# DAFTAR PUSTAKA

Agier, L., Martiny, N., Thiongane, O., Mueller, J. E., Paireau, J., Watkins, E. R., et al. (2017). Towards understanding the epidemiology of Neisseria meningitidis in the African meningitis belt: a multi-disciplinary overview. *International Journal of Infectious Diseases, 54*, 103-112.

Ainun, W. O. (2018). Desain Kontrol vaksinasi dan Fogging Menggunakan Metode Linearisasi Input Output Pada Model Penyakit Demam Berdarah Dengue. Skripsi FMIPA UNHAS.

Asamoah, J. K., Nyabadza, F., Seidu, B., Chand, M., & Dutta, H. (2018). Mathematical Modelling of Bacterial Meningitis Transmission Dynamics with Control Measures. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 1-21.

Blyuss, K. B. (2016). Mathematical Modelling of the Dynamics of Meningococcal Meningitis in Africa. *UK Success Stories in Industrial Mathematics*, 221-226.

Boyce, W. E. & DiPrima, R. C., (2012). *Elementary Differential Equations.* 10th Edition penyunt. United States: John Wiley & Sons.

Hale, J. K. & Kocak , H., (1991). *Dynamics and Bifurcations.* New York: Springer-Verlag.

Hananti, C. N., & Mu'tamar, K. (2017). Analisis Model SIR Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dengue Menggunakan Kriteria Routh-Hurwitz. FMIPA Universitas Riau, 1-13.

Isidori, A. (1998). *Nonlinear Control Systems.* New York: Springer-Verlag.

Khalil, H. (2002). *Nonlinear Control System (Third Edition).* Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.

Lewaherilla, N., Maitimu, F. A. A. P. & Niani, C. R., (2017). Model Penyebaran Penyakit Meningitis pada Musim Haji di Madinah dan Mekkah. *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan,* Volume 11, pp. 55-62.

Martinez, M. F., Merino, E. G., Sanchez, E. G., Sanchez, J. G., Rey, A. d., & Sanchez, G. R. (2013). A mathematical model to study the meningococcal meningitis. *International Conference on Computational Science, 18*, 2492-2495.

Nugraha, E. S., Naiborhu, J., & Nuraini, N. (2016). Design of Vaccination and Fumigation on Host-Vector Model by Input-Output Linearization Method. *Symposium on Biomathematics*, 1-8.

Sulma. (2020). Kontrol Optimal Dinamika Penyebaran Penyakit Meningitis dengan Pemberian Vaksinasi, Kampanye, dan Pengobatan. Tesis FMIPA UNHAS.

WHO. (1998). *Control of epidemic meningococcal disease. WHO practical guidlines*. Dipetik dari https://apps.who.int/iris/handle/10665/64467, 3 oktober 2019.

WHO. (2018). *Meningococcal Meningitis*. Dipetik November 5, 2019, dari https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/meningococcal-meningitis

Widoyono. (2008). *Penyakit Tropis (Epidemiologi, Penularan, dan Pemberantasannya).* Semarang: Erlangga.

Wiggins, S., (1990). *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos.* Second Edition penyunt. New York: Springer.

Yusuf, T. T., & Olayinka, A. O. (2019). Optimal control of meningococcal meningitis transmission dynamics: a case study of Nigeria. *IOSR Journal of Mathematics, 15*, 13-26.

**LAMPIRAN**

**Lampiran 1. Analisis kestabilan dinamik nol pada kontrol $u_1$.**

1. Menentukan Titik Kesetimbangan

Tinjau model pada sistem Persamaan (4.10) yaitu:

$$\frac{d\phi_2}{dt} = \frac{\pi}{N} + \theta\phi_5 - \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_2\phi_4) - \mu\phi_2,$$

$$\frac{d\phi_3}{dt} = \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_2\phi_4) - (\mu + \omega + \alpha)\phi_3\,, \tag{1}$$

$$\frac{d\phi_4}{dt} = -(\mu + \delta)\phi_4,$$

$$\frac{d\phi_5}{dt} = (\alpha + \omega)\phi_3 - \mu\phi_5 - \theta\phi_5.$$

Syarat agar sistem Persamaan (4.10) setimbang adalah:

$$\frac{d\phi_2}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\phi_3}{dt} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{d\phi_4}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\phi_5}{dt} = 0.$$

Berdasarkan syarat tersebut maka diperoleh

$$\frac{\pi}{N} + \theta\phi_5 - \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_2\phi_4) - \mu\phi_2 = 0,$$

$$\beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_2\phi_4) - (\mu + \omega + \alpha)\phi_3 = 0, \tag{3}$$

$$-(\mu + \delta)\phi_4 = 0,$$

$$(\alpha + \omega)\phi_3 - \mu\phi_5 - \theta\phi_5 = 0,$$

Jadi diperoleh titik kesetimbangan sistem pada Persamaan (4.10) adalah:

$\phi_2^* = \frac{\pi}{N\mu}\,, \phi_3^* = 0\,, \phi_4^* = 0\,, \phi_5^* = 0.$

2. Linearisasi dan Kestabilan Titik Kesetimbangan

Tinjau sistem Persamaan (4.10). Pada bagian ini akan dianalisis kestabilan dari solusi setimbang melalui bentuk linear pada sistem tersebut. Metode ini disebut dengan metode linearisasi. Misalkan:

$$
\begin{aligned}
F_2(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5) &= \frac{\pi}{N} + \theta\phi_5 - \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_2\phi_4) - \mu\phi_2, \\
F_3(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5) &= \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_2\phi_4) - (\mu + \omega + \alpha)\phi_3, \\
F_4(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5) &= -(\mu + \delta)\phi_4, \\
F_5(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5) &= (\alpha + \omega)\phi_3 - \mu\phi_5 - \theta\phi_5,
\end{aligned} \tag{4}
$$

diperoleh

$$
\begin{aligned}
\frac{d\phi_2}{dt} &= F_2(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5), \\
\frac{d\phi_3}{dt} &= F_3(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5), \\
\frac{d\phi_4}{dt} &= F_4(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5), \\
\frac{d\phi_5}{dt} &= F_5(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5).
\end{aligned} \tag{5}
$$

Linearisasi Persamaan (5) menggunakan ekspansi deret Taylor di sekitar titik kesetimbangan menghasilkan matriks Jacobi yang dituliskan dalam bentuk Persamaan berikut:

$$
F_J = \begin{bmatrix}
\frac{\partial F_2}{\partial\phi_2} & \frac{\partial F_2}{\partial\phi_3} & \frac{\partial F_2}{\partial\phi_4} & \frac{\partial F_2}{\partial\phi_5} \\
\frac{\partial F_3}{\partial\phi_2} & \frac{\partial F_3}{\partial\phi_3} & \frac{\partial F_3}{\partial\phi_4} & \frac{\partial F_3}{\partial\phi_5} \\
\frac{\partial F_4}{\partial\phi_2} & \frac{\partial F_4}{\partial\phi_3} & \frac{\partial F_4}{\partial\phi_4} & \frac{\partial F_4}{\partial\phi_5} \\
\frac{\partial F_5}{\partial\phi_2} & \frac{\partial F_5}{\partial\phi_3} & \frac{\partial F_5}{\partial\phi_4} & \frac{\partial F_5}{\partial\phi_5}
\end{bmatrix}, \tag{6}
$$

diperoleh

$$F_J = \begin{bmatrix} -\beta(\tau\phi_3 + \tau_2\phi_4) - \mu & -\beta\tau\phi_2 & -\beta\tau_2\phi_2 & \theta \\ \beta(\tau\phi_3 + \tau_2\phi_4) & -(\mu+\omega+\alpha) + \beta\tau\phi_2 & \beta\tau_2\phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu+\delta) & 0 \\ 0 & \omega+\alpha & 0 & -(\mu+\theta) \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Jadi matriks Jacobi dalam Persamaan (7) merupakan bentuk linear dari sistem (3.10). Selanjutnya akan ditinjau kestabilan titik kesetimbangan.

Jika titik kesetimbangan sistem Persamaan (4.10) yaitu $\phi_2^* = \frac{\pi}{N\mu}, \phi_3^* = 0, \phi_4^* = 0, \phi_5^* = 0$, disubtitusikan ke dalam matriks Jacobi pada Persamaan (7) maka akan diperoleh hasil linearisasi sistem disekitar titik kesetimbangan, yaitu:

$$F_J = \begin{bmatrix} -\mu & -\frac{\beta\tau\pi}{N\mu} & -\frac{\beta\tau_2\pi}{N\mu} & \theta \\ 0 & -(\mu+\omega+\alpha) + \frac{\beta\tau\pi}{N\mu} & \frac{\beta\tau_2\pi}{N\mu} & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu+\delta) & 0 \\ 0 & \omega+\alpha & 0 & -(\mu+\theta) \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Solusi setimbang titik kesetimbangan pada Persamaan (4.10) akan stabil apabila semua nilai eigen yang bersesuaian dengan matriks pada Persamaan (8) mempunyai bagian real yang bernilai nol, dan stabil jika semua nilai eigen yang bersesuaian dengan matriks pada Persamaan (8) mempunyai bagian real yang negatif.

Nilai eigen dari matriks Jacobi $F_J^*$ dapat diperoleh dengan cara mencari nilai dari Persamaan karakteristiknya $\det(F_J^* - \lambda I) = 0$ , yaitu:

$$F_J^* - \lambda I = \begin{bmatrix} -\mu-\lambda & -\frac{\beta\tau\pi}{N\mu} & -\frac{\beta\tau_2\pi}{N\mu} & \theta \\ 0 & -(\mu+\omega+\alpha) + \frac{\beta\tau\pi}{N\mu} - \lambda & \frac{\beta\tau_2\pi}{N\mu} & 0 \\ 0 & 0 & -\mu-\delta-\lambda & 0 \\ 0 & \omega+\alpha & 0 & -\mu-\theta-\lambda \end{bmatrix}, \tag{9}$$

Selanjutnya dengan program maple diperoleh nilai-nilai eigen yaitu:

$$\left[[\lambda_1 = -\mu], [\lambda_2 = -(\mu+\theta)], [\lambda_3 = -(\mu+\delta)], \left[\lambda_4 = -\frac{(\alpha N\mu + \omega N\mu + N\mu^2 - \beta\tau_2\pi)}{N\mu}\right]\right].$$

Dengan mengasumsikan semua parameter pada model positif maka diperoleh nilai $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, dan\ \lambda_4$ yang bernilai negatif sehingga titik kesetimbangan pada

Persamaan (4.10) stabil. Jadi dapat ditunjukkan bahwa dinamik nol untuk kontrol $u_1$ adalah stabil asimtotik.

**Lampiran 2. Analisis kestabilan dinamik nol pada kontrol $u_2$.**

1. Menentukan Titik Kesetimbangan

Tinjau model pada sistem Persamaan (4.17) yaitu:

$$\frac{d\phi_2}{dt} = \frac{\pi}{N} + \theta\phi_5 - \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_1\phi_4) - \mu\phi_2,$$

$$\frac{d\phi_3}{dt} = \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_1\phi_4) - (\mu + \omega + \alpha)\phi_3\,, \tag{10}$$

$$\frac{d\phi_4}{dt} = -(\mu + \delta)\phi_4,$$

$$\frac{d\phi_5}{dt} = (\alpha + \omega)\phi_3 - \mu\phi_5 - \theta\phi_5.$$

Syarat agar sistem Persamaan (4.17) setimbang adalah:

$$\frac{d\phi_2}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\phi_3}{dt} = 0, \tag{11}$$

$$\frac{d\phi_4}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\phi_5}{dt} = 0.$$

Berdasarkan syarat tersebut maka diperoleh

$$\frac{\pi}{N} + \theta\phi_5 - \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_1\phi_4) - \mu\phi_2 = 0,$$

$$\beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_1\phi_4) - (\mu + \omega + \alpha)\phi_3 = 0, \tag{12}$$

$$\alpha\phi_3 - (\mu + \xi)\phi_4 = 0,$$

$$(\alpha + \omega)\phi_3 - \mu\phi_5 - \theta\phi_5 = 0.$$

Jadi diperoleh titik kesetimbangan sistem pada Persamaan (4.17) adalah:

$\phi_2^* = \frac{\pi}{N\mu}\,, \phi_3^* = 0\,, \phi_4^* = 0\,, \phi_5^* = 0.$

2. Linearisasi dan Kestabilan Titik Kesetimbangan

Tinjau sistem Persamaan (4.17). Pada bagian ini akan dianalisis kestabilan dari solusi setimbang melalui bentuk linear pada sistem tersebut. Metode ini disebut dengan metode linearisasi. Misalkan:

$$
\begin{aligned}
&F_2(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5) = \frac{\pi}{N} + \theta\phi_5 - \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_1\phi_4) - \mu\phi_2,\\
&F_3(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5) = \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_1\phi_4) - (\mu+\omega+\alpha)\phi_3,\\
&F_4(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5) = \alpha\phi_3 - (\mu+\xi)\phi_4 = 0,\\
&F_5(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5) = (\alpha+\omega)\phi_3 - \mu\phi_5 - \theta\phi_5,
\end{aligned}
\tag{13}
$$

diperoleh

$$
\begin{aligned}
\frac{d\phi_2}{dt} &= F_2(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5),\\
\frac{d\phi_3}{dt} &= F_3(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5),\\
\frac{d\phi_4}{dt} &= F_4(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5),\\
\frac{d\phi_5}{dt} &= F_5(\phi_2,\phi_3,\phi_4,\phi_5).
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Linearisasi Persamaan (14) menggunakan ekspansi deret Taylor di sekitar titik kesetimbangan menghasilkan matriks Jacobi yang dituliskan dalam bentuk Persamaan berikut:

$$
F_J = \begin{bmatrix}
\frac{\partial F_2}{\partial \phi_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \phi_3} & \frac{\partial F_2}{\partial \phi_4} & \frac{\partial F_2}{\partial \phi_5}\\
\frac{\partial F_3}{\partial \phi_2} & \frac{\partial F_3}{\partial \phi_3} & \frac{\partial F_3}{\partial \phi_4} & \frac{\partial F_3}{\partial \phi_5}\\
\frac{\partial F_4}{\partial \phi_2} & \frac{\partial F_4}{\partial \phi_3} & \frac{\partial F_4}{\partial \phi_4} & \frac{\partial F_4}{\partial \phi_5}\\
\frac{\partial F_5}{\partial \phi_2} & \frac{\partial F_5}{\partial \phi_3} & \frac{\partial F_5}{\partial \phi_4} & \frac{\partial F_5}{\partial \phi_5}
\end{bmatrix}, \tag{15}
$$

diperoleh

$$F_J = \begin{bmatrix} -\beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_1\phi_4) - \mu & -\beta\tau\phi_2 & -\beta\tau_1\phi_2 & \theta \\ \beta\phi_2(\tau\phi_3 + \tau_1\phi_4) & -(\mu + \omega + \alpha) + \beta\tau\phi_2 & \beta\tau_1\phi_2 & 0 \\ 0 & \alpha & -(\mu + \delta) & 0 \\ 0 & \omega + \alpha & 0 & -(\mu + \theta) \end{bmatrix}, \qquad (16)$$

Jadi matriks Jacobi dalam Persamaan (16) merupakan bentuk linear dari sistem (4.17). Selanjutnya akan ditinjau kestabilan titik kesetimbangan.

Jika titik kesetimbangan sistem persamaan (4.17) yaitu $\phi_2^* = \frac{\pi}{N\mu}, \phi_3^* = 0, \phi_4^* = 0, \phi_5^* = 0$, disubtitusikan ke dalam matriks Jacobi pada Persamaan (16) maka akan diperoleh hasil linearisasi sistem disekitar titik kesetimbangan, yaitu:

$$F_J = \begin{bmatrix} -\mu & -\frac{\beta\tau\pi}{N\mu} & -\frac{\beta\tau_2\pi}{N\mu} & \theta \\ 0 & -(\mu + \omega + \alpha) + \frac{\beta\tau\pi}{N\mu} & \frac{\beta\tau_2\pi}{N\mu} & 0 \\ 0 & \alpha & -(\mu + \delta) & 0 \\ 0 & \omega + \alpha & 0 & -(\mu + \theta) \end{bmatrix}. \qquad (17)$$

Solusi setimbang titik kesetimbangan pada Persamaan (4.17) akan stabil apabila semua nilai eigen yang bersesuaian dengan matriks pada Persamaan (17) mempunyai bagian real yang bernilai nol, dan stabil jika semua nilai eigen yang bersesuaian dengan matriks pada Persamaan (17) mempunyai bagian real yang negatif.

Nilai eigen dari matriks Jacobi $F_J^*$ dapat diperoleh dengan cara mencari nilai dari Persamaan karakteristiknya $\det(F_J^* - \lambda I) = 0$ , yaitu:

$$F_J^* - \lambda I = \begin{bmatrix} -\mu - \lambda & -\frac{\beta\tau\pi}{N\mu} & -\frac{\beta\tau_2\pi}{N\mu} & \theta \\ 0 & -(\mu + \omega + \alpha) + \frac{\beta\tau\pi}{N\mu} - \lambda & \frac{\beta\tau_2\pi}{N\mu} & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu - \delta - \lambda & 0 \\ 0 & \omega + \alpha & 0 & -\mu - \theta - \lambda \end{bmatrix}, \qquad (18)$$

Selanjutnya dengan program maple diperoleh nilai-nilai eigen yaitu:

$$[[\lambda_1 = -\mu], [\lambda_2 = -(\mu + \theta)]],$$

$$\left[\lambda_3 = -\frac{N\alpha\mu + N\delta\mu + 2N\mu^2 + N\mu\omega - \sqrt{N^2\alpha^2\mu^2 - 2N^2\alpha\delta\mu^2 + 2N^2\alpha\mu^2\omega + N^2\delta^2\mu^2 - 2N^2\delta\mu^2\omega + N^2\delta^2\omega^2 + 4\pi\alpha\beta\mu\tau_1}}{2\mu N}\right],$$

$$\left[\lambda_4 = -\frac{N\alpha\mu + N\delta\mu + 2N\mu^2 + N\mu\omega + \sqrt{N^2\alpha^2\mu^2 - 2N^2\alpha\delta\mu^2 + 2N^2\alpha\mu^2\omega + N^2\delta^2\mu^2 - 2N^2\delta\mu^2\omega + N^2\delta^2\omega^2 + 4\pi\alpha\beta\mu\tau_1}}{2\mu N}\right].$$

Dengan mengasumsikan semua parameter pada model positif maka diperoleh nilai $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, dan\ \lambda_4$ yang bernilai negatif, sehingga titik kesetimbangan pada Persamaan (4.17) stabil. Jadi dapat ditunjukkan bahwa dinamik nol untuk kontrol $u_2$ adalah stabil asimtotik.

**Lampiran 3. Simulasi numerik model penyebaran penyakit meningitis melalui kampanye dan pengobatan dari model yang tanpa kontrol dan dengan kontrol linear**

1. KASUS 1
   - **Program Utama**

```
clear all;
close all;
clc;
format long;
global  pi beta mu tau tau1 tau2 delta omega alpha xai gamma phi
theta c0

x0=[0.9;0.009;0.0045;0.0009;0.0856];%[504000;5040;2520;504;47936]
%Nilai parameter diketahui%
pi = 10000;
beta = 0.88;
mu = 0.02;
tau = 0.7;
tau1 = 0.8;
tau2 = 0.85;
delta = 0.05;
omega = 0.2;
alpha = 0.1;
xai = 0.2;
gamma = 0.95;
phi = 0.95;
theta = 0.04;
c0=1;

%time span;
Nt= 1000;
tf= 50; %waktu akhir (waktu proporsional)
Tu=linspace (0,tf,Nt);
%---------------------------------------------------------------
options = odeset ('AbsTol', 1e-2, 'Reltol', 1e-2);
[Tx,X] = ode23s (@(t,x) f_tanpakontrol(t, x),Tu, x0, options);
```

```
[Tx1, X1] = ode23s (@(t,x) f_dengankontrol(t,x), Tu, x0, options);
%--------------------------------------------------------------
x1=X1(:,1);x2=X1(:,2);x3=X1(:,3);x4=X1(:,4);x5=X1(:,5);
u11 = -(alpha*x2-mu*x3-xai*x3)+(-c0*x3)./-(phi*x3);
u22 = 0;

Ub=1.*ones(Nt,1);
Lb=1.*ones(Nt,1);

u1=f_simplebounds(u11,Lb,Ub);
u2=0;

figure(1)
plot(Tx, X (:,1),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,1),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('S/N');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol');
set (gcf,'color','w')
title ('Proporsi Manusia Susceptibles Penyakit meningitis');

figure (2)
plot(Tx, X (:,2),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,2),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('C/N');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol')
set (gcf,'color','w')
title ('Proporsi Manusia Carriers Penyakit meningitis');

figure (3)
plot(Tx, X (:,3),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,3),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
```

```
ylabel ('Ia/N');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol')
set (gcf,'color','w')
title ('Proporsi Manusia Terinfeksi tanpa Gejala Penyakit
meningitis');

figure (4)
plot(Tx, X (:,4),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,4),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('Is/N');
title ('Proporsi Manusia Terinfeksi dengan Gejala Penyakit
meningitis');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol');
set (gcf,'color','w')

figure (5)
plot(Tx, X (:,5),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,5),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('R/N');
title ('Proporsi Manusia Recovered Penyakit meningitis');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol');
set (gcf,'color','w')
```

- **Subprogram 1: Fungsi dengan kontrol**

```
function dx = f_dengankontrol (t,x)
global  pi beta mu tau tau1 tau2 delta omega alpha xai phi theta
c0 ;
Ub=1;
Lb=1;
N = 560000;
u11 = -(alpha*x(2)-mu*x(3)-xai*x(3))+(-c0*x(3))./-(phi*x(3));
u22 =0;
```

```
u1=f_simplebounds(u11,Lb,Ub);
u2=0;
dx= zeros (5,1);
dx(1) = (pi./N)+theta*x(5)-
beta*x(1)*(tau*x(2)+tau1*x(3)+tau2*x(4))-mu*x(1);
dx(2) = beta*x(1)*(tau*x(2)+tau1*x(3)+tau2*x(4))-
(mu+omega+alpha)*x(2);
dx(3) = alpha*x(2)-mu*x(3)-xai*x(3)-(phi*u1*x(3));
dx(4) = xai*x(3)-mu*x(4)-delta*x(4);
dx(5) = omega*x(2)-(mu+theta)*x(5)+(phi*u1*x(3));
end
```

- **Subprogram 2: Fungsi tanpa kontrol**

```
function dx = f_tanpakontrol (t,x)
global pi beta mu tau tau1 tau2 delta omega alpha xai theta ;
N = 560000;
dx= zeros(5,1);
dx(1) = (pi./N)+theta*x(5)-
beta*x(1)*(tau*x(2)+tau1*x(3)+tau2*x(4))-mu*x(1);
dx(2) = beta*x(1)*(tau*x(2)+tau1*x(3)+tau2*x(4))-
(mu+omega+alpha)*x(2);
dx(3) = alpha*x(2)-mu*x(3)-xai*x(3);
dx(4) = xai*x(3)-mu*x(4)-delta*x(4);
dx(5) = omega*x(2)-(mu+theta)*x(5);
end
```

- **Subprogram 3: Fungsi batas untuk u**

```
function s=f_simplebounds (s,Lb,Ub)
% untuk batas atas
ns_tmp=s;
I=ns_tmp<Lb;
ns_tmp(I)=Lb(I);
%untuk bats bawah
J=ns_tmp>Ub;
ns_tmp(J)=Ub(J);
%update u
```

```
s=ns_tmp;
```

2. KASUS 2

- **Program Utama**

```
clear all;
close all;
clc;
format long;
global  pi beta mu tau tau1 tau2 delta omega alpha xai gamma phi
theta c0

x0=[0.9;0.009;0.0045;0.0009;0.0856];%[504000;5040;2520;504;47936]
%Nilai parameter diketahui%
pi = 10000;
beta = 0.88;
mu = 0.02;
tau = 0.7;
tau1 = 0.8;
tau2 = 0.85;
delta = 0.05;
omega = 0.2;
alpha = 0.1;
xai = 0.2;
gamma = 0.95;
phi = 0.95;
theta = 0.04;
c0=1;

%time span;
Nt= 1000;
tf= 50; %waktu akhir (waktu proporsional)
Tu=linspace (0,tf,Nt);
%--------------------------------------------------------------
options = odeset ('AbsTol', 1e-2, 'Reltol', 1e-2);
[Tx,X] = ode23s (@(t,x) f_tanpakontrol(t, x),Tu, x0, options);
[Tx1, X1] = ode23s (@(t,x) f_dengankontrol(t,x), Tu, x0, options);
%--------------------------------------------------------------
```

```
x1=X1(:,1);x2=X1(:,2);x3=X1(:,3);x4=X1(:,4);x5=X1(:,5);
u11 = 0;
u22 = -(xai*x3-mu*x4-delta*x4)+(-c0*x4)./-(gamma*x4);
Ub=1.*ones(Nt,1);
Lb=1.*ones(Nt,1);

u1=0;
u2=f_simplebounds(u22,Lb,Ub);

figure(1)
plot(Tx, X (:,1),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,1),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('S/N');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol');
set (gcf,'color','w')
title ('Proporsi Manusia Susceptibles Penyakit meningitis');

figure (2)
plot(Tx, X (:,2),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,2),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('C/N');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol')
set (gcf,'color','w')
title ('Proporsi Manusia Carriers Terhadap Penyakit meningitis');

figure (3)
plot(Tx, X (:,3),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,3),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('Ia/N');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol')
set (gcf,'color','w')
```

```
title ('Proporsi Manusia Terinfeksi tanpa Gejala Penyakit
meningitis');

figure (4)
plot(Tx, X (:,4),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,4),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('Is/N');
title ('Proporsi Manusia Terinfeksi dengan Gejala Penyakit
meningitis');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol');
set (gcf,'color','w')

figure (5)
plot(Tx, X (:,5),'-r');
hold on
plot (Tx1,X1(:,5),'--b');
xlabel ('Waktu (tahun)');
ylabel ('R/N');
title ('Proporsi Manusia recover Penyakit meningitis');
legend ('model tanpa kontrol','model dengan kontrol');
set (gcf,'color','w')
```

- **Subprogram 1: Fungsi dengan kontrol**

```
function dx = f_dengankontrol (t,x)
global  pi beta mu tau tau1 tau2 delta omega alpha xai gamma theta
c0 ;
Ub=1;
Lb=1;
N = 560000;
u11 = 0;
u22 = -(xai*x(3)-mu*x(4)-delta*x(4))+(-c0*x(4))./-(gamma*x(4));
u1= 0;
u2= f_simplebounds(u22,Lb,Ub);
dx= zeros (5,1);
```

```
dx(1) = (pi./N)+theta*x(5)-
beta*x(1)*(tau*x(2)+tau1*x(3)+tau2*x(4))-mu*x(1);
dx(2) = beta*x(1)*(tau*x(2)+tau1*x(3)+tau2*x(4))-
(mu+omega+alpha)*x(2);
dx(3) = alpha*x(2)-mu*x(3)-xai*x(3);
dx(4) = xai*x(3)-mu*x(4)-delta*x(4)-(gamma*u2*x(4));
dx(5) = omega*x(2)-(mu+theta)*x(5)+(gamma*u2*x(4));
end
```

- **Subprogram 2: Fungsi tanpa kontrol**

```
function dx = f_tanpakontrol (t,x)
global pi beta mu tau tau1 tau2 delta omega alpha xai theta ;
N =560000;
dx= zeros(5,1);
dx(1) = (pi./N)+theta*x(5)-
beta*x(1)*(tau*x(2)+tau1*x(3)+tau2*x(4))-mu*x(1);
dx(2) = beta*x(1)*(tau*x(2)+tau1*x(3)+tau2*x(4))-
(mu+omega+alpha)*x(2);
dx(3) = alpha*x(2)-mu*x(3)-xai*x(3);
dx(4) = xai*x(3)-mu*x(4)-delta*x(4);
dx(5) = omega*x(2)-(mu+theta)*x(5);
end
```

- **Subprogram 3: Fungsi batas untuk u**

```
function s=f_simplebounds (s,Lb,Ub)
% untuk batas atas
ns_tmp=s;
I=ns_tmp<Lb;
ns_tmp(I)=Lb(I);
%untuk bats bawah
J=ns_tmp>Ub;
ns_tmp(J)=Ub(J);
%update u
s=ns_tmp;
```