

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistical Process Control (SPC) atau pengendalian kualitas statistik merupakan sekumpulan alat statistik dan analisis yang sangat bermanfaat. Tujuan utama dari pengendalian proses statistik adalah meningkatkan mutu dan efisiensi. Salah satu alat utama dalam perangkat pengendalian kualitas adalah peta kendali, yang berfungsi secara efektif untuk mendeteksi perubahan dalam suatu proses (Montgomery, 2009). Konsep peta kendali pertama kali diperkenalkan oleh W. A. Shewhart (1929) yang kemudian dikenal sebagai peta kendali Shewhart. Namun, metode ini memiliki keterbatasan utama, yaitu hanya mempertimbangkan informasi dari sampel terbaru dan mengabaikan data dari sampel sebelumnya. Akibatnya, peta kendali Shewhart relatif tidak sensitif terhadap perubahan kecil dalam proses, kisaran 1,5 dari standar deviasi atau kurang (Vargas et al., 2004). Untuk mengatasi keterbatasan tersebut, dikembangkan metode yang lebih sensitif terhadap perubahan kecil yaitu peta kendali Cumulative Sum (CUSUM) yang diperkenalkan oleh Page (1954) dan peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)* oleh Roberts (1959). Kedua metode ini efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses, sehingga dapat meningkatkan akurasi pemantauan dan pengendalian kualitas.

Peta kendali CUSUM digunakan untuk mengukur penyimpangan kumulatif dari rata-rata atau nilai target. Peta kendali CUSUM mengintegrasikan seluruh data secara berurutan dengan memplot jumlah kumulatif dari penyimpangan nilai sampel terhadap nilai target (Abbas dkk, 2013). Namun berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Vargas dkk, (2004) peta kendali EWMA memiliki interpretasi yang jauh lebih luas. Terlihat bahwa peta kendali CUSUM secara praktis tidak menunjukkan titik-titik di luar kendali untuk tingkat variasi antara $\pm 1,0$ standar deviasi. Untuk tingkat variasi ini, bagan kendali EWMA lebih efisien daripada CUSUM.

Para peneliti sebelumnya lebih lanjut melakukan investigasi terhadap peta kendali EWMA sejak diperkenalkan pertama kali oleh Roberts (1959), salah satunya yaitu Lucas & Saccucci (1990) yang mengembangkan prosedur desain untuk peta kendali EWMA dan mengeksplorasi parameter yang jarang digunakan, meningkatkan sensitivitas peta kendali EWMA dengan menambahkan fitur *fast initial response* dan mengkombinasikan peta kendali Shewhart-CUSUM. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa parameter EWMA yang tidak umum digunakan dapat meningkatkan sensitivitas terhadap pergeseran kecil dalam proses. Selain itu, fitur tambahan seperti FIR, kombinasi Shewhart-CUSUM dapat meningkatkan kinerja peta kendali dalam berbagai kondisi.

Shamma & Shamma (1992) memperkenalkan metode baru dari EWMA yaitu peta kendali *double EWMA (DEWMA)* yaitu grafik asimptotik mengontrol batas kendali dan parameter pemulusan untuk statistik EWMA guna menghasilkan peta kendali EWMA yang lebih efektif untuk perubahan kecil. Peta kendali DEWMA yang diperkenalkan tersebut memiliki kinerja yang jauh lebih unggul dibandingkan peta kendali Shewhart dalam mendeteksi pergeseran kecil hingga sedang. Selain itu, DEWMA memiliki karakteristik yang serupa dengan EWMA namun parameter λ dan L yang diperlukan untuk mengoptimalkan reduksi *Average Run Length (ARL)* lebih luas dibandingkan EWMA. Peta kendali DEWMA juga memiliki variabilitas yang lebih rendah dan efek

penghalus yang lebih kecil. Namun, peta kendali DEWMA dan EWMA memiliki kinerja yang sebanding dalam mendeteksi pergeseran rata-rata proses. Selain DEWMA yang merupakan metode baru yang merupakan pengembangan dari EWMA, ada juga *Adaptive EWMA* (AEWMA) yang diperkenalkan oleh Capizzi & Masarotto (2003). Peta kendali AEWMA yaitu peta kendali yang menyesuaikan bobot pengamatan sebelumnya berdasarkan fungsi dari *error*. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa AEWMA memberikan perlindungan lebih seimbang terhadap berbagai ukuran perubahan dalam proses dibandingkan dengan peta kendali Shewhart dan EWMA.

Abbas dkk, (2013) merekomendasikan penggunaan peta kendali *mixed EWMA-CUSUM* (MEC) dengan motivasi untuk lebih meningkatkan sensitivitas struktur peta kendali, khususnya untuk pergeseran kecil dan sedang. Peta kendali MEC yang direkomendasikan untuk mendeteksi pergeseran dalam rata-rata proses dan mengevaluasi ARL. Perbandingan peta kendali MEC dengan CUSUM dan EWMA menunjukkan bahwa penggabungan kedua peta kendali tersebut membuat peta kendali yang diusulkan menjadi lebih sensitif terhadap pergeseran kecil dalam rata-rata proses dibandingkan peta kendali lain yang dirancang untuk mendeteksi pergeseran kecil. Peta kendali MEC telah digunakan oleh beberapa penulis sebelumnya seperti Asmara dkk, (2021) yang mengkaji mengenai peta kendali *Mixed Multivariat EWMA-CUSUM* untuk memonitor rata-rata proses pada kualitas produksi air. Dalam penelitian ini pembuatan peta kendali dibagi menjadi dua bagian, yaitu MEC1 dan MEC2. Selanjutnya, proses produksi air dikarakterisasi berdasarkan musim kemarau dan musim hujan. Berdasarkan hasil analisis, didapatkan bahwa λ optimum pada proses produksi saat musim kemarau dan musim hujan untuk bagan kendali MEC1 adalah 0,3. Sedangkan λ optimum pada proses produksi saat musim kemarau dan musim hujan untuk bagan kendali MEC2 adalah 0,1. Pada kondisi ini, diagram kendali MEC1 lebih sensitif dibandingkan dengan diagram kendali MEC2 karena jumlah pengamatan yang berada di luar batas kendali lebih banyak.

Salah satu kelemahan utama dari peta kendali seperti CUSUM dan EWMA adalah keterlambatan dalam mendeteksi perubahan diawal proses hingga dapat menghambat respons cepat terhadap penyimpangan. Untuk mengatasi hal ini Lucas & Crosier (1982) memperkenalkan mekanisme atau modifikasi tambahan yang diterapkan pada peta kendali atau diperkenalkan sebagai fitur. Fitur yang diperkenalkan tersebut adalah *Fast Initial Response* (FIR) yang merupakan mekanisme tambahan yang meningkatkan respons awal suatu peta kendali. Fitur FIR pada peta kendali CUSUM oleh Crosier tersebut yaitu membuat C_0^+ dan $C_0^- = \frac{h}{2}$ yang umumnya bernilai 0. Dengan fitur FIR, peta kendali CUSUM mempercepat peta terutama diawal proses dalam mendeteksi pengamatan *Out of Control* (OOC) yang sangat penting dalam proses. Selanjutnya, Lucas & Saccucci (1990) menggunakan fitur FIR pada peta kendali EWMA dan dari hasil penelitian peta kendali EWMA dengan fitur FIR lebih awal dalam mendeteksi pengamatan OOC dibandingkan dengan peta kendali EWMA.

Fitur FIR sebelumnya hanya menggunakan batas kendali peta kendali EWMA tanpa mempertimbangkan efek waktu dalam variansi statistik EWMA karenanya Steiner (1999) mengusulkan pendekatan dengan lebih mempersempit batas kendali yang bervariasi seiring waktu pada peta kendali EWMA, menggunakan penyesuaian yang menurun secara eksponensial. Metode ini bertujuan untuk meningkatkan sensitivitas

deteksi perubahan awal dalam proses, sehingga memungkinkan respons yang lebih cepat terhadap pergeseran kecil dalam rata-rata proses. Fitur FIR oleh Steiner juga dikenal sebagai *Basic Fast Initial Response* (BFIR) yaitu menambahkan mekanisme tambahan pada batas kendali berupa faktor perkalian. Selanjutnya Haq dkk, (2014) memperkenalkan fitur FIR yaitu *Modified Fast Initial Response* (MFIR) yang merupakan pengembangan dari Steiner. Untuk meningkatkan kinerja BFIR, dilakukan penyesuaian lebih lanjut dengan menggunakan transformasi pangkat terhadap waktu t . Modifikasi ini menghasilkan *Modified FIR* (MFIR), yang dirancang untuk memberikan respons yang lebih cepat dan akurat dalam mendeteksi perubahan awal pada proses. Pengembangan fitur MFIR selanjutnya dilakukan oleh Letshedi dkk, (2021) dilakukan untuk lebih meningkatkan kemampuan deteksi perubahan awal sambil mempertahankan keandalan jangka panjang. Fitur FIR oleh Letshedi dkk atau dikenal sebagai *Improve FIR* (IMFIR) menggunakan pendekatan berbasis faktor transformasi yang memungkinkan batas kendali lebih ketat di awal proses, tetapi tetap stabil seiring waktu. Fitur ini memberikan peningkatan signifikan dalam sensitivitas deteksi dibandingkan BFIR dan MFIR, terutama pada sistem yang membutuhkan respons cepat terhadap variasi proses.

Meskipun fitur IMFIR yang diperkenalkan oleh Letshedi dkk, (2021) telah menunjukkan peningkatan dalam sensitivitas deteksi perubahan awal dibandingkan FIR dan MFIR, penelitian lebih lanjut diperlukan untuk memastikan bahwa fitur ini dapat beradaptasi secara optimal dengan berbagai kondisi proses. Salah satu tantangan utama dari IMFIR adalah bagaimana menyeimbangkan antara peningkatan sensitivitas awal dan stabilitas jangka panjang. Oleh karena itu, pengembangan lebih lanjut terhadap fitur IMFIR menjadi langkah penting dalam meningkatkan kemampuan peta kendali dalam mendeteksi perubahan. Dengan demikian, pengembangan fitur IMFIR agar lebih adaptif dan efisien dalam berbagai skenario pemantauan proses, sekaligus memastikan bahwa peningkatan sensitivitas deteksi awal tidak mengorbankan stabilitas jangka panjang peta kendali.

Oleh sebab itu peneliti ingin mengetahui perbandingan tiap fitur yaitu BFIR, MFIR, IMFIR dan pengembangannya pada peta kendali MEC. Peta kendali MEC dengan berbagai fitur FIR akan diterapkan dalam pemantauan kualitas air pada produksi air di PDAM Tirta Je'ne'berang Makassar tahun 2023. Berdasarkan uraian yang telah dijelaskan sebelumnya maka penulis mengangkat judul "**Perbandingan Fitur Fast Initial Response Pada Peta Kendali *Mixed Exponentially Weighted Moving Average Cumulative Sum* (MEC)**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana pengaruh fitur FIR terhadap sensitivitas deteksi perubahan awal peta kendali MEC dalam pemantauan kualitas air di PDAM Tirta Je'ne'berang Makassar tahun 2023?
2. Bagaimana kinerja peta kendali MEC dengan fitur FIR, dalam mendeteksi pergeseran proses berdasarkan *Average Run Length* (ARL) menggunakan Simulasi Monte Carlo?

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah, maka ruang lingkup dalam penelitian ini akan dibatasi agar tidak menimbulkan penafsiran yang lebih luas, adapun ruang lingkup dalam penelitian ini dibatasi beberapa hal yaitu:

1. Metode yang digunakan dalam menentukan kinerja ARL adalah metode rantai markov untuk peta kendali MEC dengan fitur FIR.
2. Pembobot pada peta kendali MEC yang digunakan adalah 0,1, 0,25, 0,5 dan 0,75.
3. Nilai f pada fitur FIR yang digunakan yaitu 0,1, 0,25, 0,5 dan 0,75.
4. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari PDAM Tirta Je'ne'berang Gowa.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis pengaruh fitur Fast Initial Response (FIR) terhadap sensitivitas deteksi perubahan awal pada peta kendali Mixed Exponentially Weighted Moving Average Cumulative Sum (MEC) dalam pemantauan kualitas air di PDAM Tirta Je'ne'berang Makassar tahun 2023.
2. Mengevaluasi kinerja peta kendali MEC dengan fitur FIR dalam mendeteksi pergeseran proses berdasarkan *Average Run Length* (ARL) menggunakan pendekatan Markov Chain.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam pengembangan metode pemantauan proses dengan meningkatkan sensitivitas deteksi perubahan awal pada peta kendali Mixed Exponentially Weighted Moving Average Cumulative Sum (MEC) melalui fitur Fast Initial Response (FIR). Analisis kinerja peta kendali MEC menggunakan *Average Run Length* (ARL) berbasis *Markov Chain* diharapkan dapat memberikan wawasan bagi praktisi dan peneliti dalam memilih fitur FIR yang paling efektif untuk berbagai kondisi pemantauan proses. Selain itu, penelitian ini juga diharapkan dapat memberikan manfaat praktis bagi industri, khususnya dalam pemantauan kualitas air di PDAM Tirta Je'ne'berang Makassar, guna meningkatkan efektivitas sistem pengendalian kualitas dan respons terhadap perubahan dalam proses produksi air.

1.6 Kajian Teori

1.6.1 Peta Kendali

Peta kendali adalah alat yang paling berguna, paling efektif, dan paling umum digunakan diantara alat-alat lainnya. Konsep peta kendali pertama kali diperkenalkan oleh Shewhart (1929). Peta kendali adalah tampilan grafis dan karakteristik yang menarik untuk pemantauan parameter proses. Tujuan utama peta kendali adalah untuk memberikan sinyal tepat waktu ketika proses diluar kendali. Tindakan kontra aktif diperlukan untuk menghilangkan penyebab khusus pada variasi ketika peta kendali menunjukkan proses sebagai OOC (Hussain et al., 2020).

Montgomery (2009) peta kendali adalah alat paling penting dalam pengendalian kualitas statistik yang membedakan variasi tidak wajar dari variasi alami. Peta kendali umumnya dirancang untuk mendeteksi tiga jenis pergeseran yaitu kecil ($\delta \leq 1,5\sigma$), sedang ($1,5\sigma \leq \delta \leq 3\sigma$), dan besar ($\delta > 3\sigma$) dalam proses parameter seperti lokasi dan skala (Abbas et al., 2019). Peta kendali secara umum dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis yaitu peta kendali atribut dan peta kendali variabel. Peta kendali atribut atau peta kendali sifat adalah peta kendali untuk karakteristik kualitas hasil produksi yang dikelompokkan kedalam hasil produk yang rusak atau tidak rusak, baik atau jelek, dan sesuai atau tidak sesuai. Contoh peta kendali atribut yang sering digunakan adalah peta kendali p , np , c , dan u . Sedangkan peta kendali variabel adalah peta kendali untuk karakteristik kualitas hasil produksi yang dapat diukur dan dinyatakan dalam anagka. Data yang dibutuhkan untuk penerapan peta kendali ini adalah seperti berat, ketebalan, Panjang, volume, diameter. Beberapa contoh peta kendali variabel adalah peta kendali \bar{X} dan R dan peta kendali \bar{X} dan S .

1.6.2 Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA)

Peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) diperkenalkan pertama kali oleh Roberts (1959). Sama halnya dengan CUSUM, peta kendali EWMA digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil (Montgomery, 2009). Statistik EWMA didefinisikan sebagai berikut:

$$Z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad (1)$$

dimana:

Z_i : nilai EWMA $i = 1, 2, 3, \dots, n$

λ : pembobot EWMA ($0 < \lambda < 1$)

x_i : pengamatan ke- i

$Z_0 = \mu_0$: nilai awal yang merupakan nilai target

Struktur EWMA memiliki batas kendali atas (UCL), batas kendali bawah (LCL) dan garis tengah (CL) yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda_q)^{2i}]} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda_q)^{2i}]} \end{aligned} \quad (2)$$

L pada persamaan (2) digunakan sebagai koefisien lebar antara UCL dan LCL untuk laju alarm palsu yang ditentukan sebelumnya. Montgomery, (2009) menemukan bahwa nilai $L = 3$ bekerja dengan cukup baik.

1.6.3 Peta Kendali *Cumulative Sum* (CUSUM)

Peta kendali *Cumulative Sum* (CUSUM) awalnya diperkenalkan oleh Page pada tahun 1954. Peta kendali CUSUM cocok untuk mendeteksi pergeseran kecil dan berkelanjutan dalam suatu proses. Peta kendali CUSUM menggunakan deviasi kumulatif dari nilai target. Ada dua versi dari peta kendali CUSUM yang digunakan untuk mengevaluasi kondisi diluar kendali yaitu CUSUM *V-mask* dan CUSUM tabular, akan tetapi CUSUM tabular adalah jenis yang paling umum digunakan (Montgomery, 2009). CUSUM tabular yang merupakan salah satu penyajian untuk peta kendali CUSUM digunakan dengan cara mengakumulasikan pergeseran diatas nilai target yang dilambangkan dengan C_i^+ dan C_i^- untuk pergeseran dibawah nilai target (Montgomery, 2009). Nilai dari C_i^+ dan C_i^- dapat dihitung dari:

$$\begin{aligned} C_i^+ &= (x_i - \mu_0) - K + C_{i-1}^+ \\ C_i^- &= -(x_i - \mu_0) - K + C_{i-1}^- \end{aligned} \quad (3)$$

C_i^+ : upper CUSUM ke- i
 C_i^- : lower CUSUM ke- i
 x_i : pengamatan ke- i
 μ_0 : nilai target
 $C_0^+ = C_0^- = 0$: nilai awal

Penyusunan peta kendali CUSUM diperlukan dua parameter yaitu K dan nilai h . Nilai K (slack value) adalah nilai referensi yang berubah-ubah untuk peta kendali yang diusulkan dan didefinisikan sebagai (Hussain et al., 2020):

$$K = k\sigma \quad (4)$$

k merupakan konstanta referensi dipilih relatif terhadap ukuran pergeseran yang ingin dideteksi. Sedangkan h merupakan interval keputusan atau batas kendali, yaitu:

$$\begin{aligned} UCL &= h\sigma \\ CL &= 0 \\ LCL &= -h\sigma \end{aligned} \quad (5)$$

Montgomery (2009) merekomendasikan nilai k yaitu 0.5 dan nilai $h = 4$ atau $h = 5$ pada desain peta kendali CUSUM membuat peta kendali mendeteksi pergeseran yang kecil (1σ) lebih baik.

1.6.4 Peta Kendali *Mixed EWMA-CUSUM* (MEC)

Peta kendali *Mixed Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) dan *Cumulutave Sum* (CUSUM) atau bisa disingkat menjadi peta kendali MEC merupakan kombinasi statistik EWMA pada persamaan (1) dan (2) dan statistik CUSUM pada persamaan (3). Nilai MEC diperoleh dari MEC_i^+ dan MEC_i^- dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ dari peta kendali CUSUM (C_i^+ dan C_i^-) yang nilai awalnya ditetapkan adalah nol ($MEC_i^+ = MEC_i^- = 0$) dan nilainya bergantung pada nilai Q_i dari peta kendali EWMA pada persamaan (1) yaitu:

$$Q_i = \lambda_q Y_i + (1 - \lambda_q) Q_{i-1} \quad (6)$$

dimana:

Q_i : Nilai EWMA $i = 1, 2, 3, \dots, n$

λ_q : pembobot EWMA ($0 < \lambda < 1$)
 Y_i : pengamatan ke- i
 $Q_0 = \mu_0$: nilai awal yang merupakan nilai target
 Selanjutnya variansi dari Q_i , yaitu:

$$Var(Q_i) = \sigma_Y^2 \left(\frac{\lambda_q}{2-\lambda_q} \left[1 - (1-\lambda_q)^{2i} \right] \right) \quad (7)$$

Kemudian nilai MEC diperoleh dari statistik peta kendali CUSUM pada persamaan (3) didefinisikan sebagai berikut (Abbas et al., 2013):

$$\begin{aligned} MEC_i^+ &= \max[0, (Q_i - \mu_0) - a_i + MEC_{i-1}^+] \\ MEC_i^- &= \max[0, -(Q_i - \mu_0) - a_i + MEC_{i-1}^-] \end{aligned} \quad (8)$$

dimana:

MEC_i^+ : upper MEC ke- i
 MEC_i^- : lower MEC ke- i
 μ_0 : nilai target
 $MEC_0^+ = MEC_0^- = 0$: nilai awal

nilai a_i merupakan nilai *slack value* pada MEC dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$a_i = a^* \sqrt{Var(Q_i)} = a^* \sigma_Y \sqrt{\frac{\lambda_q}{2-\lambda_q} \left[1 - (1-\lambda_q)^{2i} \right]} \quad (9)$$

Sedangkan batas kendali pada peta kendali MEC didefinisikan sebagai berikut:

$$b_i = b^* \sqrt{Var(Q_i)} = b^* \sigma_Y \sqrt{\frac{\lambda_q}{2-\lambda_q} \left[1 - (1-\lambda_q)^{2i} \right]} \quad (10)$$

Nilai a^* pada persamaan (9) dan b^* ada persamaan (10) adalah konstanta yang sama dengan nilai k dan h pada peta kendali CUSUM. Selanjutnya nilai MEC_i^+ dan MEC_i^- yang diperoleh pada persamaan (8) diplotkan terhadap b_i yang merupakan batas kendali peta kendali MEC.

1.6.5 Fitur Fast Initial Response (FIR)

Lucas & Crosier (1982) memperkenalkan mekanisme atau modifikasi tambahan yang diterapkan pada peta kendali atau diperkenalkan sebagai fitur. Fitur yang diperkenalkan tersebut adalah *Fast Initial Response* (FIR) yang merupakan mekanisme tambahan yang meningkatkan respons awal suatu peta kendali. Fitur FIR oleh Lucas dan Crosier membuat $C_0^+ = C_0^- = h/2$ (disebut 50% *head start* atau HS) yang pada umumnya peta kendali CUSUM menentukan $C_0^+ = C_0^- = 0$ (Lucas & Crosier, 1982). Selanjutnya (Lucas & Saccucci, 1990) menambahkan fitur FIR untuk peta kendali EWMA $Z_0^+ = Z_0^- = \pm CL/2$ (HS 50%) yang umumnya $Z_0^+ = Z_0^- = \pm$ garis tengah (CL).

Steiner (1999) memperkenalkan FIR dengan versi yang berbeda dengan tujuan yang sama yaitu memberikan respons diawal lebih cepat terhadap situasi OOC. FIR oleh Steiner atau *Basic FIR* (BFIR) tidak diaplikasikan pada $C_0^+ = C_0^-$ (pada CUSUM) atau $Z_0^+ = Z_0^-$ (pada EWMA) tetapi fitur ditambahkan pada batas kendali. Bentuk statistik dari BFIR yang diperkenalkan oleh Steiner, yaitu:

$$BFIR = \left[1 - (1-f)^{(1+a)(i-1)} \right] \quad (11)$$

Sebagai bentuk pengembangan dari BFIR, Haq et al., (2014) memperkenalkan *Modified Fast Initial Response* (MFIR) yang dapat dihitung dengan statistik:

$$MFIR = [1 - (1 - f)^{1+a(i-1)}]^{1+\frac{1}{i}} \quad (12)$$

Selanjutnya Letshedi et al., (2021) mengembangkan fitur FIR yang sebelumnya dan memperkenalkannya sebagai *Improve* FIR (IMFIR) yang dapat dihitung dengan statistik:

$$IMFIR = [1 - (1 - f)^{1+a(i-1)}]^{i(1+\frac{1}{i})} \quad (13)$$

dimana:

f : faktor penyesuaian seberapa besar efek FIR pada awal pengamatan
($0 < f < 1$)

a : parameter penyesuaian eksponensial yang mengontrol bagaimana batas kendali kembali ke kondisi normalnya seiring waktu.

Nilai a sebagai parameter penyesuaian eksponensial dapat dihitung dengan statistik:

$$a = -\frac{1}{19} \left(1 + \frac{2}{\log_{10}(1-f)} \right) \quad (14)$$

Steiner (1999), memilih nilai $f = 0,5$ dan $a = 0,3$ dalam fitur FIR untuk meningkatkan sensitivitas deteksi awal pada peta kendali EWMA tanpa mengganggu kestabilan jangka panjangnya. Nilai $f = 0.5$ digunakan untuk menyempitkan batas kendali awal hingga 50% dari batas normal, sehingga mempercepat deteksi pergeseran kecil dalam proses, sementara $a = 0,3$ memastikan batas kendali kembali ke nilai asimtotiknya secara bertahap.

1.6.6 Average Run Length (ARL)

Jumlah rata-rata titik sampel yang harus diplot pada peta kendali sebelum suatu titik menunjukkan keadaan tak terkendali (OOC) disebut dengan *Average Run Length* (ARL) (Saghir et al., 2024). ARL merupakan ukuran yang sering digunakan dalam pengendalian kualitas statistik untuk mengevaluasi dan membandingkan kinerja berbagai peta kendali (Han & Tsung, 2009). Semakin kecil ARL, maka semakin kecil pula ekspektasi jumlah sampel yang diperlukan sampai terdapat sinyal OOC. Sehingga dapat dikatakan bahwa semakin cepat grafik kendali mendeteksi adanya dalam pergeseran (Montgomery, 2009).

Dengan adanya ARL jenis peta kendali terbaik dapat dipilih. Jika ARL dalam kendali, semakin besar nilai ARL maka semakin baik jenis peta kendali yang bersangkutan (ARL_0). Jika ARL diluar kendali, semakin kecil nilai ARL maka semakin baik jenis peta kendali yang bersangkutan (ARL_1) (Montgomery, 2009). Ada berbagai metode numerik untuk menghitung nilai ARL, salah satunya adalah metode simulasi Monte Carlo (Abbas, 2018). Simulasi Monte Carlo adalah metode analisis yang menggunakan data acak untuk menghasilkan statistik probabilitas yang membantu memahami pengaruh suatu ketidakpastian. Monte Carlo bekerja sebagai program sederhana yang menghasilkan data acak berdasarkan distribusi tertentu untuk kemudian disimulasikan. Metode ini dapat diterapkan untuk menghitung nilai *Average Run Length* (ARL). Estimasi nilai ARL menggunakan Monte Carlo dapat dihitung menggunakan persamaan berikut (Kanita, 2022): ARL_0

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^N RL_t}{N} \quad (15)$$

dengan:

ARL : Rata-rata titik sampel sebelum terjadi satu *out of control*

RL_t : Jumlah titik sampel sebelum terjadi satu out of control pada simulasi ke- t

N : Jumlah perulangan Simulasi

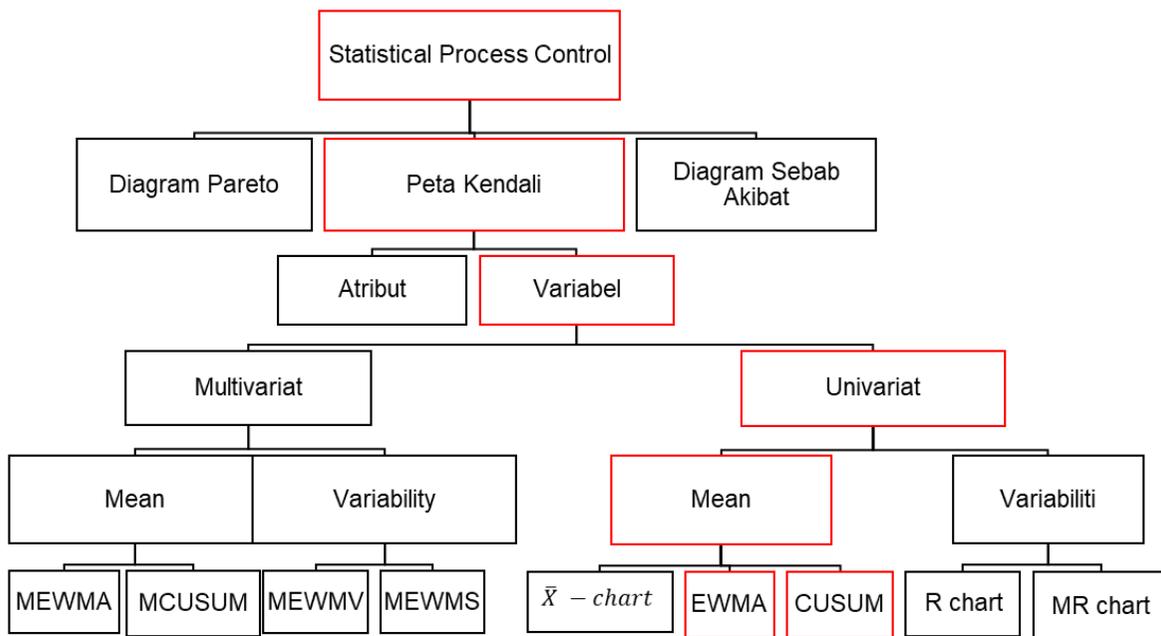
1.6.8 Kualitas Produk Air PDAM Tirta Je'ne'berang

Peraturan Pemerintah Nomor 82 Tahun 2001, air merupakan salah satu sumber daya alam yang memiliki fungsi sangat penting bagi kehidupan manusia, serta untuk memajukan kesejahteraan umum, sehingga merupakan modal dasar dan faktor utama pembangunan. Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Tirta Je'ne'berang Kabupaten Gowa adalah perusahaan yang bergerak dalam bidang produksi air bersih yang memiliki visi yakni menjadi penyedia air minum terbaik di Indonesia melalui pelayanan yang baik dan menjadi kebanggaan karyawan dan masyarakat serta memiliki misi menggunakan mutu dan pelayanan demi kepuasan masyarakat, menjadi tempat karyawan PDAM Tirta Je'ne'berang Gowa untuk berprestasi dan mengembangkan diri serta menjadi salah satu aset kebanggaan masyarakat (Permenkes RI, 2010).

Tahapan pengolahan air di PDAM Tirta Je'ne'berang sebagai berikut:

1. Pra Sedimentasi adalah proses pengendapan untuk memisahkan benda-benda tersuspensi secara gravitasi seperti pasir kasar, pasir halus, dan lumpur dari air baku.
2. Proses aerasi terjadi di aerator, dengan bentuk bangunan cascade (bertingkat), bertujuan untuk memperbanyak intensitas kontak antara air baku (air sungai) dengan oksigen. Hal ini berfungsi untuk meningkatkan *dissolved oxygen*/oksigen terlarut dalam air, pengurangan kandungan bahan organik lainnya, serta untuk menghilangkan bau, warna, dan rasa.
3. Koagulasi adalah proses pemberian koagulan ($Al_2(SO_4)_3$) atau tawas cair dengan maksud mengurangi gaya tolak menolak antara partikel koloid (dissolve solid) atau lumpur sehingga partikel koloid (lumpur) tersebut bisa bergabung menjadi flok-flok kecil. Flokulasi adalah proses pemberian flokulan dengan *polymer anionik*/dukem dengan maksud menggabungkan flok-flok (lumpur) kecil menjadi besar dan stabil sehingga terpisah dengan supernatannya, yang pada akhirnya flok-flok tersebut mengendap di *sludge zone* sedangkan supernatannya (air yang sudah diendapkan lumpurnya) mengalir ke filter.
4. Filtrasi merupakan proses pemisahan padatan yang tidak dapat dipisahkan pada proses sebelumnya, tetapi melalui proses penyaringan cepat dengan menggunakan media pasir silika dan batu gravel.
5. Disinfeksi adalah proses membunuh bakteri yang masih ada di air dengan menggunakan disinfektan gas chlor.
6. Reservoir adalah tandon air yang berfungsi sebagai tempat penampungan air bersih yang berasal dari proses disinfeksi, air ini sudah menjadi air yang bersih yang siap digunakan dan harus dimasak terlebih dahulu untuk kemudian dapat dijadikan air minum.

1.6.9 Kerangka Konsep



Gambar 1. Kerangka Konsep

BAB II METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Pengambilan data dilakukan di Kabupaten Gowa, Provinsi Sulawesi Selatan, tepatnya di Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Tirta Je'ne'berang. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari PDAM Tirta Je'ne'berang Gowa untuk tahun 2023.

2.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini yaitu Klor Bebas atau biasa disebut Cl₂ (X₂) merupakan hasil dari sisa pembubuhan desinfektan berupa klorin yang merupakan salah satu proses dari pengolahan air minum. Alat yang digunakan untuk mengukur Klor bebas disebut Chlorine Tester dengan satuan mg/L. Kadar klor bebas (Cl₂) maksimum menurut peraturan Menteri Kesehatan No.492/MENKES/PER/IV/2010 ialah 0,5 ppm.

2.3 Metode Analisis

Langkah-langkah analisis yang akan dilakukan pada penelitian ini mencapai adalah sebagai berikut:

1. Menghitung nilai ARL untuk mengevaluasi sensitivitas peta kendali *mixed* EWMA-CUSUM dengan fitur BFIR, MFIR, IMFIR dan EIMFIR dengan menggunakan data simulasi.
2. Membandingkan kinerja tiap fitur BFIR, MFIR, IMFIR dan EIMFIR pada MEC dengan melihat ARL.
3. Menguji kenormalan data dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*.
4. Menerapkan peta kendali MEC dengan fitur BFIR pada data, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:
 - i. Menentukan parameter pembobot λ_q bernilai $0 < \lambda_q < 1$.
 - ii. Menghitung nilai Q_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) menggunakan persamaan (6).
 - iii. Menghitung nilai a_i menggunakan persamaan (9).
 - iv. Menghitung titik plot MEC_i^+ dan MEC_i^- menggunakan persamaan (8).
 - v. Menghitung batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) menggunakan persamaan (30).
5. Menerapkan peta kendali MEC dengan fitur MFIR pada data, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:
 - i. Menentukan parameter pembobot λ_q bernilai $0 < \lambda_q < 1$.
 - ii. Menghitung nilai Q_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) menggunakan persamaan (6).
 - iii. Menghitung nilai a_i dengan menggunakan persamaan (9).
 - iv. Menghitung titik plot MEC_i^+ dan MEC_i^- dengan menggunakan persamaan (8).
 - v. Menghitung batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) menggunakan persamaan (31).
6. Menerapkan peta kendali MEC dengan fitur IMFIR pada data, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:
 - i. Menentukan parameter pembobot λ_q bernilai $0 < \lambda_q < 1$.
 - ii. Menghitung nilai Q_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) menggunakan persamaan (6).

- iii. Menghitung nilai a_i dengan menggunakan persamaan (9).
 - iv. Menghitung titik plot MEC_i^+ dan MEC_i^- dengan menggunakan persamaan (8).
 - v. Menghitung batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) menggunakan persamaan (32).
7. Menerapkan peta kendali MEC dengan fitur EIMFIR pada data, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:
- i. Menentukan parameter pembobot λ_q bernilai $0 < \lambda_q < 1$.
 - ii. Menghitung nilai Q_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) menggunakan persamaan (6).
 - iii. Menghitung nilai a_i dengan menggunakan persamaan (9).
 - iv. Menghitung titik plot MEC_i^+ dan MEC_i^- dengan menggunakan persamaan (8).
 - v. Menghitung batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) menggunakan persamaan (34).
8. Menghitung nilai ARL untuk peta MEC dengan fitur BFIR, MFIR, IMFIR dan EIMFIR dengan menggunakan persamaan (17) untuk melihat performa peta kendali dalam mendeteksi pergeseran rata-rata.
9. Melakukan interpretasi hasil analisis yang telah dilakukan yang selanjutnya menarik kesimpulan terhadap penambahan fitur BFIR dan MFIR pada peta kendali MEC.