Skripsi Fisika

# ANALISIS EFEK TEROBOSAN PADA STRUKTUR KUANTUM In<sub>0,68</sub>Ga<sub>0,32</sub>As/InP DENGAN MENGGUNAKAN METODE TRANSFER MATRIKS

MARYUNITA

H211 09 006



PROGRAM STUDI FISIKA JURUSAN FISIKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS HASANUDDIN MAKASSAR 2013

# ANALISIS EFEK TEROBOSAN PADA STRUKTUR KUANTUM In<sub>0,68</sub>Ga<sub>0,32</sub>As/InP DENGAN MENGGUNAKAN METODE TRANSFER MATRIKS



# PROGRAM STUDI FISIKA JURUSAN FISIKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS HASANUDDIN MAKASSAR

2013

Lembar Pengesahan

# ANALISIS EFEK TEROBOSAN PADA STRUKTUR KUANTUM In<sub>0,68</sub>Ga<sub>0,32</sub>As/InP DENGAN MENGGUNAKAN METODE TRANSFER MATRIKS

## MARYUNITA

#### H 211 09 006

Makassar, Agustus 2013

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama

**Pembimbing Pertama** 

Dr. Paulus Lobo Gareso, M.Sc NIP : 196503051991031008 <u>Eko Juarlin, S.Si, M.Si</u> NIP : 198111062008121002

# SARI BACAAN

Telah dilakukan penelitian perhitungan koefisien transmisi dan rapat arus elektron pada struktur  $In_{0,68}Ga_{0,32}As/InP$  menggunakan metode transfer matriks dan metode trapesium. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa dengan bertambahnya lebar sumur kuantum  $In_{0,68}Ga_{0,32}As/InP$ , koefisien transmisi dan rapat arus semakin berkurang.

Kata kunci : Sumur Kuantum, Koefisien Transmisi, Rapat Arus Elektron, Metode Transfer Matriks, In<sub>0,68</sub>Ga<sub>0,32</sub>As/InP

# ABSTRACT

A research on investigated the transmission coefficient and the current density of  $In_{0.68}Ga_{0,32}As/InP$  using transfer matriks and trapezium method has been carried out. The result showed real as the quantum widh increased, the transmission coefficient and the current density of electron decreased.

Keywords : Quantum Widh, Coefficient of Transmission, Drift Current Electron, Transfer Matrix Method, In<sub>0. 68</sub>Ga<sub>0. 32</sub>As/InP

#### KATA PENGANTAR

#### Syaloom...

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa karena berkat, limpahan kasih dan karunia-Nyalah, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan Judul **"ANALISIS EFEK TEROBOSAN PADA STRUKTUR KUANTUM In<sub>0,68</sub>Ga<sub>0,32</sub>As/InP DENGAN MENGGUNAKAN METODE TRANSFER MATRIKS" yang merupakan salah satu syarat menyelesaikan jenjang kesarjanaan Strata I pada Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin.** 

Dalam penyelesaian Tugas Akhir ini, tentunya tidak terlepas dari berbagai tantangan dan rintangan yang penulis alami, akan tetapi berkat bantuan, bimbingan, motivasi, dukungan serta doa yang penulis terima dari berbagai pihak sehingga semuanya dapat diatasi. Oleh karena itu pada kesempatan ini perkenankan penulis menyampaikan ucapan terima kasih, atas bantuan dan doa dari berbagai pihak yang dengan iklas telah banyak membantu dalam penyusunan Tugas Akhir ini. Dengan rendah hati penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

 Kedua orang tua, ayahanda Junus Tallu dan ibunda Tabitha atas kerja keras, doa, motivasi dan kasih sayang yang tiada putus-putusnya dalam mengasuh, menjaga dan mendidik penulis. Kepada saudara-saudariku, Josefina, Sri Marlina, Yusak Demma. T, Petrus, dan Jeck Rektamas yang telah memberikan motivasi, bantuan, masukan dan saran kepada penulis. Kepada ketiga keponakanku **Hizkia Pratama B.M**, **Pricilia Imanuela**, dan **Joshua Gavriel R**, yang selama ini mewarnai hidup penulis dengan canda tawa dan senantiasa memberikan semangat kepada penulis.

- Bapak Dr. Paulus Lobo Gareso, M.Sc selaku pembimbing utama dan Bapak Eko Juarlin, S.Si, M.Si selaku pembimbing pertama yang dengan tulus dan sabar memberikan bimbingan, ilmu, serta arahan kepada penulis untuk selalu memberikan yang terbaik demi terselesainya skripsi ini.
- 3. Bapak Dr. Tasrief Surungan, M.Sc, Bapak Dr. Dahlang Tahir, M.Si, Ph.D, dan Bapak Dr. Bualkar Abdullah, M.Eng.Sc sebagai tim penguji skripsi fisika yang telah banyak memberikan masukan dan saran yang sangat membantu dalam penyempurnaan penyusunan skripsi ini.
- 4. Bapak Prof. Dr. H. Halmar Halide, M. Sc. selaku ketua Jurusan Fisika, Bapak Dr. Dahlang Tahir, M.Si, Ph.D selaku Penasehat Akademik dan Ibu Sri Dewi Astuty Ilyas, S.Si. M.Si. selaku kordinator seminar Fisika, serta Bapak dan Ibu dosen Jurusan Fisika yang telah membagi ilmu kepada penulis.
- 5. Para Staf Jurusan Fisika Pak Aji, kak Latif, Pak Ali, Pak Syukur, Pak Mus dan staf Fakultas MIPA Pak Iswan, Pak Anwar, Pak Sangkala, Pak Bachtiar, Bu Ratna serta staf lain yang belum dapat disebutkan namanya satu persatu.

- Saudariku Jumiarti Andi Lolo sekaligus rekan selama penelitian hingga terselesainya skripsi ini. Terima kasih atas doa, motivasi, dan kerja samanya.
- 7. Saudara-saudariku Fisika 2009 : Suarni (my soulmate), Shella, Yuli, Irene, Sari, Uni, Dian, Ulvy, Awi, Chikma, Yadi, Darti, Aida, Ara, Tari, Rawa, Potter, Yuyu, Fahrul, Arbi, Hendri, Djun, Akmal, Sidik, Hadi, Ga', Andri, Aldi, Yusuf, Indra, Alfred, Cak Nur, Kiki, Hasni, Rixs, Momo, Eno, Putri, Ani, Ayu, Debi, Nanank, Roswita, Innah, Ippank, Yudi, Dayat, Eto, Iwank, Fauzy, Maknun, dan Sabo', terima kasih atas semangat, motivasi, saran, doa, canda tawa, bantuan, serta kebersamaannya dalam perjalanan hidup penulis di kampus, "Kita Bisa Karena Bersama". Terima kasih juga untuk Ariesna, Azwar, Rian, dan Ivon atas kebaikannya selama ini.
- Ketua Gbku Muh. Amzar yang selama ini sudah menjadi pengajar, pendengar dan pemberi kata-kata bijak yang sangat baik bagi penulis. Semoga robot *adv09aracnid*nya segera rampung. *Gambatte*!!!!
- Seniorku yang paling baik kanda Brilian Rosario untuk saran, petunjuk, nasehat, serta masukannya selama ini.
- Ketua angkatan fisika 2009 Ariansyah yang telah banyak memberikan dukungan dan bantuan bagi penulis.
- 11. Saudara-saudariku *Mipa 2009* terima kasih atas kebersamaan dan kebaikannya selama ini.

- 12. Kanda-kanda *Fisika 2008, 2007, 2006, 2005, dan 2004* terima kasih atas segala saran dan bantuannya.
- Adik-adik *Fisika 2010* (Adriany M, Wiliana, Sinar, Yulis, Sattar, Bustam, Difa dsb), 2011, dan 2012 yang tidak sempat penulis tuliskan satu persatu, terima kasih atas motivasinya.
- 14. Warga KM-FMIPA UNHAS (Use Your Mind Be The Best) dan HIMAFI (Jayalah HIMAFI Fisika Nan Jaya) dan warga OMEGA.
- Rekan-rekan di*PPAR (Persekutuan Pengasuh Anak dan Remaja) GTM-*Jemaat Tamlanrea terimakasih atas doa dan semangatnya.
- 16. Semua pihak yang telah membantu sehingga karya sederhana ini dapat terwujud penulis ucapkan terima kasih.

Semoga Tuhan Yang Maha Esa membalas atas segala bantuannya. Penulis menyadari dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan, oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari para pembaca untuk kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini bisa bermanfaat buat para pembaca, khususnya bagi penulis sendiri. Amin.

Makassar, Agustus 2013

## Penulis

# **DAFTAR ISI**

# Halaman

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
SARI BACAAN	iii
ABSTRACT	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR LAMPIRAN	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
I.1 Latar Belakang Penelitian	1
I.2 Ruang Lingkup	2
I.3 Tujuan Penelitian	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	4
II.1 Gambaran Umum Sumur Kuantum	4
II.2 Tinjauan Singkat Semikonduktor	5
II.3 Efek Strain pada Struktur Sumur Kuantum (Quantum Well)	7

II.4 Parameter Material In <sub>0,68</sub> Ga <sub>0,32</sub> As/InP	9
II.5 Persamaan Schrödinger dalam Struktur Kuantum	9
II.6 Koefisien Transmisi	13
II.7 Metode Matriks Transfer	15
II.8 Arus pada Bahan Semikonduktor	15
II.9 Metode Trapesium	17
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	19
III.1 Alat dan Bahan	19
III.2 Prosedur Penelitian	19
III.2.1 Perancangan Lapisan Penghalang dan	
Sumur Kuantum	19
III.2.2 Perancangan Energi Transmisi	19
III.2.3 Perhitungan Koefisien Transmisi	20
III.2.4 Perhitungan Rapat Arus	20
III.3 Bagan Alur Penelitian	22
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	23
IV.1 Koefisien Transmisi	23
IV.1.1 Hasil Koefisien Transmisi dengan Ls = 4,5 nm	23
IV.1.2 Hasil Koefisien Transmisi dengan Ls = 5,5 nm	24
IV.1.3 Hasil Koefisien Transmisi dengan Ls = 6,5 nm	25

IV.1.4 Hasil Koefisien Transmisi dengan Ls = 7,5 nm	26
IV.1.5 Hasil Koefisien Transmisi dengan Ls = 8,5 nm	27
IV.2 Terobosan/ Tunneling	28
IV.3 Rapat Arus	29
IV.3.1 Hasil Rapat Arus dengan Ls = 7 nm	30
IV.3.2 Hasil Rapat Arus dengan Ls = 7,5 nm	31
IV.3.3 Hasil Rapat Arus dengan Ls = 8 nm	32
IV.3.4 Hasil Rapat Arus dengan Ls = 8,5 nm	33
BAB V PENUTUP	35
V.1 Kesimpulan	35
V.2 Saran	35

# DAFTAR PUSTAKA

# LAMPIRAN

# DAFTAR LAMPIRAN

# Halaman

Lampiran 1	Penurunan Persamaan Koefisien Transmisi		
Lampiran 2	Penurunan Persamaan Rapat Arus	42	
Lampiran 3	Tabel Hasil Koefisien Transmisi dengan		
	Ls = 4,5 nm	44	
Lampiran 4	Tabel Hasil Koefisien Transmisi dengan		
	Ls = 5,5 nm	45	
Lampiran 5	Tabel Hasil Koefisien Transmisi dengan		
	Ls = 6,5 nm	46	
Lampiran 6	Tabel Hasil Koefisien Transmisi dengan		
	Ls = 7,5 nm	47	
Lampiran 7	Tabel Hasil Koefisien Transmisi dengan		
	Ls = 8,5 nm	48	
Lampiran 8	Tabel Hasil Rapat Arus dengan		
	Ls = 7 nm	49	

Lampiran 9	Tabel Hasil Rapat Arus dengan		
	Ls = 7,5 nm	50	
Lampiran 10	Tabel Hasil Rapat Arus dengan		
	Ls = 8 nm	51	
Lampiran 11	Tabel Hasil Rapat Arus dengan		
	Ls = 8,5 nm	52	
Lampiran 12	Program Simulasi untuk Koefisien Transmisi	53	
Lampiran 13	Program Simulasi untuk Rapat Arus	55	

#### BAB I

# PENDAHULUAN

#### I.1 Latar Belakang

Pada era modern sekarang ini, banyak peralatan baik dibidang elektronika maupun optik yang menggunakan bahan dasar semikonduktor, karena bahan ini dapat diatur sifat dan karakteristiknya. Bahan semikonduktor pada umumnya terdiri dari semikonduktor intrinsik (murni) dan semikonduktor ekstrinsik (tidak murni). Salah satu jenis semikonduktor ekstrinsik adalah semikonduktor heterostruktur.

Semikonduktor heterostruktur merupakan generasi divais baru dalam fisika dan tehnologi material. Salah satu jenis semikonduktor heterostruktur yaitu *superlattice. Superlattice* disusun oleh senyawa berlapis secara periodik yang memiliki karakteristik yang berbeda dengan material penyusunnya. Salah satu contoh material semikonduktor yang menarik diamati adalah  $In_xGa_{1-x}As/InP$ . Material ini mempunyai peranan yang penting dalam aplikasi komunikasi fiber optik (*optical-fiber communication*).<sup>[1,5]</sup>

Mekanika kuantum sangat berguna untuk menjelaskan dinamika elaktron dan juga tingkatan-tingkatan energi dalam sumur kuantum (*quantum well structures*), misalnya elektron yang berada dalam sumur kuantum dengan material InGaAs/InP, dimana InGaAs sebagai sumur kuantum dan InP sebagai *barrier*/penghalang.<sup>[2]</sup>

Struktur kuantum InGaAs/InP mempunyai energi celah pita 0,75 eV merupakan pilihan yang cocok dalam pembuatan fotodetektor untuk sistem komunikasi optik karena memiliki mobilitas elektron yang tinggi dan juga sensitivitas yang baik pada jarak 800 nm sampai 1700 nm.<sup>[2,9]</sup>

Salah satu metode untuk analisis teoritik tersebut adalah pemecahan persamaan Schrödinger tidak bergantung waktu secara numerik dengan menggunakan metode matriks transfer. Metode matriks transfer merupakan suatu metode semi numerik yang dapat menguji hasil perhitungan koefisien transmisi. Selain itu, Metode Matriks Transfer (MMT) merupakan metode yang memberikan hasil lebih akurat dibandingkan metode beda hingga konvensional.<sup>[3]</sup>

Selain melalui analisis peristiwa penorobosan, dengan menggunakan hasil perhitungan rapat arus juga dapat dijadikan sebagai parameter yang umumnya digunakan untuk dapat menentukan karakteristik suatu material,<sup>[4,5]</sup> agar dapat mengefisiensikan langkah-langkah dalam pembuatan semikonduktor dengan karakteristik yang diharapkan.

## **1.2 Ruang Lingkup Penelitian**

Penelitian ini dibatasi pada perhitungan koefisien transmisi struktur  $In_{0,68}Ga_{0,32}As/InP$  mengunakan metode matriks transfer dan perhitungan rapat arus yang melewati struktur kuantum tersebut menggunakan integral trapesium dengan variasi ketebalan sumur kuantum.

# I.3 Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah:

- 1. Menghitung koefisien transmisi dalam material semikonduktor  $In_{0,68}Ga_{0,32}As/InP.$
- 2. Menghitung rapat arus elektron dalam material semikonduktor terbebut.
- 3. Menganalisis efek terobosan dan rapat arus dalam semikonduktor tersebut.

### **BAB II**

### TINJAUAN PUSTAKA

#### **II.1 Gambaran Umum Sumur Kuantum**

Sumur kuantum merupakan sumur potensial yang di dalamnya terdapat partikel yang terperangkap. Di dalam sumur kuantum, diasumsikan elektron dan *hole* sebagai suatu partikel mempunyai energi yang lebih kecil dari energi sumur. Hal ini disebabkan karena adanya sifat pengurungan elektron. Dampak dari pengurungan partikel dalam sumur kuantum terlihat jika ketebalan sumur kuantum sama dengan panjang gelombang pembawa muatan (*electron* dan *hole*) yang membentuk tingkatan-tingkatan energi yang disebut energi sub-pita.<sup>[1]</sup>



Gambar 2.1 Model struktur asimetris dua penghalang dan sumur kuantum.

Gambar 2.1 adalah model dua penghalang dan sumur kuantum asimetris. Terdapat lima daerah yaitu:

- 1. Daerah 1 yang terletak untuk  $L < L_1$
- 2. Daerah 2 yang terletak untuk  $L_1 < L < L_2$
- 3. Daerah 3 yang terletak untuk  $L_2 < L < L_3$
- 4. Daerah 4 yang terletak untuk  $L_3 < L < L_4$
- 5. Daerah 5 yang terletak untuk  $L > L_4$

Potensial penghalang terletak di daerah 2 dan 4. Ketinggian penghalang dinyatakan dengan  $V_0$ . Potensial sama dengan nol di daerah 1, 3 dan 5. Daerah 3 letaknya di antara dua penghalang seperti membentuk sumur. Oleh karena itu daerah 3 dinamakan sumur kuantum. Selanjutnya dimisalkan lebar penghalang pertama, kedua, dan sumur kuantum masing-masing adalah L<sub>B</sub>, L<sub>C</sub> dan L<sub>S</sub>. Maka dapat dituliskan berdasarkan gambar 2.1, yaitu:

- L<sub>1</sub>=0
- L<sub>2</sub>=L<sub>B</sub>
- $L_3 = L_B + L_S$ -  $L_4 = L_B + L_S + L_C$  (2.1)

Struktur dalam gambar 2.1 adalah struktur yang digunakan dalam penelitian ini.

## II.2. Tinjauan Singkat Semikonduktor

Semikonduktor yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

a. Indium Galium Arsenida (InGaAs)

Indium Galium Arsenida (InGaAs) merupakan bahan yang terdiri dari Indium, Galium, dan Arsenida yang merupakan bahan semikonduktor dari golongan III-V yang memiliki mobilitas elektron sekitar enam kali lebih tinggi dari silikon pada suhu ruang. InGaAs biasanya digunakan dalam pembuatan alat elektronik yang mempunyai daya dan frekuensi tinggi, karena bahan InGaAs memiliki kecepatan pergerakan elektron yang juga tinggi. Ditinjau dari energi celah pitanya, maka InGaAs dapat diaplikasikan pada komunikasi *fiber optic* pada kisaran panjang gelombang 1300-1500 nm.<sup>[1]</sup>

b. Indium Phospida (InP)

InP merupakan bahan semikonduktor yang terdiri dari indium dan fhosfat yang dapat diaplikasikan pada piranti elektronika berfrekuensi tinggi. Selain itu, InP juga memiliki tipe celah energi langsung dan mempunyai sifat optik tahan lama sehingga dapat diaplikasikan pada piranti optoelektronik saperti diode laser dan juga berguna sebagai material campuran dalam pembuatan kristal.

c.  $In_xGa_{1-x}As/InP$ 

Struktur kuantum In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/InP dengan komposisi x (fraksi mol) yang berbeda pada suatu bentuk struktur kuantum. Jika x = 0,53 disebut *lattice matched* (kisi tetap), jika x = 0,38 disebut *tensile strain*, dan jika x = 0,68 disebut *compressive strain*.<sup>[6]</sup>

Pada tabel 2.1 akan ditampilkan beberapa sifat dari material struktur kuantum InGaAs/InP.<sup>[1]</sup>

Parameter	GaAs	InAs	InP
$a_0(\dot{A})$	5.6533	6.5084	5.8688
Eg (eV)	1.424	0.36	1.344
$\gamma_1$	6.85	20.4	4.95
γ2	2.1	8.3	1.65
γ <sub>3</sub>	2.9	9.1	2.35
$C_{11} (10^{11} \text{ dyn/cm}^3)$	11.879	8.329	10.11
$C_{12}(10^{11} \text{ dyn/cm}^3)$	5.376	4.526	5.61
$a = a_c - a_v (eV)$	-9.77	-6.0	-8.6
m <sub>e</sub> *	0.067	0.025	0.077

Tabel 2.1 Sifat Material InGaAs/InP

Untuk mempermudah dalam penelitian ini, digunakan massa efektif  $In_{0,68}Ga_{0,32}As$  yaitu 0,067 x m<sub>e</sub>. Nilai tersebut juga merupakan niai massa efektif dari bahan InGaAs.<sup>[1]</sup>

### II.3 Efek Strain pada Struktur Sumur Kuantum

*Strain* pada struktur sumur kuantum (*Quantum Well*) adalah salah satu jenis struktur sumur kuantum yang terkenal dan digunakan dalam industri semikonduktor sejak awal tahun 1980. Sebagai contoh  $In_xGa_{1-x}As/InP$  yang digunakan dalam fotodetektor dan laser *quantum well*. *Strain* pada struktur sumur kuantum terjadi akibat variasi sifat material yang berbeda dari struktur sumur kuantum tanpa *strain (unstrained)* seperti konstanta kisi *(lattice constant)*, celah pita (*band gap*) dan energi transisi antar sub-pita. Pada gambar 2.2 (a), diperlihatkan perbedaan posisi vektor r pada atom A dalam kisi kristal tanpa *strain* dan (b) posisi vektor r pada atom A dalam kisi kristal *strain*.<sup>[1]</sup>



Gambar 2.2 Kisi kristal tanpa *strain* (a) dan dengan *strain* (b)<sup>[1]</sup>

Pada gambar 2.3 di bawah ini, memperlihatkan perbedaan struktur pita sumur kuantum tanpa *strain/unstrain* (a) dan dengan *strain* (b).



Gambar 2.3 Struktur pita kuantum tanpa *strain* (a) dan dengan *strain* (b)<sup>[1]</sup>

# II.4 Parameter Material In<sub>0,68</sub>Ga<sub>0,32</sub>As/InP

Pada bentuk material In<sub>0,68</sub>Ga<sub>0,32</sub>As/InP disebut *Compressive strained* (*CS*). *CS* terjadi karena adanya degenerasi pada pita valensi sehingga menyebabkan kerapatan *hole* mengecil, hal ini kemudian akan menurunkan massa efektif *hole*, yang selanjutnya menyebabkan *hole* dan elektron lebih mudah berekombinasi pada pita konduksi. CS memiliki panjang gelombang yang lebih besar dari pada *Lattice Matched* (LM) dan *Tensile Strained* (TS). CS memiliki panjang gelombang sebesar 1555 nm, sedangkan untuk LM dan TS masing-masing 1393 nm dan 1280 nm.<sup>[2]</sup>

Parameter  $In_xGa_{1-x}As/InP$  merupakan interpolasi dari parameter sifat InAs, GaAs, dan InP seperti pada tabel 2.1, kecuali untuk energi celah pita (band gap energy), mempunyai harga yang dituliskan dalam bentuk:<sup>[1]</sup>

Untuk x = 0.68, maka:

$$Eg (In_{0.68}Ga_{I-0.68}As/InP) = 0,324+0,7(1-0.68)+0,4(1-0.68)^{2}$$
$$= 0,324 + 0,224 + 0,04096$$
$$= 0,58896 \text{ eV}$$
(2.2)

### II.5 Persamaan Schrödinger dalam Struktur Kuantum

Menurut mekanika klasik, energi total partikel adalah jumlah energi kinetik dan energi potensialnya,

$$E = \frac{P^2}{2m} + V; (2.3)$$

suku pertama adalah energi kinetik dan suku ke-dua adalah energi potensial partikel. Dari segi energi, dapat dituliskan momentum:

$$p = \sqrt{2m(E-V)} \tag{2.4}$$

sehingga kecepatan fasa gelombang partikel (v) adalah:

$$v = \frac{E}{p} = \frac{E}{\sqrt{2m(E-V)}}$$
(2.5)

misalkan  $\psi(x,t)$  adalah fungsi gelobang partikel, maka persamaan gelombang:

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$$
(2.6)

dapat dituliskan menjadi:

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{2m(E-V)}{E^2} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$$
(2.7)

dimana  $\psi(x,t)$  adalah simpangan gelombang partikel di titik *x* pada saat *t*. Suatu fungsi gelombang partikel dengan energi tetap berkaitan dengan frekuensi tetap. Untuk itu  $\psi(x,t)$  memenuhi:

$$\psi(x,t) = \varphi(x)e^{-iEt/\hbar}$$
(2.8)

Sehingga:

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \left(-\frac{2m(E-V)}{\hbar^2}\right) \psi(x,t)$$
(2.9)

Dengan mengabaikan nilai *t* (karena diasumsikan tidak memiliki pengaruh), maka persamaan 2.9 dapat ditulis:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi(x) = 0$$
(2.10)

Untuk menghitung probabilitas *tunneling* dari pembawa muatan yang masuk ke dalam struktur *double barrier*, dapat dimulai dari persamaan *Schrödinger* yang tidak bergantung waktu (persamaan 2.10).<sup>[8]</sup>

Bentuk potensial penghalang sederhana adalah potensial kotak seperti dalam gambar 2.5:

$$V(x) = \begin{cases} 0; x < 0\\ V_0; 0 < x < a\\ 0; x > a \end{cases}$$



Gambar 2.4 Potensial penghalang; partikel datang dari kiri dengan energi  $E < V_0$ 

Dalam daerah x < 0

$$\psi_{I}(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}; \qquad k^{2} = \frac{2m*E}{\hbar^{2}}$$
(2.11)

Dalam daerah 0 < x < a:

$$\psi_2(x) = Ce^{Kx} + De^{-Kx}; \qquad K^2 = \frac{2m^*(V_0 - E)}{\hbar^2}$$
(2.12)

Pada daerah x > a, tidak ada potensial, sehingga:

$$\psi_3(x) = F e^{ikx} \tag{2.13}$$

Dengan syarat kontinuitas di x = 0 dengan menggunakan fungsi-fungsi  $\psi_I(x)$  dan  $\psi_2(x)$ ,memberikan hubungan:

$$A + B = C + D$$
$$ik (A - B) = K (C - D)$$
(2.14)

dan syarat kontinuitas di x = a menggunakan  $\psi_2(x)$  dan  $\psi_3(x)$ , maka:

$$Ce^{Ka} + De^{-Ka} = Fe^{ika}$$

$$K(Ce^{Ka} - De^{-Ka}) = ikFe^{ika}$$
(2.15)

Kemudian, dengan mengeliminasi C dan D, diperoleh:

$$\frac{|\mathbf{B}|^2}{|\mathbf{A}|^2} = \frac{V_0^2 \sinh^2(Ka)}{V_0^2 \sinh^2(Ka) + 4E(V_0 - E)}$$
(2.16)

$$\frac{|\mathbf{F}|^2}{|\mathbf{A}|^2} = \frac{4E(V_0 - E)}{V_0^2 \sinh^2(Ka) + 4E(V_0 - E)}$$
(2.17)

Ilustrasi fungsi gelombang diperlihatkan pada gambar 2.5.  $\frac{|B|^2}{|A|^2}$  merupakan koefisien pantulan di x=0, dan  $\frac{|F|^2}{|A|^2}$  adalah koefisien transmisi di x=a. Jadi secara kuantum elektron dapat menerobos potensial penghalang. Fenomena inilah yang disebut sebagai efek terobosan.



Gambar 2.5 Fungsi gelombang elektron mengalami potensial penghalang; elektron dapat menembus penghalang.<sup>[8]</sup>

Pada peristiwa ini, partikel yang bergerak pada energi tertentu memiliki probabilitas menerobos penghalang. Besarnya probabilitas dinamakan koefisien transmisi.

## II.6 Koefisien Transmisi

Peningkatan unjuk kerja divais semikonduktor dengan struktur double barrier ditentukan oleh efisiensi injeksi pembawa muatan (electron atau hole) melalui proses *tunneling*. Konsep yang mendasari peristiwa *tunneling* adalah sifat-sifat solusi persamaan Schrödinger dan interpretasi probabilistik. Jika ada elektron/hole datang dengan fungsi gelombang tertentu, salah satu interpretasi fisis penting dari gejala tersebut adalah probabilitas elektron atau hole untuk menerobos barrier. Peristiwa *tunneling* pada struktur *double barrier* dapat dijelaskan sebagai berikut: Struktur potensial *double barrier* yang dilukiskan pada gambar 2.1 terdiri dari dua *barrier* asimetris dengan lebar *barrier*  $L_B$  dan  $L_C$  kemudian  $L_S$  menyatakan lebar sumur. Jika ada elektron/hole datang dengan energi E yang lebih kecil dari pada energi potensial barrier  $V_0$ , maka dalam keadaan ini elektron/hole dapat memasuki sistem dengan probabilitas tunneling mendekati harga satu. Hal ini dapat dijelaskan dengan keadaan resonansi, yaitu bahwa elektron/hole mendapatkan penambahan probabilitas *tunneling* ketika energi elektron/hole yang datang tepat sama dengan energi resonansi keadaan-keadaan eigen di dalam sumur potensial.<sup>[5,7]</sup>

Untuk potensial tidak bergantung waktu, fungsi gelombang partikel  $\Psi(x)$  untuk satu dimensi harus memenuhi persamaan Schrödinger dengan bentuk:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\Psi = 0$$
, untuk daerah 1,3 dan 5 (pada gambar 2.1) (2.18)

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - V_0\right) \Psi = 0 , \text{ untuk daerah } 2 \text{ dan } 4$$
(2.19)

Diasumsikan bahwa energi elektron E lebih kecil dari pada penghalang  $V_0$ , selanjutnya didefinisikan:

$$\alpha^2 = \frac{2m^*E}{\hbar^2} \, \mathrm{dan} \, \beta^2 = \frac{2m^*(V_0 - E)}{\hbar^2}$$
(2.20)

untuk partikel elektron dalam kristal dimasukkan solusi Fungsi Bloch ke persamaan (2.10) dalam bentuk:

$$\Psi(x) = U_k(x) \exp(ikx)$$

Sehingga diperoleh:

$$\frac{d^2U}{dx^2} + 2ik\frac{dU}{dx} + (\alpha^2 - k^2)U = 0$$
(2.21)

$$\frac{d^2U}{dx^2} + 2ik\frac{dU}{dx} - (\beta^2 + k^2)U = 0$$
(2.22)

Solusi persamaan (2.21) dan (2.22) masing-masing adalah:

$$U = Ae^{i(\alpha - k)x} + Be^{-i(\alpha + k)x}$$
(2.23)

$$U = Ae^{(\beta - ik)x} + Be^{-(\beta + ik)x}$$
(2.24)

Dengan demikian persamaan gelombang elektron untuk setiap daerah dapat dituliskan sebagai berikut:

Daerah 1: 
$$U_1 = A_1 e^{i(\alpha - k)x} + B_1 e^{-i(\alpha + k)x}$$
 (2.25)

Daerah 2: 
$$U_2 = A_2 e^{(\beta - ik)x} + B_2 e^{-(\beta + ik)x}$$
 (2.26)

Daerah 3: U<sub>3</sub>= 
$$A_3 e^{i(\alpha-k)x} + B_3 e^{-i(\alpha+k)x}$$
 (2.27)

Daerah 4: 
$$U_4 = A_4 e^{(\beta - ik)x} + B_4 e^{-(\beta + ik)x}$$
 (2.28)

Daerah 5: 
$$U_5 = A_5 e^{i(\alpha - k)x} + B_5 e^{-i(\alpha + k)x}$$
 (2.29)

Pada persamaan (2.25) sampai (2.29), suku yang beramplitudo  $A_n$  menunjukkan gelombang yang bergerak ke kanan dan suku yang beramplitudo  $B_n$  menunjukkan gelombang yang bergerak ke kiri.<sup>[5]</sup>

### **II.7 Metode Matriks Transfer**

Metode matriks transfer adalah suatu metoda semi-numerik yang dapat menghitung koefisien transmisi dengan membagi daerah solusi, yang berbentuk sembarang, menjadi *N* segmen dimana energi potensial pada tiap-tiap segmen diasumsikan konstan. Persamaan *Schrödinger* pada setiap segmen diselesaikan dengan menggunakan fungsi eksponensial dan kemudian disusun sekumpulan matriks yang berisi syarat batas pada setiap antar-muka segmen. Dari kumpulan matriks kemudian dapat diperoleh hubungan: <sup>[3,5]</sup>

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} A_5 \\ B_5 \end{bmatrix}$$
(2.30)

Detail perhitungannya dijelaskan dalam lampiran 1.1. Hasil perhitungan metode matriks transfer adalah koefisien transmisi dengan rumus:

$$T^{*}T = \left[Re^{2}\left(\frac{A_{1}}{A_{5}}\right) + Im^{2}\left(\frac{A_{1}}{A_{5}}\right)\right]^{-1}$$
(2.31)

#### **II.8** Arus pada Bahan Semikonduktor

Pada semikonduktor dikenal dua macam arus, yaitu arus difusi dan arus *drift*. Arus difusi adalah arus yang timbul karena adanya pergerakan konsentrasi pembawa muatan dari satu titik ke titik yang lain yang tidak dipengaruhi medan listrik. Sedangkan arus drift (hanyut) adalah arus yang ditimbulkan oleh berjalannya partikel bermuatan karena adanya medan listrik.<sup>[9]</sup>

Untuk menghitung rapat arus pada penelitian ini digunakan persamaan sebagai berikut:

$$J=ne\mu\epsilon \tag{2.32}$$

 $\mu$  merupakan mobilitas pembawa muatan dan  $\epsilon$  merupakan medan listrik.

$$J=nev \tag{2.33}$$

$$J = \frac{e}{4\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty dk_l \int_0^\infty d^2 k_t [F(E) - F(E')] T(E_l) \frac{\partial E}{\partial k_l}$$
(2.34)

F(E) dan F(E') adalah distribusi Fermi partikel pada saat energi E (bagian kiri *barrier*) dan E'(bagian kanan *barrier*) berkaitan dengan gambar 2.2, sehingga dapat dituliskan:

$$J = \frac{e}{4\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty dE_l T(E_l) \int_0^\infty dE_t \left[ \frac{1}{exp\left(\frac{E_t + E_l - Ef}{K_B \otimes}\right) + 1} - \frac{1}{exp\left(\frac{E_t + E_l + eV - Ef}{K_B \otimes}\right) + 1} \right]$$
(2.35)

dengan menguraikan fungsi F(E) dan F(E') (dalam lampiran 2), maka diperoleh:

$$J = \frac{em^* K_B \otimes}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty Ln \left( \frac{1 + exp\left(\frac{Ef - E_l}{K_B \otimes}\right)}{1 + exp\left(\frac{Ef - E_l - eV}{K_B \otimes}\right)} \right) T(E_l) dE_l$$
(2.36)

dimana:

- *e* : muatan elektron
- $m^*$  : massa efektif elektron
- $\hbar$  : konstanta Planck

 $\otimes$  : suhu

 $E_f$  : energi Fermi

- *V* : tegangan potensial
- $E_l$  : energi elektron

## **II.9 Metode Trapesium**

Metode Trapesium merupakan salah satu metode untuk menghitung luasan kurva f(x) pada batasan tertentu. Dengan kata lain, metode ini merupakan solusi numerik dari penyelesaian integral dari suatu fungsi pada batasan tertentu. Metode trapesium dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.6 Gambar aturan model trapesium<sup>[10]</sup>

Luasan dari suatu trapesium tersebut adalah:

$$W = \frac{(b-a)(f(a)+f(b))}{2}$$
(2.37)

Untuk mendapatkan hasil yang lebih akurat, maka kurva f(x) pada selang [a,b] dibagi dalam *n* segmen, sehingga akan diperoleh lebar yang sama untuk tiap segmennya. Jika *h* menyatakan lebar segmen atas pembagian *n* segmen maka:

$$h = \frac{b-a}{n} \tag{2.38}$$

Sehingga dapat dilakukan pendekatan untuk integral f(x) pada selang [a,b]: <sup>[10]</sup>

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx \frac{h}{2} \sum_{i=1}^{n} (f(x_{i}) + f(x_{i+1}))$$
(2.39)