

**PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME*
AUTOREGRESSIVE DENGAN VARIABEL EKSOGEN**

SKRIPSI



KATHERINE MARSELINA MANUPUTTY

H 121 13 308

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

AGUSTUS 2020



**PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME*
AUTOREGRESSIVE DENGAN VARIABEL EKSOGEN**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar

KATHERINE MARSELINA MANUPUTTY

H 121 13 308

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR
AGUSTUS 2020**



Optimization Software:
www.balesio.com

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME* *AUTOREGRESSIVE* DENGAN VARIABEL EKSOGEN

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 19 Agustus 2020



Katherine Marselina Manuputty
NIM. H121 13 308



PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE* DENGAN
VARIABEL EKSOGEN

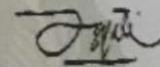
Disetujui Oleh :

Pembimbing Utama

Pembimbing Pendamping



Dr. C. Pojje Talangko, M.Si.
NIP. 19551219 198701 1 001



Dr. Anna Islamivati, M.Si.
NIP. 19770808 200501 2 002

Pada Tanggal : 19 Agustus 2020



HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :

Nama : Katherine Marselina Manuputty

NIM : H 121 13 308

Program Studi : Statistika

Judul Skripsi : *Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive Dengan Variabel Eksogen*

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

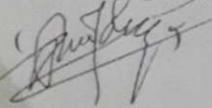
1. Ketua : Dr. La Podje Talangko, M.Si.

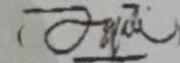
2. Sekertaris : Dr. Anna Islamiyati, M.Si.

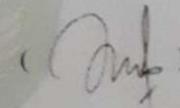
3. Anggota : Anisa, S.Si., M.Si.

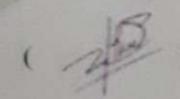
4. Anggota : Drs. Raupong, M.Si.

Tanda Tangan

()

()

()

()

Ditetapkan di : Makassar

tanggal : 19 Agustus 2020



KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, yang senantiasa melimpahkan kasih dan karuniaNya. Berkat kasih dan karunia yang diberikanNya kepada penulis sehingga dapat terselesaikannya tugas akhir yang berjudul “**Pemodelan *Generalized Space Time Autoregressive Dengan Variabel Eksogen***” yang disusun sebagai salah satu syarat akademik untuk meraih gelar sarjana pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin. Penulis berharap tugas akhir ini dapat memberikan pengetahuan baru bagi pembelajaran statistika.

Penyusunan tugas akhir ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak baik secara materi, doa, maupun dukungan moral. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dengan tulus kepada Ibunda tercinta **Anna Bertha M. H.** dan mendiang Ayahanda yang selalu penulis rindukan **Christian James John Manuputty** yang telah membesarkan dan mendidik penulis dengan penuh kesabaran, cinta dan kasih sayang serta doa untuk penulis selama menjalani masa pendidikan. Untuk ketiga saudaraku **Anita Carolina Manuputty**, **Herry Arther Elisa Manuputty**, dan **Robert William Manuputty** terima kasih atas segala kasih sayang, doa dan dukungan yang diberikan kepada penulis.

Penghargaan yang tulus dan terima kasih juga penulis ucapkan kepada:

1. **Ibu Prof. Dr. Dwia Aries Tina Palubuhu, MA**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya dan **Bapak Dr. Eng. Amiruddin, M.Si**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta seluruh jajarannya.
2. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi, M.Si**, selaku Ketua Departemen Statistika, segenap dosen pengajar, dan staf Departemen Statistika yang senantiasa memberikan bimbingan, arahan, dan kemudahan-kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika.



3. **Bapak Dr. La Podje Talangko, M.Si**, selaku Dosen Pembimbing Utama yang telah bersedia meluangkan begitu banyak waktunya dan senantiasa memberikan masukan dan motivasi dalam penyelesaian tugas akhir ini.
4. **Ibu Dr. Anna Islamiyati, M.Si**, selaku Dosen Pembimbing Pertama yang telah membekali ilmu selama bimbingan dan senantiasa memberikan masukan dalam penyelesaian tugas akhir ini.
5. **Ibu Anisa, S.Si., M.Si.** dan **Bapak Drs. Raupong, M.Si**, selaku Tim Penguji. Terima kasih atas saran dan kritikan serta motivasi yang membangun dalam penyusunan tugas akhir ini.
6. Spesial yang tersayang **GAJEBIBEH** yaitu **A. Ade Asrindah, S.Si., Egidia Triayu Tulak, S.Si., Eka Fahreza Hatta, S.Si, Fitri Annisa, S.Si., Nurwasari, S.Si., Putri Indi Rahayu, S.Si, Reski Wahyunik, S.Si, Riska Arruan B.S.** Terima kasih karena telah dengan senantiasa menjadi sahabat yang selama ini mengisi hari-hari penulis selama beberapa tahun terakhir dalam menjalani rutinitas perkuliahan, membantu, memotivasi dan mendukung dalam menyelesaikan skripsi.
7. Teman-teman **Alimun Mirzad, Muh. Idil Islami, S.Si., Nur Wahidah Abdurrauf, S.Si., Rahmat Aliyas, Irfan Taufik, S.Si**, dan seluruh teman-teman **Statistika 2013** yang belum sempat disebutkan namanya. Terima kasih atas bantuan dan dukungan yang diberikan kepada penulis.
8. Keluarga besar **HIMATIKA FMIPA UNHAS** terkhusus **Binomial 2013** terima kasih atas ilmu yang mungkin tidak bisa didapatkan diproses perkuliahan.
9. Teman-teman **KKN Gel. 93 Kec. Bungoro, Pangkep** terkhusus posko **Desa Tabo-Tabo** yang telah menjadi saudara dan sahabat bagi penulis selama masa KKN.
10. Sahabat terbaik penulis **Lisa Polimpung**. Terima kasih karena selalu ada ketika penulis membutuhkan terutama disaat penulis kehilangan semangat.

ada semua pihak yang tidak dapat penulis tuliskan satu persatu. Terima kasih atas dukungan, doa, dan partisipasi yang diberikan dalam penyusunan tugas akhir ini.



Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam tugas akhir ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tugas akhir ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca.

Makassar, 19 Agustus 2017

Penulis



PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Katherine Marselina Manuputty
NIM : H 121 13 308
Program Studi : Statistika
Departemen : Statistika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty - Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

“Pemodelan *Generalized Space Time Autoregressive* Dengan Variabel Eksogen”

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal 19 Agustus 2020

Yang Menyatakan

(Katherine Marselina Manuputty)



ABSTRAK

Model runtun waktu digunakan untuk meramalkan kondisi yang akan datang berdasarkan data sebelumnya. Tidak hanya membahas tentang waktu, runtun waktu juga membahas tentang ruang yang disebut model ruang dan waktu. Salah satu model ruang dan waktu adalah model GSTAR, yaitu model yang menjelaskan hubungan antara ruang dan waktu dengan asumsi parameter yang berbeda untuk tiap lokasi. Sering kali model ruang dan waktu dipengaruhi oleh variabel lain dalam model yang disebut variabel eksogen. Model GSTAR yang dipengaruhi variabel eksogen disebut GSTARX. Pada penelitian ini digunakan data inflasi di Makassar, Bone dan Parepare periode Mei 2014 – Desember 2018 serta data Indeks Harga Konsumen (IHK) di Indonesia sebagai variabel eksogen. Dalam memodelkan GSTARX digunakan metode OLS untuk mengestimasi parameter tiap lokasi dan bobot lokasi seragam untuk menjelaskan hubungan antar lokasi. Sehingga didapatkan model GSTARX untuk tiap lokasi dimana Makassar menjadi lokasi dengan model terbaik. Dan berdasarkan model yang terbentuk didapatkan hasil ramalan untuk 6 bulan kedepan dari ketiga lokasi.

Kata Kunci : ruang waktu, GSTAR, GSTARX, OLS, bobot lokasi seragam.



ABSTRACT

Time series models are used to predict future conditions based on previous data. Not only discussing time, time series also discusses space, which is called as space time model. One of the space time models is the GSTAR model, which is a model that explains the relationship between space and time with the assumption of different parameters for each location. Frequently the space time model influenced by other variables in the model called exogenous variables. The GSTAR model that influenced by exogenous variables is called GSTARX. This study uses inflation data in Makassar, Bone and Parepare for the period May 2014 - December 2018 and Consumer Price Index (CPI) data in Indonesia as exogenous variables. In modeling GSTARX, the OLS method is used to estimate the parameters for each location and the uniform location weights to explain the relationship between locations. So we get the GSTARX model for each location where Makassar is the location with the best model. And based on the formed models, we obtained the forecast results for the next 6 months from the three locations.

Keywords: space-time, GSTAR, GSTARX, OLS, uniform location weights.



DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERNYATAAN KEOTENTIKAN.....	ii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
KATA PENGANTAR	iv
PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH	viii
ABSTRAK.....	ix
ABSTRACT.....	x
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Penelitian.....	3
1.5 Manfaat Penulisan	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Time Series.....	4
2.2 Model Space Time Autoregressive	4
2.3 Model Generalized Space Time Autoregressive	5
2.4 Model Generalized Space Time Autoregressive dengan Variabel Eksogen.....	6
2.5 Uji Kestasioneran	7
2.6 Pemilihan Bobot Lokasi pada Model GSTARX.....	8
2.7 Estimasi Parameter.....	8
2.8 Akaike's Information Criterion	11
2.9 Lokasi dan Indeks Harga Konsumen	11



BAB III METODOLOGI PENELITIAN	14
3.1 Sumber Data	14
3.2 Identifikasi Variabel	14
3.3 Metode Analisis Data	14
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1 Identifikasi Data	16
4.2 Uji Augmented Dickey Fuller	18
4.3 Bobot Lokasi Seragam	18
4.4 Menentukan Orde Model GSTARX	19
4.5 Estimasi Parameter Model GSTARX (1,1) dengan OLS	20
4.6 Pemilihan Model Terbaik	23
4.7 Forecasting	24
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	26
5.1 Kesimpulan.....	26
5.2 Saran.....	26
DAFTAR PUSTAKA	27
LAMPIRAN.....	29



DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Koefisien korelasi untuk data inflasi antar lokasi	17
Tabel 4. 2 Hasil uji ADF pada data inflasi di tiga lokasi	18
Tabel 4. 3 Nilai AIC untuk data inflasi	19
Tabel 4. 4 Nilai AIC untuk lokasi Makassar, Bone, dan Parepare	24
Tabel 4. 5 Hasil ramalan ketiga lokasi 6 bulan kedepan.....	24



DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Plot time series data inflasi tiga lokasi dari Mei 2014 – Des 2018 16



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data inflasi lokasi Makassar, Bone, dan Parepare	30
Lampiran 2. Data IHK Indonesia.....	32
Lampiran 3. Hasil uji korelasi Pearson.....	34
Lampiran 4. Hasil uji ADF	35
Lampiran 5. Pemilihan orde AR.....	36



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Peramalan merupakan suatu teknik untuk memperkirakan suatu nilai pada masa yang akan datang dengan memperhatikan data masa lalu maupun data saat ini. Metode peramalan dibagi dalam dua kategori utama, yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif. Metode kualitatif lebih banyak menuntut analisis yang didasarkan pada pemikiran intuitif, perkiraan logis, dan informasi yang telah diperoleh peneliti sebelumnya. Berbeda dengan metode kualitatif, metode kuantitatif membutuhkan informasi masa lalu yang dikuantitatifkan dalam bentuk data numerik. Pada metode kuantitatif terdapat dua jenis model peramalan, yaitu model regresi (*regression*) dan model deret waktu (*time series*). *Time series* merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu yang tetap. Model *time series* digunakan untuk meramalkan kondisi yang akan datang dengan menggunakan data historis dan mengekstrapolasikan pola tersebut ke masa depan. (Aswi & Sukarna, 2006).

Model *time series* tidak hanya dapat digunakan untuk data dengan satu variabel (*univariate*), tetapi juga dapat digunakan untuk data dengan banyak variabel (*multivariate*). Berbeda dengan *univariate time series*, selain membahas tentang waktu *multivariate time series* juga membahas tentang ruang. Model ini dikenal sebagai model ruang waktu (*space time*). Salah satu model ruang waktu adalah Model *Space Time Autoregressive* (STAR) yang dikembangkan oleh Pfeifer dan Deutsch (1980). Model STAR merupakan model yang menjelaskan ketergantungan sistematis antara observasi pada tiap daerah. Namun model ini masih memiliki kekurangan

menentukan parameter yang menjelaskan hubungan antara ruang dan waktu. Model STAR, parameter yang menjelaskan hubungan antara ruang dan waktu sama untuk semua lokasi sehingga hanya dapat digunakan pada lokasi yang homogen. Oleh karena itu model ini kemudian disempurnakan melalui



suatu model yang cenderung lebih fleksibel dalam penentuan parameternya yang dikenal sebagai *generalized space time autoregressive*.

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) yang dikembangkan oleh Ruchjana (2002) mengasumsikan bahwa parameter setiap lokasi harus berbeda, sehingga model ini sesuai digunakan pada lokasi-lokasi yang dianggap heterogen. Namun, model ruang waktu tidak hanya dipengaruhi oleh pengamatan sebelumnya di lokasi, tetapi terdapat variabel lain yang dapat mempengaruhi model yang disebut variabel eksogen. Model ruang waktu yang melibatkan variabel eksogen, dinotasikan dengan X , akan memperoleh hasil pemodelan yang lebih baik dibandingkan model tanpa variabel eksogen. Model GSTAR yang dipengaruhi oleh variabel eksogen dalam suatu pengamatan disebut GSTARX.

Berdasarkan uraian di atas, penulis akan melakukan kajian mengenai “**Pemodelan *Generalized Space Time Autoregressive* Dengan Variabel Eksogen**” yang akan diterapkan pada data inflasi di Makassar, Bone, dan Parepare periode Mei 2014 – Desember 2018 dengan Indeks Harga Konsumen (IHK) Indonesia sebagai variabel eksogen.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan model GSTARX terbaik dari data inflasi di lokasi Makassar, Bone, dan Parepare?
2. Bagaimana penerapan model GSTARX pada peramalan inflasi di lokasi Makassar, Bone, dan Parepare?

1.3 Batasan Masalah

Pada tulisan ini model dibatasi pada GSTARX (1,1), yakni model GSTARX orde *autoregressive* 1, orde *moving average* diasumsikan 0, dan orde spasial hasan difokuskan pada penentuan model GSTARX. Berdasarkan data yang n akan diidentifikasi model GSTARX terbaik dari data inflasi di lokasi



Makassar, Bone, dan Parepare dengan variabel eksogen berupa Indeks Harga Konsumen Indonesia.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penulisan ini adalah untuk

1. Mendapatkan model GSTARX terbaik dari data inflasi di lokasi Makassar, Bone, dan Parepare.
2. Mendapatkan hasil peramalan inflasi di lokasi Makassar, Bone, dan Parepare menggunakan model GSTARX.

1.5 Manfaat Penulisan

Tulisan ini diharapkan dapat menambah wawasan mengenai kajian analisis time series yang mencakup ruang dan waktu yang berkorelasi antar lokasi dan melibatkan variable eksogen.



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Time Series

Time series merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu yang tetap. Ciri-ciri dalam pembentukan model *time series* adalah dengan mengasumsikan bahwa data dalam keadaan stasioner. *Time series* yang stasioner adalah relative tidak terjadi kenaikan ataupun penurunan nilai secara tajam pada data. Model *time series* dapat digunakan untuk *time series* satu variabel (*univariate*) maupun banyak variabel (*multivariate*). *Time series* dengan banyak variabel tidak hanya membahas tentang waktu, tapi juga membahas tentang ruang. (Aswi & Sukarna, 2006)

2.2 Model Space Time Autoregressive

Model *Space Time Autoregressive* (STAR), dikenalkan oleh Pfeifer dan Deutsch (1980), merupakan model ruang waktu yang dikategorikan berdasarkan lag yang berpengaruh secara linier dalam lokasi dan waktu. Model ini menjelaskan ketergantungan sistematis antara observasi pada tiap daerah. Model STAR (p, λ_k) dengan orde autoregressive p dan orde spasial λ_k dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\mathbf{Z}_{(t)} = \sum_{s=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \Phi_{sl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}_{(t-s)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{(t)} \quad (2.1)$$

dengan

$\mathbf{Z}_{(t)}$: vektor acak ukuran ($N \times 1$) pada waktu t

s : lag waktu, $s = 1, 2, \dots, p$

l : lag spasial, $l = 0, 1, 2, \dots, \lambda_k$

Φ_{sl} : parameter *autoregressive* pada lag waktu s dan lag spasial l

$\mathbf{W}^{(l)}$: matriks bobot ukuran ($N \times N$) pada lag spasial l , $\mathbf{W}^{(0)}$ didefinisikan sebagai matriks identitas ($N \times N$)



$\boldsymbol{\varepsilon}_{(t)}$: vektor *error* terhadap waktu t berukuran $(N \times 1)$ yang diasumsikan bebas dan normal dengan mean nol dan variansii yang konstan

Model STAR memiliki kelemahan pada asumsi parameter yaitu diasumsikan bahwa semua lokasi mempunyai parameter yang sama, sehingga hanya sesuai digunakan pada lokasi yang diasumsikan homogen. Model STAR cenderung tidak fleksibel atau kurang sesuai diterapkan pada lokasi yang heterogen. (Pfeifer & Deutsch, 1980)

2.3 Model Generalized Space Time Autoregressive

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan model yang menjelaskan hubungan antara ruang dan waktu dengan asumsi parameter ruang dan waktu berbeda untuk setiap lokasi sehingga dapat diterapkan pada lokasi yang dianggap heterogen. (Borovkova, Lopuha, & Ruchjana, 2002)

Model $GSTAR(p, \lambda_k)$ dengan orde autoregressive p dan orde spasial λ_k dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\mathbf{Z}_{(t)} = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \boldsymbol{\Phi}_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}_{(t-k)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{(t)} \quad (2.2)$$

dengan

$\mathbf{Z}_{(t)}$: vektor acak ukuran $(N \times 1)$ pada waktu t

k : lag waktu, $k = 1, 2, \dots, p$

l : lag spasial, $l = 0, 1, 2, \dots, \lambda_k$

$\boldsymbol{\Phi}_{kl}$: matriks diagonal parameter *autoregressive* berukuran $(N \times N)$ pada lag waktu k dan lag spasial l

$\mathbf{W}^{(l)}$: matriks bobot untuk spasial lag l , $\mathbf{W}^{(0)}$ didefinisikan sebagai matriks identitas $(N \times N)$

$\boldsymbol{\varepsilon}_{(t)}$: vektor *error* terhadap waktu t berukuran $(N \times 1)$ yang diasumsikan bebas dan normal dengan mean nol dan variansii yang konstan



2.4 Model Generalized Space Time Autoregressive dengan Variabel Eksogen

Model *Generalized Space Time Autoregressive* dengan variabel eksogen (GSTARX) adalah model yang menjelaskan hubungan antar ruang dan waktu dengan parameter yang dianggap berbeda untuk setiap lokasi dan terdapat variabel lain yang mempengaruhi model. Model GSTARX sebelumnya telah diteliti oleh Reza Mubarak dan Suhartono tahun 2015, Felicia, dkk, tahun 2018, dan Henny Agustina tahun 2018. Model GSTARX dengan orde autoregressive p dan orde spasial λ_k , GSTARX (p, λ_k) dapat dituliskan sebagai berikut (Astuti *et al*, 2016)

$$\mathbf{Z}_{(t)} = \left(\sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}_{(t-k)} \right) + \boldsymbol{\gamma} \mathbf{X}_{(t)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{(t)} \quad (2.3)$$

dengan

$\mathbf{Z}_{(t)}$: vektor acak ukuran $(N \times 1)$ pada waktu t

k : lag waktu, $k = 1, 2, \dots, p$

l : lag spasial, $l = 0, 1, 2, \dots, \lambda_k$

Φ_{kl} : matriks diagonal parameter *autoregressive* berukuran $(N \times N)$ pada lag waktu k dan lag spasial l

$\boldsymbol{\gamma}$: matriks parameter dari variabel eksogen

$\mathbf{X}_{(t)}$: vektor variabel eksogen

$\mathbf{W}^{(l)}$: matriks bobot untuk spasial lag l , $\mathbf{W}^{(0)}$ didefinisikan sebagai matriks identitas $(N \times N)$

$\boldsymbol{\varepsilon}_{(t)}$: vektor *error* terhadap waktu t berukuran $(N \times 1)$ yang diasumsikan bebas dan normal dengan mean 0 dan variansi yang konstan

Misalkan model GSTARX dengan orde autoregressive 1 dan orde spasial 1,

GSTARX (1,1), dengan lokasi $N = 3$, persamaan (2.3) dapat dituliskan sebagai



$$\begin{bmatrix} Z_{1(t)} \\ Z_{2(t)} \\ Z_{3(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{10}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{10}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{10}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-1)} \\ Z_{2(t-1)} \\ Z_{3(t-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{11}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{11}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-1)} \\ Z_{2(t-1)} \\ Z_{3(t-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{(t)} \\ X_{(t)} \\ X_{(t)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{(t)} \\ \varepsilon_{(t)} \\ \varepsilon_{(t)} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

2.5 Uji Kestasioneran

Ciri dalam pembentukan model *time series* adalah dengan mengasumsikan bahwa data dalam keadaan stasioner. *Time series* dikatakan stasioner ketika relatif tidak terjadi kenaikan ataupun penurunan nilai secara tajam pada data. Dengan kata lain fluktuasi data berada pada sekitar nilai rata-rata yang konstan. (Aswi & Sukarna, 2006)

Kestasioneran data dapat diperiksa dengan menggunakan grafik dan uji formal. Pemeriksaan kestasioneran data menggunakan grafik dapat dilakukan dengan membuat plot *time series* antara nilai peubah Z_t dengan waktu t . Selain dengan grafik, pemeriksaan kestasioneran data juga dapat dilakukan dengan melakukan uji formal yaitu dengan uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF). Persamaan uji ADF yaitu

$$Z_t = \rho Z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

dengan

Z_t : Pengamatan pada waktu t

ρ : koefisien autoregresif

ε_t : *error* pada waktu t

Hipotesis yang digunakan dalam uji ADF adalah

H_0 : $\rho = 1$ (data belum stasioner atau mengandung akar unit)

H_1 : $\rho \neq 1$ (data sudah stasioner atau tidak mengandung akar unit)



Statistik uji yang digunakan

$$t_{hit} = \frac{\hat{\rho}-1}{\sigma\hat{\rho}}$$

Tolak H_0 jika t_{hit} lebih besar dari nilai kritis pada tabel Mackinnon atau jika tingkat signifikansi pada uji ADF lebih kecil dari derajat kebebasan (α). Jika data belum stasioner dalam mean maka dilakukan differencing, sedangkan jika data belum stasioner dalam variansii maka dilakukan transformasi. (Siagian, 2018)

2.6 Pemilihan Bobot Lokasi pada Model GSTARX

Karakteristik model ruang dan waktu adalah adanya korelasi dalam waktu maupun lokasi. Korelasi antar lokasi dinyatakan dengan matriks bobot. Salah satu syarat dari matriks bobot adalah jumlah semua entri pada setiap baris sama dengan satu dan diasumsikan bobot suatu lokasi terhadap dirinya sendiri bernilai nol. Ada banyak metode yang dapat digunakan untuk menentukan bobot lokasi, salah satunya adalah bobot seragam. Bobot seragam memberikan nilai bobot yang sama untuk masing-masing lokasi sehingga bobot seragam sering kali digunakan pada data yang mempunyai jarak antar lokasi yang dianggap sama. Nilai dari bobot seragam dihitung (Nurani, 2002) dengan

$$w_{ij} = \frac{1}{n_i} \tag{2.6}$$

dengan n_i adalah jumlah lokasi yang berdekatan dengan lokasi ke- i . Contoh matriks bobot seragam untuk tiga lokasi yang berbeda dapat ditulis (Astuti *et al*, 2016)

$$\begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

Estimasi Parameter

Estimasi parameter yang dapat digunakan dalam model GSTARX salah satunya adalah metode estimasi *Ordinary Least Square* (OLS). Estimasi parameter



model GSTARX dengan metode OLS dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat errornya. Dimisalkan model GSTARX (1,1) untuk 3 lokasi. Estimasi parameter model GSTARX (1,1) dengan metode OLS berdasarkan persamaan (2.3) dapat dilakukan dengan mengubah bentuknya menjadi bentuk linier terlebih dahulu. (Luthkepol, 2005)

$$\mathbf{Z}(t) = \left(\sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}_{(t-k)} \right) + \boldsymbol{\gamma} \mathbf{X}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

$$\mathbf{Z}(t) = \left(\sum_{k=1}^p (\Phi_{k0} \mathbf{W}^{(0)} \mathbf{Z}_{(t-k)} + \Phi_{k1} \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{Z}_{(t-k)}) \right) + \boldsymbol{\gamma} \mathbf{X}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

$$\mathbf{Z}(t) = \Phi_{10} \mathbf{Z}_{(t-k)} + \Phi_{11} \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{Z}_{(t-k)} + \boldsymbol{\gamma} \mathbf{X}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

Dalam bentuk matriks dapat dituliskan sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} Z_{1(t)} \\ Z_{2(t)} \\ Z_{3(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{10}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{10}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{10}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-1)} \\ Z_{2(t-1)} \\ Z_{3(t-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{11}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{11}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-1)} \\ Z_{2(t-1)} \\ Z_{3(t-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ X(t) \\ X(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(t) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(t) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(t) \end{bmatrix}$$

Sehingga ketika diubah dalam bentuk linier $\mathbf{Z} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ dapat dituliskan menjadi

$$\begin{bmatrix} Z_{1(t)} \\ Z_{2(t)} \\ Z_{3(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1(t-1)} & 0 & 0 & V_{1(t-1)} & 0 & 0 & X(t) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{2(t-1)} & 0 & 0 & V_{2(t-1)} & 0 & 0 & X(t) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{3(t-1)} & 0 & 0 & V_{3(t-1)} & 0 & 0 & X(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{10}^{(1)} \\ \phi_{10}^{(2)} \\ \phi_{10}^{(3)} \\ \phi_{11}^{(1)} \\ \phi_{11}^{(2)} \\ \phi_{11}^{(3)} \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(t) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(t) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(t) \end{bmatrix}$$

menggunakan prinsip minimum kuadrat *error*

$$(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\varepsilon}' \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{Z} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})' (\mathbf{Z} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$$



$$= \mathbf{Z}'\mathbf{Z} - \mathbf{Z}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}'\boldsymbol{\beta}'\mathbf{Z} + \mathbf{X}'\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

$$S(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{Z}'\mathbf{Z} - 2\mathbf{X}'\boldsymbol{\beta}'\mathbf{Z} + \mathbf{X}'\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

Turunan pertama $S(\boldsymbol{\beta})$ terhadap $\boldsymbol{\beta}$ adalah

$$\frac{\partial S(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$\frac{\partial (\mathbf{Z}'\mathbf{Z} - 2\mathbf{X}'\boldsymbol{\beta}'\mathbf{Z} + \mathbf{X}'\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$-2\mathbf{X}'\mathbf{Z} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = 0$$

$$-\mathbf{X}'\mathbf{Z} + \mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = 0$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{X}'\mathbf{Z}$$

Jika kedua ruas dikalikan dengan $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$, maka diperoleh

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}$$

$$\mathbf{I}\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}$$

sehingga diperoleh estimator parameter sebagai berikut

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z} \quad (2.7)$$

Berdasarkan persamaan (2.3) dapat ditulis menjadi

$$\begin{bmatrix} Z_{1(t-1)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{2(t-1)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{3(t-1)} \\ V_{1(t-1)} & 0 & 0 \\ V_{2(t-1)} & 0 & 0 \\ 0 & V_{3(t-1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ X_{(t)} & 0 & 0 \\ 0 & X_{(t)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t-1)} & 0 & 0 & V_{1(t-1)} & 0 & 0 & X_{(t)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{2(t-1)} & 0 & 0 & V_{2(t-1)} & 0 & 0 & X_{(t)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{3(t-1)} & 0 & 0 & V_{3(t-1)} & 0 & 0 & X_{(t)} \end{bmatrix}^{-1}$$



$$\begin{bmatrix} Z_{1(t-1)} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{2(t-1)} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{3(t-1)} \\ V_{1(t-1)} & 0 & 0 \\ 0 & V_{2(t-1)} & 0 \\ 0 & 0 & V_{3(t-1)} \\ X_{(t)} & 0 & 0 \\ 0 & X_{(t)} & 0 \\ 0 & 0 & X_{(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1(t)} \\ Z_{2(t)} \\ Z_{3(t)} \end{bmatrix}$$

2.8 Akaike's Information Criterion

Akaike's Information Criterion (AIC) adalah suatu kriteria pemilihan model terbaik yang diperkenalkan oleh Akaike (1973) dengan mempertimbangkan banyaknya parameter dalam model. Kriteria AIC dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$AIC = n \times \ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2f + n + n \times \ln(2\pi) \quad (2.8)$$

dengan

\ln : logaritma natural

SSE : *Sum Square Error*

n : banyaknya pengamatan

f : banyaknya parameter dalam model

Semakin kecil nilai AIC yang diperoleh berarti semakin baik model yang digunakan. (Aswi & Sukarna, 2006)

2.9 Inflasi dan Indeks Harga Konsumen

Inflasi adalah kecenderungan naiknya harga barang dan jasa secara terus-menerus dimana barang dan jasa tersebut merupakan kebutuhan pokok masyarakat. Inflasi merupakan proses dari suatu peristiwa, bukan tinggi-rendahnya tingkat harga. Artinya tingkat harga yang dianggap tinggi belum tentu menunjukkan inflasi. Inflasi

indikator untuk melihat tingkat perubahan dan dianggap terjadi jika proses harga berlangsung secara terus-menerus dan saling mempengaruhi.

(www.bps.go.id, diakses tanggal 11 September 2019)



Inflasi dapat digolongkan menjadi inflasi ringan, sedang, berat, dan tak terkendali berdasarkan kumulatif pertahunnya. Besarnya inflasi kumulatif pertahun akan mempengaruhi dampak inflasi. Inflasi akan berdampak negatif ketika inflasi sedang, berat, atau tak terkendali terjadi. Harga bahan baku untuk produksi akan naik menyebabkan biaya produksi juga akan meningkat, sehingga daya beli konsumen akan semakin menurun karena harga barang dan jasa semakin mahal. Sebaliknya inflasi akan berdampak positif apabila inflasi ringan terjadi. (Sumantri dan Latifah, 2019)

Inflasi sedang, berat, atau tak terkendali akan berdampak negatif terhadap perputaran uang, hutang Negara, tingginya permintaan, biaya produksi, dan perubahan kurs rupiah. Jika uang yang diproduksi dalam suatu Negara semakin banyak, maka produk yang akan dijual ke masyarakat juga akan semakin mahal. Hal ini menyebabkan ketidakseimbangan yang diakibatkan oleh perputaran uang yang terlalu banyak. Akibatnya tingkat konsumsi akan meningkat. Meningkatnya permintaan namun tidak dibarengi dengan kuantitas produk menyebabkan harga produk cenderung naik. Selain meningkatnya permintaan, perubahan kurs rupiah juga dapat mempengaruhi harga produk. Jika kurs rupiah menurun, maka akan membuat produsen kesulitan untuk memperoleh bahan baku dan barang modal yang mempunyai kandungan impor tinggi. Sehingga akan berdampak pada naiknya biaya impor barang dalam keperluan proses produksi. Biaya produksi yang mahal akan mempengaruhi tingkat harga domestik yang merupakan cerminan naiknya indeks harga konsumen. Meningkatnya indeks harga konsumen akan menyebabkan naiknya tingkat inflasi. (Langi *et al*, 2014)

Untuk mendapatkan nilai inflasi digunakan rumus sebagai berikut

$$i = \frac{IHK_n - IHK_{n-1}}{IHK_{n-1}} \times 100\% \quad (2.9)$$



In : inflasi

IHK_n : indeks harga konsumen tahun dasar

IHK_{n-1} : indeks harga konsumen tahun sebelumnya

Indeks harga konsumen adalah indeks yang mengukur rata-rata perubahan harga antar waktu dari suatu jenis barang dan jasa yang dikonsumsi di suatu daerah pada suatu periode tertentu. IHK sering digunakan untuk mengukur tingkat inflasi suatu Negara dan juga sebagai pertimbangan untuk penyesuaian gaji, upah, dan uang pensiun, dan kontrak lainnya. Perhitungan IHK diperoleh dari besarnya persentase kenaikan harga barang dan jasa yang dikelompokkan dalam tujuh kelompok pengeluaran, yaitu kelompok bahan makan, kelompok makanan jadi, minuman, dan tembakau, kelompok perumahan, kelompok sandang, kelompok kesehatan, kelompok pendidikan dan olahraga, dan kelompok transportasi dan komunikasi. Perubahan IHK dari waktu ke waktu menggambarkan tingkat kenaikan (inflasi) atau tingkat penurunan (deflasi) dari barang/jasa kebutuhan rumah tangga sehari-hari. (<https://sulsel.bps.go.id>, diakses tanggal 11 September 2019)

Untuk memperkirakan nilai IHK, digunakan

$$IHK = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{P_{ni}}{P_{(n-1)i}} (P_{(n-1)i} Q_{0i})}{\sum_{i=1}^k P_{0i} Q_{0i}} \times 100\% \quad (2.10)$$

dengan

IHK : indeks harga konsumen

P_{ni} : harga jenis komoditi i pada bulan ke n

$P_{(n-1)i}$: harga jenis komoditi i pada bulan ke $n - 1$

$(P_{(n-1)i} Q_{0i})$: nilai konsumsi jenis komoditi i pada bulan ke $n - 1$

$P_{0i} Q_{0i}$: nilai konsumsi jenis komoditi i pada tahun dasar

