perform an experiment that involves many factors.

This study was conducted to 1) determine the design of the FF three-class experiments to many factors, $k = 3,4,5,$ and 6 with fractions, $p = \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ and $\frac{1}{27}$; 2) Determine the significant factors Bissell Methods for unreplicated Fractional Factorial Design on a case study of the factors that significantly influence the long green bean plants. The factors used are factors growing medium, light and water.

The results were obtained by the selection of the Fractional Factorial Three Levels Design according to the generator that can be used with the Bissell Methods for case studies on the factors that significantly influence the length of green bean plants known significant factor is the light.

Keywords : Factorial Design, Fractional Factorial Three Level Design, Bissell Methods, Seed Germination.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Percobaan faktorial adalah percobaan dimana semua taraf dari suatu faktor dikombinasikan dengan semua taraf dari faktor lainnya. Kombinasi yang kemudian muncul dari taraf-taraf faktor inilah yang disebut faktorial. Dengan rancangan faktorial inilah dapat ditentukan faktor mana di antara sejumlah faktor yang secara terpisah maupun bersama-sama memberikan efek pada respon yang ada dalam suatu percobaan.

Namun, pada rancangan faktorial dengan jumlah faktor yang besar misalkan sebanyak k faktor dan misalkan masing-masing bertaraf 3, maka akan terdapat 3^{k} kombinasi perlakuan sehingga eksperimen menjadi tidak efisien untuk dilakukan. Sebagai contoh, jika $k = 6$ maka akan ada $3^6 = 729$ kombinasi perlakuan. Untuk menurunkan jumlah kombinasi perlakuan tersebut, digunakan sebuah rancangan yang disebut rancangan *Fractional Factorial* (FF). Pengunaan rancangan FF ini telah diperkenalkan oleh Tippet (Box dan Meyer, 1986). Selanjutnya, Voelkel dan Rochester (2004), dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa rancangan ini relatif lebih efisien (Sauddin, 2006).

Pada rancangan FF hanya dilakukan sebagian dari kombinasi perlakuan yang akan dicobakan namun tidak menghilangkan informasi penting yang diperlukan. Banyaknya faktor akan menentukan pembentukan struktur rancangan FF dan dengan jumlah faktor tertentu dapat dibentuk beberapa struktur rancangan

FF yang berbeda. Rancangan FF sangat berguna untuk percobaan yang melibatkan banyak faktor dan bertujuan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang memiliki pengaruh.

Rancangan FF tiga taraf dinotasikan dengan 3^{k-p}. Jadi rancangan yang dicobakan hanya 3^{k-p} kombinasi perlakuan dari 3^{k} kombinasi perlakuan lengkap. Banyaknya total kombinasi perlakuan yang akan dicobakan dalam rancangan FF disebut fraksi percobaan. Untuk percobaan dengan tiga taraf fraksi yang bisa digunakan adalah :

1. Fraksi $\frac{1}{3}$ dari kombinasi perlakuan lengkap. Bentuknya 3^{k-1}. Misalkan percobaan dengan 4 faktor maka rancangan faktorial fraksionalnya dinotasikan 3^{4-1} , rancangan ini melakukan 27 kombinasi perlakuan dari 81 kombinasi perlakuan lengkap.
2. Fraksi $\frac{1}{9}$ dari kombinasi perlakuan lengkap. Bentuknya 3^{k-2}. Misalkan percobaan dengan 5 faktor maka rancangan faktorial fraksionalnya dinotasikan 3^{5-2}, rancangan ini melakukan 27 kombinasi perlakuan dari 243 kombinasi perlakuan lengkap.
3. Fraksi $\frac{1}{27}$ dari kombinasi perlakuan lengkap. Bentuknya 3^{k-3}. Misalkan percobaan dengan 6 faktor maka rancangan faktorial fraksionalnya dinotasikan 3^{6-3}, rancangan ini melakukan 27 kombinasi perlakuan dari 279 kombinasi perlakuan lengkap.

Jika sudah didapatkan rancangan FF maka bisa dilakukan identifikasi faktor-faktor yang signifikan. Untuk percobaan lebih dari satu unit eksperimen untuk setiap perlakuan, maka digunakan analisis varian untuk menguji efek utama dan efek interaksi dalam model sedangkan untuk percobaan yang hanya terdapat satu pengamatan pada tiap-tiap perlakuan, karena tidak terdapat derajat bebas untuk mengestimasi σ^2 dan tidak ada *error* dalam setiap perlakuan maka dalam menaksir efek faktor yang signifikan dari rancangan FF tanpa pengulangan bisa menggunakan analisis atau metode tertentu. Salah satu metode yang dapat digunakan yaitu metode Bissel. Bissell (1989, 1992) dalam Sauddin 2006, mengadopsi uji dispersi Cochran dalam mengkonstruksi uji statistik untuk mengidentifikasi faktor yang signifikan.

Sehubungan dengan uraian di atas, maka pada tugas akhir ini akan dibahas mengenai **" Rancangan Faktorial Fraksional 3^{k-p} dan Penggunaan Metode Bissell untuk Mengidentifikasi Faktor Signifikan ".**

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana membuat rancangan FF pada percobaan bertaraf tiga.
2. Bagaimana mengidentifikasi faktor yang signifikan pada rancangan FF tanpa pengulangan dengan menggunakan metode Bissell.

1.3. Batasan Permasalahan

Dalam tugas akhir ini, ruang lingkup permasalahan dibatasi pada :

1. Rancangan yang digunakan adalah rancangan FF tiga level yang dinotasikan 3^{k-p} di mana faktor, $k = 3{,}4{,}5$ dan 6.
2. Fraksi yang digunakan adalah, $p = \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ dan $\frac{1}{27}$ yang dinotasikan dengan $p = 1{,}2$ dan 3

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah :

1. Menentukan rancangan FF pada percobaan bertaraf tiga.
2. Menentukan faktor yang signifikan dengan menggunakan metode Bissell.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dari hasil penelitian adalah :

1. Dapat digunakan sebagai salah satu cara untuk mengatasi masalah pada percobaan faktorial yang melibatkan banyak faktor untuk mengurangi biaya, waktu dan tenaga yang dibutuhkan.
2. Dapat digunakan sebagai salah satu metode untuk mengidentifikasi faktor yang signifikan pada percobaan tanpa pengulangan.
3. Dapat sebagai tambahan ilmu pengetahuan khususnya pada rancangan percobaan menyangkut masalah rancangan *Fractional Factorial* (FF).

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Perancangan Percobaan

Perancangan percobaan adalah suatu uji atau sederetan uji baik menggunakan statistika deskripsi maupun statistik inferensi yang bertujuan untuk mengubah peubah input menjadi suatu output yang merupakan respon dari percobaan tersebut.

Perancangan percobaan banyak dimanfaatkan dalam dunia industri atau pebnelitian yang berkaitan dengan rancangan produk, perbaikan produk, penggunaan alat dan lain sebagainya. Selain bidang industri, perancangan percobaan juga banyak digunakan dalam bidang pertanian, farmasi dan lain sebagainya.

Data yang terkumpul dari suatu perancangan percobaan dikatakan sah atau valid jika data tersebut diperoleh dari suatu rancangan yang memenuhi tiga prinsip dasar berikut yaitu pengulangan (*replication*), pengacakan (*randomization*) dan pengendalian lingkungan (*local control*) (Montgomery, 2001).

Beberapa istilah dalam rancangan percobaan antara lain :

1. Pelakuan (*Treatment*)

   Merupakan suatu prosedur atau metode yang diharapkan pada unit percobaan, misalnya jenis varietas tanaman yang berbeda, dosis pemupukan yang berbeda dan lain sebagainya.

2. Faktor

    Merupakan peubah bebas yang dapat berupa peubah kualitatif maupun peubah kuantitatif yang dicobakan dalam percobaan sebagai penyusun struktur perlakuan.

3. Taraf/Level

    Merupakan nilai-nilai dari peubah bebas (faktor) yang dicobakan dalam percobaan, misalkan jenis pupuk yang digunakan dibedakan menjadi tiga taraf yaitu pupuk kompos, pupuk kandang dan pupuk kimia.

4. Pengamatan berulang

    Merupakan pengamatan yang dilakukan berulang kali dalam waktu yang berbeda pada suatu objek atau satuan amatan yang sama untuk mengetahui keragaman yang muncul pada respon.

Sebuah rancangan percobaan merupakan satu kesatuan rancangan yang terdiri atas rancangan perlakuan, rancangan lingkungan dan rancangan pengukuran. Rancangan perlakuan merupakan rancangan yang berkaitan dengan bagaimana perlakuan tersebut dibentuk, rancangan lingkungan merupakan rancangan yang berkaitan dengan bagaimana perlakuan tersebut ditempatkan, dan rancangan pengukuran merupakan rancangan yang membicarakan bagaimana respon percobaan diambil dari satuan percobaan yang diteliti (Mattjik & Sumertajaya, 2002).

Rancangan percobaan dapat diklasifikasikan sebagai berikut :

1. Rancangan Perlakuan

    a. Satu Faktor (Tunggal)

b. Dua Faktor atau Lebih (Faktorial)

c. Split Plot (Petak Terbagi)

d. Split Blok (Kelompok terbagi)

e. Strip plot (Petak teralur)

2. Rancangan Lingkungan

a. Rancangan Acak Lengkap (RAL)

b. Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL)

c. Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL)

d. Rancangan *Lattice*

3. Rancangan Pengukuran

2.2. Percobaan Faktorial

Percobaan faktorial adalah percobaan yang menggunakan lebih dari satu faktor dimana setiap taraf dari satu faktor dikombinasikan dengan taraf-taraf faktor lain. Rancangan ini digunakan untuk menyelidiki secara bersamaan efek beberapa faktor berlainan. Disebut rancangan faktorial karena semua faktor dikombinasikan atau disilangkan dengan taraf tiap faktor lainnya yang ada dalam eksperimen.

Keuntungan dari percobaan faktorial yaitu bisa mendeteksi respon dari taraf masing-masing atribut (pengaruh utama) serta interaksi antar dua faktor atau lebih. Ada tidaknya interaksi antar dua faktor dapat dilihat dari perilaku respon suatu faktor pada berbagai kondisi faktor yang lain. Jika respon suatu faktor berubah pola dari suatu kondisi tertentu ke kondisi yang lain untuk faktor yang lain, maka kedua faktor dikatakan berinteraksi. Jika pola repon dari suatu faktor tidak berubah pada berbagai kondisi faktor lain, maka dapat dikatakan kedua faktor tersebut tidak berinteraksi.

Berdasarkan adanya banyak taraf dalam tiap faktor, eksperimen ini sering diberi nama dengan menambahkan perkalian antara banyak taraf faktor yang satu dengan yang lainnya. Jika ada a level dari faktor A dan b level dari faktor B, maka terdapat ab kombinasi perlakuan. Misal dalam eksperimen terdapat 6 faktor yaitu A, B, C, D, E dan F yang masing-masing terdiri atas 3 taraf, a level dari faktor A, b level dari faktor B,..., f level dari faktor F, maka diperoleh percobaan faktorial $a \times b \times ... \times f = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$ kombinasi perlakuan.

2.2.1. Percobaan Faktorial 3^k

Percobaan faktorial dengan $k = 2$ dan $k = 3$ dapat kita perluas untuk k yang lebih tinggi, misalkan $k = 5$ atau $k = 6$ dan seterusnya. Percobaan faktorial 3^6 misalnya adalah percobaan yang menggunakan 6 faktor katakanlah A, B, C, D, E dan F yang masing-masing bertaraf 3 maka akan ada 279 kombinasi perlakuan. Dengan demikian semakin banyak faktor yang terlibat dalam suatu rancangan percobaan faktorial tentunya semakin banyak pula unit percobaan yang ada, dan akan semakin banyak lagi jika dalam percobaan itu dilakukan pengulangan terhadap tiap unit percobaan (Hakim, 1998).

Percobaan yang dilakukan dengan tiga faktor misalnya A, B dan C yang masing-masing bertaraf 3 maka dalam percobaan tersebut tanpa ulangan terdapat maka akan terdapat $3^3 = 27$ kombinasi perlakuan.

Kombinasi perlakuan tersebut, ketiga taraf faktornya diberi notasi 0 untuk taraf rendah, 1 untuk taraf menengah dan 2 untuk taraf tinggi.

Tabel 1. Kombinasi perlakuan dari rancangan 3^3

Faktor A	Faktor B	Faktor C		
		0	1	2
0	0	$a_0b_0c_0$	$a_0b_0c_1$	$a_0b_0c_2$
	1	$a_0b_1c_0$	$a_0b_1c_1$	$a_0b_1c_2$
	2	$a_0b_2c_0$	$a_0b_2c_1$	$a_0b_2c_2$
1	0	$a_1b_0c_0$	$a_1b_0c_1$	$a_1b_0c_2$
	1	$a_1b_1c_0$	$a_1b_1c_1$	$a_1b_1c_2$
	2	$a_1b_2c_0$	$a_1b_2c_1$	$a_1b_2c_2$
2	0	$a_2b_0c_0$	$a_2b_0c_1$	$a_2b_0c_2$
	1	$a_2b_1c_0$	$a_2b_1c_1$	$a_2b_1c_2$
	2	$a_2b_2c_0$	$a_2b_2c_1$	$a_2b_2c_2$

Pada tabel kombinasi perlakuan, misalnya $a_1b_0c_2$ menyatakan interaksi antara taraf menengah faktor A dengan taraf rendah faktor B dan taraf tinggi faktor C.

Pada rancangan faktorial 3^k, terdapat 3^k kombinasi pelakuan dengan $3^k - 1$ total derajat bebas (*degrees of freedom*) untuk menaksir efek faktor, terdapat $\binom{k}{1}$ pengaruh utama masing-masing dengan $df = (3-1)$, $\binom{k}{2}$ pengaruh interaksi dua faktor masing-masing dengan $df = (3-1)(3-1)$, dan seterusnya. Jika ada

n ulangan, maka ada $n3^k - 1$ jumlah derajat kebebasan total dan $3k\ (n-1)$ derajat kebebasan untuk *error*.

Interaksi i faktor memiliki 2^{i-1} ortogonal komponen dua derajat kebebasan. Sebagai contoh, empat faktor interaksi $ABCD$ memiliki $2^{4-1} = 8$ ortogonal komponen dua derajat kebebasan, dilambangkan dengan $ABCD^2, ABC^2D$, AB^2CD, $ABCD$, ABC^2D^2, AB^2C^2D, $AB^2C^2D^2$. AB^2CD^2, dan $AB^2C^2D^2$. Dalam menulis komponen ini, perhatikan bahwa satu-satunya eksponen diperbolehkan pada huruf pertama adalah 1. Jika eksponen pada huruf pertama bukan 1, maka seluruh lambang komponen harus kuadrat dan dengan menggunakan operasi modulus 3. Perhatikan komponen interaksi berikut :

$$A^2BCD = (A^2BCD)^2 = A^4B^2C^2D^2 = AB^2C^2D^2$$

(Montgomery, 2001).

2.3. Rancangan *Fractional Factorial* (FF)

Dalam suatu eksperimen, rancangan faktorial adalah suatu rancangan yang mengikutkan seluruh kombinasi perlakuan dari k faktor atau variabel input. Apabila jumlah dari k faktor ini cukup besar, maka akan berakibat pada besarnya jumlah kombinasi perlakuan yang akan dilakukan, dan ini tidak cukup efisien. Percobaan faktorial yang terdiri atas beberapa faktor misalkan sebanyak k faktor dan masing-masing faktor bertaraf katakanlah sama dengan 3, maka dari rancangan ini terdapat 3^k kombinasi perlakuan. Dengan bertambahnya faktor maka jumlah kombinasi perlakuan senantiasa bertambah. Misalkan faktor yang digunakan sebanyak 6 maka jumlah kombinasinya adalah $3^6 = 729$ kombinasi perlakuan.

Rancangan yang sering digunakan untuk menanggulangi hal tersebut, adalah dengan menggunakan rancangan *Fractional Factorial* (FF) dalam rangka menurunkan jumlah kombinasi perlakuan, dan beberapa diantaranya dilakukan tanpa pengulangan.

2.4. Model Linear Rancangan *Fractional Factorial* (FF)

Diberikan variabel respon y dari rancangan faktorial fraksional yang pengamatannya dilakukan tanpa pengulangan untuk tiap kombinasi perlakuan, dan $x_1, x_2, \dots, x_k$ variabel input yang berkaitan dengan faktor independen. Hubungan antara variabel-variabel tersebut dapat digambarkan dalam persamaan berikut :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \epsilon \qquad (2.1)$$

Jika dilakukan pengamatan sebanyak n kali, maka persamaan (2.1) menjadi :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Model terakhir ini dapat dituliskan dalam model linear, sebagai berikut :

$$y = X\beta + \epsilon \qquad (2.2)$$

dimana :

$x_1, x_2 \dots x_k$ = Variabel bebas

y = Variabel terikat

β_0 = Koefisien Konstanta

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ = Variabel bebas

ϵ = *error*

2.5. Fraksional Faktorial Tiga-Level

Secara umum rancangan fraksional pada percobaan faktorial 3^k dilambangkan dengan 3^{k-p}, biasa ditulis $\left(\frac{1}{3}\right)^p$ bagian dari 3^k untuk $p < k$. Jadi fraksional $\frac{1}{3}$ bagian dilambangkan dengan 3^{k-1}, begitu pula dengan fraksional $\frac{1}{9}$ bagian dengan 3^{k-2} dan fraksional $\frac{1}{27}$ bagian dengan 3^{k-3} dan seterusnya.

Untuk percobaan dengan tiga taraf fraksi yang bisa digunakan adalah :

1. Fraksi $\frac{1}{3}$ dari kombinasi perlakuan lengkap. Bentuknya 3^{k-1}. Misalkan percobaan dengan 4 faktor maka rancangan faktorial fraksionalnya dinotasikan 3^{4-1}, rancangan ini melakukan 27 kombinasi perlakuan dari 81 kombinasi perlakuan lengkap.
2. Fraksi $\frac{1}{9}$ dari kombinasi perlakuan lengkap. Bentuknya 3^{k-2}. Misalkan percobaan 3^{5-2}, rancangan ini melakukan 27 kombinasi perlakuan dari 243 kombinasi perlakuan lengkap.
3. Fraksi $\frac{1}{27}$ dari kombinasi perlakuan lengkap. Bentuknya 3^{k-3}. Misalkan percobaan 3^{6-3}, rancangan ini melakukan 27 kombinasi perlakuan dari 279 kombinasi perlakuan lengkap.

Struktur rancangan FF ditentukan oleh banyaknya faktor dan fraksi yang digunakan. Dengan jumlah faktor dan fraksi tertentu maka dapat dibentuk struktur rancangan yang berbeda bergantung pada generator, *defining relation*, alias, dan resolusi yang digunakan.

Sebagai ilustrasi, sebuah percobaan yang terdiri dari 4 faktor ($A, B, C,$ dan D) masing-masing bertaraf 3. Akan dibuat rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{3}$ dengan generator yang dipilih $D = ABC$ yang secara matematis dilambangkan dengan :

$$x_D = x_A + x_B + x_C \qquad \text{(mod 3)}$$

Pada rancangan dengan tiga taraf, digunakan operasi modulus 3 yang artinya bahwa akan selalu menghasilkan 0, 1 atau 2. Perlu diketahui juga bahwa rancangan 3^{k-p} memiliki p buah generator yang akan membentuk *defining relation*.

Rancangan dengan generator $D = ABC$ memiliki *defining relation* $I = ABCD^2$. Jadi alias yang dihasilkan adalah sebagai berikut :

$A = AB^2C^2D$

$B = AB^2CD^2$

$C = ABC^2D^2$

$D = ABC$

$AB = ABC^2D = CD^2$

$AC = AB^2CD = BD^2$

$AD = AB^2C^2$

$BC = AB^2C^2D^2 = AD^2$

$BD = AB^2C$

$CD = ABC^2$

$AB^2 = AC^2D$

$AC^2 = AB^2D$

$BC^2 = AB^2D^2$

Dengan generator $D = ABC$ diperoleh matriks rancangan pada tabel 2 :

Tabel 2. Matriks rancangan 3^{4-1} dengan generator $D = ABC$

Run	**A**	**B**	**C**	**D**
1	0	0	0	0
2	1	0	0	1
3	2	0	0	2
4	0	1	0	1
5	1	1	0	2
6	2	1	0	0
7	0	2	0	2
8	1	2	0	0
9	2	2	0	1
10	0	0	1	1
11	1	0	1	2
12	2	0	1	0
13	0	1	1	2
14	1	1	1	0
15	2	1	1	1
16	0	2	1	0
17	1	2	1	1
18	2	2	1	2
19	0	0	2	2
20	1	0	2	0
21	2	0	2	1
22	0	1	2	0
23	1	1	2	1
24	2	1	2	2
25	0	2	2	1
26	1	2	2	2
27	2	2	2	0

Sebagai contoh, pada *run* ke-27. $x_A = 2, x_B = 2, x_C = 2$ maka :

$$x_D = 2 + 2 + 2 = 6\ (mod\ 3) = 0$$

Jika terdapat lebih dari satu *defining relation* yang digunakan, misalnya pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{9}$ maka akan ada *generalized defining relation* yang merupakan perkalian antara *defining relation*.

Alias merupakan hubungan pendugaan pengaruh yang saling terpaut (*confounded*). Pada ilustrasi di atas, pengaruh utama faktor A adalah :

$$A = AB^2C^2D$$

Jika dilihat hubungan di atas, pengaruh utama faktor A terpaut dengan pengaruh interaksi AB^2C^2D. Atau dengan kata lain bahwa kombinasi pengaruh perlakuan yang digunakan untuk menduga pengaruh utama faktor A sama dengan yang digunakan untuk menduga pengaruh interaksi faktor AB^2C^2D. Pengaruh faktor A tidak bisa diduga kecuali jika pengaruh interaksi faktor AB^2C^2D diabaikan.

Penggunaan kriteria resolusi diperkenalkan Box dan Hunter (1961). Suatu rancangan dikatakan memiliki resolusi R jika setiap pengaruh i faktor tidak beralias dengan pengaruh lain dengan $R - i$ faktor. Besarnya resolusi dilambangkan dengan angka romawi. Adapaun resolusi yang biasa digunakan adalah sebagai berikut :

1. Rancangan resolusi III, pengaruh utama tidak beralias dengan pengaruh utama lainnya, tetapi pengaruh utama ber*alias* dengan interaksi tingkat tinggi. Misalnya rancangan 3^{3-1} adalah rancangan dengan resolusi III.
2. Rancangan resolusi IV, pengaruh utama tidak beralias dengan pengaruh utama lainnya maupun dengan interaksi dua faktor tetapi beralias dengan interaksi tiga faktor. Interaksi dua faktor beralias dengan interaksi dua faktor lainnya dan interaksi yang lebih tinggi. Misalnya rancangan 3^{4-1} adalah rancangan dengan resolusi IV.

3. Rancangan resolusi V, pengaruh faktor utama tidak beralias dengan pengaruh utama lainnya, pengaruh interaksi dua faktor dan tiga faktor tetapi beralias dengan interaksi empat faktor dan yang lebih tinggi. Interaksi dua faktor tidak beralias dengan interaksi dua faktor lainnya tetapi beralias dengan interaksi tiga faktor dan interaksi yang lebih tinggi. Misalnya rancangan 3^{5-1} adalah rancangan dengan resolusi V.

Kadangkala rancangan dengan resolusi tertinggi tidak cukup untuk digunakan karena terdapat beberapa rancangan yang memiliki resolusi yang sama. Untuk itu, dapat digunakan kriteria yang disebut Fries dan Hunter (1980) dalam Winarni 2006 adalah ktiteria *minimum aberration* (MA) yaitu rancangan yang meminimalkan banyaknya kata dalam *defining relation* yang panjangnya minimum. Rancangan *minimum aberration* meminimalkan banyaknya interaksi tingkat rendah yang saling beralias (*confounded*).

Rancangan FF terbaik dapat didapatkan dengan memenuhi kriteria resolusi maksimum dan *minimum aberration* tetapi jika diinginkan untuk mengetahui pengaruh faktor tertentu, maka rancangan didasarkan pada pengaruh faktor tertentu yang ingin diduga.

2.6. Tabel Respon pada Rancangan FF Tiga Level

Ada beberapa efek atau pengaruh faktor dalam faktorial yang didefinisikan sebagai perubahan nilai variabel respon akibat perubahan taraf faktor (Wahyuni, 1998). Macam-macam efek tersebut adalah :

a. Efek sederhana (simple effect)

Pengaruh suatu faktor tertentu terhadap taraf tertentu faktor lain.

b. Pengaruh utama (main effect)

Rata-rata dari pengaruh sederhana.

c. Efek interaksi (*interaction*)

Jika pengaruh dari suatu faktor berbeda pada tiap taraf untuk faktor lainnya maka antara faktor tersebut dikatakan terjasi interaksi dimana nilai dari efek interaksi adalah rata-rata dari selisih efek sederhana suatu faktor.

Untuk perhitungan efek dari masing-masing faktor dapat menggunakan table respon atau yang biasa disebut tabel *Orthogonal Array* (OA) dan disimbolkan dengan L_q diman q adalah jumlah percobaan yang dilakukan. *Orthogonal array* ini dikembangkan oleh Taguchi dalam keluarga matriks Fractional Factorial Experiment (FFE). Tabel OA dapat digunakan untuk menentukan pengaruh setiap faktor. OA diciptakan oleh Jaques Hardmand pada tahun 1897 dan mulai diterapkan pada perang dunia II oleh Plackett Burman.

Efek dari faktor A terhadap respon y adalah rata-rata perubahan dalam respon yang dihasilkan pada saat faktor A menuju taraf rendah, taraf sedang dan taraf tinggi. Misalkan tabel OA dengan 9 kombinasi perlakuan terpilih yang terdiri dari 3 faktor (A, B, dan C) dapat dilihat pada tabel 3.

Tabel 3. Matriks L_9 OA

Run	Faktor yang Diamati			y
	A	B	C	
1	0	0	0	y_1
2	1	0	1	y_2
3	2	0	2	y_3
4	0	1	1	y_4
5	1	1	2	y_5
6	2	1	0	y_6
7	0	2	2	y_7
8	1	2	0	y_8
9	2	2	1	y_9

Efek dari masing-masing faktor dapat diperoleh dengan mengurangkan nilai terbesar dengan nilai terkecil diantara nilai masing-masing faktor untuk taraf rendah, taraf sedang dan taraf tinggi dimana nilai dari masing-masing faktor untuk setiap taraf diberikan sebagai berikut :

$$\overline{A_0} = \frac{y_1 + y_4 + y_7}{n} \qquad \overline{B_0} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{n} \qquad \overline{C_0} = \frac{y_1 + y_6 + y_8}{n}$$

$$\overline{A_1} = \frac{y_2 + y_5 + y_8}{n} \qquad \overline{B_1} = \frac{y_4 + y_5 + y_6}{n} \qquad \overline{C_1} = \frac{y_2 + y_4 + y_9}{n}$$

$$\overline{A_2} = \frac{y_3 + y_6 + y_9}{n} \qquad \overline{B_2} = \frac{y_7 + y_8 + y_9}{n} \qquad \overline{C_2} = \frac{y_3 + y_5 + y_7}{n}$$

Secara umum, tabel respon untuk 3 faktor (A, B, dan C) di atas dituliskan pada tabel 4.

Tabel 4. Tabel respon L_9 OA

Run	*Response*	A			B			C		
		0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	y_1	y_{10}	-	-	y_{10}	-	-	y_{10}	-	-
2	y_2	-	y_{21}	-	y_{20}	-	-	-	y_{21}	-
3	y_3	-	-	y_{32}	y_{30}	-	-	-	-	y_{32}
4	y_4	y_{40}	-	-	-	y_{41}	-	-	y_{41}	-
5	y_5	-	y_{51}	-	-	y_{51}	-	-	-	y_{52}
6	y_6	-	-	y_{62}	-	y_{61}	-	y_{60}	-	-
7	y_7	y_{70}	-	-	-	-	y_{72}	-	-	y_{72}
8	y_8	-	y_{81}	-	-	-	y_{82}	y_{80}	-	-
9	y_9	-	-	y_{92}	-	-	y_{92}	-	y_{91}	-
Average ($\bar{y}$)		$\bar{A}_0$	$\bar{A}_1$	$\bar{A}_2$	$\bar{B}_0$	$\bar{B}_1$	$\bar{B}_2$	$\bar{C}_0$	$\bar{C}_1$	$\bar{C}_2$
Estimated main effect		Terbesar-Terkecil			Terbesar-terkecil			Terbesar-terkecil		

2.7. Metode Bissell

Diberikan rancangan faktorial fraksional berjumlah k faktor dengan $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$ sebagai efek faktor dan $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k$ rata-rata kuadrat yang saling bebas masing-masing mempunyai derajat bebas v.

Hipotesis yang akan diuji adalah :

$H_0 : \beta_i = 0$

$H_1 : \beta_i \neq 0; i = 1,2,3, \dots, k$

Untuk rata-rata kuadrat dari masing-masing faktor diberikan sebagai berikut :

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{k} (y_i - \bar{y})^2}{v}$$

$$vR = \sum_{i=1}^{k} (y_i - \bar{y})^2$$

Yang jika dikalikan dengan $\frac{1}{\sigma^2}$ maka :

$$\frac{vR}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(y_i - \bar{y})^2}{\sigma^2} \chi_{k-1}^2$$

Jika m merupakan faktor skala dari distribusi chi kuadrat, maka :

$$Var(R) = \frac{2m^2}{v}$$

Dan jika s^2 merupakan penaksir variansi dari sampel, maka :

$$\frac{(k-1)s^2}{\hat{\sigma}^2} \sim \chi_{k-1}^2$$

Selanjutnya didapatkan nilai dari statistik Bissell yang dinyatakan sebagai berikut :

$$B_k = \frac{(k-1)v}{2}(s/m)^2 \sim \chi_{k-1}^2$$

Untuk menentukan apakah suatu faktor signifikan atau tidak, diuji hipotesis di bawah H_0 untuk setiap nilai B_k yang diperoleh dengan kriteria penolakan H_0 :

Tolak H_0 jika

$$P\left(B_k < \chi_{\frac{\alpha}{2};k-1}^2 | H_0\right) atau\ P\left(B_k > \chi_{1-\frac{\alpha}{2};k-1}^2 | H_0\right)$$

(Sauddin, 2006).

2.8. Perkecambahan Benih

Perkecambahan benih dapat dikatakan sebagai proses dimulainya pertumbuhan embrio dari benih yang sudah matang. Benih dapat berkecambah bila tersedia faktor-faktor pendukung selama terjadi perkecambahan.

Perkembangan benih dipengaruhi oleh faktor dalam (internal) dan faktor luar (eksternal).

Faktor Dalam

Faktor dalam yang mempengaruhi perkecambahan benih antara lain :

a. Tingkat kemasakan benih

Benih yang dipanen sebelum tingkat kemasakan fisiologisnya tercapai tidak mempunyai viabilitas yang tinggi karena belum memiliki cadangan makanan yang cukup serta pembentukan embrio belum sempurna (Sutopo, 2002).

b. Ukuran benih

Benih yang berukuran besar dan berat mengandung cadangan makanan yang lebih banyak dibandingkan dengan yang kecil pada jenis yang sama. Cadangan makanan yang terkandung dalam jaringan penyimpan digunakan sebagai sumber energi bagi embrio pada saat perkecambahan (Sutopo, 2002). Menurut Blackman dalam Sutopo 2002, Berat benih berpengaruh terhadap kecepatan pertumbuhan dan produksi karena berat benih menentukan besarnya kecambah pada saat permulaan dan berat tanaman pada saat dipanen.

c. Dormansi

Benih dikatakan dormansi apabila benih tersebut sebenarnya hidup tetapi tidak berkecambah walaupun diletakkan pada keadaan yang secara umum dianggap telah memenuhi persyaratan bagi suatu perkecambahan.

Faktor Luar

Faktor luar utama yang mempengaruhi perkecambahan diantaranya :

a. Air

Penyerapan air oleh benih dipengaruhi oleh sifat benih itu sendiri terutama kulit pelindungnya dan jumlah air yang tersedia pada media di sekitarnya, sedangkan jumlah air yang diperlukan bervariasi tergantung kepada jenis benihnya, dan tingkat pengambilan air turut dipengaruhi oleh suhu (Sutopo, 2002).

b. Suhu

Suhu optimal adalah yang paling menguntungkan berlangsungnya perkecambahan benih dimana presentase perkembangan tertinggi dapat dicapai yaitu pada kisaran suhu antara 26.5 sd 35°C (Sutopo, 2002).

c. Oksigen

Saat berlangsungnya perkecambahan, proses respirasi akan meningkat disertai dengan meningkatnya pengambilan oksigen dan pelepasan CO_2, air dan energi panas. Terbatasnya oksigen yang dapat dipakai akan menghambat proses perkecambahan benih (Sutopo, 2002).

d. Cahaya

Kebutuhan benih akan cahaya untuk perkecambahannya berfariasi tergantung pada jenis tanaman (Sutopo, 2002). Adapun besar pengaruh cahanya terhadap perkecambahan tergantung pada intensitas cahaya, kualitas cahaya dan lamanya penyinaran. Menurut Adriance and Brison dalam Sutopo

(2002) pengaruh cahaya terhadap perkecambahan benih dapat dibagi atas 4 golongan yaitu golongan yang memerlukan cahaya mutlak, golongan yang memerlukan cahaya untuk mempercepat perkecambahan, golongan dimana cahaya dapat menghambat perkecambahan, serta golongan dimana benih dapat berkecambah baik pada tempat gelap maupun ada cahaya.

e. Medium

Medium yang baik untuk perkecambahan haruslah memiliki sifat fisik yang baik, gembur, mempunyai kemampuan menyerap air dan bebas dari organisme penyebab penyakit terutama cendawan (Sutopo, 2002). Pengujian viabilitas benih dapat digunakan media antara lain substrat kertas, kapas, pasir dan tanah.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Pada tugas akhir ini, data yang digunakan adalah data primer yaitu data mengenai " Perkecambahan Tanaman Kacang Hijau ". Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau. Penelitin ini dilakukan selama 5 hari yang dimulai dari tanggal 19-24 Mei 2013.

3.2. Identifikasi Variabel

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

1. Variabel terikat (y) adalah panjang tanaman kacang hijau
2. Variabel bebas (x) terdiri atas 3 faktor yaitu :
   - x_1 = Media tumbuh (Faktor A), terdiri atas 3 yaitu :

     A_0= Media Tanah

     A_1= Media Bubur Kertas

     A_2= Media Kapas
   - x_2 = Cahaya (Faktor B), terdiri atas 3 yaitu :

     B_0= Matahari Langsung

     B_1= Cahaya Lampu Kamar (12 Watt)

     B_2= Tidak Ada cahaya

- x_3 = Frekuensi Penyiraman (Faktor C), terdiri atas 3 yaitu :

  C_0= 1 kali penyiraman/hari

  C_1= 2 kali penyiraman/hari

  C_2= 3 kali penyiraman/hari

3.3. Metode Analisis

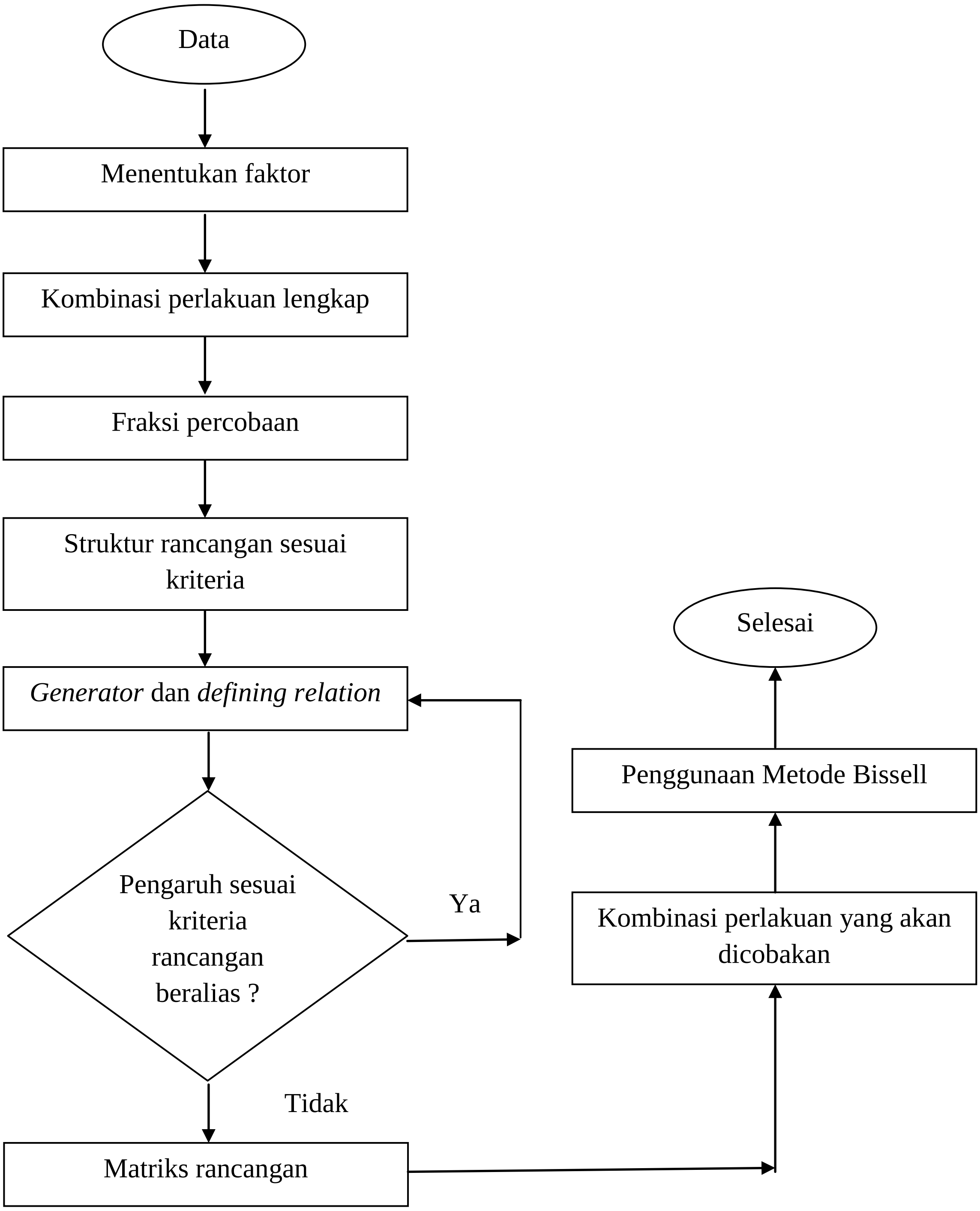
Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah :

1. Menentukan faktor-faktor yang digunakan dalam penelitian
2. Menentukan kombinasi perlakuan
3. Menentukan fraksi percobaan
4. Memilih struktur rancangan yang sesuai kriteria yang ditentukan
5. Menentukan *generator* dan *defining relation*
6. Menentukan struktur *alias* berdasarkan *defining relation*
7. Membentuk matriks rancangan sesuai dengan *defining relation* dan menentukan kombinasi perlakuan yang akan dicobakan
8. Penggunaan Metode Bissell pada rancangan faktorial fraksional
   a. Diberikan model yang secara umum dituliskan sebagai berikut :

   $$y = X\beta + \varepsilon$$

   b. Menentukan efek yang diuji dalam model
   c. Menentukan rata-rata kuadrat (*Mean Square)* β dan standar deviasi.
   d. Menentukan nilai statistik B_k
   e. Pengujian hipotesis parameter yang dihasilkan dari metode Bissell

3.4. Skema Kerja (*Flowchart*)



BAB IV

PEMBAHASAN

4.1. Penggunaan Rancangan *Fractional Factorial* (FF)

Percobaan faktorial yang terdiri atas beberapa faktor, misalkan 6 faktor masing-masing bertaraf 3 maka akan terdapat 3^6 kombinasi perlakuan. Semakin bertambahnya faktor maka jumlah kombinasi perlakuan senantiasa bertambah.

Rancangan FF muncul karena keterbatasan faktor waktu, biaya serta tenaga yang tersedia untuk melakukan suatu percobaan yang melibatkan banyak faktor. Dengan melakukan rancangan FF maka hanya akan dilakukan sebagian percobaan dari kombinasi perlakuan lengkap sesuai dengan fraksinya misalnya untuk rancangan faktorial dengan tiga level dapat dilakukan hanya $\frac{1}{3}$ bagian, $\frac{1}{9}$ bagian, $\frac{1}{27}$ bagian dan seterusnya. Karena hanya melakukan sebagian dari kombinasi perlakuan maka tidak semua pengaruh faktor dapat diduga.

Pengaruh interaksi tingkat rendah (dua faktor) lebih penting dibandingkan pengaruh faktor berordo tinggi. Pengaruh interaksi tingkat tinggi pada percobaaan dapat dianggap memiliki pengaruh yang kurang penting dalam analisis, sehingga dapat diasumsikan untuk diabaikan. Hal ini berdasarkan prinsip urutan pengaruh hirarki. Dalam percobaan yang terdiri dari banyak faktor, kehilangan informasi tingkat tinggi tidak menjadi masalah karena informasi yang dibutuhkan lebih ditekankan pada pengaruh faktor utama dan pengaruh interaksi tingkat rendah. Hilangnya informasi tentang pengaruh inetraksi tingkat tinggi ini merupakan kelemahan dalam menggunakan rancangan FF.

Kelemahan lain dari rancangan FF yaitu kesalahan yang terjadi dalam penafsiran pengaruh faktor yang diakibatkan karena adanya faktor yang saling terpaut atau pendugaan terhadap pengaruh faktor tertentu bisa jadi bukan faktor sebenarnya dari faktor tersebut. Pengaruh faktor penting yang tidak terpaut dengan pengaruh faktor penting lainnya dinamakan *clear effect*. Pengaruh penting yang dimaksud adalah pengaruh faktor utama dan pengaruh interaksi dua faktor, sedangkan pengaruh yang tidak penting merupakan pengaruh interaksi tingkat tinggi yang diabaikan.

Rancangan FF sering digunakan dalam proses *screening experiment*, yaitu percobaan yang dilakukan dengan melibatkan banyak faktor dengan tujuan mencari faktor-faktor yang memiliki pengaruh besar terhadap respon yang diamati. Proses ini banyak digunakan pada percobaan industri manufaktur dimana ingin diketahui faktor apa yang sebenarnya berpengaruh terhadap respon dari banyak faktor yang dicobakan. Idealnya taraf yang digunakan untuk setiap faktor yang dicobakan adalah dua taraf yaitu taraf tinggi dan taraf rendah. Setelah diketahui faktor yang berpengaruh terhadap respon maka dilakukan percobaan lanjutan dengan jumlah taraf yang lebih banyak untuk mendapatkan informasi yang lebih luas (Winarni, 2006).

Kelebihan rancangan FF adalah mampu menduga pengaruh penting dari faktor yang digunakan tanpa harus melakukan kombinasi perlakuan lengkap sehingga otomatis akan mengurangi biaya dan waktu yang digunakan.

4.2. Pembentukan Struktur Rancangan *Fractional Factorial* (FF)

Pembentukan struktur rancangan ditentukan oleh banyaknya faktor dan fraksi yang digunakan. Dalam sebuah rancangan dapat dibentuk beberapa struktur rancangan yang berbeda.

Struktur rancangan terbaik adalah struktur rancangan yang dapat menduga pengaruh faktor yang penting. Struktur rancangan yang berbeda akan menghasilkan kombinasi perlakuan yang berbeda. Perbedaan tersebut bergantung pada generator yang digunakan dalam rancangan. Rancangan 3^{k-p} membentuk p buah generator. Dari generator akan membentuk *defining relation*. Struktur generator dan *defining relation* inilah yang akan menentukan struktur alias. Alias adalah hubungan pendugaan pengaruh yang saling terpaut (*confounded*).

Bingham & Sitter (2001) dalam Winarni 2006, Ada dua jenis pemilihan struktur rancangan :

1. Pemilihan berdasarkan kriteria rancangan terbaik
2. Pemilihan struktur berdasarkan pengaruh faktor tertentu yang ingin diduga

Adakalanya pemilihan struktur rancangan tidak berdasarkan kriteria rancangan terbaik tetapi berdasarkan pengaruh faktor tertentu yang ingin diduga sehingga *defining relation* dibentuk sedemikian rupa agar pengaruh yang ingin diduga tidak terpaut dengan pengaruh lain yang juga ingin diduga tetapi hanya terpaut dengan pengaruh yang diabaikan.

Montgomery (2001) menjelaskan bahwa pemilihan struktur rancangan berdasarkan kriteria rancangan terbaik memiliki dua kriteria yang harus dipenuhi, yaitu :

1. Resolusi maksimum
2. *Minimum aberration* (MA)

Rancangan yang memenuhi resolusi maksimum adalah dengan memilih generator yang tepat dengan memperhatikan beberapa hal :

1. Pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{3}$ diperoleh dengan cara membentuk *defining relation* yang melibatkan semua faktor.
2. Pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{9}$ diperoleh dengan membentuk dua *deifning relation* dengan teknik *trial and error* atau teknik coba-coba.
3. Pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{27}$ diperoleh dengan membentuk tiga *deifning relation* dengan teknik *trial and error* atau teknik coba-coba.

Resolusi maksimum diberikan agar pengaruh faktor yang penting dapat diduga. Hal ini berkaitan dengan *clear effect*, yaitu pengaruh faktor penting yang tidak terpaut dengan pengaruh faktor penting lainnya. Beberapa hal yang terkait tentang *clear effect* dan resolusi sebagai berikut :

1. Rancangan resolusi III, dimana semua pengaruh faktor utama dapat diduga jika pengaruh interaksi yang lebih tinggi diabaikan.
2. Rancangan resolusi IV, dimana semua pengaruh faktor utama adalah *clear effect*.
3. Rancangan resolusi V, dimana pengaruh faktor utama dan pengaruh interaksi dua faktor adalah *clear effect*.

Rancangan dengan resolusi tinggi adalah rancangan terbaik karena semakin tinggi resolusi sebuah rancangan maka akan semakin banyak *clear effect*. Secara umum, resolusi dari sebuah rancangan sama dengan jumlah huruf terkecil pada *defining relation*. Pola panjang huruf dari *defining relation* ini disebut dengan *Word Length Pattern* (WLP). Suatu rancangan FF dikatakan memiliki resolusi r jika dan hanya jika r merupakan nilai terkecil dari *defining relation*.

Jika dua atau lebih rancangan memiliki resolusi yang sama maka selanjutnya dapat dilihat rancangan yang memenuhi kriteria *minimum aberation*. Rancangan *minimum aberration* (MA) adalah rancangan yang meminimalkan banyaknya kata dalam *defining relation*. Meminimumkan *defining relation* terpendek berarti meminimumkan banyaknya pengaruh interaksi tingkat rendah yang saling terpaut.

Pemilihan *defining relation* akan menentukan struktur rancangan berdasarkan kriteria yang sesuai dengan tujuan penelitian. Jadi, jika peneliti ingin ingin menduga pengaruh faktor utama dan pengaruh interaksi dua faktor maka pemilihan struktur rancangan berdasarkan pada kriteria pemilihan struktur rancangan terbaik. Namun, jika peneliti ingin menduga faktor tertentu yang ingin dianalisis maka pemilihan struktur rancangan berdasarkan pada pengaruh faktor yang akan diduga.

4.2.1. Fraksi $\frac{1}{3}$

Untuk menguraikan rancangan fraksional pada percobaan 3^k, sebaliknya kita mulai dengan fraksi $\frac{1}{3}$ bagian. Fraksi terbesar dari desain 3^k adalah fraksi sepertiga yang memiliki 3^{k-1} *run* sehingga disebut sebagai desain 3^{k-1} FF.

Rancangan FF 3^{2-1}

Percobaan dengan 2 faktor (A dan B) yang masing-masing bertaraf 3 akan dilakukan rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{3}$ sehingga bentuk rancangannya adalah 3^{2-1}. Percobaan ini keseluruhan mempunyai 9 kombinasi perlakuan, sehingga dengan melaksanakan fraksi $\frac{1}{3}$ bagian maka jumlah kombinasi perlakuan yang terlaksana hanya 3 kombinasi. Struktur rancangan akan dibentuk untuk mendapatkan rancangan terbaik.

Untuk memulai membentuk rancangan FF 3^{2-1} maka terlebih dahulu menentukan generator yang akan digunkan.

Tabel 5. Kemungkinan generator untuk rancangan 3^{2-1}

Generator
A
B

Ada 1 kemungkinan generator yang dapat dibentuk dari faktor B sehingga ada 1 struktur rancangan yang dapat dibentuk.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam membentuk generator yaitu :

a. Generator yang dibentuk tidak hanya dengan satu huruf sehingga akan membentuk *defining relation* yang terdiri dari dua huruf. *Defining relation* yang terdiri dari dua huruf akan menyebabkan pengaruh utama tertentu terpaut dengan pengaruh utama lain padahal faktor utama tersebut yang ingin diduga. Pendugaan terhadap kedua pengaruh faktor utama tersebut tidak dapat dilakukan karena kedua pengaruh utama saling terpaut.

Contoh :

$D = A$ dan $E = C$

$I = AD^2 = A^2D = CE^2 = C^2E = ACD^2E^2 = AC^2D^2E$

$= A^2CDE^2 = A^2C^2DE$

Pengaruh faktor A terpaut dengan faktor D

Pengaruh faktor C terpaut dengan faktor E

Ini berarti pengaruh faktor A dan C tidak dapat diduga kecuali jika pengaruh faktor D dan E diabaikan atau sebaliknya, pengaruh faktor faktor D dan E tidak dapat diduga kecuali jika pengaruh faktor A dan C diabaikan.

b. Generator kedua yang dibentuk tidak melibatkan faktor pada generator pertama karena akan menghasilkan struktur yang sama dengan struktur yang lain.

Contoh :

$D = AB$ dan $E = CD$

$I = ABD^2 = A^2B^2D = CDE^2 = C^2D^2E = ABE^2 = ABC^2DE$

$= A^2B^2CD^2E^2 = A^2B^2C^2E$

Sama dengan

$D = AB$ dan $E = CD = CAB = ABC$

$I = ABD^2 = A^2B^2D = ABCE^2 = A^2B^2C^2E = A^2B^2CD^2E^2 = C^2D^2E$

$= CDE^2 = ABC^2DE$

Berdasarkan ketentuan di atas, generator yang dibentuk tidak hanya dengan satu huruf sehingga akan membentuk *defining relation* yang terdiri dari dua huruf maka pada rancangan FF 3^{2-1} tidak dapat dilakukan karena generator yang ada tidak memenuhi ketentuan pemilihan generator.

Rancangan FF 3^{3-1}

Percobaan dengan 3 faktor (A, B, dan C) yang masing-masing bertaraf 3 akan dilakukan rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{3}$ sehingga bentuk rancangannya adalah 3^{3-1}. Percobaan ini keseluruhan mempunyai 27 kombinasi perlakuan, sehingga dengan melaksanakan fraksi $\frac{1}{3}$ bagian maka jumlah kombinasi perlakuan yang terlaksana hanya 9 kombinasi. Faktor yang ingin diduga adalah faktor utama A, B, C dan interaksi dua faktor BC.

Berdasarkan ketentuan pemilihan generator yang akan dibentuk hanya beberapa saja. Perhatikan tabel berikut :

Tabel 6. Generator untuk rancangan 3^{3-1}

Generator C
AB
AB^2

Rancangan dengan generator $C = AB^2$ maka $I = AB^2C^2$. Dari *defining relation* diperoleh alias sebagai berikut :

Tabel 7. Alias yang terbentuk dengan generator $C = AB^2$

Pengaruh	Alias
A	$ABC = BC$
B	AC^2
C	AB^2
AB	$AC = BC^2$

dari alias yang terbentuk, pengaruh utama faktor A terpaut dengan BC padahal kedua pengaruh tersebut yang ingin diduga.

Rancangan dengan generator $C = AB$ maka $I = ABC^2$. Dari *defining relation* diperoleh alias sebagai berikut :

Tabel 8. Alias yang terbentuk dengan generator $C = AB$

Pengaruh	Alias
A	AB^2C
B	AB^2C^2
C	AB
AC	$AB^2 = BC$
AC^2	AB^2C^2
BC^2	AB^2C

Dari alias yang terbentuk, pengaruh yang ingin diduga yaitu pengaruh utama faktor A, B, C dan interaksi dua faktor BC tidak terpaut sehingga masing-masing pengaruh tersebut dapat diduga. Panjang huruf dari *defining relation* adalah 3 maka rancangan FF 3^{3-1} memiliki resolusi III.

Berdasarkan struktur rancangan yang dibentuk diperoleh kombinasi perlakuan seperti pada tabel 9.

Tabel 9. Matriks rancangan dan kombinasi perlakuan rancangan FF 3^{3-1} dengan $I = ABC^2$

Run	Rancangan Dasar		$C = AB$	Kombinasi Perlakuan
	A	B		
1	0	0	0	$a_0b_0c_0$
2	1	0	1	$a_1b_0c_1$
3	2	0	2	$a_2b_0c_2$
4	0	1	1	$a_0b_1c_1$
5	1	1	2	$a_1b_1c_2$
6	2	1	0	$a_2b_1c_0$
7	0	2	2	$a_0b_2c_2$
8	1	2	0	$a_1b_2c_0$
9	2	2	1	$a_2b_2c_1$

Rancangan 3^{k-p} di atas juga dapat dibuatkan blok-blok. Dengan adanya blok dapat digunakan sebagai alternatif kombinasi perlakuan yang digunakan karena salah satu dari blok dapat dipilih untuk digunakan. Setiap efek utama atau komponen interaksi yang diduga dari desain 3^{k-1} memiliki dua alias yang diperoleh dengan mengalikan efek dengan *defining relation* yang bekerja dengan modulus 3.

Jika $AB^{\alpha 2}C^{\alpha 3} \dots K^{\alpha k}$ adalah komponen interaksi yang digunakan untuk mendefinisikan blok, maka $I = AB^{\alpha 2}C^{\alpha 3} \dots K^{\alpha k}$ disebut *defining relation* dari rancangan FF. Pembentukan bagian-bagian dapat dilaksanakan dengan menggunakan bentuk linear atau yang disebut dengan *defining contrast* :

$$\alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \cdots + \alpha_k X_k = L \pmod 3$$

setiap kombinasi perlakuan yang memiliki nila L yang sama ditempatkan dalam satu bagian yang sama pula (Montgomery, 2001).

Rancangan FF 3^{3-1} dibagi ke dalam tiga blok yang setiap blok memuat 9 kombinasi perlakuan. Misalnya pada kasus di atas, *defining relation* yang digunakan adalah ABC^2 maka bentuk linearnya didefinisikan :

$$L = 1.X_1 + 1.X_2 + 2.X_3$$

Nilai – nilai L untuk masing – masing kombinasi perlakuan adalah :

$000 : L = 1.(0) + 1.(0) + 2.(0) = 0$

$001 : L = 1.(0) + 1.(0) + 2.(1) = 2$

$002 : L = 1.(0) + 1.(0) + 2.(2) = 4\ (mod\ 3) = 1$

$\vdots$

$222 : L = 1.(2) + 1.(2) + 2.(2) = 8\ (mod\ 3) = 2$

Dengan mendapatkan nilai – nilai L yang sama ke dalam satu bagian yang sama pula, diperoleh bagian – bagian sebagai berikut :

Blok 1 $L = 0$	Blok 2 $L = 1$	Blok 3 $L = 2$
000	002	001
011	010	012
022	021	020
101	100	102
112	111	110
120	122	121
202	201	200
210	212	211
221	220	222

Jika dilihat rancangan 3^{3-1} yang terbentuk dengan generator AB dan blok-blok yang terbentuk, dapat disimpulkan bahwa kombinasi perlakuan yang terpilih dengan menggunakan generator sama dengan bagian utama blok yaitu dengan nilai $L = 0$.

Rancangan FF 3^{4-1}

Percobaan dengan 4 faktor (A, B, C, dan D) yang masing-masing bertaraf 3 akan dilakukan rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{3}$ sehingga bentuk rancangannya adalah 3^{4-1}. Percobaan ini keseluruhan mempunyai 81 kombinasi perlakuan, sehingga dengan melaksanakan fraksi $\frac{1}{3}$ bagian maka jumlah kombinasi perlakuan yang terlaksana hanya 27 kombinasi. Struktur rancangan akan dibentuk untuk mendapatkan rancangan terbaik.

Berdasarkan ketentuan pemilihan generator dan dengan memperhatikan ketentuan bahwa pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{3}$ agar dapat memenuhi rancangan dengan resolusi maksimum maka dipilih generator yang memuat interaksi tingkat tinggi sehingga akan melibatkan semua faktor dari rancangan maka kemungkinan generator yang akan dibentuk hanya beberapa saja.

Tabel 10. Generator untuk rancangan 3^{4-1}

Generator D
ABC
AB^2C
ABC^2
AB^2C^2

Ada 4 kemungkinan generator yang dapat dibentuk dari faktor D sehingga ada 4 struktur rancangan yang dapat dibentuk.

Tabel 11. Alternatif rancangan 3^{4-1}

No	Kode	Generator	*Defining relation*
1	H_1	ABC	$I = ABCD^2$
2	H_2	AB^2C	$I = AB^2CD^2$
3	H_3	ABC^2	$I = ABC^2$
4	H_4	AB^2C^2	$I = AB^2C^2$

Karena generator yang dipilih adalah generator yang memuat interaksi tingkat tinggi maka panjang huruf dari *defining relation* akan selalu memuat 4 huruf. Untuk itu, rancangan FF 3^{4-1} adalah rancangan yang memiliki resolusi IV.

Tabel 12. Alias dari alternatif rancangan 3^{4-1}

Faktor Penting	Alias			
	H_1	H_2	H_3	H_4
A	AB^2C^2D	ABC^2D	AB^2CD	$ABCD$
B	AB^2CD^2	ACD^2	$AB^2C^2D^2$	AC^2D^2
C	ABC^2D^2	$AB^2C^2D^2$	ABD^2	AB^2D^2
D	ABC	AB^2C	ABC^2	AB^2C^2
AB	ABC^2D	AC^2D	$ABCD$	ACD
AC	AB^2CD	$ABCD$	AB^2D	ABD
AD	AB^2C^2	ABC^2	AB^2C	ABC
BC	$AB^2C^2D^2$	AC^2D^2	AB^2D^2	$\boldsymbol{AD^2}$
BD	AB^2C	$\boldsymbol{AC}$	AB^2C^2	$\boldsymbol{AC^2}$
CD	ABC^2	AB^2C^2	$\boldsymbol{AB}$	$\boldsymbol{AB^2}$

Lanjutan tabel 12

Tabel 12. Alias dari alternatif rancangan 3^{4-1}

Faktor Penting	Alias			
	H_1	H_2	H_3	H_4
AB^2	AC^2D	AB^2C^2D	ACD	AB^2CD
AC^2	AB^2D	ABD	AB^2C^2D	ABC^2D
AD^2	$AB^2C^2D^2$	ABC^2D^2	AB^2CD^2	$ABCD^2$
BC^2	AB^2D^2	$\boldsymbol{AD^2}$	AB^2CD^2	ACD
BD^2	AB^2CD	ACD	AB^2C^2D	AC^2D
CD^2	ABC^2D	AB^2C^2D	$ABCD$	AB^2D

Panjang huruf dari *defining relation* H_1, H_2, H_3 dan H_4 adalah 4 maka rancangan tersebut memiliki resolusi IV dan semua faktor utama adalah *clear effect*. Dari alias yang terbentuk, rancangan H_1 merupakan rancangan *minimum aberration*, dimana rancangan ini meminimalkan banyaknya interaksi tingkat rendah (dua faktor) yang saling beralias. Jika dilihat dari alias yang terbentuk, pada rancangan H_1 tidak ada interaksi dua faktor yang saling beralias, rancangan H_2 menyebabkan 2 pasang interaksi dua faktor saling beralias, rancangan H_3 menyebabkan 1 pasang interaksi dua faktor saling beralias, dan rancangan H_4 menyebabkan 3 pasang interaksi dua faktor saling beralias sehingga H_1 terpilih sebagai rancangan yang memenuhi kriteria rancangan terbaik.

Berdasarkan struktur rancangan H_1 yang dibentuk maka diperoleh kombinasi perlakuan seperti pada tabel 13.

Tabel 13. Matriks rancangan dan kombinasi perlakuan rancangan FF 3^{4-1} dengan $I = ABC^2D^2$

Run	Rancangan Dasar			$D = ABC^2$	Kombinasi Perlakuan
	A	B	C		
1	0	0	0	0	$a_0b_0c_0d_0$
2	1	0	0	1	$a_1b_0c_0d_1$
3	2	0	0	2	$a_2b_0c_0d_2$
4	0	1	0	1	$a_0b_1c_0d_1$
5	1	1	0	2	$a_1b_1c_0d_2$
6	2	1	0	0	$a_2b_1c_0d_0$
7	0	2	0	2	$a_0b_2c_0d_2$
8	1	2	0	0	$a_1b_2c_0d_0$
9	2	2	0	1	$a_2b_2c_0d_1$
10	0	0	1	2	$a_0b_0c_1d_2$
11	1	0	1	0	$a_1b_0c_1d_0$
12	2	0	1	1	$a_2b_0c_1d_1$
13	0	1	1	0	$a_0b_1c_1d_0$
14	1	1	1	1	$a_1b_1c_1d_1$
15	2	1	1	2	$a_2b_1c_1d_2$
16	0	2	1	1	$a_0b_2c_1d_1$
17	1	2	1	2	$a_1b_2c_1d_2$
18	2	2	1	0	$a_2b_2c_1d_0$
19	0	0	2	1	$a_0b_0c_2d_1$
20	1	0	2	2	$a_1b_0c_2d_2$
21	2	0	2	0	$a_2b_0c_2d_0$
22	0	1	2	2	$a_0b_1c_2d_2$
23	1	1	2	0	$a_1b_1c_2d_0$
24	2	1	2	1	$a_2b_1c_2d_1$
25	0	2	2	0	$a_0b_2c_2d_0$
26	1	2	2	1	$a_1b_2c_2d_1$
27	2	2	2	2	$a_2b_2c_2d_2$

Rancangan FF 3^{4-1} dibagi ke dalam tiga blok yang setiap blok memuat 27 kombinasi perlakuan.

Pada kasus di atas, *defining relation* yang digunakan adalah ABC^2D^2 maka bentuk linearnya didefinisikan :

$$L = 1.X_1 + 1.X_2 + 2.X_3 + 2.X_4$$

Jika diketahui bahwa kombinasi perlakuan dari rancangan 3^{4-1} yang terbentuk dengan generator ABC^2 sama dengan bagian utama blok maka kombinasi perlakuan dengan $L = 0$:

$0000 : L = 1.(0) + 1.(0) + 2.(0) + 2.(0) = 0$

$1001 : L = 1.(1) + 1.(0) + 2.(0) + 2.(1) = 3\ (mod\ 3) = 0$

$2002 : L = 1.(2) + 1.(0) + 2.(0) + 2.(2) = 6\ (mod\ 3) = 0$

$\vdots$

$2222 : L = 1.(2) + 1.(2) + 2.(2) + 2.(2) = 12\ (mod\ 3) = 0$

Kombinasi perlakuan yang lain dapat diperoleh untuk bagian-bagian selanjutnya dengan memilih satu kombinasi perlakuan yang belum terdapat pada bagian lain lalu menjumlahkannya dengan semua kombinasi perlakuan dalam bagian-bagian utama. Didefinisikan sebagai berikut :

$$abcd + hijk = pqrs$$

Dimana :

$abcd$: kombinasi perlakuan yang dipilih yang belum ada dalam suatu bagian

$hijk$: kombinasi perlakuan pada bagain utama yaitu dengan $L = 0$

$pqrs$: kombinasi perlakuan yang ditempatkan dalam bagian yang terbentuk

Misalkan dipilih kombinasi perlakuan 2000 yang tidak berada pada bagian utama, maka :

$2000 : L = 1.(2) + 1.(0) + 2.(0) + 2.(0) = 2$

Ternyata setelah dimasukkan dalam bentuk linear diketahui bahwa 2000 terdapat dalam bagian 2 sehingga diperoleh kombinasi perlakuan pada bagian 2 sebagai berikut :

$2000 \times 0000 = 2000$

$2000 \times 1001 = 0001$

$2000 \times 2002 = 1002$

$\vdots$

$2000 \times 2222 = 1222$

Misalkan dipilih lagi kombinasi perlakuan 1000 yang tidak berada pada bagian utama dan bagian 2, maka :

$1000 : L = 1.(1) + 1.(0) + 2.(0) + 2.(0) = 1$

Setelah dimasukkan dalam bentuk linear diketahui bahwa 1000 terdapat dalam bagian 2 sehingga diperoleh kombinasi perlakuan pada bagian 1 sebagai berikut :

$1000 \times 0000 = 1000$

$1000 \times 1001 = 2001$

$1000 \times 2002 = 0002$

$\vdots$

$1000 \times 2222 = 0222$

Jika pemblokan ini digunakan pada rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{9}$ maka akan ada 9 bagian sehingga cara di atas dapat dilanjutkan untuk mendapatkan bagian-bagian yang lain. Ini merupakan sifat teoritik grup dari bagian utama.

Dengan mendapatkan nilai – nilai L yang sama ke dalam satu bagian yang sama pula, diperoleh bagian – bagian sebagai berikut :

Blok 1

$L = 0$

0000	0012	0021
1001	1010	1022
2002	2011	2020
0101	0110	0122
1102	1111	1120
2100	2112	2121
0202	0211	0220
1200	1212	1221
2201	2210	2222

Blok 2

$L = 1$

1000	1012	1021
2001	2010	2022
0002	0011	0020
1101	1110	1122
2102	2111	2120
0100	0112	0121
1202	1211	1220
2200	2212	2221
0201	0210	0222

Blok 3

$L = 2$

1000	1012	1021
2001	2010	2022
0002	0011	0020
1101	1110	1122
2102	2111	2120
0100	0112	0121
1202	1211	1220
2200	2212	2221
0201	0210	0222

Pembentukan generator pada rancangan 3 faktor dan 4 faktor di atas dapat pula dilakukan untuk rancangan 5 faktor dan 6 faktor yang secara umum dituliskan sebagai berikut :

Tabel 14. Rancangan Faktorial Fraksional 3^{k-p}

Faktor	**Fraksi**	**Kombinasi Perlakuan**	**Generator**	**Rancangan yang dapat dibentuk**
3	3_{III}^{3-1}	9	$C = AB$	2
			$C = AB^2$	
4	3_{IV}^{4-1}	27	$D = ABC$	4
			$D = AB^2C$	
			$D = ABC^2$	
			$D = AB^2C^2$	
5	3_{V}^{5-1}	81	$E = ABCD$	8
			$E = AB^2CD$	
			$E = ABC^2D$	
			$E = ABCD^2$	
			$E = AB^2C^2D$	
			$E = AB^2CD^2$	
			$E = ABC^2D^2$	
			$E = AB^2C^2D^2$	
6	3_{VI}^{6-1}	243	$F = ABCDE$	16
			$F = AB^2CDE$	
			$F = ABC^2DE$	
			$F = ABCD^2E$	
			$F = ABCDE^2$	
			$F = AB^2C^2DE$	
			$F = AB^2CD^2E$	
			$F = AB^2CDE^2$	
			$F = ABC^2D^2E$	
			$F = ABC^2DE^2$	
			$F = ABCD^2E^2$	
			$F = AB^2C^2D^2E$	
			$F = AB^2C^2DE^2$	
			$F = AB^2CD^2E^2$	
			$F = ABC^2D^2E^2$	
			$F = AB^2C^2D^2E^2$	

4.2.2. Fraksi $\frac{1}{9}$

Secara umum, dapat dibentuk sebuah $a\left(\frac{1}{3}\right)^{p}$ fraksi dari rancangan 3^{k} untuk $p < k,$ di mana fraksi mengandung 3^{k-p}. Seperti pada 3^{k-1} yang dikatakan pecahan satu-tiga. Dengan demikian, desain 3^{k-2} adalah pecahan satu-sembilan, desain 3^{k-3} adalah pecahan satu-duapuluh-tujuh dan seterusnya (Montgomery, 2001).

Prosedur untuk membentuk rancangan FF 3^{k-p} adalah untuk memilih p komponen interaksi dan menggunakan efek ini untuk membagi 3^{k} kombinasi perlakuan menjadi 3^{p} blok.

Rancangan FF 3^{3-2}

Berdasarkan ketentuan pemilihan generator yaitu generator yang dibentuk tidak hanya dengan satu huruf sehingga akan membentuk *defining relation* yang terdiri dari dua huruf maka pada rancangan FF 3^{3-2} tidak dapat dilakukan.

Rancangan FF 3^{4-2}

Percobaan dengan 4 faktor ($A, B, C,$ dan D) yang masing-masing bertaraf 3 akan dilakukan rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{9}$ sehingga bentuk rancangannya adalah 3^{4-2}. Percobaan ini keseluruhan mempunyai 81 kombinasi perlakuan, sehingga dengan melaksanakan fraksi $\frac{1}{9}$ bagian maka jumlah kombinasi perlakuan yang terlaksana hanya 9 kombinasi. Struktur rancangan akan dibentuk untuk mendapatkan rancangan terbaik.

Berdasarkan ketentuan pemilihan generator maka generator yang dapat dipilih :

Tabel 15. Generator untuk rancangan 3^{4-2}

Generator	
C	D
AB	AB
AB^2	AB^2

Ada 2 generator yang dapat dibentuk dari faktor C dan 2 generator dari faktor D sehingga ada 4 struktur rancangan yang dapat dibentuk. Namun jika menggunakan 2 generator yang sama, misalnya $C = AB$ dan $D = AB$ maka pengaruh utama akan saling terpaut jadi hanya ada 2 rancangan yang dapat dibentuk.

Tabel 16. Alternatif rancangan 3^{4-2}

No	Kode	Generator	*Defining Relation*
1	H_1	$C = AB$ $D = AB^2$	$I = ABC^2 = AB^2D^2 = ACD = BCD^2$
2	H_2	$C = AB^2$ $D = AB$	$I = AB^2C^2 = ABD^2 = ACD = BC^2D$

Misalkan pada rancangan H_1 dengan generator $C = AB$ dan $D = AB^2$ maka diperoleh *defining relation* :

$C = AB \rightarrow I = ABC^2$

$D = AB^2 \rightarrow I = AB^2D^2$

$I = (ABC^2)(ABC^2) = A^2B^2C = ABC^2$

$I = (AB^2D^2)(AB^2D^2) = AB^2D^2 = AB^2D^2$

$I = (ABC^2)(AB^2D^2) = ACD$

$I = (ABC^2)(AB^2D^2)^2 = BCD^2$

Di mana $I = ACD$ dan $I = BCD^2$ dinamakan *generalized defining relation* yang merupakan perkalian antara *defining relation*.

Dari kedua *defining relation* yang terbentuk diketahui bahwa rancangan 3^{4-2} adalah rancangan dengan resolusi III. Hal ini dilihat dari pola panjang huruf dari defining relation untuk kedua rancangan sama-sama memiliki panjang huruf 3. WLP untuk rancangan $H_1 = \{3,3,3,3\}$ dan $H_2 = \{3,3,3,3\}$.

Karena sama-sama memiliki resolusi III. Selanjutnya dilihat *minimum aberration* dari masing-masing rancangan. Untuk kedua rancangan diperoleh alias sebagai berikut :

Tabel 17. Struktur alias rancangan H_1 dengan generator $C = AB$ dan $D = AB^2$

Faktor Penting	Alias H_1
A	$I = AB^2C = ABD = AC^2D^2 = ABCD^2$
B	$I = AB^2C^2 = AD^2 = ABCD = BC^2D$
C	$I = AB = AB^2CD^2 = AC^2D = BC^2D^2$
D	$I = ABC^2D = AB^2 = ACD^2 = BC$
AB	$I = ABC = \boldsymbol{AD} = AB^2C^2D^2 = AB^2CD^2$
AC	$I = \boldsymbol{AB^2} = ABC^2D = ACD^2 = ABC^2D^2$
AD	$I = AB^2CD^2 = \boldsymbol{AB} = AC^2D = ABC$
BC	$I = \boldsymbol{AB^2} = ACD^2 = ABC^2D = BCD$
BD	$I = AB^2C^2D = A = ABCD^2 = \boldsymbol{BC^2}$
CD	$I = ABD = AB^2C = AC^2D^2 = BC^2D^2$
AB^2	$I = \boldsymbol{AC} = AB^2D = ABC^2D^2 = ACD^2$
AC^2	$I = ABC = ABCD = \boldsymbol{AD^2} = ABD^2$
AD^2	$I = AB^2CD = ABD^2 = \boldsymbol{AC} = ABCD$
BC^2	$I = AB^2C = AC^2D^2 = ABD = \boldsymbol{BD}$
BD^2	$I = AB^2C^2D^2 = \boldsymbol{AD} = ABC = BC^2D^2$
CD^2	$I = ABD^2 = AB^2CD = \boldsymbol{AC^2} = BC^2D$

Tabel 18. Struktur alias rancangan H_2 dengan generator $C = AB^2$ dan $D = AB$

Faktor Penting	Alias H_{21}
A	$I = ABC = AB^2C = CD = ABC^2$D
B	$I = AC^2 = AB^2D^2 = AB^2CD = BCD^2$
C	$I = AB^2 = ABCD^2 = AD = BD$
D	$I = AB^2C^2D = AB = AC = BC^2$
AB	$I = \boldsymbol{AC} = ABD = BC^2D^2 = AB^2C^2D$
AC	$I = \boldsymbol{AB} = AB^2C^2D = D = ABD$
AD	$I = ABCD^2 = AB^2D = C = ABC^2D^2$
BC	$I = A = AB^2CD^2 = AB^2D = \boldsymbol{BD^2}$
BD	$I = AC^2D = \boldsymbol{AB^2} = AB^2D = BCD$
CD	$I = AB^2D = ABC = A = \boldsymbol{BD^2}$
AB^2	$I = AB^2C = \boldsymbol{AD} = ABC^2D^2 = AC^2D$
AC^2	$I = ABC^2 = AB^2CD = \boldsymbol{AD^2} = ABCD$
AD^2	$I = ABCD = AB^2D^2 = \boldsymbol{AC^2} = ABC^2$
BC^2	$I = \boldsymbol{AC} = AB^2C^2D^2 = ABD = BC^2D^2$
BD^2	$I = AC^2D^2 = AB^2D = ABC = \boldsymbol{BC}$
CD^2	$I = AB^2D^2 = ABCD = \boldsymbol{AC^2} = B$

Jika dilihat dari alias yang terbentuk, rancangan H_1 dan H_2 menyebabkan 8 pasang interaksi dua faktor saling beralias sehingga H_1 dan H_2 bisa dipilih sebagai rancangan yang memenuhi kriteria rancangan terbaik.

Misalkan pada ilustrasi di atas dipilih rancangan H_1 maka berdasarkan struktur rancangan yang dibentuk diperoleh kombinasi perlakuan seperti pada tabel 19.

Tabel 19. Kombinasi perlakuan rancangan FF 3^{4-2} dengan generator $C = AB$ dan $D = AB^2$

Run	Rancangan Dasar		$C = AB$	$D = AB^2$	Kombinasi Perlakuan
	A	B			
1	0	0	0	0	$a_0b_0c_0d_0$
2	1	0	1	1	$a_1b_0c_1d_1$
3	2	0	2	2	$a_2b_0c_2d_2$
4	0	1	1	2	$a_0b_1c_1d_2$
5	1	1	2	0	$a_1b_1c_2d_0$
6	2	1	0	1	$a_2b_1c_0d_1$
7	0	2	2	1	$a_0b_2c_2d_1$
8	1	2	0	2	$a_1b_2c_0d_2$
9	2	2	1	0	$a_2b_2c_1d_0$

Rancangan 3^{k-2} di atas juga dapat dibuatkan blok-blok sebagai alternatif kombinasi perlakuan yang dapat digunakan karena salah satu dari blok dapat dipilih. Rancangan FF 3^{k-2} dibagi ke dalam sembilan blok yang setiap blok memuat 9 kombinasi perlakuan.

Pembentukan bagian-bagian dapat dilaksanakan dengan menggunakan dua bentuk linear (*defining contrast*) :

$$L_1 = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \cdots + \alpha_k X_k \quad \text{(mod 3)}$$

$$L_2 = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \cdots + \beta_k X_k \quad \text{(mod 3)}$$

Di mana :

α_i = eksponen dari interaksi umum pertama

β_i = eksponen dari interaksi umum kedua

Dari persamaan di atas maka akan ditentukan pasangan nilai untuk L_1 dan L_2. Kombinasi perlakuan memiliki pasangan nilai yang sama untuk (L_1, L_2) ditempatkan ke blok yang sama. Kombinasi yang memuat kombinasi perlakuan dengan nilai $L_1 = L_2 = 0$ disebut bagian utama.

Pada rancangan FF 3^{4-2} di atas, *defining relation* yang digunakan adalah ABC^2 dan AB^2D maka bentuk linearnya didefinisikan :

$$L_1 = 1.X_1 + 1.X_2 + 2.X_3$$

$$L_2 = 1.X_1 + 2.X_2 + 1.X_4$$

Nilai – nilai masing-masing kombinasi perlakuan adalah :

$0000 : L_1 = 1.(0) + 1.(0) + 2.(0) = 0$

$L_2 = 1.(0) + 2.(0) + 2.(0) = 0$

$0112 : L_1 = 1.(0) + 1.(1) + 2.(1) = 3\ (mod\ 3) = 0$

$L_2 = 1.(0) + 2.(1) + 2.(2) = 6\ (mod\ 3) = 0$

$1120 : L_1 = 1.(1) + 1.(1) + 2.(2) = 6\ (mod\ 3) = 0$

$L_2 = 1.(1) + 2.(1) + 2.(0) = 3\ (mod\ 3) = 0$

Kombinasi perlakuan 0000, 0112 dan 1120 di atas memiliki nilai $(L_1, L_2) = 0$ maka kombinasi perlakuan tersebut berada dalam bagian utama. Jika dilihat, kombinasi perlakuan dari rancangan 3^{4-1} yang terbentuk dengan generator $C = AB$ dan $D = AB^2$ sama dengan bagian utama blok atau $L = 0$.

Selanjutnya, untuk mendapatkan kombinasi perlakuan yang lainnya bisa diperoleh dengan cara menjumlahkan kombinasi perlakuan yang ada.

$0112 + 0112 = 0224 = 0221$

$1120 + 1120 = 2240 = 2210$

$0112 + 1120 = 1232 = 1202$

$0221 + 1120 = 1341 = 1011$

$2210 + 0112 = 2322 = 2022$

$0221 + 2210 = 2431 = 2101$

Ini berarti semua kombinasi yang berada dalam bagian utama telah diperoleh. Jika dilihat, kombinasi perlakuan dari rancangan 3^{4-1} yang terbentuk dengan generator $C = AB$ dan $D = AB^2$ sama dengan bagian utama blok.

Dengan menggunakan sifat teoritik grup dari bagian utama maka dapat diperoleh bagian-bagian yang lainnya. Misalkan dipilih kombinasi perlakuan 1000 yang tidak berada pada bagian utama, maka :

1000 : $L_1 = 1.(1) + 1.(0) + 2.(0) = 1$

$L_2 = 1.(1) + 2.(0) + 2.(0) = 1$

Kombinasi perlakuan 1000 memiliki nilai $(L_1, L_2) = 1$ sehingga kombinasi lainnya :

$1000 \times 0000 = 1000$ $\quad$ $1000 \times 1202 = 2202$

$1000 \times 0112 = 1112$ $\quad$ $1000 \times 1011 = 2011$

$1000 \times 1120 = 2120$ $\quad$ $1000 \times 2022 = 0022$

$1000 \times 0221 = 1221$ $\quad$ $1000 \times 2210 = 021$

$1000 \times 2210 = 0210$

Misalkan lagi dipilih kombinasi perlakuan 0100 yang tidak berada pada bagian utama dan bagian 1, maka :

0100 : $L_1 = 1.(1) + 1.(1) + 2.(0) = 2$

$L_2 = 1.(1) + 2.(1) + 2.(0) = 3\ (mod\ 3) = 0$

Kombinasi perlakuan 1000 memiliki nilai $(L_1, L_2) = (2,0)$ sehingga kombinasi lainnya :

$0100 \times 0000 = 0100$ $\quad$ $0100 \times 1202 = 1002$

$0100 \times 0112 = 0212$ $\quad$ $0100 \times 1011 = 1111$

$0100 \times 1120 = 0220$ $\quad$ $0100 \times 2022 = 2122$

$0100 \times 0221 = 0021$ $\quad$ $0100 \times 2210 = 2010$

$0100 \times 2210 = 2010$

Dengan mendapatkan nilai – nilai L yang sama ke dalam satu bagian yang sama pula, diperoleh bagian – bagian sebagai berikut :

Blok Utama $(L_1, L_2) = 0$	Blok 2 $(L_1, L_2) = 1$	Blok 3 $(L_1, L_2) = 2$
0000	1000	2000
1011	2011	0011
2022	0022	1022
0112	1112	2112
1120	2120	0120
2101	0101	1101
0221	1221	2221
1202	2202	0202
2210	0210	1210

Blok 4 $(L_1, L_2) = (0,1)$	Blok 5 $(L_1, L_2) = (0,2)$	Blok 6 $(L_1, L_2) = (1,0)$
0111	0110	0010
1122	1121	1021
2100	2102	2002
0220	0222	0122
0201	1010	1100
2211	2211	2111
0002	0001	0201
1011	1012	1212
2021	2020	2220

Blok 7 $(L_1, L_2) = (1,2)$	Blok 8 $(L_1, L_2) = (2,0)$	Blok 9 $(L_1, L_2) = (2,1)$
0100	1100	0200
1111	2111	1211
2122	0122	2222
0212	1212	0012
1220	2220	1020
2201	0201	2001
0021	1021	0121
1002	2002	1102
2010	0010	2110

Dari blok-blok yang terbentuk, terlihat bahwa blok utama sama dengan rancangan yang terbentuk dengan menggunakan generator.

Rancangan FF 3^{5-2}

Percobaan dengan 5 faktor (A, B, C, D dan E) yang masing-masing bertaraf 3 akan dilakukan rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{9}$ sehingga bentuk rancangannya adalah 3^{5-2}. Percobaan ini keseluruhan mempunyai 243 kombinasi perlakuan, sehingga dengan melaksanakan fraksi $\frac{1}{9}$ bagian maka jumlah kombinasi perlakuan yang terlaksana hanya 27 kombinasi. Faktor yang ingin diduga adalah faktor utama A, B, C, D, E serta interaksi dua faktor AB dan BC.

Berdasarkan ketentuan pemilihan generator maka :

Tabel 20. Generator untuk rancangan 3^{5-2}

Generator	
D	E
A	A
B	B
C	C

Lanjutan tabel 20

Tabel 20. Generator untuk rancangan 3^{5-2}

Generator	
D	E
AB	AB
AC	AC
BC	BC
AB^2	AB^2
AC^2	AC^2
BC^2	BC^2
ABC	ABC
AB^2C	AB^2C
ABC^2	ABC^2
AB^2C^2	AB^2C^2

Ada 10 kemungkinan generator untuk faktor D dan ada 10 kemungkinan generator untik faktor E sehingga akan ada $10 \times 10 = 100$ struktur rancangan yang bisa dibentuk. Namun jika menggunakan 2 generator yang sama, misalnya $D = AB$ dan $E = AB$ maka pengaruh utama akan saling terpaut jadi hanya ada 90 rancangan yang dapat dibentuk.

Berdasarkan beberapa kemungkinan akan dipilih tiga rancangan yang akan ditentukan struktur aliasnya sebagai berikut :

Tabel 21. Alternatif rancangan 3^{5-2}

No	Kode	Generator	*Defining Relation*
1	H_1	$D = AC^2$ $E = AB$	$I = AC^2D^2 = ABE = AB^2CDE = BCDE^2$
2	H_2	$D = ABC^2$ $E = BC$	$I = ABC^2D^2 = BCE^2 = AB^2D^2E^2 = AD^2E$
3	H_3	$D = AB^2C^2$ $E = AB^2C$	$I = AB^2C^2D^2 = AB^2CE^2 = CD^2E = AB^2DE$

Word Lenggth Pattern (WLP) untuk rancangan $H_1 = \{3,3,4,5\}$, rancangan $H_2 = \{3,3,4,4\}$, dan rancangan $H_3 = \{3,4,4,4\}$ dengan demikian ketiga rancangan tersebut sama-sama memiliki resolusi III. Karena sama-sama memiliki resolusi yang sama maka untuk memilih rancangan yang dapat digunakan dilihat lagi *minimum aberration* dari masing-masing rancangan.

Tabel 22. Struktur alias rancangan H_1 dengan generator $D = AC^2$ dan $E = AB$

Faktor Penting	Alias
	H_1
A	$I = ACD = AB^2E = ABC^2D^2E^2 = ABCDE^2$
B	$I = ABC^2D^2 = AB^2E^2 = ACDE = BC^2D^2E$
C	$I = AD^2 = ABCE^2 = AB^2C^2DE = BC^2DE^2$
D	$I = AC^2 = ABDE^2 = AB^2CD^2E = BCD^2E^2$
E	$I = AC^2D^2E = \boldsymbol{AB} = AB^2CDE^2 = BCD$
AB	$I = AB^2CD = ABE^2 = AC^2D^2E^2 = AB^2CDE^2$
AC	$I = \boldsymbol{AD} = AB^2C^2E = ABCD^2E^2 = ABC^2DE^2$
AD	$I = \boldsymbol{AC} = AB^2D^2E = ABC^2DE^2 = ABCD^2E^2$
AE	$I = ACDE^2 = AB^2E = ABC^2D^2E = ABCD$
BC	$I = ABD^2 = AB^2CE^2 = AC^2DE = BCD^2E$
BD	$I = ABC^2 = AB^2DE = ACD^2E = BC^2DE$
BE	$I = ABC^2D^2E = AB^2E^2 = ACDE^2 = BC^2D^2$
CD	$I = A = ABCDE^2 = AB^2C^2D^2E = BC^2D^2E^2$
CE	$I = AD^2E = ABC = AB^2C^2DE^2 = BC^2D$
DE	$I = AC^2E = ABD = AB^2CD^2E^2 = BCD^2$
AB^2	$I = ABCD = \boldsymbol{AE^2} = AB^2C^2D^2E^2 = ACDE^2$
AC^2	$I = AC^2D = AB^2CE^2 = ABD^2E^2 = ABDE^2$
AD^2	$I = ACD^2 = AB^2DE^2 = ABC^2E^2 = ABCE^2$
AE^2	$I = ACDE = \boldsymbol{AB^2} = ABC^2D^2 = ABCDE$
BC^2	$I = ABCD^2 = AB^2C^2E = ADE = BD^2E$
BD^2	$I = ABC^2D = AB^2D^2E = ACE = BC^2E$
BE^2	$I = ABC^2D^2E^2 = \boldsymbol{AB^2} = ACD = BC^2D^2E^2$
CD^2	$I = \boldsymbol{AD} = ABCD^2E = AB^2C^2E = BC^2E^2$
CE^2	$I = AD^2E^2 = ABC = AB^2C^2D = BC^2DE$
DE^2	$I = AC^2E^2 = ABD = AB^2CD^2 = BCD^2E$

Tabel 23. Struktur alias rancangan H_2 dengan generator $D = ABC^2$ dan $E = BC$

Faktor Penting	Alias H_2
A	$I = AB^2CD^2 = ABCE^2 = ABDE = ACD^2E$
B	$I = AB^2C^2D^2 = BC^2E = AD^2E^2 = ABC^2DE^2$
C	$I = ABD^2 = BC^2E^2 = AB^2CD^2E^2 = AC^2D^2E$
D	$I = ABC^2 = BCDE^2 = AB^2E^2 = ACE$
E	$I = ABC^2D^2E = BC = AB^2D^2 = ACD^2E^2$
AB	$I = ABCD = AB^2CE^2 = ADE = AB^2C^2DE^2$
AC	$I = AB^2D = ABC^2E^2 = ABC^2DE = ACDE^2$
AD	$I = ABC^2 = ABCDE^2 = ABE = AC^2E^2$
AE	$I = AB^2CDE^2 = ABC = ABD = AC^2DE$
BC	$I = AB^2D^2 = BCE = ACD^2E^2 = ABCD^2E$
BD	$I = AB^2C^2 = BC^2D^2E = \boldsymbol{AE^2} = ABCE$
BE	$I = AC^2D^2E = \boldsymbol{BC^2} = \boldsymbol{AD^2} = ABD^2E^2$
CD	$I = \boldsymbol{AB} = BC^2DE^2 = AB^2CE^2 = AC^2E$
CE	$I = ABD^2E = BC^2 = AB^2CD^2 = AC^2D^2E^2$
DE	$I = ABC^2E = BCD = \boldsymbol{AB^2} = ACE^2$
AB^2	$I = BCD = AC^2E = AB^2DE = ABDE^2$
AC^2	$I = AB^2C^2D = ABE^2 = ABCDE = ACDE^2$
AD^2	$I = AB^2CD^2 = ABCD^2E^2 = ABD^2E^2 = AD^2E^2$
AE^2	$I = AB^2CDE = ABCE = ABDE^2 = \boldsymbol{AD}$
BC^2	$I = AB^2CD^2 = \boldsymbol{BE} = AC^2D^2E^2 = ABC^2D^2E$
BD^2	$I = AB^2C^2D = BC^2DE = ADE^2 = ABDE$
BE^2	$I = AB^2C^2D^2E^2 = BC^2E^2 = AD^2E = ABD^2$
CD^2	$I = ABD = BC^2D^2E^2 = AB^2CDE^2 = ACDE$
CD^2	$I = \boldsymbol{AD} = ABCD^2E = AB^2C^2E = BC^2E^2$
CE^2	$I = AD^2E^2 = ABC = AB^2C^2D = BC^2DE$
DE^2	$I = AC^2E^2 = ABD = AB^2CD^2 = BCD^2E$

Tabel 24. Struktur alias rancangan H_3 dengan generator $D = AB^2C^2$ dan $E = AB^2$

Faktor Penting	Alias H_3
A	$I = ABCD = ABC^2E = ABD^2E^2 = ACD^2E$
B	$I = AC^2D^2 = ACE^2 = ADE = BCD^2E$
C	$I = AB^2D^2 = AB^2C^2E^2 = AB^{2C}DE = CDE^2$
D	$I = AB^2C^2 = AB^2CDE^2 = AB^2D^2E = CE$

Lanjutan tabel 24

Tabel 24. Struktur alias rancangan H_3 dengan generator $D = AB^2C^2$ dan $E = AB^2$

Faktor Penting	Alias
	H_3
E	$I = AB^2C^2D^2E = AB^2C = AB^2DE^2 = CD^2E^2$
AB	$I = ACD = AC^2E = AD^2E^2 = ABCD^2E$
AC	$I = ABD = ABCE = ABC^2D^2E^2 = AC^2D^2E$
AD	$I = ABC = ABC^2D^2E = ABDE^2 = ACE$
AE	$I = ABCDE^2 = ABC^2 = ABD^2E = ACD^2E^2$
BC	$I = AD^2 = AC^2E^2 = ACDE = BC^2D^2E$
BD	$I = AC^2 = ACDE^2 = AD^2E = BCE$
BE	$I = AC^2D^2E = AC = ADE^2 = BCD^2E^2$
CD	$I = AB^2 = AB^2C^2DE^2 = AB^2CD^2E = CE^2$
CE	$I = AB^2D^2E = AB^2C^2 = CDE = AB^2CDE^2$
DE	$I = AB^2C^2E = AB^2CD = AB^2D^2E^2 = CE^2$
AB^2	$I = AB^2CD = AB^2C^2E = CD^2E = AB^2DE$
AC^2	$I = ABC^2D = ABE = AB^2CD^2E = ABCD^2E^2$
AD^2	$I = ABCD^2 = ABC^2DE = ACDE = ABE^2$
AE^2	$I = ABCDE = ABC^2E = ACD^2 = ABD^2$
BC^2	$I = ACD^2 = \boldsymbol{AE^2} = BD^2E = AC^2DE$
BD^2	$I = AC^2D = ACD^2E^2 = BCDE = \boldsymbol{AE}$
BE^2	$I = AC^2D^2E^2 = ACE = BCD^2 = \boldsymbol{AD}$
CD^2	$I = AB^2D = AB^2C^2D^2E^2 = CD^2E^2 = AB^2CE$
CE^2	$I = AB^2D^2E^1 = AB^2C^2E = \boldsymbol{CD} = AB^2CD$
DE^2	$I = AB^2C^2E^2 = AB^2CDE = C = AB^2D^2$

Dari alias yang terbentuk, rancangan H_1 tidak dipilih karena pengaruh utama faktor E terpaut dengan pengaruh intteraksi AB padahal kedua pengaruh tersebut yang ingin diduga, sedangkan untuk rancangan H_2 dan H_3 dapat digunakan karena pengaruh utama tidak terpaut dengan pengaruh utama yang lain dan dengan pengaruh interaksi dua faktor yang ingin diduga yaitu AB dan BC. Namun, jika dilihat WLP untuk rancangan $H_2 = \{3,3,4,4\}$, dan rancangan

$H_3 = \{3,4,4,4\}$ maka rancangan H_3 lah yang dapat digunakan karena memiliki *minimum aberration* yang dapat meminimumkan banyaknya interaksi tingkat rendah yang saling terpaut. Rancangan H_2 memiliki panjang huruf 3 sebanyak 2 dan rancangan H_3 memiliki panjang huruf 3 sebanyak 1. H_2 menyebabkan 7 pasang interaksi dua faktor saling beralias sedangkan H_3 menyebabkan 4 pasang interaksi dua faktor saling beralias.

Berdasarkan struktur rancangan yang dibentuk diperoleh kombinasi perlakuan seperti pada tabel 25.

Tabel 25. Kombinasi perlakuan rancangan FF 3^{5-2} dengan generator $D = AB^2C^2$ dan $E = AB^2C$

Run	Rancangan Dasar			$D = AB^2C^2$	$E = AB^2C$	Kombinasi Perlakuan
	A	B	C			
1	0	0	0	0	0	$a_0b_0c_0d_0e_0$
2	1	0	0	1	1	$a_1b_0c_0d_1e_1$
3	2	0	0	2	2	$a_2b_0c_0d_2e_2$
4	0	1	0	2	2	$a_0b_1c_0d_2e_2$
5	1	1	0	0	0	$a_1b_1c_0d_0e_0$
6	2	1	0	1	1	$a_2b_1c_0d_1e_1$
7	0	2	0	1	1	$a_0b_2c_0d_1e_1$
8	1	2	0	2	2	$a_1b_2c_0d_2e_2$
9	2	2	0	0	0	$a_2b_2c_0d_0e_0$
10	0	0	1	2	1	$a_0b_0c_1d_2e_1$
11	1	0	1	0	2	$a_1b_0c_1d_0e_2$
12	2	0	1	1	0	$a_2b_0c_1d_1e_0$
13	0	1	1	1	0	$a_0b_1c_1d_1e_0$
14	1	1	1	2	1	$a_1b_1c_1d_2e_1$
15	2	1	1	0	2	$a_2b_1c_1d_0e_2$
16	0	2	1	0	2	$a_0b_2c_1d_0e_2$
17	1	2	1	1	0	$a_1b_2c_1d_1e_0$
18	2	2	1	2	1	$a_2b_2c_1d_2e_1$
19	0	0	2	1	2	$a_0b_0c_2d_1e_2$

Lanjutan Tabel 25

Run	Rancangan Dasar			$D = AB^2C^2$	$E = AB^2C$	Kombinasi Perlakuan
	A	B	C			
20	1	0	2	2	0	$a_1b_0c_2d_2e_0$
21	2	0	2	0	1	$a_2b_0c_2d_0e_1$
22	0	1	2	0	1	$a_0b_1c_2d_0e_1$
23	1	1	2	1	2	$a_1b_1c_2d_1e_2$
24	2	1	2	2	0	$a_2b_1c_2d_2e_0$
25	0	2	2	2	0	$a_0b_2c_2d_2e_0$
26	1	2	2	0	1	$a_1b_2c_2d_0e_1$
27	2	2	2	1	2	$a_2b_2c_2d_1e_2$

Pada rancangan FF 3^{5-2} di atas, *defining relation* yang digunakan adalah $AB^2C^2D^2$ dan AB^2CE^2 maka bentuk linearnya didefinisikan :

$$L_1 = 1.X_1 + 2.X_2 + 2.X_3 + 2.X_4$$

$$L_2 = 1.X_1 + 2.X_2 + 1.X_3 + 2.X_5$$

Jika diketahui bahwa kombinasi perlakuan dari rancangan FF 3^{5-2} yang terbentuk dengan generator $D = AB^2C^2$ dan $E = AB^2C$ sama dengan bagian utama blok maka kombinasi perlakuan dengan $L = 0$:

$00000 : L_1 = 1.(0) + 2.(0) + 2.(0) + 2.(0) = 0$

$L_2 = 1.(0) + 2.(0) + 1.(0) + 2.(0) = 0$

$10011 : L_1 = 1.(1) + 2.(0) + 2.(0) + 2.(1) = 3\ (mod\ 3) = 0$

$L_2 = 1.(1) + 2.(0) + 1.(0) + 2.(1) = 3\ (mod\ 3) = 0$

$20022 : L_1 = 1.(2) + 2.(0) + 2.(0) + 2.(2) = 6\ (mod\ 3) = 0$

$L_2 = 1.(2) + 2.(0) + 1.(0) + 2.(2) = 6\ (mod\ 3) = 0$

⋮

$22212 : L_1 = 1.(2) + 2.(2) + 2.(2) + 2.(1) = 12\ (mod\ 3) = 0$

$$L_2 = 1.(2) + 2.(2) + 1.(2) + 2.(2) = 12\ (mod\ 3) = 0$$

Misalkan dipilih kombinasi perlakuan 10000 yang tidak berada pada bagian utama, maka :

$10000 : L_1 = 1.(1) + 2.(0) + 2.(0) + 2.(0) = 1$

$L_2 = 1.(1) + 2.(0) + 1.(0) + 2.(0) = 1$

Kombinasi perlakuan 1000 memiliki nilai $(L_1, L_2) = 1$ sehingga kombinasi lainnya :

$10000 \times 00000 = 1000$

$10000 \times 10011 = 20011$

$10000 \times 20022 = 00022$

$10000 \times 01022 = 11022$

$10000 \times 11000 = 21000$

$\vdots$

$10000 \times 22212 = 02212$

Dengan menggunakan sifat teoritik grup dari bagian utama maka dapat diperoleh bagian-bagian yang lainnya sebagai berikut :

Blok utama

$\{L_1, L_2\} = 0$

00000	00121	00212
10011	10102	10220
20022	20110	20201
01022	01110	01201
11000	11121	11212
21011	21102	21220
02011	02101	02220
12022	12110	12201
22000	22121	22212

Blok 2

$\{L_1, L_2\} = 1$

10000	10121	10212
20011	20102	20220
00022	00110	00201
11022	11110	11201
21000	21121	21212
01011	01102	01220
12011	12101	12220
22022	22110	22201
02000	02121	02212

Blok 3

$\{L_1, L_2\} = 2$

20000	20121	20212
00011	00102	00220
10022	10110	10201
21022	21110	21201
01000	01121	01212
11011	11102	11220
22011	22101	22220
02022	02110	02201
12000	12121	12212

Blok 4

$\{L_1, L_2\} = \{2,0\}$

00010	00101	00222
10021	10112	10200
20002	20120	20211
01002	01120	01211
11010	11101	11222
21021	21112	21200
02021	02111	02200
12002	12120	12211
22010	22101	22222

Blok 5

$\{L_1, L_2\} = \{1,0\}$

00020	00111	00202
10001	10122	10210
20012	20100	20221
01012	01100	01221
11020	11111	11202
21001	21122	21210
02001	02121	02210
12012	12100	12221
22020	22111	22202

Blok 6

$\{L_1, L_2\} = \{0,2\}$

00001	00122	00210
10012	10100	10221
20020	20111	20202
01020	01111	01202
11001	11122	11210
21012	21100	21221
02012	02102	02221
12020	12111	12202
22001	22122	22210

Blok 7

$\{L_1, L_2\} = \{0,1\}$

00002	00120	00211
10010	10101	10222
20021	20112	20200
01021	01112	01200
11002	11120	11211
21010	21101	21222
02010	02100	02222
12021	12112	12200
22002	22120	22211

Blok 8	20222	20010	20101
$\{L_1, L_2\} = \{1{,}2\}$	00200	00021	20112
	10211	10002	10120
	21211	21002	21120
	01222	01012	01101
	11200	11022	11112
	22200	22021	22112
	02211	02002	02120
	12222	12010	12101

Blok 9	10111	10202	10020
$\{L_1, L_2\} = \{2{,}1\}$	20122	20210	20001
	00100	00221	00012
	11100	11221	11012
	21111	21202	21020
	01122	01210	01001
	12122	12210	12001
	22100	22221	22012
	02111	02202	02020

Rancangan FF 3^{5-2} dibagi ke dalam sembilan blok yang setiap blok memuat 27 kombinasi perlakuan.

Rancangan FF 3^{6-2}

Percobaan dengan 6 faktor $(A, B, C, D, E,$ dan $F)$ yang masing-masing bertaraf 3 akan dilakukan rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{9}$ sehingga bentuk rancangannya adalah 3^{6-2}. Percobaan ini keseluruhan mempunyai 729 kombinasi perlakuan, sehingga dengan melaksanakan fraksi $\frac{1}{9}$ bagian maka jumlah kombinasi perlakuan yang terlaksana hanya 243 kombinasi. Struktur rancangan akan dibentuk untuk mendapatkan rancangan terbaik.

Tabel 26. Generator untuk rancangan 3^{6-2}

Generator			
E		F	
AB	ABC	AB	ABC
AC	AB^2C	AC	AB^2C
AD	ABC^2	AD	ABC^2
BC	AB^2C^2	BC	AB^2C^2
BD	ABD	BD	ABD
CD	AB^2D	CD	AB^2D
AB^2	ABD^2	AB^2	ABD^2
AC^2	AB^2D^2	AC^2	AB^2D^2
AD^2	BCD	AD^2	BCD
BC^2	BC^2D	BC^2	BC^2D
BD^2	BCD^2	BD^2	BCD^2
CD^2	BC^2D^2	CD^2	BC^2D^2
AB	ABC	AB	ABC

Ada 24 kemungkinan generator untuk faktor E dan ada 24 kemungkinan generator untik faktor F sehingga akan ada $24 \times 24 = 576$ struktur rancangan yang bisa dibentuk. Namun jika menggunakan 2 generator yang sama, misalnya $D = AB$ dan $E = AB$ maka pengaruh utama akan saling terpaut jadi hanya ada 552 rancangan yang dapat dibentuk.

Berdasarkan beberapa kemungkinan akan dipilih tiga rancangan yang akan ditentukan struktur aliasnya sebagai berikut :

Tabel 27. Alternatif rancangan 3^{6-2}

No	Kode	Generator	*Defining Relation*
1	H_1	$E = AB^2$ $F = BC$	$I = AB^2E^2 = BCF = ACE^2 = ABC^2E^2F^2$
2	H_2	$E = ABC$ $F = BC^2$	$I = ABCE^2 = BC^2F^2 = AB^2E^2F^2 = AC^2E^2F$
3	H_3	$E = AB^2C^2$ $F = AC^2D^2$	$I = AB^2C^2E^2 = AC^2D^2F^2 = ABC^2DEF$ $= BD^2EF^2$

WLP untuk rancangan $H_1 = \{3,3,3,5\}$, rancangan $H_2 = \{3,4,4,4\}$, dan rancangan $H_3 = \{4,4,4,6\}$ dengan demikian ada rancangan yang memiliki resolusi III yaitu rancangan H_1 dan H_2 sedagkan rancangan H_3 memiliki resolusi IV. Hal ini berkaitan dengan *clear effect*, dimana rancangan dengan resolusi tinggi adalah rancangan terbaik karena semakin tinggi resolusi sebuah rancangan maka akan semakin banyak *clear effect*.

Dapat diketahui bahwa yang menyebakan adanya resolusi yang berbeda adalah karena huruf terpendek dari *defining relation* yang diakibatkan oleh generator yang hanya terdiri dari dua huruf sehingga akan membentuk *defining relation* terpendek dengan tiga huruf yang mengakibatkan rancangan memiliki resolusi III. Diketahui pula bahwa panjang huruf pada generator pada rancangan 3^{6-2} hanya ada dua atau tiga huruf. Generator dengan tiga huruf akan membentuk defining relation terpendek dengan empat huruf yang mengakibatkan rancangan akan memiliki resolusi IV. Karena rancangan dengan resolusi tinggi adalah rancangan terbaik maka pada rancangan 3^{6-2} generator yang digunakan adalah generator dengan tiga huruf sehingga rancangan akan memiliki resolusi maksimum. Jadi, pemilihan generator pada rancangan ini dapat dikurangi lagi dengan menghilangkan generator yang hanya terdiri dari dua huruf.

Adapun generator yang dapat digunakan untuk rancangan 3^{6-2} seperti pada tabel 28.

Tabel 28. Generator untuk rancangan 3^{6-2} dengan resolusi maksimum

Generator	
E	F
ABC	ABC
AB^2C	AB^2C
ABC^2	ABC^2
AB^2C^2	AB^2C^2
ABD	ABD
AB^2D	AB^2D
ABD^2	ABD^2
AB^2D^2	AB^2D^2
BCD	BCD
BC^2D	BC^2D
BCD^2	BCD^2
BC^2D^2	BC^2D^2

Ada 12 kemungkinan generator untuk faktor E dan ada 12 kemungkinan generator untik faktor F sehingga akan ada $12 \times 12 = 144$ struktur rancangan yang bisa dibentuk. Namun jika menggunakan 2 generator yang sama, misalnya $D = AB$ dan $E = AB$ maka pengaruh utama akan saling terpaut jadi hanya ada 132 rancangan yang dapat dibentuk.

Rancangan FF 3^{6-2} dibagi ke dalam sembilan blok yang setiap blok memuat 81 kombinasi perlakuan, rancangan FF 3^{7-2} dibagi ke dalam sembilan blok yang setiap blok memuat 243 kombinasi perlakuan dan seterusnya.

Pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{9}$ menggunakan dua buah generator sehingga akan semakin banyak struktur rancangan yang dapat dibentuk yang disebabkan oleh kombinasi antara generator. Adapun generator yang dapat digunakan spada rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{9}$ sebagai berikut :

Tabel 29. Generator pada rancangan FF tiga level dengan fraksi $\frac{1}{9}$

Faktor	**Fraksi**	**Kombinasi Perlakuan**	**Generator**		**Rancangan yang dapat dibentuk**
4	3_{III}^{4-2}	9	$C = AB$ $C = AB^2$	$C = AB$ $C = AB^2$	2
5	3_{III}^{5-2}	27	$D = AB$ $D = AB^2$ $D = AC$ $D = AC^2$ $D = BC$ $D = BC^2$ $D = ABC$ $D = AB^2C$ $D = ABC^2$ $D = AB^2C^2$	$E = AB$ $E = AB^2$ $E = AC$ $E = AC^2$ $E = BC$ $E = BC^2$ $E = ABC$ $E = AB^2C$ $E = ABC^2$ $E = AB^2C^2$	90
6	3_{VI}^{6-2}	81	$E = ABC$ $E = AB^2C$ $E = ABC^2$ $E = AB^2C^2$ $E = ABD$ $E = AB^2D$ $E = ABD^2$ $E = AB^2D^2$ $E = BCD$ $E = BC^2D$ $E = BCD^2$ $E = BC^2D^2$	$F = ABC$ $F = AB^2C$ $F = ABC^2$ $F = AB^2C^2$ $F = ABD$ $F = AB^2D$ $F = ABD^2$ $F = AB^2D^2$ $F = BCD$ $F = BC^2D$ $F = BCD^2$ $F = BC^2D^2$	132

4.2.3. Fraksi $\frac{1}{27}$

Sama halnya pada desain 3^{k-1} dan 3^{k-2} yang sudah dibahas sebelummya, desain 3^{k-3} adalah pecahan satu-duapuluh-tujuh Prosedur untuk membentuk rancangan FF 3^{k-3} adalah untuk memilih 3 komponen interaksi dan menggunakan efek ini untuk membagi 3^k kombinasi perlakuan menjadi $3^3 = 27$ blok.

Rancangan FF 3^{4-3}

Berdasarkan ketentuan pemilihan generator rancangan FF 3^{4-3} tidak dapat dilakukan.

Rancangan FF 3^{5-3}

Percobaan dengan 5 faktor (A, B, C, D dan E) yang masing-masing bertaraf 3 akan dilakukan rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{27}$ sehingga bentuk rancangannya adalah 3^{5-3}. Percobaan ini keseluruhan mempunyai 243 kombinasi perlakuan, sehingga dengan melaksanakan fraksi $\frac{1}{27}$ bagian maka jumlah kombinasi perlakuan yang terlaksana hanya 9 kombinasi. Struktur rancangan akan dibentuk untuk mendapatkan rancangan terbaik.

Berdasarkan ketentuan pemilihan generator maka :

Tabel 30. Generator untuk rancangan 3^{5-3}

Generator		
C	D	E
AB	AB	AB
AB^2	AB^2	AB^2

Ada 2 kemungkinan generator untuk faktor C, 2 kemungkinan generator untuk faktor D dan 2 kemungkinan generator untuk faktor E, sehingga akan ada $2 \times 2 \times 2 = 8$ struktur rancangan yang bisa dibentuk. Namun jika menggunakan 3 generator yang sama, misalnya $C = AB$, $D = AB$ dan $E = AB$ atau 2 generator yang sama, misalnya $C = AB$ dan $D = AB$ atau $C = AB$ dan $E = AB$ atau $D = AB$ dan $E = AB$ maka pengaruh utama akan saling terpaut jadi tidak ada rancangan yang dapat dibentuk.

Rancangan FF 3^{6-3}

Percobaan dengan 6 faktor ($A, B, C, D, E,$ dan F) yang masing-masing bertaraf 3 akan dilakukan rancangan FF dengan fraksi $\frac{1}{27}$ sehingga bentuk rancangannya adalah 3^{6-3}. Percobaan ini keseluruhan mempunyai 729 kombinasi perlakuan, sehingga dengan melaksanakan fraksi $\frac{1}{27}$ bagian maka jumlah kombinasi perlakuan yang terlaksana hanya 27 kombinasi. Struktur rancangan akan dibentuk untuk mendapatkan rancangan terbaik.

Berdasarkan ketentuan pemilihan generator maka generator yang dapat dipilih :

Tabel 31. Generator untuk rancangan 3^{6-3}

Generator		
D	E	F
AB	AB	AB
AC	AC	AC
BC	BC	BC
AB^2	AB^2	AB^2
AC^2	AC^2	AC^2

Lanjutan tabel 31

Tabel 31. Generator untuk rancangan 3^{6-3}

Generator		
D	E	F
BC^2	BC^2	BC^2
ABC	ABC	ABC
AB^2C	AB^2C	AB^2C
ABC^2	ABC^2	ABC^2
AB^2C^2	AB^2C^2	AB^2C^2

Ada 10 kemungkinan generator untuk faktor D, 10 kemungkinan generator untuk faktor E dan 10 kemungkinan generator untuk faktor F, sehingga akan ada $10 \times 10 \times 10 = 1000$ struktur rancangan yang bisa dibentuk. Namun jika menggunakan 3 generator yang sama, misalnya $D = AB$, $E = AB$ dan $F = AB$ atau 2 generator yang sama, misalnya $D = AB$ dan $E = AB$ atau $E = AB$ dan $F = AB$ atau $D = AB$ dan $F = AB$ maka pengaruh utama akan saling terpaut jadi hanya ada 720 rancangan yang dapat dibentuk. Pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{27}$ menggunakan tiga buah generator sehingga akan semakin banyak struktur rancangan yang dapat dibentuk yang disebabkan oleh kombinasi antara generator.

Berdasarkan beberapa kemungkinan akan dipilih dua rancangan yang akan ditentukan struktur aliasnya sebagai berikut :

Tabel 32. Alternatif rancangan 3^{6-3}

No	Kode	Generator	*Defining Relation*
1	H_1	$D = ABC^2$ $E = AB$ $F = AC^2$	$I = ABC^2D^2 = ABE = AC^2F^2$ $= ABCDE^2 = CDE = AB^2C^2DF = BD^2F$ $= AB^2CE^2F = BCEF$
2	H_2	$D = ABC^2$ $E = BC$ $F = AC$	$I = ABC^2D^2 = BCE = ACF = AB^2D^2E$ $= ACD^2E^2 = AB^2DF^2 = BCD^2F^2$ $= ABC^2EF = ABEF^2$

Misalkan pada rancangan H_1 dengan generator $D = ABC^2, E = AB$ dan $F = AC^2$ maka diperoleh *defining relation* :

$D = ABC^2 \rightarrow I = ABC^2D^2$

$E = AB \rightarrow I = ABE$

$F = AC^2 \rightarrow I = AC^2F^2$

$I = (ABC^2D^2)(ABE) = ABCDE^2$

$I = (ABC^2D^2)(ABE)^2 = CDE$

$I = (ABC^2D^2)(AC^2F^2) = AB^2C^2DF$

$I = (ABC^2D^2)(AC^2F^2)^2 = BD^2F$

$I = (ABE)(AC^2F^2) = AB^2CE^2F$

$I = (ABE)(AC^2F^2)^2 = BCEF$

Word Lenggth Pattern (WLP) untuk rancangan $H_1 = \{3,3,3,3,4,4,5,5,5\}$, dan rancangan $H_2 = \{3,3,4,4,4,4,4,4,5\}$ dengan demikian kedua rancangan tersebut sama-sama memiliki resolusi III. Jika dilihat rancangan H_2 memiliki panjang huruf minimum 3 dari *defining relation* adalah sebanyak 2 buah sedangkan pada rancangan H_1 memiliki panjang huruf minimum 3 dari *defining* *relation* adalah sebanyak 4 buah maka rancangan H_2 lah yang dapat digunakan karena memiliki *minimum aberration* yang dapat meminimumkan banyaknya interaksi tingkat rendah yang saling terpaut.

Tabel 33. Matriks rancangan FF 3^{6-3} dengan generator $D = ABC^2, E = AB$ dan $F = AC^2$

Run	Rancangan dasar			$D = ABC^2$	$E = AB$	$F = AC^2$	Kombinasi Perlakuan
	A	B	C				
1	0	0	0	0	0	0	$a_0b_0c_0d_0e_0f_0$
2	1	0	0	1	1	1	$a_1b_0c_0d_1e_1f_1$
3	2	0	0	2	2	2	$a_2b_0c_0d_2e_2f_2$
4	0	1	0	1	1	0	$a_0b_1c_0d_1e_1f_0$
5	1	1	0	2	2	1	$a_1b_1c_0d_2e_2f_1$
6	2	1	0	0	0	2	$a_2b_1c_0d_0e_0f_2$
7	0	2	0	2	2	0	$a_0b_2c_0d_2e_2f_0$
8	1	2	0	0	0	1	$a_1b_2c_0d_0e_0f_1$
9	2	2	0	1	1	2	$a_2b_2c_0d_1e_1f_2$
10	0	0	1	2	0	2	$a_0b_0c_1d_2e_0f_2$
11	1	0	1	0	1	0	$a_1b_0c_1d_0e_1f_0$
12	2	0	1	1	2	1	$a_2b_0c_1d_1e_2f_1$
13	0	1	1	0	1	2	$a_0b_1c_1d_0e_1f_2$
14	1	1	1	1	2	0	$a_1b_1c_1d_1e_2f_0$
15	2	1	1	2	0	1	$a_2b_1c_1d_2e_0f_1$
16	0	2	1	1	2	2	$a_0b_2c_1d_1e_2f_2$
17	1	2	1	2	0	0	$a_1b_2c_1d_2e_0f_0$
18	2	2	1	0	1	1	$a_2b_2c_1d_0e_1f_1$
19	0	0	2	1	0	1	$a_0b_0c_2d_1e_0f_1$
20	1	0	2	2	1	2	$a_1b_0c_2d_2e_1f_2$
21	2	0	2	0	2	0	$a_2b_0c_2d_0e_2f_0$
22	0	1	2	2	1	1	$a_0b_1c_2d_2e_1f_1$
23	1	1	2	0	2	2	$a_1b_1c_2d_0e_2f_2$
24	2	1	2	1	0	0	$a_2b_1c_2d_1e_0f_0$
25	0	2	2	0	2	1	$a_0b_2c_2d_0e_2f_1$
26	1	2	2	1	0	2	$a_1b_2c_2d_1e_0f_2$
27	2	2	2	2	1	0	$a_2b_2c_2d_2e_1f_0$

Pada rancangan FF 3^{6-3} di atas, dapat juga dibuatkan blok sebagai alternatif rancangan dengan menggunakan 3 buah generator. Cara yang digunakan sama halnya pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{3}$ dan $\frac{1}{9}$ yang sudah dijelaskan sebelumnya. Namun, jika pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{3}$ membagi rancangan ke dalam 3 blok, rancangan dengan fraksi $\frac{1}{9}$ membagi rancangan ke dalam 9 blok maka pada rancangan dengan fraksi $\frac{1}{27}$ membagi rancangan ke dalam 27 blok, dan seterusnya. Jadi, pada rancangan FF 3^{6-3} membagi rancangan ke dalam 27 blok yang setiap blok memuat 27 kombinasi perlakuan dan seterusnya.

Tabel 34. Generator pada rancangan FF tiga level dengan fraksi $\frac{1}{27}$

Faktor	**Fraksi**	**Kombinasi Perlakuan**	**Generator**			**Rancangan yang dapat dibentuk**
6	3_{III}^{6-3}	27	$D = AB$	$E = AB$	$F = AB$	720
			$D = AC$	$E = AC$	$F = AC$	
			$D = BC$	$E = BC$	$F = BC$	
			$D = AB^2$	$E = AB^2$	$F = AB^2$	
			$D = AC^2$	$E = AC^2$	$F = AC^2$	
			$D = BC^2$	$E = BC^2$	$F = BC^2$	
			$D = ABC$	$E = ABC$	$F = ABC$	
			$D = AB^2C$	$E = AB^2C$	$F = AB^2C$	
			$D = ABC^2$	$E = ABC^2$	$F = ABC^2$	
			$D = AB^2C^2$	$E = AB^2C^2$	$F = AB^2C^2$	

Rancangan dengan jumlah faktor yang lebih besar lagi dapat dibentuk sama halnya dengan cara yang telah diuraikan di atas.

4.3. Penggunaan Metode Bissel untuk Menentukan Faktor Signifikan

Diberikan rancangan faktorial fraksional berjumlah k faktor dengan $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$ sebagai efek faktor dan $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k$ rata-rata kuadrat yang saling bebas masing-masing mempunyai derajat bebas v.

Hipotesis yang akan diuji adalah :

$H_0 \colon \beta_i = 0$

$H_1 \colon \beta_i \neq 0; i = 1,2,3, \dots, k$

Selanjutnya, diketahui :

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{k} (y_i - y^2)^2 \sim \mathcal{X}_k^2$$

Rata-rata kuadrat dari masing-masing faktor diberikan sebagai berikut :

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{k} (y_i - \bar{y})^2}{v}$$

$$vR = \sum_{i=1}^{k} (y_i - \bar{y})^2$$

Yang jika dikalikan dengan $\frac{1}{\sigma^2}$ maka :

$$\frac{vR}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} (y_i - \bar{y})^2}{\sigma^2}$$

Karena $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{k} (y_i - y^2)^2$ berdistribusi chi kuadrat, maka $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{k} (y_i - y^2)^2$ juga berdistribusi chi kuadrat, sehingga $\frac{vR}{\sigma^2}$ juga berdistribusi chi kuadrat di mana v adalah derajat bebas. Untuk R_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots k$ yaitu :

$$\frac{vR_1}{\sigma^2} \sim \mathcal{X}_k^2;\ db = v$$

$$\frac{vR_2}{\sigma^2} \sim \mathcal{X}_k^2;\ db = v$$

$$\vdots$$

$$\frac{vR_k}{\sigma^2} \sim \mathcal{X}_k^2;\ db = v$$

Dimana $\frac{vR}{\sigma^2}$ juga berdistribusi chi kuadrat dengan derajat bebas v.

Definisi Chi Kuadrat :

Jika $Z \sim N(0,1)$ dan jika $U = Z^2$, maka U berdistribusi chi kuadrat dengan derajat bebas 1. Jika $U_1, U_2, \dots U_n$ adalah variabel random yang berdistribusi chi kuadrat dengan derajat bebas 1, maka $V = \sum_{i=1}^{n} U_i$ berdistribusi chi kuadrat dengan derajat bebas n, dinyatakan dengan $\mathcal{X}_n^2$.

Sifat-sifat distribusi chi kuadrat :

1. $E(V) = n$ dan $Var(V) = 2n$
2. Jika $X_1, X_2, \dots, X_n$ merupakan variabel acak yang masing-masing berdistribusi normal dengan mean μ dan variansi σ^2 dan seluruh variabel acak tersebut bebas satu sama lain, maka $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i-1}^{n}(X_1 - \mu)^2$ mempunyai distribusi Chi-Kuadrat dengan derajat kebebasan υ.
3. Bila sampel acak sebanyak n dari suatu populasi berdistribusi normal dengan mean μ dan variansi σ^2 diambil, dan pada setiap sampel tersebut dihitung variansi S^2, maka variabel acak $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ memiliki distribusi Chi-Kuadrat dengan derajat kebebasan $\upsilon = n - 1$.

Berdasarkan definisi di atas, karena $\frac{vR}{\sigma^2}$ berdistribusi chi kuadrat maka :

Espektasi (nilai harapan) dari $\frac{vR}{\sigma^2}$ adalah :

$$E\left(\frac{vR}{\sigma^2}\right) = v$$

$$\frac{v}{\sigma^2} E(R) = v$$

$$E(R) = \sigma^2$$

Varian dari $\frac{vR}{\sigma^2}$ adalah :

Dimana : R = peubah acak

$\frac{v}{\sigma^2}$ = konstanta

$$Var\left(\frac{vR}{\sigma^2}\right) = 2v$$

$$E\left(\frac{vR}{\sigma^2} - \frac{v\mu}{\sigma^2}\right)^2 = 2v$$

$$\sum_R \left(\frac{vR}{\sigma^2} - \frac{v\mu}{\sigma^2}\right)^2 f(R) = 2v$$

$$\sum_R \left(\frac{v}{\sigma^2}\right)^2 (R-\mu)^2 f(R) = 2v$$

$$\left(\frac{v}{\sigma^2}\right)^2 \sum_R (R^2 - 2\mu R + \mu^2)\, f(R) = 2v$$

$$\left(\frac{v}{\sigma^2}\right)^2 \sum_R R^2 f(R) - 2\mu \sum_R R\, f(R) + \mu^2 \sum_R f(R) = 2v$$

$$\left(\frac{v}{\sigma^2}\right)^2 \sum_R R^2 f(R) - 2\mu \,.\, \mu + \mu^2 . 1 = 2v$$

$$\left(\frac{v}{\sigma^2}\right)^2 (E(R^2) - 2\mu^2 - \mu^2) = 2v$$

$$\left(\frac{v}{\sigma^2}\right)^2 (E(R^2) - \mu^2) = 2v$$

$$\frac{v^2}{(\sigma^2)^2} Var(R) = 2v$$

$$Var(R) = \frac{2(\sigma^2)^2}{v}$$

Jika m merupakan faktor skala dari distribusi chi kuadrat, maka :

$$Var(R) = \frac{2m^2}{v} \tag{4.1}$$

Dan jika s^2 merupakan penaksir variansi dari sampel, maka :

$$\frac{(k-1)s^2}{\sigma^2} \sim \mathcal{X}_{k-1}^2 \tag{4.2}$$

Selanjutnya dari persamaan (4.1) dan (4.2), diperoleh :

$$\widehat{Var(R)} = \hat{\sigma}^2 = \frac{2m^2}{v}$$

Sehingga

$$\frac{(k-1)s^2}{\hat{\sigma}^2} = \frac{(k-1)s^2}{\frac{2m^2}{v}} = \frac{(k-1)v}{2}\left(\frac{s}{m}\right)^2$$

didapatkan nilai dari statistik Bissell yang dinyatakan sebagai berikut :

$$B_k = \frac{(k-1)v}{2}(s/m)^2 \tag{4.3}$$

Karena persamaan (4.2) berdistribusi chi kuadrat, dan nilai dari statistik Bissell dipeoleh dari persamaan tersebut, maka :

$$B_k = \frac{(k-1)v}{2}(s/m)^2 \sim \mathcal{X}_{k-1}^2$$

Untuk menentukan apakah suatu faktor signifikan atau tidak, diuji hipotesis di bawah H_0 untuk setiap nilai B_k yang diperoleh dengan kriteria penolakan H_0 :

Tolak H_0 jika

$$P\left(B_k < \mathcal{X}^2_{\frac{\alpha}{2};k-1} | H_0\right) atau\ P\left(B_k > \mathcal{X}^2_{1-\frac{\alpha}{2};k-1} | H_0\right)$$

4.4. Contoh Kasus Penggunaan Metode Bissell

Sebuah percobaan mengenai “ Perkecambahan Tanaman Kacang Hijau “ dengan 3 faktor (A, B, dan C) yang msing-masing bertaraf 3. Percobaan dilakukan untuk mengetahui faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau. Struktur rancangan akan dibentuk berdasarkan struktur rancangan terbaik. Output dari hasil percobaan adalah panjang batang tanaman kacang hijau yang diukur dalam centimeter (cm).

Adapun faktor-faktor yang digunakan sebagai berikut :

1. Faktor A : Media Tumbuh

   a_0= Media Tanah

   a_1= Media Bubur Kertas

   a_2= Media Kapas

2. Faktor B : Cahaya

   b_0= Matahari Langsung

   b_1= Cahaya Lampu Kamar

   b_2= Tidak Ada cahaya

3. Faktor C : Frekuensi Penyiraman

   c_0= 1 kali penyiraman/hari

   c_1= 2 kali penyiraman/hari

   c_2= 3 kali penyiraman/hari

Rancangan faktorial lengkap dari rancangan di atas adalah sebanyak 27 kombinasi perlakuan. Fraksi yang digunakan adalah $\frac{1}{3}$.

Rancangan ini telah dibahas sebelumnya, namun sekarang rancangan yang dibentuk bukan berdasarkan faktor tertentu yang ingin diduga tetapi rancangan akan dibentuk berdasarkan struktur rancangan terbaik. Generator yang dapat dipilih adalah :

No	Generator	*Defining relation*
1	$C = AB$	$I = ABC^2$
2	$C = AB^2$	$I = AB^2C^2$

Rancangan ini memiliki resolusi III.

Untuk rancangan dengan generator $C = AB^2$ maka alias yang terbentuk :

$A = ABC = BC$

$B = AC^2$

$C = AB^2$

$AB = AC = BC^2$

Setelah memlakukan penelitian selama 5 hari maka didapatkan panjang tanaman. Berikut adalah hasil penelitian yang akan di ukur panjangnya :

Gambar 1. Tanaman yang terkena cahaya matahari langsung

Keterangan : Baris 1 : tanaman dengan 1 kali penyiraman/hari

Baris 2 : tanaman dengan 2 kali penyiraman/hari

Baris 3 : tanaman dengan 3 kali penyiraman/hari

Gambar 2. Tanaman yang terkena cahaya lampu kamar

Gambar 3. Tanaman yang tidak terkena cahaya

Keterangan : Baris 1 : tanaman dengan 3 kali penyiraman/hari

Baris 2 : tanaman dengan 2 kali penyiraman/hari

Baris 3 : tanaman dengan 1 kali penyiraman/hari

Adapun hasil penelitian tersebut dapat dituliskan dalam kombinasi perlakuan perlakuan yang diperoleh sebagai berikut :

Run	Faktor				Kombinasi Perlakuan	Panjang Tanaman
	A	B	C	AC		
1	0	0	0	0	$a_0b_0c_0$	1,1 cm
2	1	0	1	2	$a_1b_0c_1$	10,9 cm
3	2	0	2	1	$a_2b_0c_2$	9,5 cm
4	0	1	2	2	$a_0b_1c_2$	31,1 cm
5	1	1	0	1	$a_1b_1c_0$	29,0 cm
6	2	1	1	0	$a_2b_1c_1$	26,5 cm
7	0	2	1	1	$a_0b_2c_1$	28,3 cm
8	1	2	2	0	$a_1b_2c_2$	29,8 cm
9	2	2	0	2	$a_2b_2c_0$	26,1 cm

Jadi model yang akan diuji adalah :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{13} x_{13} + \varepsilon$$

Model dengan 4 kontras. Hipotesis yang akan diuji adalah :

$H_0 : \beta_i = 0$

$H_1 : \beta_i \neq 0$ dimana $i = 1,2,3,4$

Efek faktor untuk rancangan di atas adalah :

$$\overline{A_0} = \frac{y_1 + y_4 + y_7}{3} = \frac{1,1 + 31,1 + 28,3}{3} = \frac{60,5}{3} = 20,167$$

$$\overline{A_1} = \frac{y_2 + y_5 + y_8}{3} = \frac{10,9 + 29 + 29,8}{3} = \frac{69,7}{3} = 23,233$$

$$\overline{A_2} = \frac{y_3 + y_6 + y_9}{3} = \frac{9,5 + 26,5 + 26,1}{3} = \frac{62,1}{3} = 20,7$$

$$\overline{B_0} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{1,1 + 10,9 + 9,5}{3} = \frac{21,5}{3} = 7,167$$

$$\overline{B_1} = \frac{y_4 + y_5 + y_6}{3} = \frac{31,1 + 29 + 26,5}{3} = \frac{86,6}{3} = 28,867$$

$$\overline{B_2} = \frac{y_7 + y_8 + y_9}{3} = \frac{28{,}3 + 29{,}8 + 26{,}1}{3} = \frac{84{,}2}{3} = 28{,}067$$

$$\overline{C_0} = \frac{y_1 + y_5 + y_9}{3} = \frac{1{,}1 + 29 + 26{,}1}{3} = \frac{56{,}2}{3} = 18{,}733$$

$$\overline{C_1} = \frac{y_2 + y_6 + y_7}{3} = \frac{10{,}9 + 26{,}5 + 28{,}3}{3} = \frac{65{,}7}{3} = 21{,}9$$

$$\overline{C_2} = \frac{y_3 + y_4 + y_8}{3} = \frac{9{,}5 + 31{,}1 + 29{,}8}{3} = \frac{70{,}4}{3} = 23{,}467$$

$$\overline{AC_0} = \frac{y_1 + y_6 + y_8}{3} = \frac{1{,}1 + 26{,}5 + 29{,}8}{3} = \frac{57{,}4}{3} = 19{,}133$$

$$\overline{AC_1} = \frac{y_3 + y_5 + y_7}{3} = \frac{9{,}5 + 29 + 28{,}3}{3} = \frac{66{,}8}{3} = 22{,}267$$

$$\overline{AC_2} = \frac{y_2 + y_4 + y_9}{3} = \frac{10{,}9 + 31{,}1 + 26{,}1}{3} = \frac{68{,}1}{3} = 22{,}7$$

Faktor	Taraf	Rata-Rata	Efek Faktor
A	0	20,167	3,066
	1	23,233	
	2	20,7	
B	0	7,167	21,7
	1	28,867	
	2	28,067	
C	0	18,733	4,733
	1	21,9	
	2	23,467	
AC	0	19,133	3,133
	1	22,267	
	2	22,7	

Selanjutnya, untuk mengetahui faktor-faktor yang signifikan pada studi kasus diatas digunakan metode Bissell. Dari efek yang diperoleh, rata-rata kuadrat dari masing-masing faktor adalah :

$$MS = \frac{(effects^2) \times (N(effects) + 1)}{v}$$

dimana : $effects = \text{efek faktor}$

$N(effects) = \text{banyaknya efek dalam model}$

$v = \text{Df} = \text{banyaknya faktor} - 1 = 3 - 1 = 2$

Faktor	Efek	MS
A	3,067	19,309
B	21,7	942,280
C	4,733	45,309
AC	3,133	20,136
Jumlah	32,633	1.027,033
Rata-rata	8,158	**256,758**

Dari mean square dihitung standar deviasi (s) yang merupakan akar kuadrat dari variansi.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4} (y_i - \bar{y})^2}{v}}$$

dimana : $v = \text{banyaknya data} - 1 = 4 - 1 = 3$

$\boldsymbol{MS}$	$\boldsymbol{\overline{MS}}$	$\boldsymbol{MS - \overline{MS}}$	$\boldsymbol{(MS - \overline{MS})^2}$	$\boldsymbol{Var\ MS}$	$\boldsymbol{S}$
19,309	256,758	-237,449	56.382,239	209.007,8	**457,174**
942,280		685,522	469.939,955		
45,309		-211,449	44.710,868		
20,136		-236,623	55.990,339		

Nilai statistik Bissell adalah :

$$B_k = \frac{(k-1)v}{2}(s/m)^2$$

Dimana :

$k =$ Banyaknya faktor dalam model $= \ 4$

$v = Df \ =$ banyaknya faktor – $1 \ = \ 3 - 1 = 2$

$s =$ standar deviasi

$m =$ rata-rata

Jadi, nilai statistik Bissel adalah :

$$B_k = \frac{(4-1)2}{2}\left(\frac{457{,}174}{256{,}758}\right)^2 = 3(3{,}170) = 9{,}511$$

Dilakukan perhitungan sebagai berikut :

a. Dari hasil penghitungan rata-rata sebesar $256{,}758$ dan standar deviasi sebesar $457{,}174$ dari rata-rata kuadrat.

b. Untuk $k = 4$ diperoleh nilai $B_k = 9{,}511$ dengan nilai chi kuadrat dari tabel adalah $9{,}35$ untuk $1 - \frac{\alpha}{2}$ dengan $\alpha = 0{,}05$ dan $Df = 3$ hasil ini menolak H_0 yang artinya menyatakan signifikan.

$$P\left(B_k > \mathcal{X}^2_{1-\frac{\alpha}{2};k-1} | H_0\right) \Leftrightarrow 9{,}511 > 9{,}35$$

Nilai yang dihilangkan dari perhitungan pada setiap iterasi dalam metode ini adalah faktor yang memiliki MS terbesar sekaligus dinyatakan sebagai faktor yang signifikan, yaitu faktor cahaya.

Demikian seterusnya hingga untuk suatu k dengan B_k tidak signifikan, perhitungan dihentikan.

Faktor	Efek	MS
$\boldsymbol{A}$	3,067	14,607
$\boldsymbol{C}$	4,733	34,107
$\boldsymbol{AC}$	3,133	15,227
Jumlah	10,9	63,940
Rata-rata	3,6	**21,313**

$\boldsymbol{MS}$	$\boldsymbol{\overline{MS}}$	$\boldsymbol{MS - \overline{MS}}$	$\boldsymbol{(MS - \overline{MS})^2}$	$\boldsymbol{Var\ MS}$	$\boldsymbol{S}$
14,607	21,313	-6,707	44,979	122,848	**11,084**
34,107		12,793	163,669		
15,227		-6,087	37,048		

$$B_k = \frac{(4-1)2}{2}\left(\frac{11,084}{21,313}\right)^2 = 3(0,270) = 0,811$$

c. $k = 3$ diperoleh nilai $B_k = 0,811$ dengan nilai chi kuadrat dari tabel adalah 7,38 untuk $1 - \frac{\alpha}{2}$ dengan $\alpha = 0,05$ dan $Df = 2$ hasil ini menerima H_0 yang artinya menyatakan tidak signifikan. karena untuk suatu $k = 3$ dengan $B_k = 0,811$ tidak signifikan maka perhitungan dihentikan.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan uraian pembahasan mengenai rancangan FF di atas maka dapat diambil kesimpulan :

1. Rancangan *Fractional Factorial* 3^{k-p} untuk banyaknya faktor, $k = 3,4,5,$ dan 6 dengan fraksi yang digunkan $p = \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ dan $\frac{1}{27}$ dapat dilihat pada lampiran tabel 35.
2. Dengan menggunakan metode Bissel untuk studi kasus mengenai faktor-faktor yang signifikan terhadap panjang tanaman kacang hijau diketahui faktor yang signifikan adalah faktor cahaya.

5.2. Saran

Rancangan *Fractional Factorial* (FF) merupakan rancangan yang lebih efisien untuk digunakan karena dengan hanya melakukan sebagian saja dari percobaan namun tidak menghilangkan informasi penting yang diperlukan dalam percobaan. Selain itu, karena penggunaannya yang cukup luas dalam bebagai bidang, rancangan ini sangat bagus untuk dikembangkan. Pada tulisan ini, khusus membahas rancangan *Fractional Factorial* tiga level dengan fraksi $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ dan $\frac{1}{27}$ oleh karena itu penulis menyarankan agar perlu menerapkan pada rancangan yang lain, misalnya saja rancangan Fractional Factorial Strip Plot atau yang lainnya.

Untuk level yang digunakan, bisa ditinjau untuk penggunaan tingkat level yang lain atau dengan level campuran.

DAFTAR PUSTAKA

Box, G. E. P. dan Hunter, J. S. 1961. *The fractional factorial design part I., II*. Tehnometrics 3:311-48.

Box, G. E. P. dan Meyer, R. D. 1986. *An Analysis for Unreplicated Fractional Factorials*. Technometrics. 28. 1 pp. 11-18.

Dong., F. 1993. *On the Indentification of Active Contrasts in Unreplicated Fractional Factorial*. Statistics Sinica 3, pp 209-217.

Hakim. 1998. *Replikasi Fraksional pada Percobaan Faktorial* 3^k. Skripsi Jurusan Matermatika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Makassar.

Mattjik, A.A. dan Sumertajaya, I.M. 2002. *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab. Edisi kedua*. Institut Pertanian Bogor Press. Bogor.

Montgomery Douglas C. 2001. *Design and Analysis of Experiments*. 5th Edition, John Wiley & Sons.

Sauddin, Adnan. 2006. *Identifikasi Faktor Signifikan Rancangan Faktorial Fraksional tanpa Pengulangan dengan Metode Bissell, Lenth, dan Fang*. Tesis Program Studi Magister Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.

Sutopo, L. 2002. *Teknologi Benih*. PT. Raja Grafindo Persada. Jakarta.

Voelkel, G. J dan Rochester, CQAS, R.I.T., 2004. *The Efficiencies of Fractional Factorial Designs*. Technical Report 2004-1. http://www.rit.edu/_636www/about/TR2004-1.pdf.

Winarni, Sri. 2006. *Kajian pada Rancangan Fractional Factorial dan Fractional Factorial Split - Plot.* Tesis Program Studi Statistika Sekolah Pascasarjana Institut Pertanian Bogor. Bogor.

Lampiran 1

Tabel 35. Rancangan *Fractional Factorial* 3^{k-p}

Fraksi $(\boldsymbol{p})$	**Faktor** $(\boldsymbol{k})$	**Resolusi**	**Kriteria rancangan**	**Generator**	***Defining relation***	**Kombinasi yang terambil**
$\frac{1}{3}$	3	III	Faktor utama dan interaksi BC	$C = AB$	$I = ABC^2$	$000, 101, 202, 011, 112, 210, 022, 120, 221$
	4	IV	Rancangan terbaik	$D = ABC^2$	$I = ABC^2D^2$	$0000, 1001, 2002, 0101, 1102, 2100, 0202, 1200, 2201, 0012, 1010, 2011, 0110, 1111, 2112, 0211, 1212, 2210, 0021, 1022, 2020, 0122, 1120, 2121, 0220, 1221, 2222$
$\frac{1}{9}$	3	-	-	-	-	-
	4	III	Rancangan terbaik	$C = AB$ $D = AB^2$	$I = ABC^2 = AB^2D^2$ $= AC = BCD^2$	$0000, 1011, 2022, 0112, 1120, 2101, 0221, 1202, 2210$
	5	III	Faktor utama dan faktor AB dan BC	$D = AB^2C^2$ $E = AB^2C$	$I = AB^2C^2D^2 = AB^2CE^2$ $= CD^2E = AB^2DE$	$00000, 10011, 20022, 01022, 11000, 21011, 02011, 12022, 22000, 00121, 10102, 20110, 01110, 11121, 21102, 02101, 12110, 22121, 00212, 10220, 20201, 01201, 11212, 21220, 02220, 12201, 22212$

Lanjutan tabel 35

Fraksi $(\boldsymbol{p})$	**Faktor** $(\boldsymbol{k})$	**Resolusi**	**Kriteria rancangan**	**Generator**	***Defining relation***	**Kombinasi yang terambil**
$\frac{1}{27}$	3	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-
	6	III	Rancangan terbaik	$D = ABC^2$ $E = AB$ $F = AC^2$	$I = ABC^2D^2 = ABE$ $= AC^2F^2 = ABCDE^2$ $= CDE = AB^2C^2DF$ $= BD^2F = AB^2CE^2F$ $= BCEF$	$00000, 100111, 200222, 010110,$ $110221, 210002, 020220, 120001,$ $220112, 001202, 101010, 201121,$ $011012, 111120, 211201, 021122,$ $121200, 221011, 002101, 102212,$ $202020, 012211, 112022, 212100,$ $022021, 122102, 222210$

Lampiran 2

Nilai Untuk Distribusi χ^2 dimana $\nu = dk$

(Bilangan dalam Daftar Badan Daftar menyatakan χ_p^2)

υ	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.99}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.10}$	$\chi^2_{0.05}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.01}$	$\chi^2_{0.005}$
1	7.879	6.635	5.024	3.841	0.016	0.004	0.001	0.0002	0
2	10.597	9.21	7.378	5.991	0.211	0.103	0.051	0.02	0.01
3	12.838	11.345	9.348	7.815	0.584	0.352	0.216	0.115	0.072
4	14.86	13.277	11.143	9.488	1.064	0.711	0.484	0.297	0.207
5	16.75	15.086	12.833	11.07	1.61	1.145	0.831	0.554	0.412
6	18.548	16.812	14.449	12.592	2.204	1.635	1.237	0.872	0.676
7	20.278	18.475	16.013	14.067	2.833	2.167	1.69	1.239	0.989
8	21.955	20.09	17.535	15.507	3.49	2.733	2.18	1.646	1.344
9	23.589	21.666	19.023	16.919	4.168	3.325	2.7	2.088	1.735
10	25.188	23.209	20.483	18.307	4.865	3.94	3.247	2.558	2.156
11	26.757	24.725	21.92	19.675	5.578	4.575	3.816	3.053	2.603
12	28.3	26.217	23.337	21.026	6.304	5.226	4.404	3.571	3.074
13	29.819	27.688	24.736	22.362	7.042	5.892	5.009	4.107	3.565
14	31.319	29.141	26.119	23.685	7.79	6.571	5.629	4.66	4.075
15	32.801	30.578	27.488	24.996	8.547	7.261	6.262	5.229	4.601
16	34.267	32	28.845	26.296	9.312	7.962	6.908	5.812	5.142
17	35.718	33.409	30.191	27.587	10.085	8.672	7.564	6.408	5.697
18	37.156	34.805	31.526	28.869	10.865	9.39	8.231	7.015	6.265
19	38.582	36.191	32.852	30.144	11.651	10.117	8.907	7.633	6.844
20	39.997	37.566	34.17	31.41	12.443	10.851	9.591	8.26	7.434
21	41.401	38.932	35.479	32.671	13.24	11.591	10.283	8.897	8.034
22	42.796	40.289	36.781	33.924	14.041	12.338	10.982	9.542	8.643
23	44.181	41.638	38.076	35.172	14.848	13.091	11.689	10.196	9.26
24	45.559	42.98	39.364	36.415	15.659	13.848	12.401	10.856	9.886

Lanjutan Nilai Persentil Untuk Distribusi χ^2 dimana $\nu = dk$

(Bilangan dalam Daftar Badan Daftar menyatakan χ_p^2)

υ	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.99}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.10}$	$\chi^2_{0.05}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.01}$	$\chi^2_{0.005}$
25	46.928	44.314	40.646	37.652	16.473	14.611	13.12	11.524	10.52
26	48.29	45.642	41.923	38.885	17.292	15.379	13.844	12.198	11.16
27	49.645	46.963	43.195	40.113	18.114	16.151	14.573	12.879	11.808
28	50.993	48.278	44.461	41.337	18.939	16.928	15.308	13.565	12.461
29	52.336	49.588	45.722	42.557	19.768	17.708	16.047	14.256	13.121
30	53.672	50.892	46.979	43.773	20.599	18.493	16.791	14.953	13.787
40	66.766	63.691	59.342	55.758	29.051	26.509	24.433	22.164	20.707
50	79.49	76.154	71.42	67.505	37.689	34.764	32.357	29.707	27.991
60	91.952	88.379	83.298	79.082	46.459	43.188	40.482	37.485	35.534
70	104.215	100.425	95.023	90.531	55.329	51.739	48.758	45.442	43.275
80	116.321	112.329	106.629	101.879	64.278	60.391	57.153	53.54	51.172
90	128.299	124.116	118.136	113.145	73.291	69.126	65.647	61.754	59.196
100	140.169	135.807	129.561	124.342	82.358	77.929	74.222	70.065	67.328