

TESIS

**ANALISIS KINEMATIKA DAN DINAMIKA MOBILE
MANIPULATOR PADA ROBOT PENJINAK BOM**

S U W A R N O

P2202206001



**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2008

**ANALISIS KINEMATIKA DAN DINAMIKA MOBILE
MANIPULATOR PADA ROBOT PENJINAK BOM**

Tesis

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar Magister

Program Studi

Teknik Mesin

Disusun dan diajukan oleh

SUWARNO

kepada

**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2008

TESIS

ANALISIS KINEMATIKA DAN DINAMIKA MOBILE MANIPULATOR PADA ROBOT PENJINAK BOM

Disusun dan diajukan oleh

S U W A R N O

Nomor Pokok P2202206001

telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Tesis
pada tanggal 19 November 2008
dan dinyatakan telah memenuhi syarat

Menyetujui
Komisi Penasihat,

Prof.Dr.Ir.H.Hammada Abbas, MSME

Ketua

Ketua Program Studi
Teknik Mesin,

Rafiuddin Syam, ST.,M.Eng.Ph.D.

Anggota

Direktur Program Pascasarjana
Universitas Hasanuddin,

Prof. Dr. Ir. Effendy Arif, M.Eng.

Prof. Dr. dr. A. Razak Thaha, M.Sc

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : **SUWARNO**
Nomor mahasiswa : **P2202206001**
Program Studi : **Teknik Mesin**

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa tesis yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan tulisan atau pemikiran orang lain. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan tesis ini hasil karya orang lain yang saya gunakan secara tidak sah, saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar,
Yang menyatakan

S u w a r n o

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini. Penulis menyadari adanya kekurangan dan kelemahan dalam penulisan tesis ini sebagai konsekuensi logis dan keterbatasan yang penulis miliki.

Gagasan yang melatari judul permasalahan ini timbul dari hasil pengamatan penulis terhadap banyaknya aksi terorisme yang melanda beberapa negara didunia ini termasuk Indonesia. Aksi terorisme seperti bom dengan daya ledak yang cukup besar. Salah satu langkah untuk mengurangi terjadinya ledakan bom adalah menjinakkan bom tersebut. Namun pekerjaan menjinakkan bom adalah salah satu pekerjaan yang memiliki resiko tinggi dimana sewaktu-waktu bom tersebut dapat meledak, oleh karena itu untuk mengurangi resiko jatuhnya korban jiwa diperlukan sebuah alat yang dapat menggantikan tugas manusia yaitu Robot Penjinak Bom.

Banyak kendala yang dihadapi oleh penulis dalam rangka penyusunan tesis ini, yang hanya berkat bantuan berbagai pihak, maka tesis ini dapat diselesaikan. Dalam kesempatan ini penulis dengan tulus menyampaikan terima kasih kepada Bapak Prof. Dr. Ir. H. Hammada Abbas, MSME. sebagai Ketua Komisi Penasihat dan Bapak Rafiuddin Syam, ST, M.Eng, Ph.D, selaku Anggota Komisi Penasihat atas bantuan dan bimbingan yang telah diberikan mulai dari pengembangan minat terhadap permasalahan penelitian ini, pelaksanaan penelitiannya sampai dengan penulisan tesis ini. Pada kesempatan ini, penulis juga menyampaikan terima kasih

yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan sejak awal hingga selesainya penulisan tesis ini, terutama kepada adik-adik S1 dari Bengkel Kreativitas Mesin (BKM) Unhas, khususnya Divisi Mechatronics and Robotics Research dan semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan namanya satu per satu yang telah memberikan bantuannya kepada penulis.

Atas bantuannya, penulis tidak dapat membalasnya dalam bentuk apapun selain ucapan terima kasih. Hanya doa yang penulis panjatkan semoga segala bimbingan dan bantuan yang telah penulis terima mendapat berkah dari Allah SWT. Penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis dengan lapang dada menghargai dan menerima kritikan dan saran yang berguna dari semua pihak demi penyempurnaan tesis ini. Harapan penulis semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca yang membutuhkannya.

Makassar, 19 Nopember 2008

Penulis

ABSTRAK

SUWARNO. Analisis Kinematika dan Dinamika Mobile Manipulator pada Robot Penjinak Bom (dibimbing oleh H. Hammada Abbas dan Rafiuddin Syam).

Robot penjinak bom merupakan salah satu jenis dari security robot, yaitu gabungan antara mobile robot dan manipulator robot. Mobile robot merupakan base dari sistem ini. Sedangkan manipulator robot diletakkan dibagian atas dari base yang berfungsi mirip lengan manusia karena pada ujungnya dipasang gripper yang berfungsi untuk memegang dan memindahkan bom tersebut ke tempat yang aman untuk dijinakkan. Sebelum rancang bangun dari robot penjinak bom ini terlebih dahulu membuat desain, menghitung kesetimbangan robot dan menentukan persamaan kinematika dan dinamika mobile dan manipulator robot. Pada manipulator robot digunakan robot lengan 4 DOF, untuk menentukan posisi dari lengan-lengan digunakan metode DH Parameter, kecepatan lengan-lengan merupakan turunan dari posisi dan percepatan dari lengan-lengan merupakan turunan dari percepatan. Untuk mengetahui besarnya sudut, kecepatan sudut dan percepatan sudut yang terbentuk dari hasil pergerakan lengan-lengan digunakan metode Jacobian Matriks. Output dari penelitian ini adalah robot penjinak bom dengan mobile robot nonholonomik dan manipulator 4-joint (DOF).

Kata kunci : Mobile, Manipulator, DH Parameter, Jacobian Matriks.

DAFTAR ISI

	Halaman
PRAKATA	iv
ABSTRAK	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR LAMPIRAN	xii
DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan masalah	2
C. Tujuan Penelitian	3
D. Manfaat Penelitian	3
E. Batasan Masalah	4
BAB II TEORI DASAR	5
A. Kinematika dan Dinamika Robot	5
1. Konsep Kinematika	5
2. Konsep Dinamika	7
B. Robot Manipulator	8
1. Klasifikasi Robot Manipulator	8
2. Kinematika Manipulator	14

3. Dinamika Manipulator	18
C. Konsep Dasar Mobile Robot	21
BAB III METODE PENELITIAN	26
A. Waktu dan Lokasi Penelitian	26
B. Alat dan Bahan yang digunakan	26
C. Prosedur Penelitian	27
D. Rancangan Desain Robot Penjinak Bom	32
E. Diagram Alir Penelitian	34
BAB IV HASIL DN PEMBAHASAN	35
A. Desain Robot Penjinak Bom	35
B. Keseimbangan Robot	37
C. Mobile Robot	43
D. Analisa Kinamtika dan Dinamika Mobile Manipulator	48
E. Simulasi	66
F. Pembuatan Robot	72
BAB V PENUTUP	77
A. Kesimpulan	77
B. Saran-Saran	80
DAFTAR PUSTAKA	81
LAMPIRAN	82

DAFTAR GAMBAR

Nomor		halaman
1.	Transformasi kinematik maju dan kinematik invers	5
2.	Diagram Model Dinamika Robot	7
3.	Transformasi dinamika invers dan dinamik maju	8
4.	Konfigurasi Cartesian	9
5.	Konfigurasi Silinder	9
6.	Konfigurasi Polar	11
7.	Struktur Robot SCARA	11
8.	Konfigurasi Sendi-Lengan	11
9.	Sistem Robotik	13
10.	Parameter Denavit-Hartenberg	14
11.	Konfigurasi Robot Tangan Tiga Sendi	16
12.	Hubungan antara Kecepatan sudut ($\dot{\theta}$) dengan kecepatan linier dari end effector \dot{x} .	19
13.	Manipulator dengan 3R (RRR)	19
14.	DDMR Pada medan 2D Cartesian	22
15.	Contoh Manuver DDMR	23
16.	Diagram Benda Bebas Robot Penjinak Bom	28
17.	Desain Fisik Mobile Robot dengan manipulator 4-Joint (DOF)	32
18.	Mobile Robot pada koordinat X-Y	33
19.	Diagram alir penelitian (Flow Chart)	34

20.	Base atau Frame dari Robot Penjinak Bom	35
21.	Manipulator Robot 4Joint (DOF)	36
22.	Tampilan Gambar AutoCAD 2007	36
23.	Sistem Mekanis dari Mobile Manipulator Robot Penjinak Bom	37
24.	Posisi penempatan titik berat pada DBB Robot Penjinak Bom	39
25.	Grafik perbandingan antara besar sudut dengan besar beban	42
26.	DDMR pada medan 2D Cartesian	43
27.	Konfigurasi Manipulator Robot 4Joint (DOF)	48
28.	Konfigurasi Manipulator Robot 4Joint (DOF)	56
29.	Konfigurasi Manipulator Robot 4Joint (DOF)	62
30.	Hubungan antara torsi (t) dan gaya-gaya (F) Pada end effector.	65
31.	(a) Trajectori mobile robot (b) Trajectori manipulator robot	66
32.	Jendela output MATLAB	67
33.	Jendela Script Editing Dari MATLAB® Versi 7.0	67
34.	(a) Tampilan utama MATLAB untuk Simulasi Pergerakan Mobile Robot dan (b) Tampilan utama MATLAB untuk Simulasi Pergerakan Manipulator.	68
35.	Hasil simulasi manipulator dengan menggunakan MATLAB(a). Posisi awal. (b). Posisi Tengah (c). Posisi Akhir	69
36.	Hasil simulasi mobile robot dengan menggunakan MATLAB(a). Posisi awal. (b). Posisi Tengah (c). Posisi Akhir	70
37.	Diagram Proses Simulasi	71
38.	Struktur Mekanik Mobile Robot Penjinak Bom	72

39.	Struktur Mekanik Manipulator Robot Penjinak Bom	73
40.	Struktur Mekanik Manipulator Robot Penjinak Bom	73
41.	Demo software kontrol robot penjinak bom dengan CAM	74
42.	Rangkaian elektronik dengan wireless yang dihubungkan dengan robot untuk menerima sinyal dari computer	75
43.	Rangkaian elektronik dengan wireless yang dihubungkan dengan robot untuk menerima sinyal dari computer	75
44.	Skema Kontrol Robot Penjinak Bom	76

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor		halaman
1.	Ilustrasi Penelitian Dalam Domain Robot	83
2.	Desain Robot (Robot Tampak Isometri)	84
2.	Desain Robot (Gambar Tampak/Pandangan Robot Penjinak Bom)	85
2.	Desain Robot (Gripper Robot Penjinak Bom)	86
2.	Desain Robot (Sistem Transmisi Robot Penjinak Bom)	87
3.	Foto Robot	88
4.	Contoh Perhitungan	93
5.	Contoh Perhitungan	98
6.	Tabel untuk posisi pergerakan manipulator	99
7.	Simulasi MATLAB Mobile Manipulator	104

DAFTAR ARTI LAMBANG DAN SINGKATAN

Lambang/singkatan	Arti dan keterangan
2D	Dua Dimensi
3R	Tiga Revolute
4-DOF	Empat Degree Of Freedom
a	Panjang rangka (jarak antara dua buah sumbu)
?	Perputaran rangka
DC	Direct Current
DDMR	Differentially Driven Mobile Robot
DH	Denennvit-Hartenberg
DOF	Degree Of Freedom
d	Jarak pergeseran sumbu (untuk prismatic joint)
F	Gaya (N)
I	Sinyal analog (Arus Motor)
i	Jumlah Sumbu
J(?)	Jacobian Matriks
?? ? ?	Jacobian Matriks Inverse
?? ? ?	Jacobian Matriks Transformasi
Ktn	Konstanta motor
L	Panjang Lengan

P	Prismatic Joint
?	Sudut Sendi
$\dot{\theta}$	Kecepatan Sudut
$\ddot{\theta}$	Percepatan sudut
R	Revolute Joint
r	Jari-Jari Roda
rpm	rotasi putaran per-menit
SCARA	Selective Compliance Assembly Robot Arm
T	Transformasi
T_{NH}	Transformasi nonholonomic
?	Torsi
(x,y)	Koordinat acuan ditubuh robot terhadap sumbu xy
v	Kecepatan linier
?	Kecepatan sudut

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Hal yang mendasari penelitian robot penjinak bom adalah melihat banyaknya aksi terorisme yang melanda beberapa negara didunia ini termasuk Indonesia. Aksi terorisme seperti bom dengan daya ledak yang cukup besar seperti: bom Bali pada tahun 2002, bom di JW Marriot pada tahun 2003, bom di depan kedutaan besar Australia pada tahun 2004 dan bom Bali II pada tahun 2005 [1].

Salah satu langkah untuk mengurangi terjadinya ledakan bom adalah menjinakkan bom tersebut. Namun pekerjaan menjinakkan bom adalah salah satu pekerjaan yang memiliki resiko tinggi dimana sewaktu-waktu bom tersebut dapat meledak, oleh karena itu untuk mengurangi resiko jatuhnya korban jiwa diperlukan sebuah alat yang dapat menggantikan tugas manusia.

Pada penelitian ini didesain robot penjinak bom yang merupakan salah satu jenis dari *security robot*. *Security robot* yang paling sering digunakan untuk menjinakkan bom adalah *mobile robot* yang dilengkapi lengan manipulator dengan gripper diujungnya yang berfungsi untuk memindahkan bom tersebut ke tempat yang aman untuk dijinakkan [2]. Pada prinsipnya robot penjinak bom ini sama dengan *security robot* yaitu gabungan antara *mobile robot* dan *manipulator robot*. *Mobile robot* merupakan base dari sistem ini. Sedangkan *manipulator robot* diletakkan dibagian atas dari base, yang berfungsi mirip lengan manusia.

Bangsa Indonesia sudah saatnya untuk membuat robot penjinak bom sendiri untuk digunakan oleh TNI dan Polri. Karena selama ini yang digunakan adalah robot penjinak bom buatan Israel yang dibeli dengan harga yang sangat mahal. Sedangkan apabila dibandingkan dengan mendesain dan membuat robot penjinak bom sendiri kita dapat menggunakan biaya yang lebih murah tetapi fungsi yang sama, sehingga dapat menghemat pengeluaran negara dalam bidang pertahanan dan keamanan.

Berdasarkan hal tersebut diatas, penulis tertarik untuk mendesain suatu robot. Dalam hal ini adalah robot penjinak bom yang dapat membantu manusia dalam menjinakkan bom demi mengurangi jatuhnya korban jiwa. Selain itu diharapkan dengan diciptakannya robot ini dapat menghemat pengeluaran negara dalam pembelian robot penjinak bom yang sangat mahal itu. Oleh karena itu penulis mengangkat masalah ini sebagai bahan penulisan Tesis dengan judul : *“Analisis Kinematika dan Dinamika Mobile Manipulator Pada Robot Penjinak Bom”*.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka dirumuskan beberapa masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana merumuskan persamaan kinematika dan dinamika mobile (pergerakan) manipulator pada robot penjinak bom?

2. Bagaimana mensimulasikan pergerakan manipulator robot dengan program berbasis MATLAB.
3. Bagaimana mendesain dan membuat robot penjinak bom?

C. Tujuan Penelitian

Secara umum tujuan yang hendak dicapai dalam penelitian ini adalah :

1. Menentukan formulasi persamaan kinematika dan dinamika mobile (pergerakan) manipulator pada robot penjinak bom.
2. Melaksanakan simulasi gerakan manipulator robot dengan program MATLAB.
3. Rancang bangun robot penjinak bom.

D. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat-manfaat yang dapat diperoleh dari Analisis Kinematika dan Dinamika Mobile Manipulator Robot Penjinak Bom ini adalah :

1. Manfaat umum : dapat diaplikasikan pada bidang pertahanan dan keamanan yaitu membantu TNI dan Polri dalam menjinakkan bom.
2. Manfaat khusus : Untuk menambah referensi serta diharapkan berguna sebagai bahan perbandingan untuk penelitian selanjutnya yang berhubungan dengan penelitian ini.

E. Batasan Masalah

Mengingat luasnya ruang lingkup masalah, maka penelitian ini dibatasi pada analisis kinematika yaitu analisa yang berkaitan dengan kajian gerakan manipulator robot (posisi pergerakan dan kecepatan pergerakan) dan analisis dinamika yaitu analisis yang berkaitan dengan torsi aktuator pada pergerakan manipulator robot.

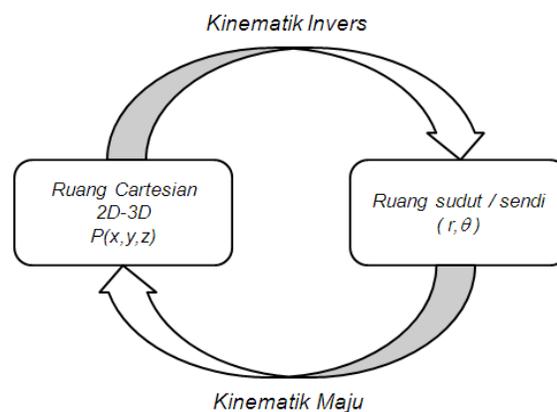
BAB II

TEORI DASAR

A. Kinematika dan Dinamika Robot

1. Konsep Kinematika

Kinematika dalam robotika adalah suatu bentuk pernyataan yang berisi tentang deskripsi matematika geometri dari suatu struktur robot. Dari persamaan kinematika dapat diperoleh hubungan antara konsep geometri ruang sendi pada robot dengan konsep koordinat yang biasa dipakai untuk menentukan kedudukan dari suatu obyek. Dengan model kinematika, dapat ditentukan konfigurasi referensi input yang harus diumpangkan ketiap aktuator agar robot dapat melakukan gerakan simultan (seluruh sendi) untuk mencapai posisi yang dikehendaki. Sebaliknya, informasi kedudukan (sudut) yang dinyatakan oleh setiap sendi ketika robot sedang melakukan suatu gerakan, dengan analisa kinematika, dapat ditentukan dimana posisi ujung lengan atau bagian robot yang bergerak itu dalam koordinat ruang.



Gambar 1. Transformasi kinematika maju dan invers kinematika
Sumber: Endra pituwarno (2006)

Dari gambar 2 dapat diperoleh dua pernyataan mendasar, yaitu:

- ? Jika jari-jari r dan θ dari suatu struktur robot n -DOF diketahui maka posisi $P(x, y)$ dapat dihitung. Jika θ merupakan sebuah fungsi berdasarkan waktu, $\theta(t)$, maka posisi dan orientasi $P(t)$ dapat dihitung secara pasti juga. Transformasi koordinat ini dikenal sebagai kinematika maju/ langsung.
- ? Sebaliknya, jika posisi dan orientasi $P(t)$ diketahui maka $\theta(t)$ tidak langsung dapat dihitung tanpa mendefinisikan berapa DOF struktur robot itu. Jumlah sendi n dari n -DOF yang bisa dibuat untuk melakukan tugas sesuai dengan posisi dan orientasi. Transformasi ini dikenal sebagai kinematika invers.

Secara umum persamaan kinematika maju setiap sendi 1DOF secara parsial dapat dinyatakan sebagai :

$$P(x,y) = f(r, \theta) \dots\dots\dots (01)$$

Dimana :

P = koordinat (x,y) yang relatif terhadap koordinat tetap/acuan $(0,0)$ pada titik sendi.

r = jari-jari lengan (link)

θ = sudut sendi

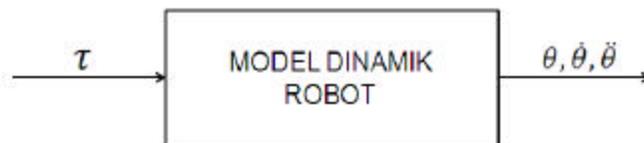
Jika r adalah tetap dengan asumsi lengan bergerak secara rotasi maka r dianggap konstan. Dengan demikian perubahan P hanya dipengaruhi oleh perubahan θ .

Persamaan invers kinematikanya dapat dinyatakan sebagai,

$$(r, \theta) = f(P) \dots\dots\dots (02)$$

2. Konsep Dinamika

Robot adalah secara fisik suatu benda yang memiliki struktur tertentu dengan massa tertentu yang dalam pergerakannya tunduk kepada hukum-hukum alam yang berkaitan dengan gravitasi dan atau massa/kelembaman. Jika robot berada dipermukaan bumi maka kedua efek, gravitasi dan massa ini, akan mempengaruhi kualitas gerakan. Sedangkan bila robot berada diluar angkasa yang bebas gravitasi maka massa saja yang dapat menimbulkan efek inersia/kelembaman. Dalam kontes inilah dikatakan bahwa model dinamika dari suatu robot berhubungan dengan struktur dan massa. Setiap struktur dan massa yang berbeda akan memberikan efek inersia yang berbeda pula sehingga penanganan dalam pemberian torsi pada tiap sendi (dengan kata lain : sinyal pengemudian actuator/motor tiap sendi) seharusnya berbeda pula.



Gambar 2. Diagram Model Dinamika Robot
Sumber: Endra pituwarno (2006)

Model Dinamika robot dapat dinyatakan sebagai torsi τ ,

$$\tau = I \cdot K_{tn} \dots\dots\dots (03)$$

Dimana :

I = sinyal analog (arus motor) yang dikeluarkan oleh kontroler.

K_{tn} = konstanta motor

τ = torsi pada sendi yang menghasilkan gerakan.

θ = Sudut

\dot{q} = Kecepatan sudut

\ddot{q} = Percepatan sudut

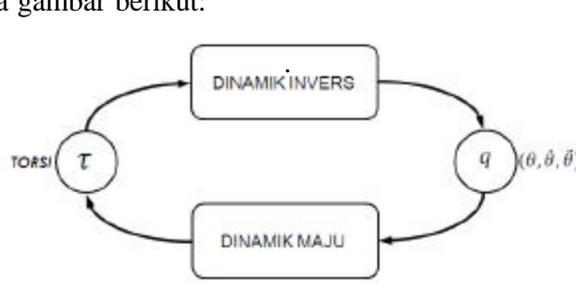
Jika output system (q) dinyatakan sebagai q maka torsi yang diberikan kepada sendi-sendi robot adalah :

$$\tau = f(q) \dots\dots\dots (04)$$

Persamaan ini dikenal sebagai dinamika maju / langsung (forward / direct dynamics), Sebaliknya jika torsi diketahui (sebagai input) q dikenal sebagai dinamika invers (inverse dynamics). Model dinamikanya adalah :

$$\ddot{q} = \tau \dots\dots\dots (05)$$

Hubungan model matematika dinamika invers dan dinamika maju dapat dilustrasikan pada gambar berikut:



Gambar 3. Transformasi dinamika invers dan dinamika maju
 Sumber: Endra pituwarno (2006)

B. Robot Manipulator

1. Klasifikasi Robot Manipulator

Robot manipulator adalah robot yang memiliki karakteristik lengan manusia. *Manipulator* robot adalah sistem mekanika yang menunjukkan pergerakan dari robot. Sistem mekanika terdiri dari susunan *link* (rangka) dan *joint* (engsel) yang mampu menghasilkan gerakan yang terkontrol. Rangka tersebut menggambarkan bahu, siku dan pergelangan tangan manusia. Selain itu, pada ujung dari lengan robot tersebut terdapat *end-effector* yang disebut *gripper* [3].

Robot manipulator dapat diklasifikasikan menjadi beberapa kriteria yaitu :

a. Konfigurasi Manipulator

Secara umum struktur robot dapat dibedakan menurut sumbu koordinat yang digunakan, untuk lebih jelasnya diuraikan dalam tabel 1[9].

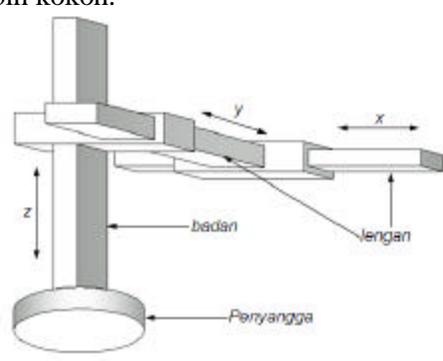
Tabel 1 Struktur Umum Robot

No.	Jenis Robot	Sumbu 1	Sumbu 2	Sumbu 3	Total Rotasi
1	Cartesian	P	P	P	0
2	Cylindrical	R	P	P	1
3	Spherical	R	R	P	2
4	SCARA	R	R	P	2
5	Articulated	R	R	R	3

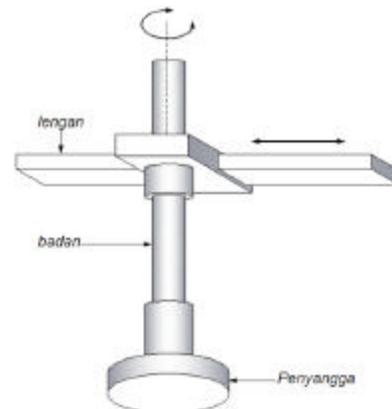
Catatan : *P=Prismatic joint* yaitu pergeseran sepanjang sumbu tertentu
R= Revolute joint yaitu perputaran pada sumbu tertentu

o *Robot Kartesian*

Struktur Robot ini terdiri dari tiga sumbu linier (*prismatic*). Masing-masing sumbu dapat bergerak kearea sumbu x-y-z (lihat gambar 4.). Keuntungan robot ini adalah pengontrolan posisi yang mudah dan mempunyai struktur yang lebih kokoh.



Gambar 4. Konfigurasi Cartesian
 Sumber : Pitowarno (2006)



Gambar 5. Konfigurasi Silinder
 Sumber : Pitowarno (2006)

Pada Gambar 4. memperlihatkan manipulator berkonfigurasi cartesian dimana secara relatif adalah yang paling kokoh untuk tugas mengangkat beban yang berat. Struktur ini banyak dipakai secara permanen pada instalasi pabrik baik untuk mengangkat dan memindah barang-barang produksi maupun untuk mengangkat peralatan-peralatan berat pabrik ketika melakukan kegiatan instalasi.

o *Robot Silindris*

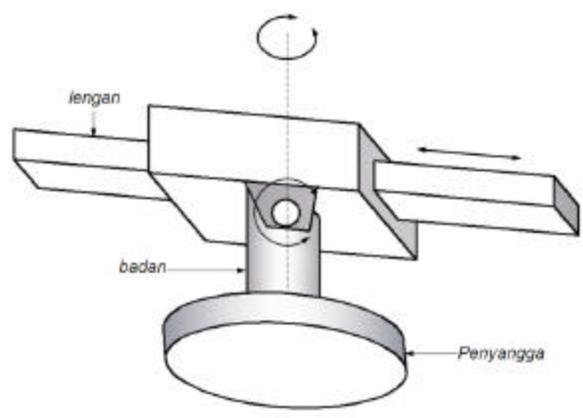
Struktur dasar dari robot silindris adalah terdiri dari *Horisontal Arm* dan *Vertical Arm* yang dapat berputar pada *basel* landasannya (lihat gambar 5). Jika dibandingkan dengan robot kartesian, robot silindris mempunyai kecepatan gerak lebih tinggi dari *end effectomya*, tapi kecepatan tersebut tergantung momen inersia dari beban yang dibawanya.

Konfigurasi silinder mempunyai kemampuan jangkauan berbentuk ruang silinder yang lebih baik, meskipun sudut ujung lengan terhadap garis penyangga tetap. Konfigurasi ini banyak diadopsi untuk sistem *gantry* atau *crane* karena strukturnya yang kokoh untuk tugas mengangkat beban

o *Robot Spheris/Polar*

Konfigurasi struktur robot ini mirip dengan sebuah tank dimana terdiri atas *Rotary Base*, *Elevated Pivot*, dan *Telescopic Arm* (lihat gambar 6.). Keuntungan dari robot jenis ini adalah fleksibilitas mekanik yang lebih baik.

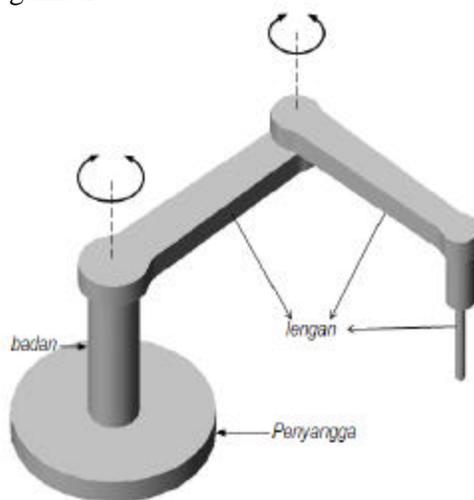
Pada Gambar 6. terlihat konfigurasi polar dimana badan dapat berputar ke kiri atau kanan. Sendi pada badan dapat mengangkat atau menurunkan pangkal lengan secara polar. Lengan ujung dapat digerakkan maju-mundur secara translasi.



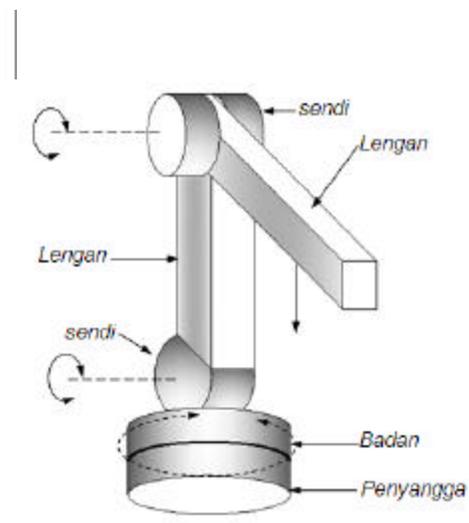
Gambar 6. Konfigurasi Polar
Sumber : Pitowarno (2006)

o *Robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm)*

Robot *Assembly* bisa didesain menurut koordinat kartesian, silindris maupun spheris. Pada beberapa aplikasi hanya membutuhkan sumbu gerak vertikal, misalnya robot *assembly* yang memasang komponen pada PCB. Robot ini mempunyai lengan dengan dua artikulasi, sedangkan *wrist* mempunyai gerakan linier dan rolling [9]. Struktur robot assembly dapat dilihat pada gambar 7.



Gambar 7. Struktur Robot SCARA
Sumber : Pitowarno (2006)



Gambar 8. Konfigurasi Sendi-Lengan
Sumber : Pitowarno (2006)

Robot ini terdiri dari tiga lengan yang dihubungkan dengan dua *Revolute Joint*. *Elbow Joint* menghubungkan *Force Arm* dengan *Upper Arm*. *Shoulder Joint* menghubungkan *Upper Arm* dengan *Base*. Struktur robot artikulasi ini dapat dilihat pada gambar 8.

Konfigurasi ini yang paling populer untuk melaksanakan fungsi layaknya pekerja pabrik seperti mengangkat barang, mengelas, memasang komponen mur dan baut, dan sebagainya. Struktur lengan-sendi cocok digunakan untuk menjangkau daerah kerja yang sempit dengan sudut jangkauan yang beragam.

b. End Effector

Kemampuan robot juga tergantung pada piranti yang dipasang pada lengan robot. Piranti ini biasanya dikenal dengan nama *end effector*. *end effector* ada dua jenis yaitu Pencengkram (*griper*) yang digunakan untuk memegang dan menahan obyek, peralatan (*tool*) yang digunakan untuk melakukan operasi tertentu pada suatu obyek. Contohnya: bor, penyemprot cat, gerinda, las dan sebagainya.

c. Sistem Penggerak Robot

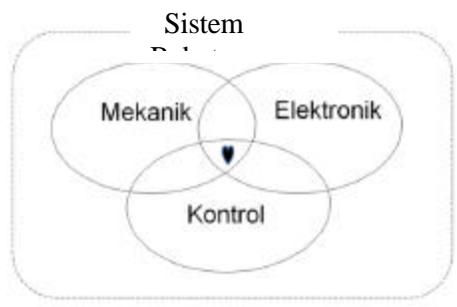
Penggerak diperlukan oleh robot agar robot mampu bergerak atau berpindah posisinya serta mampu mengangkat beban pada end effectornya. Macam-macam penggerak yang biasa digunakan adalah penggerak hidrolis (berbasis bahan cair seperti oli), penggerak pneumatik (perangkat kompresi berbasis udara atau gas nitrogen) dan penggerak elektrik (motor servo, motor DC dan motor stepper).

d. Sensor

Adalah perangkat atau komponen yang bertugas mendeteksi (hasil) gerakan atau fenomena lingkungan yang diperlukan oleh sistem kontroler. Dapat dibuat dari sistem yang paling sederhana seperti sensor ON/OFF menggunakan limit switch, sistem analog, sistem bus parallel, sistem bus serial, hingga sistem mata kamera.

e. Kontroler

Kontrol adalah bagian yang tak terpisahkan dalam sistem robotik. Dalam hal ini, kontrol bertugas mengkolaborasikan sistem elektronik dan mekanik dengan baik agar mencapai fungsi seperti yang dikehendaki. Tanda ? dalam intekseksi adalah posisi atau bagian dimana terjadi interaksi antara ketiga bagian itu.



Gambar 9. Sistem Robotik
Sumber Pitowarno (2006)

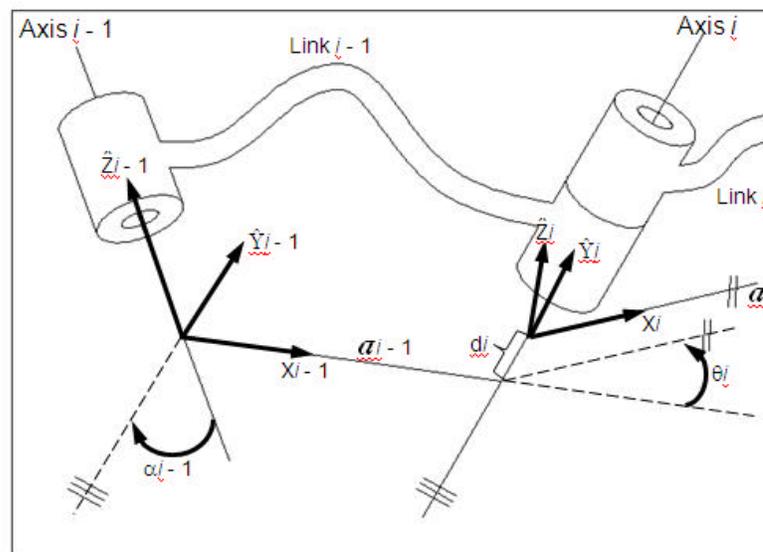
Sistem kontrol ditinjau dari umpan baliknya dibedakan atas; *loop terbuka* (tidak mempengaruhi pengolahan data berikutnya) dan *loop tertutup* (mempengaruhi pengolahan data berikutnya). Pada robot penjinak bom, pada dasarnya kontrol yang digunakan adalah loop terbuka yaitu kontrol kecepatan putar pada motor DC. Hal ini berkaitan dengan prinsip dasar pembangkitan gerakan yang dilakukan oleh motor, yaitu bila diberikan tegangan pada terminalnya maka poros motor akan berputar.

2. Kinematika Manipulator

Analisis persamaan kinematika dapat diselesaikan dengan Metoda Denavit-Hartenberg Parameters (DH Parameter).

a. Denavit-Hartenberg Parameters

Analisis persamaan kinematika dapat diselesaikan dengan Metoda Denavit-Hartenberg Parameters (DH Parameter). Suatu cara khas representasi analisa hubungan gerak rotasi dan translasi antara lengan-lengan yang terhubung dalam suatu manipulator telah diperkenalkan oleh Denavit dan Hartenberg (1955). Meskipun telah lima dasawarsa yang lalu, metoda ini masih banyak digunakan utamanya untuk pemrograman robot-robot manipulator di industri. Mereka memperkenalkan suatu metoda yang berguna untuk menetapkan suatu sistem koordinat berorientasi *body* untuk setiap link/lengan yang terhubung dalam suatu struktur hubungan seperti rantai [8].



Gambar 10. Parameter Denavit-Hartenberg
Sumber Direct Manipulator Kinematic, R.Jacop (1989)

Dari gambar dapat dilihat bahwa :

- Panjang rangka (a_{i-1}) adalah jarak antara sumbu i dengan sumbu $i-1$
- Perputaran rangka (θ_{i-1}) adalah sudut yang diukur dari sumbu $i-1$ ke sumbu i .
- Link offset (d_i) adalah jarak yang diukur sepanjang sumbu i dimana θ_{i-1} berpotongan dengan sumbu i , dan dimana θ_i berpotongan dengan sumbu i .

Catatan : Variabel d_i hanya berlaku jika Sambungan/engsel I berupa *Prismatik joint* yaitu pergeseran sepanjang sumbu i .

- Sudut Sambungan (θ_i) adalah sudut yang dibuat antara perluasan θ_{i-1} dengan θ_i yang diukur sekitar sumbu i .

Catatan : Sudut θ_i hanya berlaku jika variable i berupa *Revolute joint* yaitu perputaran pada sumbu tertentu.

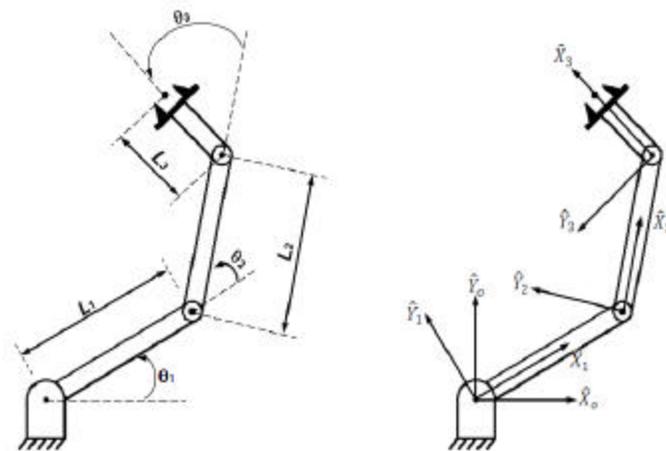
b. Penggunaan Denavit-Hartenberg Parameters

Prinsip dasar representasi D-H adalah melakukan transformasi koordinat antar dua link yang berdekatan. Hasilnya adalah suatu matrix (4 x 4) yang menyatakan system koordinat dari suatu link dengan link yang terhubung pada pangkalnya (link sebelumnya). Dalam konfigurasi serial, koordinat (ujung) link-1 dihitung berdasarkan sendi-0 atau sendi pada tubuh robot. Sistem koordinat link-2 dihitung berdasarkan posisi sendi-1 yang berada di ujung link-1 dengan mengasumsikan link-1 adalah basis gerakan link-2. demikian seterusnya, link-3 dihitung berdasarkan link-2, hingga link ke-(n) dihitung berdasarkan link ke-($n-1$). Dengan cara ini maka tiap langkah perhitungan atau transformasi hanya melibatkan sistem 1 DOF saja. Terakhir, posisi koordinat tangan atau posisi ujung

robot (*end effector*) akan dapat diketahui. Representasi DH Parameter menggunakan 4 buah parameter, yaitu θ , a , d dan α . Untuk robot dengan n -DOF maka keempat parameter itu ditentukan hingga yang ke- n . Batasan-batasan dari Parameters Denavit-Hartenberg adalah :

- θ_i - Jarak dari \mathcal{R}_i ke \mathcal{R}_{i+1} diukur sepanjang \mathcal{R}_i
- α_i - Sudut antara \mathcal{R}_i ke \mathcal{R}_{i+1} diukur sekitar \mathcal{R}_i
- d_{i+1} - Jarak dari \mathcal{R}_{i+1} ke \mathcal{R}_i diukur sepanjang \mathcal{R}_i
- α_{i+1} - Sudut antara \mathcal{R}_{i+1} ke \mathcal{R}_i diukur sekitar \mathcal{R}_i

Aplikasi perhitungan DH parameter dapat kita lihat pada perhitungan-perhitungan parameter pada Manipulator Tiga Sendi.



Gambar 11. Konfigurasi Robot Tangan Tiga Sendi
Sumber Rosen J.(1989)

Tabel : DH Parameter :

i	θ_{i+1}	α_{i+1}	d_{i+1}	α_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	θ_2	0	θ_2
3	0	θ_3	0	θ_3

$$\ddot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2$$

$$\ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_1 \sin \theta_2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2$$

$$\ddot{\theta}_1 \sin \theta_2 + \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 = 0 \text{ dan } \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 = 0$$

Jadi :

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 \\ \ddot{\theta}_1 \sin \theta_2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(08)$$

3. Dinamika Manipulator

Secara garis besar konsep dinamika robot berkaitan dengan torsi aktuator di satu sisi dan hasil gerak perubahan sudut, kecepatan sudut dan percepatan sudut, $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2$ disisi yang lain. Dalam konteks dinamika, output perubahan ini dapat dinyatakan sebagai percepatan angular, $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2$ saja. Dari konsep ini kemudian dapat dikembangkan pengertian tentang kontrol dinamika. Analisis Dinamika dapat diselesaikan dengan menggunakan metoda matriks jacobian.

a. Matriks Jacobian

Carl Gustav Jakob Jacobi (1804-1851), seorang matematikawan Jerman memperkenalkan suatu bentuk matriks yang dapat digunakan untuk mengkaji persamaan gerak dengan efisien. Karya yang fenomenal ini banyak dipakai terutama dalam kajian gerak untuk sistem dinamik multibodi (multibody dynamics motion) seperti dalam robotik ini. Namanya kemudian dipakai untuk menyatakan bentuk matriks yang diciptakannya. Secara singkat, Jacobian digunakan untuk menyatakan matriks Jacobian ataupun determinannya.

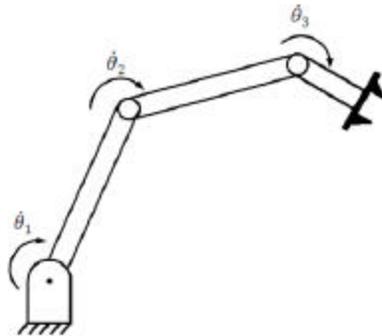
Matriks Jacobian merupakan salah satu bentuk dimensi turunan [7]. Dalam bidang robotika, Jacobian matriks menguraikan hubungan antara sudut

engsel (θ_1), putaran dan rotasi kecepatan dari end efektor (\dot{x}). Hubungannya adalah :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \dot{\theta}_1 + L_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 + L_3 \dot{\theta}_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \\ L_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + L_3 \dot{\theta}_3 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \quad (09)$$

Jadi :

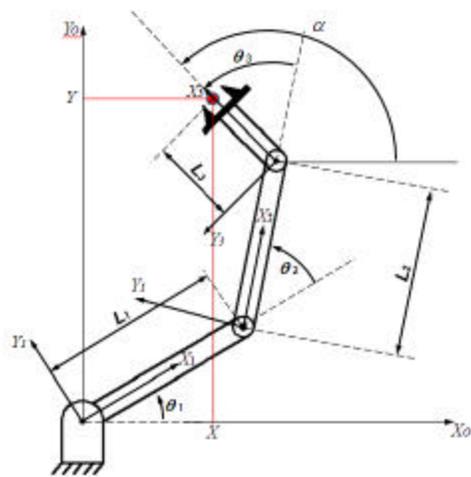
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \cos \theta_2 & L_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \\ 0 & L_2 \sin \theta_2 & L_3 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$



Gambar 12. Hubungan antara Kecepatan sudut ($\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$), Dengan kecepatan linier dari end effector (\dot{x}, \dot{y}).
Sumber Rosen J.(1989)

b. Penggunaan Matriks jacobian

Diferensial dari matriks jacobian dapat kita lihat pada planar manipulator dengan Tiga Sendi dibawah ini



Gambar 13. Manipulator dengan 3R (RRR)
Sumber Rosen J.(1989)

Hubungan antara end effector dengan sudut-sudut sambungan adalah :

$$x = x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \dots \dots \dots (14)$$

$$y = x_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \dots \dots \dots (15)$$

$$z = x_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \dots \dots (16)$$

Mendifferensialkan ketiga persamaan diatas :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \dot{\theta}_1 - x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \dot{\theta}_2 - x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ &= -\dot{x}_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - x_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \dot{\theta}_2 - x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ \dot{y} &= x_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \dot{\theta}_1 - x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \dot{\theta}_2 - x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ &= \dot{x}_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - x_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \dot{\theta}_2 - x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ \dot{z} &= x_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 + x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \dot{\theta}_3 \end{aligned}$$

Dalam bentuk matriks (matriks maju) :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 & -x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 & -x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\ x_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 & -x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 & -x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\ x_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 & x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (17)$$

Matriks jacobianya :

$$\begin{bmatrix} -x_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 & -x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 & -x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\ x_1 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 & -x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 & -x_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \\ x_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 & x_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (18)$$

Maka matriks inversnya:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (19)$$

Persamaan dinamik dari manipulator:

$$\underline{M} \ddot{\underline{\theta}} + \underline{C} \dot{\underline{\theta}} + \underline{G} = \underline{F} \dots \dots \dots (20)$$

Dalam perhitungan F yang harus diperhatikan adalah energi kinetik, energi potensial, efek gaya sentrifugal, efek gaya Corolis dan inersia yang disebabkan faktor pembebanan dan gravitasi bumi.

C. Konsep Mobile Robot

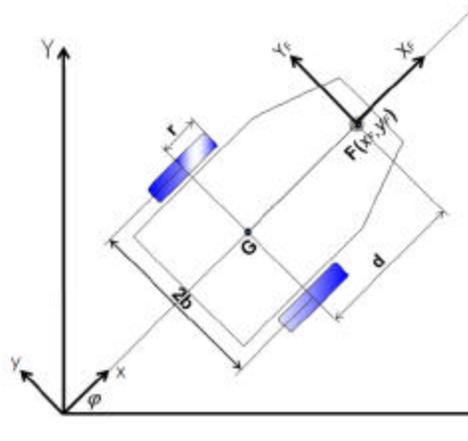
Mobile robot dengan operator oriented adalah pengenalan gerakan dari robot yang membutuhkan seorang operator. Jadi seluruh gerakan robot untuk memindahkan tubuhnya tergantung dari instruksi yang diberikan oleh seorang operator. Sistem ini lebih banyak dipakai untuk aplikasi dilapangan, dibandingkan sistem full otomatis, disebabkan oleh keadaan lingkungan yang tidak dapat ditebak.

Contoh aplikasi yang lain dapat dijumpai dalam peralatan militer. Robot penjinak bom (*bomb disposal robot*) justru dianggap lebih aman jika dikendalikan oleh operator. Setidaknya hingga sekarang, masih belum dijumpai robot penjinak bom yang sepenuhnya dapat bergerak secara otomatis. Alasannya adalah bahwa penggunaan robot otomatis dapat lebih mencelakakan jika robot gagal berfungsi dan dapat bertindak liar [3].

Mobile Robot adalah konstruksi robot yang ciri khasnya adalah mempunyai aktuator berupa roda untuk menggerakkan keseluruhan badan robot tersebut, sehingga robot tersebut dapat melakukan perpindahan posisi dari satu titik ke titik yang lain.

Secara umum, *mobile robot* terdiri atas komponen mekanik dan komponen elektronik. Komponen mekanik terdiri atas motor penggerak yang dihubungkan ke poros roda (*Wheel robot*), Tracking Wheel (robot yang menggunakan sabuk atau belt) dan mekanisme rangka. Sedangkan untuk komponen elektronik terdiri atas baterai, sensor dan kontroler. Baterai sebagai sumber tenaga, sensor yang bertugas mendeteksi (hasil) gerakan atau fenomena lingkungan yang diperlukan oleh sistem kontroler dan kontroler yaitu software yang berisi program kemudi.

Mobile robot yang dimaksud disini ialah mobile robot berpengerak dua roda kiri-kanan yang dikemudikan terpisah (*Differentially Driven Mobile Robot*, disingkat *DDMR*), seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 14. Berikut ini.



Gambar 14. DDMR Pada medan 2D Cartesian
Sumber Pitowarno (2006)

Robot diasumsikan berada dalam kawasan 2D pada koordinat Cartesian XY. Parameter-parameter dalam gambar adalah :

- φ = sudut arah hadap robot
- $2b$ = lebar robot yang diukur dari garis tengah roda ke roda
- r = jari-jari roda (roda kiri dan kanan adalah sama dan sebangun)
- d = jarak antara titik tengah antara 2 roda, G dengan titik acuan F
- (x,y) = koordinat acuan di tubuh robot terhadap sumbu XY

Dalam kajian kinematika ini robot diasumsikan bergerak relatif pelan dan roda tidak slip terhadap permukaan jalan. Maka komponen x dan y dapat diekspresikan dalam suatu persamaan nonholonomic sebagai berikut,

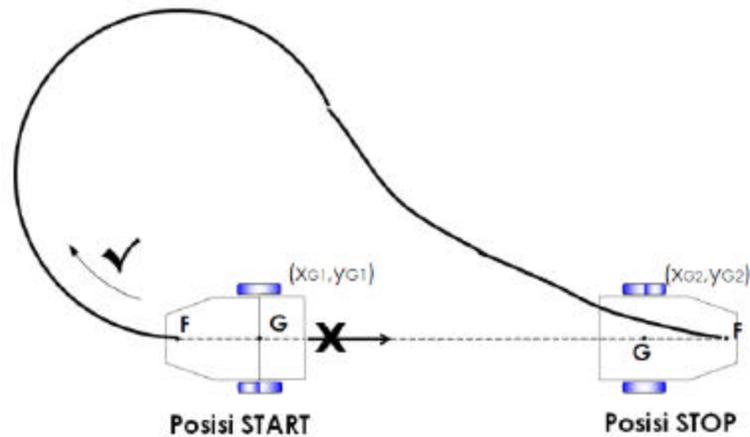
$$\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi - d \dot{\varphi} = 0 \quad (21)$$

Untuk titik F sebagai acuan analisa, persamaan di atas dapat ditulis,

$$\dot{x}_c \sin \varphi - \dot{y}_c \cos \varphi - d \dot{\varphi} = 0 \quad (22)$$

Masalah klasik dalam kontrol kinematik DDMR ini adalah bahwa ia memiliki dua aktuator, namun parameter kontrolnya lebih dari dua, yaitu x untuk gerakan ke arah X (1 DOF) dan y untuk arah Y (1 DOF) yang diukur relatif terhadap perpindahan titik G , dan gerakan sudut hadap θ yang diukur dari garis hubung titik G dan F terhadap sumbu x (1DOF). Inilah ciri khas dari sistem nonholonomic.

Dari persamaan (21) nampak bahwa derajat kebebasan dalam kontrol kinematiknya berjumlah tiga, yaitu (x,y,θ) karena ketiga parameter ini perlu dikontrol secara simultan untuk mendapatkan gerakan nonholonomic. Untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut ini.



Gambar 15. Contoh Manuver DDMR
Sumber Pitowarno (2006)

Perpindahan kedudukan robot dari START ke STOP bila dipandang pada titik G adalah perpindahan dari koordinat (x_{G1}, y_{G1}) ke (x_{G2}, y_{G2}) secara translasi. Namun hal ini tidak dapat dilakukan sebab robot harus dikontrol agar bergerak maju, sehingga ia harus membuat manuver belok membentuk lingkaran terlebih hingga pada posisi yang memungkinkan untuk mengarahkannya ke koordinat

yang diperlukan. Oleh karena itu diperlukan titik acuan F yang berada di luar garis yang menghubungkan kedua roda agar sudut hadap dapat dihitung.

Bentuk umum persamaan kinematik untuk DDMR ini dapat dinyatakan dalam persamaan kecepatan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(23)$$

Dimana :

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$ = sistem koordinat umum robot

$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$ = kecepatan linier atau $\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$

v = Kecepatan radial (ω =Kecepatan linier dan $\dot{\theta}$ Kecepatan sudut)

$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$ = Matriks transformasi nonholonomic

Persamaan gerak dinamika (dynamik motion equation) mobile robot secara umum dapat diekspresikan dalam bentuk terminologi torsi dinamika. Persamaan umum mobile robot sistem nonholonomic menurut aturan Euler-Lagrange adalah [11]:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ C_4 & C_5 & C_6 \\ C_7 & C_8 & C_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (24)$$

Dimana :

$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ = matriks transformasi yang terkait dengan gerak dinamika percepatan.

$\begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ C_4 & C_5 & C_6 \\ C_7 & C_8 & C_9 \end{bmatrix}$ =matriks transformasi yang terkait dengan efek Corolis dan gaya sentrifugal.

\mathbf{g} = vektor gaya gravitasi.

\mathbf{D} = matriks determinan untuk torsi motor.

\mathbf{u} = r-dimensi vektor dari gaya/torsi aktuator.

\mathbf{q} = sistem koordinat umum robot.

\mathbf{O} = faktor pengali dari Lagrange.