

**Identifikasi Faktor Signifikan pada Rancangan  
Faktorial Fraksional  $2^{k-p}$**

*Skripsi*



**Oleh :**

**FACHRUN ARIFianto S**

**H 121 09 277**

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**2013**

**Identifikasi Faktor Signifikan pada Rancangan  
Faktorial Fraksional  $2^{k-p}$**

*Skripsi*



**Oleh :**

**FACHRUN ARIFianto S**

**H 121 09 277**

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**2013**

# Identifikasi Faktor Signifikan pada Rancangan Faktorial Fraksional $2^{k-p}$

## S K R I P S I

*Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada  
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*

*Universitas Hasanuddin*

*Makassar*

Oleh:

**FACHRUN ARIFianto S**

**H 121 09 277**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR**

**2013**

# P E R N Y A T A A N

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan  
sesungguh-sungguhnya bahwa skripsi yang saya buat dengan judul :



**“Identifikasi Faktor Signifikan pada  
Rancangan Faktorial Fraksional  $2^{k-p}$ ”**

adalah benar hasil kerja saya sendiri, bukan hasil plagiat dan  
belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 20 Agustus 2013

**FACHRUN ARIFianto S.**  
NIM : H 121 09 277

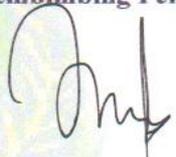
**“Identifikasi Faktor Signifikan pada  
Rancangan Faktorial Fraksional  $2^{k-p}$ ”**

Disetujui Oleh :

**Pembimbing Utama**

  
Drs. M. Saleh AF., M.Si.  
NIP 19540804 197802 1 001

**Pembimbing Pertama**

  
Anisa, S.Si, M.Si.  
NIP 19730227 199802 2 001

Pada tanggal : 20 Agustus 2013

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

Pada hari ini, Selasa 20 Agustus 2013, Panitia Ujian Skripsi menerima dengan baik skripsi yang berjudul :

**“Identifikasi Faktor Signifikan pada Rancangan Faktorial**

**Fraksional  $2^{k-p}$  ”**

yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Makassar, 20 Agustus 2013

**PANITIA UJIAN SKRIPSI**

**Tanda Tangan**

1. Ketua : **Drs. H. Muhammad Hasbi, M.Sc** (.....)

2. Sekretaris : **Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc** (.....)

3. Anggota : **Dr. Mawardi, M.Eng** (.....)

4. Anggota : **Drs. M. Saleh AF., M.Si** (.....)

5. Anggota : **Anisa, S.Si., M.Si.** (.....)

## KATA PENGANTAR



*Alhamdulillah Rabbil Alamin*, penulis panjatkan kehadiran **Allah SWT** atas limpahan rahmat dan ridho-Nya, kesempatan, dan kesehatan yang dikaruniakan-Nya sehingga skripsi yang merupakan salah satu persyaratan dalam menyelesaikan pendidikan di Program Studi Statistika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar ini dapat terselesaikan. Tak lupa penulis haturkan shalawat dan salam kepada baginda **Rasulullah Muhammad SAW**, juga kepada para sahabat beliau dan orang-orang yang mengikuti jejak mereka dengan istiqhamah, semoga kebaikan dan keselamatan juga terus tercurah hingga akhir zaman.

Skripsi ini juga dapat selesai tentunya atas dukungan dan bantuan dari berbagai pihak baik moril maupun materil, langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tulus dan penghargaan yang tak terhingga kepada Ayahanda dan Ibunda tercinta **Drs. Muh. Sukri Dachlan** dan **Ir. Salwa K.** yang telah membesarkan dan mendidik penulis dengan penuh kesabaran bertabur cinta dan kasih sayang demi keberhasilan penulis selama menjalani proses pendidikan. Untuk kakak dan adik tersayang **Herwin Armawan S. dan Irwan Budiansyah S.** serta keluarga besarku, terima kasih atas doa dan semangatnya.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada :

- ✓ Bapak **Prof. Dr. dr. Idrus Patturusi, Sp.BO** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta jajarannya. Bapak **Prof. Dr. Hanapi, MS.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta jajarannya, dan semua pihak birokrasi atas ilmu dan kemudahan-kemudahan yang diberikan, baik di bidang akademik maupun di bidang kemahasiswaan.
- ✓ Ibu **Dr. Hasmawati, M.Si.**, selaku Ketua Jurusan Matematika, atas ilmu dan nasehatnya. Bapak **Nurdin, S.Si, M.Si** selaku Sekretaris Jurusan yang telah memberikan banyak bantuan selama penulis menjalani pendidikan.
- ✓ Bapak **M. Saleh AF., M.Si** selaku pembimbing utama, dan Ibu **Anisa, S.Si, M.Si.** selaku pembimbing pertama atas kesediaan dan kesabaran untuk membimbing dan membagi ilmunya kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
- ✓ Bapak **Drs. H. Muhammad Hasbi, M.Sc** selaku ketua tim penguji penulis, Bapak **Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc** selaku sekretaris tim penguji, dan Bapak **Dr. Mawardi M.Eng.** selaku anggota tim penguji yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan saran dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
- ✓ Para **Dosen Jurusan Matematika** yang telah mengasuh dan mendidik penulis selama di bangku kuliah hingga berhasil menyelesaikan studi.
- ✓ Para **Staf Jurusan Matematika** (Pak Sutamin, S.Sos., dan Pak Nasir) atas bantuan, pelayanan, dan kerjasamanya selama ini.
- ✓ Teman-teman seperjuangan **Ekstrim 09** (Try,Uni, Ifa, Ipin, Kiki, A.Yuni, Yanti, , Fitri, Hera, Irzan, Tenri, Naser, Fitrah, Jumi, Juned, Fahrur, Nurmi,

Endy, Mici, Vinni, Rina, Icha, Meri, Delia, Iche, Fifik, Sadno, Faisal, Jamal, Edi, Fairuz, Taufiq, Ikhsan, Ali, dan lain-lain) atas segala bantuan, kekompakan, dan kebersamaannya selama menghadapi masa-masa terindah maupun tersulit dalam menuntut ilmu maupun di organisasi. Teman-teman seperjuanganku **MIPA'09** atas dukungan dan canda tawa yang menyisahkan kesan dalam hati.

- ✓ Rekan-rekan di **Dewan Himatika Fmipa Unhas Periode 2012/2013** (kak Dian, Kak Agung, Kak Hikmat, dan lain-lain) atas bantuannya selama ini dalam mengawal **Pengurus BE Himatika Fmipa Unhas Periode 2012/2013**.
- ✓ Kanda-kanda senior dan adik-adikku, serta seluruh warga **Himatika** dan **KM FMIPA Unhas** atas pengalaman dan nasehat-nasehatnya sehingga penulis dapat lebih mengerti arti pentingnya kebersamaan.
- ✓ Semua pihak yang telah banyak membantu penulis dan tak sempat penulis sebutkan satu per satu.

Akhir kata, semoga tulisan ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak yang membutuhkan dan terutama bagi penulis. *Amin Yaa Rabbal Alamin.*

Makassar, 20 Agustus 2013

Penulis

## **ABSTRAK**

Rancangan faktorial dengan jumlah faktor yang besar cukup sulit diterapkan pada bidang industri, dikarenakan besarnya jumlah kombinasi perlakuan. Untuk mengatasi hal tersebut digunakan rancangan faktorial fraksional, dimana pada rancangan ini mengurangi jumlah kombinasi perlakuan. Pada penelitian ini, digunakan rancangan faktorial fraksional dua-level untuk tiap faktornya mempunyai taraf masing-masing dua. Selain itu, untuk menentukan faktor yang signifikan diantara beberapa faktor pada rancangan faktorial fraksional akan semakin sulit jika data yang diamati tanpa pengulangan. Hal tersebut disebabkan oleh tidak adanya rata-rata kuadrat error yang dapat diperoleh pada sebagian besar rancangan faktorial fraksional tanpa pengulangan. Untuk mengatasi hal tersebut, dalam penelitian ini metode lenth yang memberikan suatu analisis formal tentang bagaimana menentukan suatu faktor signifikan atau tidak dalam rancangan faktorial fraksional tanpa pengulangan.

**Kata Kunci** : faktorial fraksional, faktorial fraksional dua-level, data tanpa pengulangan, metode lenth

## **ABSTRACT**

Factorial design with a large number factors are quite difficult to apply in the field of industry, because the treatment of the large number combination. To overcome this, we can use the fractional factorial design, which in this design reduces the number of treatment combinations. In this study, fractional factorial design used a two-level for each factor having two levels for each mark. In addition, to determine significant factor among several factors in the fractional factorial design will be more difficult if the observed data without repetition. This is caused by the absence of the mean squared error that can be obtained at most of fractional factorial design without repetition. To overcome this problem, in this study, lenth method that provides a formal analysis how to determine a significant factor or not in the fractional factorial design without repetition.

**Key Words** : fractional factorial, fractional factorial two-level, data with no repetition, lent methods

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>LEMBAR KEOTENTIKAN</b> .....	ii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vi
<b>ABSTRAK</b> .....	ix
<b>ABSTRACT</b> .....	x
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xvi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan Penelitian .....	4
1.5 Manfaat .....	5
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	6
2.1 Rancangan Faktorial.....	6
2.2 Rancangan Faktorial $2^k$ .....	7
2.3 Rancangan Faktorial Fraksional (FF).....	10
2.4 Rancangan Faktorial Fraksional Dua-Level.....	10
2.4.1 Fraksi $1/2$ ( <i>One – Half Fraction</i> ) dari Rancangan $2^k$ ....	12

2.4.2 Fraksi $1/4$ ( <i>One – Quarter Fraction</i> ) dari Rancangan $2^k$ .	12
2.4.3 Jenis Khusus Rancangan Fraksional Faktorial $2^k$ .....	13
2.5 Penggunaan Metode Lenth pada Rancangan FF.....	15
2.6 Pertimbangan dan Perkembangan Tanaman Kecambah.....	18
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	21
3.1 Sumber Data .....	21
3.2 Identifikasi Variabel .....	21
3.3 Metode Analisis .....	22
3.4 Diagram Alir Kerja ( <i>Flowchart</i> ).....	23
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	25
4.1 Rancangan Faktorial Fraksional $2^4$ dan $2^5$ dengan Masing-Masing Fraksi $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{4}$ .....	25
4.1.1 Rancangan Faktorial $2^4$ dan $2^5$ .....	25
4.1.2 Rancangan FF $2^4$ dengan Fraksi $\frac{1}{2}$ .....	39
4.1.3 Rancangan FF $2^5$ dengan Fraksi $\frac{1}{2}$ .....	40
4.1.4 Rancangan FF $2^5$ dengan Fraksi $\frac{1}{4}$ .....	43
4.2 Penggunaan Metode Lenth pada Rancangan FF $2^4$ dan $2^5$ .....	47
4.2.1 Metode Lenth pada kasus Rancangan FF $2^4$ .....	47
4.2.2 Metode Lenth pada kasus Rancangan FF $2^5$ .....	50
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	54
5.1 Kesimpulan .....	54
5.2 Saran .....	55

<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>56</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>57</b>

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 4.1</b>	Generator yang memungkinkan untuk rancangan $2^{4-1}$ .....	32
<b>Tabel 4.2</b>	Generator pilihan untuk rancangan $2^{4-1}$ .....	22
<b>Tabel 4.3</b>	Alias dan <i>Defining Relation</i> tiap-tiap Generator.....	23
<b>Tabel 4.4</b>	Matriks Rancangan FF $2^{4-1}$ .....	37
<b>Tabel 4.5</b>	Generator yang memungkinkan untuk rancangan $2^{4-2}$ .....	39
<b>Tabel 4.6</b>	Matriks Rancangan FF $2^{5-1}$ .....	41
<b>Tabel 4.7</b>	Generator pilihan untuk rancangan $2^{5-2}$ .....	44
<b>Tabel 4.8</b>	Matriks Rancangan FF $2^{5-2}$ .....	45
<b>Tabel 4.9</b>	Hasil pengolahan Anava.....	48

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 4.1</b> Tampilan Geometris Rancangan Faktorial $2^4$ .....	25
<b>Gambar 4.2</b> Tampilan Geometris Rancangan Faktorial $2^5$ .....	31

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1</b>	Matriks Rancangan Faktorial.....	58
	Tabel 1.1 Matriks Rancangan untuk Rancangan Faktorial $2^4$ .....	58
	Tabel 1.2. Matriks Rancangan Faktorial Fraksional $2^5$ .....	59
<b>Lampiran 2</b>	Rancangan Faktorial $2^{5-2}$ .....	63
	Tabel 2.1 Struktur Pembentukan Rancangan FF $2^{5-2}$ .....	63
<b>Lampiran 3</b>	Matriks Rancangan dan Data.....	67
	Tabel 3.1 Data Lengkap.....	67
	Tabel 3.2 Matriks Rancangan FF $2^{4-1}$ .....	68
	Tabel 3.3 Matriks Rancangan FF $2^{5-1}$ .....	68
<b>Lampiran 4</b>	Hasil Analisis Menggunakan Anava.....	70
	3.1 Hasil Analisa Anava pada Rancangan FF $2^{4-1}$ .....	70
	3.2 Hasil Analisa Anava pada Rancangan FF $2^{5-1}$ .....	70

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Pemanfaatan metode rancangan percobaan (eksperimen) pada tahap-tahap rancangan produk baru, perbaikan produk, memaksimalkan hasil proses produksi, mengefektifkan penggunaan alat atau mesin produksi dan sebagainya dapat menunjang kesuksesan suatu produk secara keseluruhan. Hal ini telah dikembangkan pada banyak industri yang berbeda seperti industri elektronik, otomotif, alat-alat medis, makanan, farmasi dan lain-lain.

Pengertian rancangan percobaan (eksperimen) adalah suatu tes atau serangkaian tes dengan maksud mengamati dan mengidentifikasi perubahan-perubahan pada output respon yang disebabkan oleh perubahan-perubahan yang dilakukan pada variabel input dari suatu proses (Montgomery, 2005).

Sebagian besar percobaan dalam proses produksi meliputi beberapa variabel respon atau lebih dari satu faktor yang diamati dalam suatu percobaan. Pada situasi ini rancangan yang digunakan adalah rancangan faktorial.

Eksperimen yang didasarkan pada rancangan faktorial, dimaksudkan untuk menentukan faktor mana diantara sejumlah faktor yang secara potensial memberikan efek pada respon. Namun, pada rancangan faktorial dengan jumlah faktor yang besar dan diikuti oleh jumlah kombinasi perlakuan yang

besar, eksperimen menjadi tidak efisien untuk dilakukan. Sebagai contoh apabila digunakan rancangan faktorial  $2^k$  (dengan k adalah jumlah faktor dan 2 adalah taraf/level), maka akan dibutuhkan sebanyak  $2^k$  unit eksperimen untuk satu ulangan. Hal ini tentu saja tidak efisien mengingat beberapa hambatan yang mungkin terjadi seperti jumlah dana yang diperlukan untuk melakukan suatu percobaan, tenaga yang dibutuhkan dan waktu untuk melaksanakan percobaan tersebut. Untuk menurunkan jumlah kombinasi perlakuan, digunakan rancangan faktorial fraksional.

Penggunaan rancangan faktorial fraksional telah diperkenalkan oleh Tippett (Box dan Meyer, 1986), dan sejak tahun 1980-an telah menjadi perhatian. Voelkel dan Rochester (2004) dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa rancangan ini relatif lebih efisien.

Jika terdapat lebih dari satu unit eksperimen untuk setiap perlakuan, maka digunakan analisis varian untuk menguji efek utama dan efek interaksi dalam model. Semua uji tersebut memerlukan rata-rata kuadrat *error* (*mean squares error, MSE*), sebab estimasi dari varians error didasarkan pada variabilitas data yang diperoleh dari hasil pengukuran atau pengamatan yang dilakukan secara berulang-ulang untuk setiap perlakuan. Pertanyaan yang kemudian muncul adalah, bagaimana jika hanya terdapat satu pengamatan pada tiap-tiap perlakuan?

Kelemahan eksperimen tanpa pengulangan adalah tidak terdapat derajat bebas untuk mengestimasi  $\sigma^2$ , tidak ada *error* dalam setiap perlakuan,

yang berakibat pada sulitnya melakukan interpretasi terhadap efek yang dimungkinkan berpengaruh, dan semua yang berkaitan dengan rata-rata kuadrat untuk uji signifikan statistik.

Dalam menaksir efek faktor yang signifikan dari rancangan faktorial fraksional tanpa pengulangan, telah dikemukakan beberapa metode, diantaranya; Metode Bissel, Metode Lenth, dan Metode Fang, dan untuk selanjutnya pembahasan pada penelitian ini dikhususkan pada Metode Lenth. Lenth (1989) menggunakan nilai *margin of error* atau batas kesalahan, *simultan margin error* dan *pseudo sparsity of error* untuk menentukan faktor yang signifikan yang didasarkan pada distribusi t, Hamada dan Balakrishnan (1998) mengemukakan bahwa kelemahan dari metode Lenth adalah lemah dalam mengontrol kesalahan type I yaitu adalah kesalahan yang terjadi apabila  $H_0$  ditolak padahal  $H_0$  benar. Jenis kesalahan ini dilambangkan dengan  $\alpha$ . Dong (1993) memodifikasi metode Lenth, yaitu mengganti nilai estimasi awal dan akhir yang merupakan *trimmed median*.

Karena semakin banyak kombinasi perlakuan yang dipertimbangkan jika nilai  $k$  semakin besar, misalnya jika  $k = 2$  maka ada  $2^5 = 32$  kombinasi perlakuan yang harus dipertimbangkan, maka penelitian ini dibatasi pada rancangan fraksional dengan  $k = 4$ .

Berdasarkan uraian di atas, maka dalam tugas akhir ini akan dibahas tentang : **“Identifikasi Faktor Signifikan pada Rancangan Faktorial Fraksional  $2^{k-p}$  ”**.

## 1.2 Batasan Masalah

Dalam penulisan tugas akhir ini, penelitian dibatasi pada masalah pada rancangan faktorial fraksional  $2^4$  dan  $2^5$ . Penggunaan  $k$  faktor sama dengan empat dan lima dengan masing-masing fraksi  $1/2$  (*one-half fraction*) dan fraksi  $1/4$  (*one-fourth fraction*). Fraksi adalah pengelompokan kombinasi perlakuan sedemikian sehingga keseluruhan kombinasi perlakuan diwakili oleh beberapa kelompok kombinasi saja yang ditentukan berdasarkan aturan tertentu. Data yang digunakan adalah data tanpa pengulangan, dan metode yang digunakan ialah metode Lenth.

## 1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dijelaskan diatas, rumusan masalah dari penelitian sebagai berikut :

1. Bagaimana membuat rancangan faktorial fraksional  $2^4$  dan  $2^5$  dengan masing-masing fraksi  $1/2$  dan  $1/4$  bagian ?
2. Bagaimana penggunaan metode Lenth pada rancangan faktorial fraksional  $2^4$  dan  $2^5$  dengan masing-masing fraksi  $1/2$  ?

## 1.4 Tujuan Penelitian

1. Membuat rancangan faktorial fraksional  $2^4$  dan  $2^5$  dengan masing-masing dengan fraksi  $1/2$  dan  $1/4$  bagian
2. Penggunaan metode Lenth pada rancangan faktorial fraksional  $2^4$  dan  $2^5$  dengan masing-masing dengan fraksi  $1/2$  bagian

## **1.5 Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini, antara lain :

1. Sebagai salah satu bahan kajian dalam menambah wawasan ilmu pengetahuan di bidang statistika, khususnya pada rancangan faktorial fraksional  $2^4$  dan  $2^5$  dengan masing-masing fraksi  $1/2$  dan  $1/4$  bagian.
2. Dari penelitian ini, dapat menambah pengetahuan tentang penggunaan Metode Lenth dalam rancangan faktorial fraksional.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Rancangan Faktorial

Rancangan faktorial adalah rancangan yang menggunakan lebih dari satu faktor, dimana setiap taraf dari faktor dikombinasikan dengan taraf-taraf faktor lain (Halim, 1992).

Interaksi antara faktor-faktor terjadi jika pengaruh suatu faktor berbeda pada tiap taraf faktor yang lain. Yang dimaksud dengan faktor ialah peubah bebas yang dicobakan sebagai penyusun struktur perlakuan atau dengan kata lain factor merupakan sejenis perlakuan dimana didalam percobaan faktorial setiap faktor memiliki beberapa perlakuan. Peubah bebas dapat berupa peubah kuantitatif maupun kualitatif. Sedangkan taraf (level) mengacu pada nilai-nilai atau keadaan tertentu dari peubah bebas (faktor) yang dicobakan dalam percobaan (Mattjik dan Sumertajaya, 2002).

Menurut Halim (1992), pengaruh (efek) suatu faktor pada rancangan faktorial didefinisikan sebagai perubahan nilai respon yang disebabkan oleh perubahan taraf faktor. Adapun jenis-jenis dari efek faktorial, adalah sebagai berikut :

1) Pengaruh (efek) sederhana (*Simple effects*)

adalah pengaruh suatu faktor tertentu terhadap taraf tertentu faktor lainnya.

2) Pengaruh utama (*Main effects*)

adalah rata-rata dari pengaruh-pengaruh sederhana atau rata-rata terhadap taraf dari faktor lain.

3) Pengaruh interaksi (*Interaction effects*)

Jika pengaruh dari suatu faktor berbeda pada tiap taraf untuk faktor lainnya maka dikatakan bahwa antara faktor-faktor tersebut terjadi interaksi .

## 2.2 Rancangan Faktorial $2^k$

Seringkali dalam suatu rancangan faktorial, ditemui kondisi di mana percobaan melibatkan  $k$  faktor dan setiap faktor terdiri atas 2 level. Rancangan dengan kondisi demikian disebut dengan rancangan faktorial  $2^k$ . Misalnya sebuah rancangan percobaan yang terdiri atas faktor A dan B dimana masing-masing faktor tersebut terdiri atas dua buah taraf akan ditulis sebagai rancangan faktorial  $2^2$ .

Jika  $k = 2$  dan  $3$  maka akan diperoleh 4 dan 8 kombinasi perlakuan, dan untuk  $k = 4$  dan  $5$  masing-masing akan diperoleh 16 dan 32 kombinasi perlakuan dan seterusnya. Sehingga makin besar harga  $k$  makin banyak kombinasi perlakuannya.

Halim (1992) mengatakan bahwa dalam rancangan faktorial  $2^k$ , ada beberapa jenis lambang atau notasi yang sering digunakan untuk melambangkan kombinasi – kombinasi perlakuan yang terjadi, contohnya pada rancangan faktorial  $2^k$  yang paling sederhana yaitu rancangan

faktorial  $2^2$  yang menghasilkan 4 kombinasi perlakuan yang dapat dilambangkan dengan 4 macam cara, yaitu :

Notasi I	Notasi II	Notasi III	Notasi IV
$A_0B_0$	- -	0 0	(1)
$A_1B_0$	+ -	1 0	$a$
$A_0B_1$	- +	0 1	$b$
$A_1B_1$	+ +	1 1	$ab$

Keempat lambang atau notasi di atas memiliki makna atau arti yang sama dan notasi – notasi ini dapat juga dikembangkan untuk rancangan faktorial dengan faktor lebih dari dua. Misalkan arti pada notasi  $A_0B_0$  atau - - atau (1) adalah notasi dari kombinasi perlakuan faktor A dan faktor B pada taraf rendah, sedangkan pada notasi  $A_1B_1$  atau + + atau  $ab$  merupakan notasi dari kombinasi perlakuan faktor A dan B pada taraf tinggi.

Jumlah dari perkalian tanda dalam kolom suatu efek dengan kombinasi perlakuan yang bersesuaian akan menghasilkan suatu kombinasi linear yang disebut kontras. Kontras dari suatu efek dapat juga diperoleh dengan cara sebagai berikut :

$$Kontras_A = (a - 1)(b + 1)(c + 1)(d + 1) \dots$$

$$Kontras_B = (a + 1)(b - 1)(c + 1)(d + 1) \dots$$

$$Kontras_C = (a + 1)(b + 1)(c - 1)(d + 1) \dots$$

$$Kontras_D = (a + 1)(b + 1)(c + 1)(d - 1) \dots$$

⋮

$$Kontras_{ABCD} = (a - 1)(b - 1)(c - 1)(d - 1) \dots$$

⋮

dan seterusnya.

Secara singkat hubungan di atas dapat ditulis sebagai :

$$Kontras_{AB\dots K} = (a \pm 1)(b \pm 1) \dots (k \pm 1) \quad (2.1)$$

Tanda *plus* dan *minus* ( $\pm$ ) dalam kurung akan dipilih *minus* jika faktor yang bersangkutan termasuk dalam kontras efek yang akan dihitung dan sebaliknya, akan dipilih *plus* jika faktor yang bersangkutan tidak termasuk dalam kontras efek yang akan dihitung. Sementara angka “1” pada hasil akhir penyelesaian persamaan (2.1) di atas menunjukkan kombinasi perlakuan (1). Selanjutnya, untuk menghitung estimasi efek sebagai berikut :

$$\hat{A} = \ell_A = \frac{1}{2^{k-1}} Kontras_A$$

$$\hat{B} = \ell_B = \frac{1}{2^{k-1}} Kontras_B$$

⋮

$$\widehat{AB} = \ell_{AB} = \frac{1}{2^{k-1}} Kontras_{AB}$$

Secara singkat hubungan tersebut dapat ditulis dalam persamaan (2.2) :

$$\widehat{AB \dots K} = \ell_{A\dots K} = \frac{1}{2^{k-1}} Kontras_{AB\dots K}$$

(Montgomery, 2005).

### 2.3 Rancangan Faktorial Fraksional (FF)

Rancangan faktorial fraksional dilakukan jika peneliti dapat mengasumsikan bahwa interaksi orde tinggi (interaksi yang memuat lebih dari dua faktor) tertentu diabaikan, kemudian informasi efek utama dan interaksi orde rendah (interaksi yang memuat dua atau tiga faktor) dapat diperoleh dengan mengerjakan hanya sebagian dari rancangan faktorial lengkap, akibatnya akan ada faktor-faktor yang mempunyai sifat yang sama dengan faktor lainnya (Montgomery, 2005).

Dalam rancangan faktorial fraksional, karena hanya sebagian perlakuan yang dicoba, tidak seluruh kombinasi, maka ada sesuatu yang harus dibayar atau dikorbankan, sesuatu tersebut adalah pembauran (*confounding*) antar pengaruh. Jika pada percobaan faktorial lengkap seluruh pengaruh utama dan pengaruh interaksi dapat diduga secara bebas, maka pada saat menggunakan rancangan ini maka akan ada pengaruh-pengaruh yang tidak dapat diduga secara bebas karena terbaur dengan pengaruh lain (Sartono, 2008).

### 2.4 Rancangan Faktorial Fraksional Dua-Level

Rancangan faktorial fraksional dengan dua taraf atau level dinotasikan dengan  $2^{k-p}$ , yang artinya rancangan ini mencobakan hanya  $2^{k-p}$  kombinasi perlakuan dari seluruh  $2^k$  kombinasi perlakuan lengkap (*full-factorial design*). Rancangan ini melibatkan  $k$  faktor, dua taraf, dan hanya menggunakan  $1/2^p$  atau  $2^{-p}$  fraksi dari seluruh kombinasi percobaan yang

harus dilakukan atau sebanyak  $2^{k-p}$  (Aji dan Dasari dalam Montgomery, 2009). fraksi percobaan dapat diartikan sebagai seberapa besar proporsi total atau jumlah perlakuan yang akan dicobakan dalam rancangan faktorial fraksional.

Menurut Montgomery (2005), keberhasilan dari penggunaan rancangan faktorial fraksional didasarkan pada tiga ide dasar berikut :

1. *The sparsity of effects principle*. Dalam proses *screening* yang melibatkan banyak faktor dan beberapa kemungkinan pengaruh faktor yang dianalisis, pengaruh faktor utama dan pengaruh interaksi tingkat rendah lebih memegang peranan.
2. *The projection property*. Rancangan faktorial fraksional dapat diproyeksikan menjadi rancangan yang lebih kuat dengan melibatkan faktor – faktor yang memiliki pengaruh signifikan.
3. *Sequential experimentation*. Memungkinkan untuk menggabungkan dua atau lebih rancangan faktorial fraksional untuk membentuk rancangan yang lebih besar guna menduga pengaruh faktor dan interaksi yang menarik.

Struktur rancangan faktorial fraksional ditentukan oleh banyaknya faktor yang dicobakan dan fraksi percobaan yang digunakan. Dengan jumlah faktor dan fraksi tertentu, dapat dibentuk beberapa struktur rancangan faktorial fraksional yang berbeda. Perbedaan struktur rancangan tersebut ditentukan oleh struktur generator (*generating relations*) yang saling bebas, *defining relation* (dilambangkan dengan I) dimana kolom yang sama

tandanya dengan kolom identitas (I) , kemudian alias (*aliases*) yaitu dua atau lebih pengaruh (efek) yang memiliki sifat yang sama yang diperoleh dari perkalian setiap pengaruh faktor – faktor dengan *defining relation* dan berdasarkan resolusi yang digunakan.

#### **2.4.1 Fraksi 1/2 (*One – Half Fraction*) dari Rancangan $2^k$**

Jika dalam suatu percobaan tidak semua kombinasi perlakuan dapat dilakukan maka digunakan replikasi fraksional yang hanya melakukan sebagian atau setengah saja dari replikasi penuh. Misalkan dalam rancangan faktorial  $2^3$  yaitu percobaan yang melibatkan 3 faktor A, B, C dimana masing–masing faktor terdiri atas 2 taraf yang menghasilkan 8 kombinasi perlakuan, dapat dilakukan hanya 1/2 bagian saja dari seluruh kombinasi perlakuan, berarti hanya 4 kombinasi perlakuan yang dapat dilakukan. Setengah bagian dari rancangan  $2^3$  disebut rancangan  $2^{3-1}$ . Jadi secara umum rancangan faktorial fraksional ini dapat ditulis  $2^{k-1}$ . Pada rancangan FF  $2^{k-1}$  diperlukan generator sebanyak satu.

#### **2.4.2 Fraksi $\frac{1}{4}$ (*One-Quarter Fraction*) dalam Rancangan faktorial $2^k$**

Desain faktorial fraksional  $2^k$  biasanya ditulis dengan rancangan faktorial fraksional  $2^{k-p}$  yaitu rancangan percobaan dengan  $1/(2^p)$  fraksi dari seluruh kombinasi percobaan yang harus dilakukan. Misalkan untuk  $k = 4$  dan  $p = 1$ , berarti dilakukan eksperimen faktorial fraksional

setengah dari rancangan faktorial  $2^4$  (Montgomery, 2005). Untuk  $p = 2$  dilakukan eksperimen faktorial fraksional seperempat dari rancangan faktorial  $2^k$  atau biasanya ditulis dengan rancangan faktorial fraksional  $2^{k-2}$ .

Untuk rancangan faktorial fraksional  $2^{k-2}$  diperlukan 2 pembangkit (generator). Jika P dan Q adalah pembangkit yang dipilih maka  $I = P$  dan  $I = Q$  disebut pembangkit relasi (*generating relation*). Relasi penentu selengkapnya dapat dituliskan sebagai berikut :  $I = P = Q = PQ$ . Alias dari berbagai efek faktor diperoleh dari perkalian efek faktor tersebut dengan P, Q, dan PQ menggunakan relasi modulus 2. Jadi setiap pengaruh memiliki 3 alias.

#### **2.4.3 Jenis Khusus Rancangan Fraksional Faktorial $2^k$**

Menurut Montgomery (2001), suatu rancangan dikatakan beresolusi R, jika tidak ada pengaruh  $p$ -faktor yang beralias dengan pengaruh – pengaruh yang mengandung lebih kecil dari  $R - p$  faktor. Sebagai contoh rancangan  $2^{3-1}$  disebut rancangan beresolusi III, karena pengaruh 1-faktor (yaitu pengaruh A, B dan C) beralias dengan pengaruh – pengaruh  $3-1 = 2$  faktor (yaitu interaksi BC, AC dan AB) dan tidak beralias dengan pengaruh – pengaruh yang lebih kecil dari 2-faktor. Jadi fraksi setengah dari desain  $2^3$  dengan defining relation  $I = ABC$  (atau  $I = -ABC$ ) adalah rancangan beresolusi III dan dinotasikan  $2_{III}^{3-1}$ . Rancangan beresolusi III, IV dan V didefinisikan sebagai berikut:

- 1) **Rancangan resolusi III**, adalah desain dimana pengaruh utama tidak beralias dengan pengaruh utama yang lain, tetapi pengaruh utama beralias dengan interaksi 2–faktor, dan pengaruh interaksi 2–faktor mungkin beralias dengan yang lain. Contoh rancangan  $2^3$  dengan *defining relation*  $I = ABC$  adalah rancangan resolusi III dan ditulis  $2_{III}^{3-1}$ . Struktur alias untuk rancangan ini adalah  $A = BC, B = AC, C = AB$ .
  
- 2) **Rancangan Resolusi IV**, adalah rancangan dimana pengaruh utama tidak beralias dengan pengaruh utama yang lain, tetapi pengaruh utama beralias dengan interaksi 3–faktor, dan pengaruh interaksi 2–faktor dapat beralias dengan pengaruh interaksi 2–faktor yang lain. Sebagai contoh rancangan  $2^3$  dengan  $I = ABCD$  adalah rancangan resolusi IV dan ditulis  $2_{IV}^{4-1}$ , struktur aliasnya untuk rancangan ini adalah  $A = BCD, B = ACD, C = ABD, D = ABC, AB = CD, AC = BD, AD = BC$ .
  
- 3) **Rancangan resolusi V**, adalah rancangan dimana tidak ada pengaruh utama atau interaksi 2–faktor beralias dengan pengaruh utama atau interaksi 2–faktor yang lain, tetapi pengaruh utama beralias dengan interaksi 4–faktor, dan pengaruh interaksi 2–faktor dapat beralias dengan pengaruh interaksi 3–faktor lain. Sebagai contoh rancangan  $2^5$  dengan  $I = ABCDE$  adalah rancangan resolusi V dan ditulis, beberapa struktur aliasnya  $2_V^{5-1}$  untuk

rancangan ini adalah  $A = BCDE$ ,  $B = ACDE$ ,  $C = ABDE$ ,  $D = ABCE$ ,  $E = ABCD$ ,  $AB = CDE$ ,  $AC = BDE$ ,  $AD = BCE$  dll.

## 2.5 Penggunaan Metode Lenth pada Rancangan FF

Diberikan model rancangan faktorial fraksional untuk  $k$  variabel input

$$y = X\beta + \epsilon$$

masing-masing faktor terdiri dari dua level dan pada tiap-tiap kombinasi perlakuan hanya dilakukan satu kali pengamatan, dengan kontras untuk tiap faktor,  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ , dan penaksir untuk setiap faktor adalah  $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k$ .

Hipotesis yang berkaitan dengan suatu faktor signifikan atau tidak dalam memberikan pengaruh terhadap variabel respon, dirumuskan sebagai berikut :

$$H_0 : \beta_i = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0 \quad i = 1, 2, \dots, k$$

Untuk menguji hipotesis tersebut, sebelum mengkonstruksi statistik uji terlebih dahulu ditentukan penaksir. Dalam metode Lenth, dikemukakan dua bentuk penaksir untuk mengidentifikasi kontras yang signifikan, yaitu penaksir awal dan penaksir akhir. Untuk hal tersebut digunakan definisi yang dikemukakan oleh Halaand dan O'Connell (1995) yaitu :

$$a_0(q) = \frac{1}{\Phi_0^{-1}(q)} \quad (2.3)$$

dimana

$$\Phi_0^{-1}(q) = \Phi^{-1}\left(\frac{q+1}{2}\right)$$

dan  $\Phi$  adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal standar.

a. Estimasi Awal,  $s_0$

Dengan menggunakan definisi tersebut, dapat diperoleh penaksir awal,  $s_0$ , dari metode Lenth sebagai berikut :

$$s_0(q) = 1,5 \times \text{median}\{|\hat{\beta}_i|\}; \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.4)$$

b. Estimasi Akhir,

Untuk mendapatkan estimasi akhir dari metode Lenth, langkah selanjutnya adalah menentukan nilai  $\hat{\sigma}_{PSE}$ .

$$\hat{\sigma}_{PSE} = 1,5 \times \text{median} \begin{cases} |\hat{\beta}_i|; & i = 1, 2, \dots, k \\ |\hat{\beta}_i| < 2.50 \end{cases} \quad (2.5)$$

Pengujian hipotesis di bawah  $H_0$  :

$$\frac{\hat{\beta}_i}{se(\hat{\beta}_i)} \sim t_k; \quad i = 1, 2, 3, \dots, k \quad (2.6)$$

dengan persamaan (2.5) sebagai estimasi varian Metode Lenth, sedemikian hingga statistik uji sebagaimana diberikan pada persamaan (2.6) menjadi :

$$t_{\hat{\sigma}_{PSE}} = \frac{|\hat{\beta}_i|}{\hat{\sigma}_{PSE}}; \quad i = 1, 2, 3, \dots, k$$

c. Batas Kesalahan (Margin Error (ME))

Untuk menentukan batas kesalahan dari metode Lenth, yaitu ME, terlebih dahulu ditentukan nilai kritis berdasar pemilihan  $\alpha$  dan jumlah  $k$ .

Untuk  $\alpha = 0.05$

$$P\left(|\hat{\beta}_i| < \hat{\sigma}_{PSE} \times t_{\frac{\alpha}{2}; d}\right) = 1 - \alpha$$

$$P(|\hat{\beta}_i| < \hat{\sigma}_{PSE} \times t_{0.025;d}) = 0.95$$

untuk  $d = \frac{k}{3}$ , sedemikian sehingga  $\hat{\sigma}_{PSE} \times t_{0.025;d}$  merupakan batas kesalahan (*margin of error*) ditulis

$$ME = \hat{\sigma}_{PSE} \times t_{0.025;d} \quad (2.7)$$

d. Batas Kesalahan Simultan, (Simultan Margin Error (SME))

SME dari metode Lenth dinyatakan sebagai berikut :

$$c^*(k; \alpha) = \Phi^{-1} \left( \frac{1}{2} + \frac{(1 - \alpha)^{\frac{1}{k}}}{2} \right)$$

Untuk  $\alpha = 0.05$ , maka

$$c^*(k; 0.05) = \left( \frac{1 + (0.95)^{\frac{1}{k}}}{2} \right)$$

Misalkan  $c^*(k; \alpha) = \gamma$ , maka  $c^*(k; 0.05) = \left( \frac{1 + (0.95)^{\frac{1}{k}}}{2} \right)$  dapat dituliskan

menjadi

$$\gamma = \left( \frac{1 + (0.95)^{\frac{1}{k}}}{2} \right)$$

Dengan demikian diperoleh batas kesalahan simultan :

$$P \left( \frac{|\hat{\beta}_i|}{\hat{\sigma}_{PSE}} < t_{\gamma;d} \right) = 0.95$$

$$P(|\hat{\beta}_i| < t_{\gamma;d} \times \hat{\sigma}_{PSE}) = 0.95$$

$$SME = t_{\gamma;d} \times \hat{\sigma}_{PSE} \quad (2.8)$$

Batas kesalahan simultan (SME) merupakan statistik yang digunakan untuk menentukan apakah suatu faktor signifikan atau tidak, yaitu

estimasi efek faktor yang lebih besar dari SME dinyatakan sebagai faktor yang signifikan. (Adnan Sauddin, 2006).

Menurut Russel V. Lenth, 1989, ada beberapa nilai derajat kebebasan  $d$  yang sering digunakan pada rancangan faktorial fraksional :

**Tabel 2.6.** quantiles dari distribusi t untuk nilai-nilai umum  $m$  dan derajat kebebasan  $d = m / 3$  (tidak sekitar integer)

$m$	$t_{0,975;d}$	$t_{\gamma;d}$
7	3,76	9,01
15	2,57	5,22
31	2,22	4,22
63	2,08	3,91
127	2,02	3,84
255	1,99	3,89

## 2.6 Pertumbuhan dan Perkembangan Tanaman Kecambah.

Perkecambahan adalah proses pertumbuhan embrio dan komponen-komponen biji yang mempunyai kemampuan untuk menjadi tumbuhan baru. Ada beberapa faktor-faktor yang mempengaruhi pertumbuhan dan perkembangan tumbuhan, dalam tugas akhir ini digunakan tanaman kecambah kacang ijo, yaitu sebagai berikut :

### 1. Faktor Eksternal:

#### ❖ Suhu

Keberadaan suhu erat hubungannya dengan kerja enzim. Jika suhu terlalu tinggi atau terlalu rendah, enzim akan rusak.

#### ❖ Makanan

Makanan merupakan sumber energi dan sumber materi untuk mensintesis berbagai komponen sel. Nutrien yang dibutuhkan tumbuhan bukan hanya karbon dioksida dan air, tetapi juga unsur-unsur lainnya.

#### ❖ Air

Air berfungsi antara lain untuk fotosintesis, menjaga kelembapan, dan membantu perkecambahan biji. Tanpa air, reaksi kimia dalam sel tidak dapat berlangsung sehingga mengakibatkan tumbuhan mati.

#### ❖ Cahaya

Tumbuhan membutuhkan cahaya. Banyaknya cahaya yang dibutuhkan tidak selalu sama pada setiap tumbuhan. Umumnya, cahaya menghambat pertumbuhan meninggi karena cahaya dapat menguraikan auksin (suatu hormon pertumbuhan).

#### ❖ Kelembapan

Pengaruh kelembapan udara berbeda-beda terhadap berbagai pertumbuhan. Tanah dan udara yang lembap berpengaruh baik bagi pertumbuhan.

#### ❖ Unsur hara

Pertumbuhan juga dipengaruhi oleh unsur hara, misalnya nitrogen, fosfor, kalium, sulfur, kalsium, magnesium, besi, boron, mangan, tembaga, seng, molibdenum, klorin, dan nikel.

## 2. Faktor Internal:

#### ❖ Hormon

Hormon adalah substansi kimia yang sangat aktif dan tersusun atas senyawa protein. Hormon tumbuhan yang mempengaruhi proses pertumbuhan antara lain, auksin, giberelin, sitokinin, kalin (rizokalin, kaulokalin, filokalin, antokalin), gas etilen, asam absisat, dan frologen

#### ❖ Gen

Gen merupakan sifat yang tidak tampak dari luar, terdapat di dalam setiap kromosom yang ada di dalam inti sel.

(Nurhayati, 2008).