

**KINERJA PETA KENDALI *TRIPLE EXPONENTIALLY
WEIGHTED MOVING AVERAGE* UNTUK
MENGONTROL RATA-RATA PROSES**

SKRIPSI



MUH. NURUL HIDAYAT

H051181332

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

DESEMBER 2022

**KINERJA PETA KENDALI *TRIPLE EXPONENTIALLY*
WEIGHTED MOVING AVERAGE UNTUK MENGONTROL
RATA-RATA PROSES**

SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

**MUH. NURUL HIDAYAT
H051181332**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
DESEMER 2022**

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

Kinerja Peta Kendali *Triple Exponentially Weighted Moving Average* untuk Mengontrol Rata-rata Proses

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 09 Desember 2022



Muh. Nurul Hidayat

NIM H051181332

**KINERJA PETA KENDALI *TRIPLE EXPONENTIALLY*
WEIGHTED MOVING AVERAGE UNTUK MENGONTROL
RATA-RATA PROSES**

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama



Anisa, S.Si., M.Si.

NIP. 19730227 199802 2 001

Pembimbing Pertama



Siswanto, S.Si., M.Si.

NIP. 19920107 201903 1 012

Ketua Program Studi



Dr. Nurhid Sunusi, S.Si., M.Si.

NIP. 19720117 199703 2 002

Pada 09 Desember 2022

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : Muh. Nurul Hidayat
NIM : H051181332
Program Studi : Statistika
Judul Skripsi : Kinerja Peta Kendali *Triple Exponentially Weighted Moving Average* untuk Mengontrol Rata-rata Proses

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Anisa, S.Si., M.Si. (.....)
2. Sekretaris : Siswanto, S.Si, M.Si. (.....)
3. Anggota : Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. (.....)
4. Anggota : Dra. Nasrah Sirajang, M.Si. (.....)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 09 Desember 2022

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji hanya milik Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala* atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya yang telah diberikan kepada penulis sampai saat ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa sallam. Alhamdulillahil'alaamiin*, berkat rahmat dan kemudahan yang diberikan oleh Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

Penulis tidak akan sampai pada titik ini tanpa dukungan dan bantuan dari pihak yang selalu ada, peduli dan menyayangi penulis. Oleh karena itu, penulis haturkan rasa terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya kepada keluarga terutama orang tua penulis, Ayahanda **Hauduka** dan Ibunda **ST. Haderiyani** yang telah memberikan dukungan penuh, pengorbanan, kesabaran hati, cinta dan kasih sayang, serta dengan ikhlas telah mengiringi setiap langkah penulis dengan doa dan restunya.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika, segenap Dosen Pengajar dan Staf yang telah membekali ilmu dan kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.
4. **Ibu Anisa, S.Si., M.Si.**, selaku Pembimbing Utama dan **Bapak Siswanto S.Si., M.Si.**, selaku Pembimbing Pendamping yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya di tengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk senantiasa memberikan arahan, dorongan, dan motivasi kepada penulis mulai dari awal hingga selesainya penulisan tugas akhir ini.

5. **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si., dan Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.,** selaku Tim Penguji yang telah memberikan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini serta waktu yang telah diberikan kepada penulis.
6. **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.,** selaku Penasehat Akademik penulis. Terima kasih atas segala bantuan, nasehat serta motivasi yang selalu diberikan kepada Penulis selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika Universitas Hasanuddin.
7. Orang tua penulis yang senantiasa memberikan dukungan dan doa selama penulis menempuh perkuliahan di Departemen Statistika Universitas Hasanuddin.
8. Teman-teman **Statistika 2018**, terima kasih untuk segala kebersamaan yang tak terlupakan selama 4 tahun, kerja sama, suka dan duka serta dukungan yang telah diberikan kepada penulis setiap kali penulis menghadapi hambatan dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
9. Teman-teman **LT5** yaitu **Haksar, Nehemia, Nur Azhari, Taufiq Akbar, Edward Timothy, Kevin Ekarinaldo, Syahrul Mubarak, Musafir, Ikhsan Heriansyah, Muhammad Rezky** dan **Hafis Dwi Fernando** yang selalu membersamai sejak awal perkuliahan, dan banyak membantu segala urusan perkuliahan, serta senantiasa terbuka sebagai tempat bertukar pikiran.
10. **Fani Fahira** beserta segenap **Karyawan UD. Masagena Frozen Food** yang telah memberikan izin bagi penulis untuk menggunakan data produksi mereka sebagai data penelitian pada tugas akhir ini.
11. Diri sendiri, yang telah berjuang dan selalu kembali bangkit setelah menghadapi banyak kesulitan dan tantangan hidup, terima kasih karena terus berjuang.
12. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, semoga segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis bernilai ibadah disisi Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam tugas akhir ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tulisan ini memberikan manfaat untuk pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 09 Desember 2022

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Duyul', written in a cursive style.

Muh. Nurul Hidayat

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMIK**

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Muh. Nurul Hidayat
NIM : H051181332
Program Studi : Statistika
Departemen : Statistika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-eksklusif** (*Non-exclusive Royalty- Free Right*) atas tugas akhir saya yang berjudul:

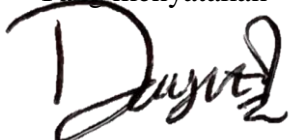
“Kinerja Peta Kendali *Triple Exponentially Weighted Moving Average* untuk Mengontrol Rata-rata Proses”

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal, 09 Desember 2022

Yang menyatakan



(Muh. Nurul Hidayat)

ABSTRAK

Upaya untuk mengontrol kualitas hasil produksi menjadi prioritas utama bagi para produsen untuk menjaga standar mutu produk dan meminimalisir terjadinya kecacatan pada produk. Teknik statistik yang dapat digunakan untuk mengendalikan kualitas produksi ialah peta kendali. Adapun peta kendali yang populer digunakan adalah peta kendali Shewhart. Namun, peta kendali Shewhart memiliki kelemahan dalam mendeteksi adanya pergeseran kecil. Maka, dikembangkanlah peta kendali EWMA dan DEWMA untuk mampu mendeteksi pergeseran kecil. Upaya untuk semakin meningkatkan sensitifitas peta kendali dilakukan dengan mengembangkan peta kendali TEWMA melalui proses peningkatan *exponential smoothing*. Peta kendali TEWMA merupakan pengembangan dari peta kendali EWMA dan DEWMA yang diharapkan untuk mampu mendeteksi pergeseran kecil lebih cepat dibandingkan peta kendali EWMA dan DEWMA. Tujuan penelitian ini adalah mengaplikasikan peta kendali TEWMA dalam mengontrol rata-rata proses pada data penelitian dan membandingkan kinerja peta kendali TEWMA terhadap peta kendali EWMA dan DEWMA berdasarkan dua aspek yaitu jumlah *out of control* dan nilai *Average Run Length* (ARL) yang dihasilkan. Data penelitian yang digunakan adalah data jumlah cacat produksi *nugget* UD. Masagena Frozen Food untuk data mingguan selama periode Juni 2021 hingga Mei 2022. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa peta kendali TEWMA mampu menangkap sinyal *out of control* yang lebih banyak dan menghasilkan nilai ARL yang lebih rendah dibandingkan peta kendali EWMA maupun DEWMA untuk $L = 3$ dan λ bernilai 0.01 sampai 0.99, sehingga menunjukkan bahwa kinerja peta kendali TEWMA lebih baik dalam mendeteksi pergeseran kecil dibandingkan peta kendali EWMA dan DEWMA.

Kata Kunci: *Average run length*, cacat produksi, *exponential smoothing*, *out of control*, pergeseran kecil.

ABSTRACT

Efforts to control the quality of production results are main priority for producers to maintain product quality standards and minimize product defects. A statistical technique that can be used to control production quality is a control chart. The control chart that is popularly used is the Shewhart control chart. However, the Shewhart control chart has a weakness in detecting small shifts. So, the EWMA and DEWMA control charts were developed to be able to detect small shifts. Efforts to further increase the sensitivity of the control chart are carried out by developing the TEWMA control chart through an exponential smoothing improvement process. The TEWMA control chart is a development of the EWMA and DEWMA control charts which are expected to be able to detect small shifts faster than the EWMA and DEWMA control charts. The purpose of this research are to apply the TEWMA control chart to control process averages in the research data and compare the performance of the TEWMA control chart to the EWMA and DEWMA control charts based on two aspects, amount of out of control and the Average Run Length (ARL) value. The research data used is data on the number of defects in the production of nuggets at UD. Masagena Frozen Food for weekly data from June 2021 to May 2022. The results of this study indicate that the TEWMA control chart is able to capture more out of control signals and produce lower ARL values than the EWMA and DEWMA control charts for $L = 3$ and λ value of 0.01 to 0.99, thus indicating that the performance of the TEWMA control chart is better in detecting small shifts than the EWMA and DEWMA control charts.

Keywords: *Average run length, production defects, exponential smoothing, out of control, small shifts.*

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	ii
LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN	iii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Bagan Kendali Shewhart	5
2.2 <i>Exponentially Weighted Moving Average</i>	6
2.3 <i>Double Exponentially Weighted Moving Average</i>	10
2.4 <i>Triple Exponentially Weighted Moving Average</i>	13
2.5 Uji Normalitas	15
2.6 <i>Average Run Length</i>	16
2.7 UD. Masagena Frozen Food	17
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	19
3.1 Sumber Data	19
3.2 Variabel Penelitian	19
3.3 Tahapan Analisis Data.....	19
3.4 Diagram Alir Penelitian.....	21

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	22
4.1 Peta Kendali TEWMA	22
4.1.1 Penentuan Rata-rata Peta Kendali TEWMA	24
4.1.2 Penentuan Variansi Peta Kendali TEWMA	26
4.1.3 Penentuan Batas Kendali TEWMA	29
4.2 Studi Kasus Data Jumlah Cacat Produksi UD. Masagena Frozen Food	29
4.2.1 Uji Normalitas	29
4.2.2 Peta Kendali EWMA	31
4.2.3 Peta Kendali DEWMA	34
4.2.4 Peta Kendali TEWMA	36
4.2.5 Perbandingan <i>Out of Control</i>	41
4.2.6 Perhitungan ARL	41
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	50
5.1 Kesimpulan	50
5.2 Saran	51
DAFTAR PUSTAKA	52
LAMPIRAN	55

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1	Plot Normalitas Data Jumlah Kecacatan	30
Gambar 4.2	Grafik Peta Kendali EWMA untuk $\lambda = 0.6$	33
Gambar 4.3	Grafik Peta Kendali DEWMA untuk $\lambda = 0.6$	36
Gambar 4.4	Grafik Peta Kendali TEWMA untuk $\lambda = 0.6$	40
Gambar 4.5	Perbandingan <i>Out of Control</i> Peta Kendali EWMA, DEWMA, dan TEWMA	41
Gambar 4.6	Perbandingan ARL untuk $k = 0.05$	47
Gambar 4.7	Perbandingan ARL untuk $k = 0.1$	48
Gambar 4.8	Perbandingan ARL untuk $k = 0.25$	48
Gambar 4.9	Perbandingan ARL untuk $k = 0.5$	48

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Penurunan Rumus Identitas Rata-rata Peta Kendali TEWMA	56
Lampiran 2	Data Cacat Produksi <i>Nugget</i> UD. Masagena Frozen Food	60
Lampiran 3	Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov Data Cacat Produksi <i>Nugget</i> UD. Masagena Frozen Food	62
Lampiran 4	Tabel Nilai Kritis Uji Kolmogorov-Smirnov	63
Lampiran 5	Peta Kendali EWMA untuk $\lambda = 0.6$	64
Lampiran 6	Peta Kendali DEWMA untuk $\lambda = 0.6$	66
Lampiran 7	Peta Kendali TEWMA untuk $\lambda = 0.6$	68
Lampiran 8	Jumlah <i>Out of Control</i> Peta Kendali EWMA, DEWMA dan TEWMA	70
Lampiran 9	Perbandingan ARL Peta Kendali EWMA, DEWMA dan TEWMA untuk $k = 0.05$ dan 0.1	72
Lampiran 10	Perbandingan ARL Peta Kendali EWMA, DEWMA dan TEWMA untuk $k = 0.25$ dan 0.5	75
Lampiran 11	Perbandingan ARL Peta Kendali EWMA, DEWMA dan TEWMA untuk $k = 0.75$ dan 1	78
Lampiran 12	Perbandingan ARL Peta Kendali EWMA, DEWMA dan TEWMA untuk $k = 1.25$ dan 1.5	82
Lampiran 13	Perbandingan ARL Peta Kendali EWMA, DEWMA dan TEWMA untuk $k = 1.75$ dan 2	86
Lampiran 14	Perbandingan ARL Peta Kendali EWMA, DEWMA dan TEWMA untuk $k = 3$	90

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring dengan semakin ketat dan meluasnya persaingan pasar, maka setiap para pelaku industri akan terus berusaha bersaing menarik perhatian para konsumen untuk menggunakan produk ataupun layanan yang mereka tawarkan. Kualitas suatu produk menjadi faktor penentu bagi konsumen untuk mempertimbangkan produk atau layanan yang mereka inginkan sehingga perusahaan harus memastikan produk yang mereka hasilkan memiliki mutu yang baik dan berkualitas tinggi agar dapat mempertahankan para konsumennya sekaligus menarik perhatian atau menambah para calon konsumen baru sehingga dapat semakin memperluas pangsa pasar mereka dan meningkatkan *value* produk mereka di mata masyarakat luas.

Produk yang berkualitas dihasilkan melalui proses produksi yang stabil dan terkendali serta memiliki spesifikasi yang baik dan sesuai dengan keinginan dan kebutuhan konsumen. Oleh karena itu, perusahaan perlu menerapkan pengendalian kualitas terhadap produk yang mereka produksi untuk menjaga standar mutu produk dan meminimalisir terjadinya kecacatan pada produk (Widjajati dkk., 2017).

Produk yang dihasilkan akan ditentukan kualitasnya berdasarkan pengukuran atau penilaian karakteristik standar tertentu yang dapat menyebabkan timbulnya penyimpangan atau variasi kualitas. Variasi yang besar dari suatu produk menunjukkan bahwa mutu produk tersebut rendah. Produk cacat sendiri disebabkan oleh variasi parameter kualitas produk itu sendiri. Adapun pengendalian kualitas statistik berupaya untuk mendeteksi dan menekan penyimpangan atau variasi hasil produk tersebut (Febrina dan Fitriana, 2022).

Pengendalian kualitas statistik merupakan metode penyelesaian masalah yang diterapkan untuk memantau, mengontrol, menganalisa, mengelola dan memperbaiki proses produksi menggunakan teknik-teknik statistik (Montgomery, 2009). Teknik statistik yang dapat digunakan untuk pengendalian kualitas adalah peta kendali (*control chart*). Peta kendali merupakan teknik yang diterapkan untuk

memantau dan mendeteksi perubahan dalam suatu proses serta mengendalikan kualitas hasil produksi telah terkontrol secara statistik atau tidak (Gupta, 2021).

Peta kendali yang populer digunakan adalah peta kendali Shewhart. Namun, kelemahan utama dari peta kendali shewhart ialah hanya menangkap informasi dari observasi sampel terbaru dan mengabaikan sampel-sampel terdahulu sehingga kurang efektif dalam mendeteksi pergeseran yang lebih kecil (Muhammadipour dkk., 2021). Peta kendali Shewhart untuk memantau kualitas produk seringkali tidak dapat menampilkan kondisi proses yang sebenarnya, sehingga dikembangkan peta kendali alternatif seperti *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) yang dapat menjadi pilihan untuk data dengan pergeseran kecil (Febrina dan Fitriana, 2022).

EWMA merupakan model pendekatan statistik yang pertama kali diperkenalkan oleh Roberts (1959). Model pendekatan EWMA digunakan untuk mendeteksi kemungkinan adanya pergeseran dalam rata-rata proses. Selanjutnya Shamma (1992) mengembangkan model pendekatan EWMA menjadi model pendekatan *Double Exponentially Weighted Moving Average* (DEWMA) dengan tujuan mendapatkan suatu model yang memiliki nilai sensitivitas lebih tinggi dalam mendeteksi pergeseran nilai rata-rata proses dibandingkan dengan model pendekatan EWMA. Kemudian Alevizakos dkk (2020) mengembangkan model pendekatan EWMA dan DEWMA menjadi model pendekatan *Triple Exponentially Weighted Moving Average* (TEWMA) dengan meningkatkan proses *exponential smoothing* sehingga mampu mendeteksi pergeseran rata-rata yang lebih cepat dibandingkan EWMA maupun DEWMA.

Penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan model pendekatan EWMA telah dilakukan oleh Hakam (2017) pada produksi pipa besi PT. Pacific Angkasa Abadi yang menunjukkan peta kendali EWMA mampu mendeteksi out of control yang lebih banyak dibandingkan peta kendali CUSUM (*Cumulative Sum*) sehingga EWMA lebih sensitif dibandingkan CUSUM. Penelitian Adji dkk (2019) menyatakan bahwa hasil perhitungan dan perbandingan yang ditunjukkan model pendekatan DEWMA lebih cepat mendeteksi pergeseran data produksi Wheeldops PT. Morodadi Prima dengan data tidak normal dari pada model pendekatan EWMA. Penelitian Alevizakos dkk (2020) menunjukkan bahwa

performa peta kendali TEWMA jauh lebih baik dibandingkan EWMA dan DEWMA berdasarkan perbandingan ARL.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti akan membandingkan kinerja peta kendali TEWMA dengan EWMA dan DEWMA dalam memonitoring pergeseran rata-rata pada cacat produksi *nugget* UD. Masagena Frozen Food.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, dapat dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mendapatkan dan menggunakan peta kendali TEWMA pada data jumlah cacat produksi *nugget* UD. Masagena Frozen Food untuk mendeteksi produksi yang tidak terkendali secara statistik?
2. Bagaimana perbandingan kinerja dari peta kendali TEWMA dibandingkan dengan peta kendali EWMA dan DEWMA berdasarkan jumlah *out of control* dan ARL dalam memonitoring pergeseran proses produksi data jumlah cacat produksi *nugget* UD. Masagena Frozen Food?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini berdasarkan rumusan masalah di atas adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan peta kendali TEWMA pada data jumlah cacat produksi *nugget* UD. Masagena Frozen Food untuk mendeteksi produksi yang tidak terkendali secara statistik.
2. Memperoleh perbandingan kinerja dari peta kendali TEWMA dibandingkan dengan peta kendali EWMA dan DEWMA berdasarkan jumlah *out of control* dan ARL dalam memonitoring pergeseran proses produksi data jumlah cacat produksi *nugget* UD. Masagena Frozen Food.

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan adalah data jumlah cacat produksi *nugget* UD. Masagena Frozen Food untuk data mingguan selama periode Juni 2021 sampai Mei 2022.
2. Menggunakan $L = 3$ sebagai lebar batas kontrol serta parameter λ antara 0.01 hingga 0.99 sebagai parameter pembobotan peta kendali.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan manfaat dalam bidang statistika dan matematika dalam memperoleh pengetahuan mengenai perbandingan metode pengendalian kualitas, yaitu peta kendali EWMA, DEWMA dan TEWMA.
2. Memberikan masukan dan saran kepada pihak industri dalam menentukan rancangan pengendalian kualitas dalam upaya meningkatkan kualitas produk

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Bagan Kendali Shewhart

Bagan kendali merupakan salah satu alat penting dalam *Statistical Process Control* yang digunakan sebagai alat bantu untuk mengendalikan kualitas. Bagan kendali secara grafis memberikan gambaran tentang perilaku sebuah proses sekaligus berfungsi untuk memonitor dan mengevaluasi apakah aktivitas atau proses tersebut dalam kondisi yang terkontrol secara statistik atau tidak. Bagan kendali Shewhart merupakan metode bagan kendali yang paling umum digunakan dalam pengontrolan kualitas secara statistik sejak pertama kali diperkenalkan oleh W.A Shewhart dari Bell Telephone Laboratories, Amerika Serikat, pada tahun 1924 (Khamid dkk., 2018).

Saghir dkk (2020) menyatakan bahwa berdasarkan karakteristik data yang digunakan, bagan kendali shewhart dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis, yaitu:

1. Bagan kendali variabel, yaitu bagan kendali yang memonitor karakteristik numerik atau karakteristik kualitas hasil produk yang dapat diukur seperti tinggi, berat, suhu, volume, dan lain-lain.
2. Bagan kendali atribut, bagan kendali yang memonitor karakteristik non-numerik atau karakteristik kualitas yang diklasifikasikan berdasarkan sifat produk seperti produk cacat dan tidak cacat (*good/defective items*), memuaskan atau tidak memuaskan (*satisfied/not-satisfied*), maupun penentuan ukuran kecil, sedang, atau besar (*small/medium/large*).

Terdapat tiga komponen penting pada bagan kendali, yaitu:

1. Batas Kendali Atas (BKA) atau *Upper Control Limit* (UCL), yaitu merupakan garis batas atas untuk suatu penyimpangan yang masih dapat ditoleransi dalam proses produksi.
2. Garis Tengah (GT) atau *Central Line* (CL), yaitu merupakan garis yang menyatakan nilai rata-rata dari karakteristik kualitas hasil produksi yang

akan menjadi dasar pokok perhitungan terjadinya variasi hasil-hasil pengamatan setiap sampelnya.

3. Batas Kendali Bawah (BKB) atau *Lower Control Limit* (LCL), yaitu merupakan garis batas bawah untuk suatu penyimpangan yang masih dapat ditoleransi dalam proses produksi.

Bagan kendali Shewhart ini sendiri berfungsi dengan baik untuk memantau dan mendeteksi pergeseran rata-rata yang besar, tetapi kinerjanya mulai menurun ketika perubahannya semakin kecil (Karoon dkk., 2021).

2.2 *Exponentially Weighted Moving Average*

Model pendekatan EWMA diperkenalkan pertama kali oleh seorang peneliti bernama Roberts pada tahun 1959. Model pendekatan ini dapat digunakan untuk mengontrol data atribut ataupun data variabel dengan menggunakan keseluruhan data-data historis (Blevins dkk., 2019). Selain itu model pendekatan EWMA juga digunakan untuk mendeteksi adanya pergeseran dalam rata-rata suatu proses. Hal ini terjadi karena model pendekatan EWMA menggunakan semua informasi dari semua sampel (Hamsah dkk., 2019).

Menurut Montgomery (2009) pemberian parameter pembobot (λ) bernilai $0 < \lambda \leq 1$ untuk memberikan bobot pada data awal sehingga model pendekatan bisa lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran data. Secara matematis model pendekatan EWMA didefinisikan seperti pada Persamaan (2.1).

$$Z_j = \lambda X_j + (1 - \lambda)Z_{j-1} \quad (2.1)$$

Keterangan:

Z_j : Nilai EWMA rata-rata waktu ke j .

λ : Parameter pembobotan EWMA dengan nilai $0 < \lambda \leq 1$.

X_j : nilai pengamatan pada waktu ke- j

j : waktu atau subgrup dari pengamatan dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$

dengan $X_j (j = 1, 2, \dots, n)$ merupakan peubah acak dari distribusi normal yang saling independen.

Z_0 merupakan nilai awal yang terkadang dapat diperoleh dari nilai rata-rata hasil pengamatan seperti pada Persamaan (2.2).

$$Z_0 = \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} \quad (2.2)$$

Berdasarkan Persamaan (2.1) maka akan diperoleh persamaan-persamaan berikut.

$$\begin{aligned} Z_1 &= \lambda X_1 + (1 - \lambda)Z_{1-1} \\ &= \lambda X_1 + (1 - \lambda)Z_0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} Z_2 &= \lambda X_2 + (1 - \lambda)Z_{2-1} \\ &= \lambda X_2 + (1 - \lambda)Z_1 \\ &= \lambda X_2 + (1 - \lambda)[\lambda X_1 + (1 - \lambda)Z_0] \\ &= \lambda X_2 + \lambda(1 - \lambda)X_1 + (1 - \lambda)^2 Z_0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} Z_3 &= \lambda X_3 + (1 - \lambda)Z_{3-1} \\ &= \lambda X_3 + (1 - \lambda)Z_2 \\ &= \lambda X_3 + (1 - \lambda)[\lambda X_2 + \lambda(1 - \lambda)X_1 + (1 - \lambda)^2 Z_0] \\ &= \lambda X_3 + \lambda(1 - \lambda)X_2 + \lambda(1 - \lambda)^2 X_1 + (1 - \lambda)^3 Z_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.3), (2.4), dan (2.5) dapat direkursi untuk Z_{j-m} , dengan $m = 4, 5, 6, \dots, j$ sehingga diperoleh Persamaan (2.6).

$$\begin{aligned} Z_j &= \lambda X_j + \lambda(1 - \lambda)X_{j-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 X_{j-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{j-2} \\ &\quad X_{j-(j-2)} + \lambda(1 - \lambda)^{j-1} X_{j-(j-1)} + (1 - \lambda)^j Z_{j-j} \\ &= \lambda X_j + \lambda(1 - \lambda)X_{j-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 X_{j-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{j-2} \\ &\quad X_2 + \lambda(1 - \lambda)^{j-1} X_1 + (1 - \lambda)^j Z_0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Persamaan (2.6) secara sederhana dapat dinyatakan seperti dalam Persamaan (2.7) berikut.

$$Z_j = \lambda \sum_{m=0}^{j-1} (1 - \lambda)^m X_{j-m} + (1 - \lambda)^j Z_0 \quad (2.7)$$

atau juga dapat dinyatakan dalam Persamaan (2.8) berikut

$$Z_j = \lambda \sum_{m=1}^j (1 - \lambda)^{j-m} X_m + (1 - \lambda)^j Z_0 \quad (2.8)$$

Terlihat adanya pergerakan *average* yang tidak hanya terjadi untuk X_1 , namun untuk data terbaru X_2, X_3, \dots, X_n . Pergerakan *average* untuk tiap Z_j disebut sebagai Persamaan *moving average* atau rata-rata bergerak.

Selain itu, pada Persamaan (2.6) dapat diperhatikan bahwa bobot menurun secara eksponensial dari rata-rata subgrup terdahulu hingga rata-rata subgrup terbaru, yaitu $\lambda(1 - \lambda)^0, \lambda(1 - \lambda)^1, \lambda(1 - \lambda)^2, \dots, \lambda(1 - \lambda)^{j-2}, \lambda(1 - \lambda)^{j-1}$. Pada Z_j terdapat adanya pergerakan *average* serta bobot yang mengalami penurunan secara eksponensial, sehingga Z_j disebut dengan EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*).

Z_j juga memiliki nilai pemusatan dan penyebaran. Nilai pemusatan dari EWMA merupakan nilai rata-rata sedangkan nilai penyebaran merupakan nilai variansi. Nilai rata-rata dari peta kendali EWMA adalah hasil dari ekspektasi Z_j dengan nilai rata-rata yang diinginkan adalah nilai Z_0 yang dinyatakan dengan Persamaan (2.9)

$$E[Z_j] = \mu_0 = Z_0 \quad (2.9)$$

Adapun nilai variansi dari Z_j diberikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sigma_{Z_j}^2 &= var(Z_j) \\ &= \frac{\lambda\sigma_{X_j}^2(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Sehingga diperoleh $Z_j \approx N\left(Z_0, \frac{\lambda\sigma_{X_j}^2(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda}\right)$, yang berarti rata-rata

(μ) = Z_0 dan variansi ($\sigma_{Z_j}^2$) = $\frac{\lambda\sigma_{X_j}^2(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda}$. Kemudian didefinisikan BKA dan BKB untuk diagram kontrol EWMA yang ditunjukkan oleh Persamaan (2.11) dan (2.12).

$$\begin{aligned} BKA &= Z_0 + L\sigma_{Z_j} \\ &= Z_0 + L\sqrt{\frac{\lambda\sigma_{X_j}^2(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda}} \\ &= Z_0 + L\sigma_{X_j}\sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} BKB &= Z_0 - L\sigma_{Z_j} \\ &= Z_0 - L\sqrt{\frac{\lambda\sigma_{X_j}^2(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$= Z_0 - L\sigma_{X_j}\sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda}}$$

Nilai j yang makin meningkat mengakibatkan nilai $(1 - \lambda)^{2j}$ mendekati nol, sehingga nilai variansi $\sigma_{Z_j}^2$ menuju ke nilai limitnya.

$$\sigma_{Z_j}^2 \approx \sigma_{Z_\infty}^2 = \frac{\lambda\sigma_{X_j}^2}{2-\lambda} \tag{2.13}$$

Maka, nilai variansi dari Z_j akan konstan seperti yang ditunjukkan dalam Persamaan (2.13). Selanjutnya Persamaan (2.11) menjadi Persamaan (2.14) yang merupakan BKA pendekatan EWMA dan Persamaan (2.12) menjadi Persamaan (2.15) yang merupakan BKB pendekatan EWMA untuk rata-rata proses.

$$\begin{aligned} BKA &= Z_0 + L\sigma_{X_j}\sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda}} \\ &= Z_0 + L\sigma_{X_j}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned} BKB &= Z_0 - L\sigma_{X_j}\sqrt{\frac{\lambda(1-(1-\lambda)^{2j})}{2-\lambda}} \\ &= Z_0 - L\sigma_{X_j}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \end{aligned} \tag{2.15}$$

Keterangan:

- L : Lebar batas kendali
- BKA : Batas kendali atas
- BKB : Batas kendali bawah
- λ : Parameter pembobotan EWMA
- Z_0 : Garis tengah (*center line*)
- σ_{X_j} : Standar deviasi data

Apabila statistik karakteristik kualitas berada di antara Garis Tengah dan BKA atau BKB , maka suatu proses dapat dikatakan terkendali. Montgomery (2009) menyatakan bahwa konstanta L dapat mempengaruhi jarak antara GT

dengan batas kendali. Umumnya nilai L berada di antara $1 \leq L \leq 6$. Tingkat kesalahan dinyatakan menjadi semakin kecil apabila nilai L semakin tinggi. Peta kendali EWMA diasumsikan bahwa pengamatan prosesnya berdistribusi normal, maka probabilitas pola sebaran data pengamatan mengikuti kurva distribusi normal. Oleh karena itu, digunakan $L = 3$ sebagai lebar batas kontrol untuk peta kendali EWMA.

2.3 *Double Exponentially Weighted Moving Average*

Model pendekatan DEWMA merupakan hasil pengembangan dari model pendekatan EWMA dengan melakukan *exponential smoothing* dua kali. Model pendekatan ini dikembangkan oleh Shamma, S.E dan Shamma, S.K pada tahun 1992. Sebagai hasil dari pengembangan model pendekatan EWMA, model pendekatan DEWMA memiliki karakteristik yang hampir sama. Salah satunya adalah karakter data yang digunakan berdistribusi normal. Model pendekatan DEWMA dibangun dari asumsi bahwa data yang digunakan mengikuti distribusi normal (Abreu dan Schaffer, 2017). Bentuk umum model pendekatan DEWMA seperti pada Persamaan (2.15).

$$Y_j = \lambda Z_j + (1 - \lambda)Y_{j-1} \quad (2.16)$$

Keterangan:

Y_j : Nilai DEWMA rata-rata waktu ke - j .

λ : Parameter pembobotan DEWMA dengan nilai antara $0 < \lambda \leq 1$.

Z_j : Nilai EWMA pada waktu ke - j .

j : waktu atau subgrup dari pengamatan dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$

dengan $Y_0 = Z_0 = \mu_0$ dan *smoothing parameters* λ di antara 0 dan 1, $0 < \lambda \leq 1$.

Berdasarkan Persamaan (2.16) maka diperoleh persamaan-persamaan berikut.

$$\begin{aligned} Y_1 &= \lambda Z_1 + (1 - \lambda)Y_{1-1} \\ &= \lambda Z_1 + (1 - \lambda)Y_0 \\ Y_2 &= \lambda Z_2 + (1 - \lambda)Y_{2-1} \\ &= \lambda Z_2 + (1 - \lambda)Y_1 \\ &= \lambda Z_2 + (1 - \lambda)[\lambda Z_1 + (1 - \lambda)Y_0] \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$= \lambda Z_2 + \lambda(1 - \lambda)Z_1 + (1 - \lambda)^2 Y_0 \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} Y_3 &= \lambda Z_3 + (1 - \lambda)Y_{3-1} \\ &= \lambda Z_3 + (1 - \lambda)Y_2 \\ &= \lambda Z_3 + (1 - \lambda)[\lambda Z_2 + \lambda(1 - \lambda)Z_1 + (1 - \lambda)^2 Y_0] \\ &= \lambda Z_3 + \lambda(1 - \lambda)Z_2 + \lambda(1 - \lambda)^2 Z_1 + (1 - \lambda)^3 Y_0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Persamaan (2.17), (2.18), dan (2.19) dapat direkursi untuk Y_{j-m} , dengan $m = 4, 5, 6, \dots, j$ sehingga diperoleh Persamaan (2.20).

$$\begin{aligned} Y_j &= \lambda Z_j + \lambda(1 - \lambda)Z_{j-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 Z_{j-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{j-2} \\ &\quad Z_{j-(j-2)} + \lambda(1 - \lambda)^{j-1} Z_{j-(j-1)} + (1 - \lambda)^j Y_{j-j} \\ &= \lambda Z_j + \lambda(1 - \lambda)Z_{j-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 Z_{j-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{j-2} \\ &\quad Z_2 + \lambda(1 - \lambda)^{j-1} Z_1 + (1 - \lambda)^j Y_0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Persamaan (2.20) secara sederhana dapat dinyatakan seperti dalam Persamaan (2.21).

$$Y_j = \lambda \sum_{m=0}^{j-1} (1 - \lambda)^m Z_{j-m} + (1 - \lambda)^j Y_0 \quad (2.21)$$

Atau juga dapat dinyatakan dalam Persamaan (2.22) berikut.

$$Y_j = \lambda \sum_{m=1}^j (1 - \lambda)^{j-m} Z_m + (1 - \lambda)^j Y_0 \quad (2.22)$$

Persamaan DEWMA menggunakan hasil perhitungan EWMA ke dalam proses perhitungan DEWMA sehingga dengan mensubstitusikan Persamaan EWMA yaitu Persamaan (2.8) ke dalam Persamaan (2.22), maka akan diperoleh Persamaan (2.23). Adapun Persamaan (2.8) dinyatakan sebagai Z_m dan k merupakan indeks iterasi untuk Z_m dengan $k = 1, 2, \dots, m$.

$$\begin{aligned} Y_j &= \lambda \sum_{m=1}^j (1 - \lambda)^{j-m} Z_m + (1 - \lambda)^j Y_0 \\ &= \lambda \sum_{m=1}^j (1 - \lambda)^{j-m} \left[\lambda \sum_{k=1}^m (1 - \lambda)^{m-k} X_k + (1 - \lambda)^m Z_0 \right] + (1 - \lambda)^j Y_0 \\ &= \lambda^2 \sum_{k=1}^j (j - k + 1)(1 - \lambda)^{j-k} X_k + j\lambda(1 - \lambda)^j Z_0 + (1 - \lambda)^j Y_0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Rata-rata dan variansi dari pendekatan DEWMA menurut Shamma (1992) ditunjukkan pada Persamaan (2.24) dan Persamaan (2.25).

$$\mu_Y = \mu_X \quad (2.24)$$

$$\sigma_{Y_j}^2 = \lambda^4 \frac{\left[1 + (1 - \lambda)^2 - (j + 1)^2(1 - \lambda)^{2j} + (2j^2 + 2j - 1)(1 - \lambda)^{2j+2} - j^2(1 - \lambda)^{2j+4} \right]}{[1 - (1 - \lambda)^2]^3} \sigma^2 \quad (2.25)$$

Didefinisikan BKA dan BKB untuk diagram kontrol DEWMA yang ditunjukkan oleh Persamaan (2.26) dan (2.27).

$$\begin{aligned} BKA &= \mu_0 + L \sqrt{\text{Var}(Y_j)} \\ &= \mu_0 + L \sqrt{\sigma_{Y_j}^2} \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} BKB &= \mu_0 - L \sqrt{\text{Var}(Y_j)} \\ &= \mu_0 - L \sqrt{\sigma_{Y_j}^2} \end{aligned} \quad (2.27)$$

dengan nilai statistik $\sigma_{Y_j}^2$ yang digunakan dari Persamaan (2.25)

Namun, untuk j yang makin meningkat, maka variansi $\sigma_{Y_j}^2$ akan menuju ke nilai limitnya sehingga diperoleh Persamaan (2.28)

$$\sigma_{Y_j}^2 \approx \sigma_{Y_\infty}^2 = \left[\frac{\lambda(\lambda^2 - 2\lambda + 2)}{(2 - \lambda)^3} \right] \sigma_{X_j}^2 \quad (2.28)$$

Sehingga, nilai variansi dari Y_j akan konstan seperti yang ditunjukkan dalam Persamaan (2.28). Selanjutnya BKA pada Persamaan (2.26) akan menjadi Persamaan (2.29) dan BKB pada Persamaan (2.27) akan menjadi Persamaan (2.30)

$$BKA = \mu_0 + L \sqrt{\frac{\lambda(\lambda^2 - 2\lambda + 2)}{(2 - \lambda)^3} \sigma_{X_j}^2} \quad (2.29)$$

$$BKB = \mu_0 - L \sqrt{\frac{\lambda(\lambda^2 - 2\lambda + 2)}{(2 - \lambda)^3} \sigma_{X_j}^2} \quad (2.30)$$

Keterangan:

L : Lebar batas kendali

BKA : Batas kendali atas

- BKB : Batas kendali bawah
 λ : Parameter pembobotan DEWMA
 μ_0 : Garis tengah (*center line*) atau rata-rata
 $\sigma_{X_j}^2$: Variansi data

2.4 Triple Exponentially Weighted Moving Average

Model pendekatan TEWMA diperkenalkan oleh Alevizakos dkk pada tahun 2020 sebagai hasil pengembangan dari model pendekatan EWMA dan DEWMA. Model TEWMA ini menggunakan karakteristik data yang berdistribusi normal seperti halnya EWMA dan DEWMA, hanya saja TEWMA melakukan *exponential smoothing* hingga tiga kali. Bentuk umum model pendekatan TEWMA seperti pada Persamaan (2.31).

$$W_j = \lambda Y_j + (1 - \lambda)W_{j-1} \quad (2.31)$$

Keterangan:

- W_j : Nilai TEWMA rata-rata waktu ke - j .
 λ : Parameter pembobotan TEWMA dengan nilai antara $0 < \lambda \leq 1$.
 Y_j : Nilai DEWMA pada waktu ke - j .
 j : waktu atau subgrup dari pengamatan dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$

dengan $W_0 = Y_0 = Z_0 = \mu_0$ dan parameter λ di antara 0 dan 1, $0 < \lambda \leq 1$.

Berdasarkan Persamaan (2.31) maka diperoleh persamaan-persamaan berikut.

$$\begin{aligned}
 W_1 &= \lambda Y_1 + (1 - \lambda)W_{1-1} \\
 &= \lambda Y_1 + (1 - \lambda)W_0
 \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned}
 W_2 &= \lambda Y_2 + (1 - \lambda)W_{2-1} \\
 &= \lambda Y_2 + (1 - \lambda)W_1 \\
 &= \lambda Y_2 + (1 - \lambda)[\lambda Y_1 + (1 - \lambda)W_0] \\
 &= \lambda Y_2 + \lambda(1 - \lambda)Y_1 + (1 - \lambda)^2 W_0
 \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned}
 W_3 &= \lambda Y_3 + (1 - \lambda)W_{3-1} \\
 &= \lambda Y_3 + (1 - \lambda)W_2 \\
 &= \lambda Y_3 + (1 - \lambda)[\lambda Y_2 + \lambda(1 - \lambda)Y_1 + (1 - \lambda)^2 W_0] \\
 &= \lambda Y_3 + \lambda(1 - \lambda)Y_2 + \lambda(1 - \lambda)^2 Y_1 + (1 - \lambda)^3 W_0
 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Persamaan (2.32), (2.33), dan (2.34) dapat diperumum menjadi bentuk Persamaan (2.35)

$$W_j = \lambda \sum_{m=0}^{j-1} (1-\lambda)^m Y_{j-m} + (1-\lambda)^j W_0 \quad (2.35)$$

Persamaan TEWMA menggunakan nilai statistik DEWMA ke dalam perhitungan TEWMA sehingga dengan mensubstitusikan Persamaan DEWMA yaitu Persamaan (2.23) ke dalam Persamaan (2.35), maka akan diperoleh Persamaan (2.36)

$$W_j = \frac{\lambda^3}{2} \sum_{k=1}^j (1-\lambda)^{j-k} (j-k+1)(j-k+2) X_k + \left(\frac{(1-\lambda)^j}{2} \right) [\lambda j (\lambda j + \lambda + 2) + 2] W_0 \quad (2.36)$$

Rata-rata dan variansi dari pendekatan TEWMA menurut Alevizakos dkk (2020) ditunjukkan pada Persamaan (2.37) dan Persamaan (2.38).

$$\mu_W = \mu_X \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{W_j}^2 = & \left[\frac{\theta^3 \lambda^6}{4} \left[- \left[\frac{j(j^2-1)(j-2)\theta^{j-3}}{1-\theta} \right] - 4 \left[\frac{j(j^2-1)\theta^{j-2}}{(1-\theta)^2} \right] \right. \right. \\ & \left. \left. - 12 \left[\frac{j(j+1)\theta^{j-1}}{(1-\theta)^3} \right] - 24 \left[\frac{(j+1)\theta^j}{(1-\theta)^4} \right] + 24 \left[\frac{1-\theta^{j+1}}{(1-\theta)^5} \right] \right] \\ & + 2\theta^2 \lambda^6 \left[- \left[\frac{j(j^2-1)\theta^{j-2}}{1-\theta} \right] - 3 \left[\frac{j(j+1)\theta^{j-1}}{(1-\theta)^2} \right] - 6 \left[\frac{(j+1)\theta^j}{(1-\theta)^3} \right] \right. \\ & \left. + 6 \left[\frac{1-\theta^{j+1}}{(1-\theta)^4} \right] + \frac{7\theta \lambda^6}{2} \left[- \left[\frac{j(j+1)\theta^{j-1}}{(1-\theta)} \right] - \left[\frac{2(j+1)\theta^j}{(1-\theta)^2} \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[\frac{2(1-\theta^{j+1})}{(1-\theta)^3} \right] \right] + \lambda^6 \left[\left[\left(\frac{1-\theta^{j+1}}{(1-\theta)^2} \right) - \left(\frac{(j+1)\theta^j}{(1-\theta)} \right) \right] \right] \right] \sigma_{X_j}^2 \quad (2.38) \end{aligned}$$

dengan ketentuan $\theta = (1-\lambda)^2$

Didefinisikan BKA dan BKB untuk diagram kontrol TEWMA yang ditunjukkan oleh Persamaan (2.39) dan (2.40).

$$BKA = \mu_0 + L \sqrt{Var(W_j)}$$

$$= \mu_0 + L \sqrt{\sigma_{W_j}^2} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} BKB &= \mu_0 - L \sqrt{Var(W_j)} \\ &= \mu_0 - L \sqrt{\sigma_{W_j}^2} \end{aligned} \quad (2.40)$$

dengan nilai statistik $\sigma_{W_j}^2$, yang digunakan dari Persamaan (2.38)

Namun demikian, untuk j yang makin meningkat, maka variansi $\sigma_{W_j}^2$ akan menuju ke nilai limitnya sehingga diperoleh Persamaan (2.41)

$$\sigma_{W_j}^2 \approx \sigma_{Y_\infty}^2 = \left[\frac{6(1-\lambda)^6\lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4\lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2\lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2} \right] \sigma_{X_j}^2 \quad (2.41)$$

Maka, nilai variansi dari W_j akan konstan seperti yang ditunjukkan dalam Persamaan (2.41). Selanjutnya BKA pada Persamaan (2.39) akan menjadi Persamaan (2.42) dan BKB pada Persamaan (2.40) akan menjadi Persamaan (2.43)

$$BKA = \mu_0 + L \sqrt{\left[\frac{6(1-\lambda)^6\lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4\lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2\lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2} \right] \sigma_{X_j}^2} \quad (2.42)$$

$$BKB = \mu_0 - L \sqrt{\left[\frac{6(1-\lambda)^6\lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4\lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2\lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2} \right] \sigma_{X_j}^2} \quad (2.43)$$

Keterangan:

- L : Lebar batas kendali
- BKA : Batas kendali atas
- BKB : Batas kendali bawah
- λ : Parameter pembobotan TEWMA
- μ_0 : Garis tengah (*center line*) atau rata-rata
- $\sigma_{X_j}^2$: Variansi data

2.5 Uji Normalitas

Uji normalitas adalah uji yang dilakukan untuk menilai suatu sebaran data pada sebuah kelompok data atau variabel, apakah sebaran data tersebut berdistribusi normal atau tidak. Salah satu uji statistik normalitas yang dapat digunakan yaitu uji Kolmogorov-Smirnov yang dirumuskan sebagai berikut

Hipotesis:

- H_0 : Data sampel berdistribusi normal
- H_1 : Data sampel tidak berdistribusi normal

Statistik Uji:

$$D_{hitung} = \max |F_s(x_i) - F_0(x_i)|$$

$$F_s(x_i) = \frac{f_{kum}}{n} \quad (2.44)$$

dengan:

D_{hitung} : Deviasi maksimum

D_{tabel} : Nilai tabel Kolmogorov-Smirnov

$F_0(x_i)$: Fungsi distribusi yang dihipotesiskan distribusi normal

$F_s(x_i)$: Fungsi distribusi kumulatif dari data sampel

f_{kum} : Frekuensi kumulatif ke- i

n : Jumlah sampel

Kriteria Pengujian:

- Jika nilai $D_{hitung} < D_{tabel}$, maka H_0 diterima dan H_1 ditolak
- Jika nilai $D_{hitung} > D_{tabel}$, maka H_0 ditolak dan H_1 diterima

Pengujian normalitas dengan Kolmogorov-Smirnov dapat menggunakan software Minitab atau SPSS, yang apabila $P_{value} > \alpha$ maka H_0 diterima, berarti data sampel berdistribusi normal (Quraisy, 2020).

2.6 Average Run Length

Average Run Length (ARL) merupakan rata-rata banyaknya titik-titik sampel (subgrup) yang harus diamati dan diplot sebelum ditemukannya sinyal ketidakterkendalian atau *out of control* yang pertama. ARL dapat digunakan untuk mengukur performa peta kendali (Nurhaedah dkk., 2020). Secara umum, nilai ARL dirumuskan sebagai berikut (Khamid dkk., 2018).

$$ARL = \frac{1}{p} \quad (2.45)$$

dengan p merupakan probabilitas bahwa satu titik keluar batas kendali, $p \neq 0$. ARL juga dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (2.46)$$

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta} \quad (2.47)$$

Keterangan:

ARL_0 = ARL dalam keadaan terkendali

ARL_1 = ARL dalam keadaan tidak terkendali

α = Probabilitas kesalahan/*error* tipe I (menyatakan keadaan tidak terkendali padahal keadaan terkendali) atau probabilitas suatu titik rata-rata sampel jatuh di luar batas kendali pada saat proses terkendali (α disebut sebagai probabilitas *false alarm*)

β = Probabilitas kesalahan/*error* tipe II (menyatakan keadaan terkendali padahal keadaan tidak terkendali) atau probabilitas suatu titik rata-rata sampel jatuh di dalam batas kendali pada saat proses tidak terkendali

ARL_0 diharapkan harus besar sedangkan ARL_1 harus sekecil mungkin karena terdiri dari jumlah pengamatan yang diharapkan sebelum peta kendali memberikan alarm keadaan di luar kendali yang salah. Semakin kecil ARL_1 , semakin baik kinerja peta kendali (Gupta, 2021).

2.7 UD. Masagena Frozen Food

Masagena *Frozen Food* adalah produsen makanan beku siap saji berupa *nugget*, bakso, ayam-ayam, empek-empek, dan aneka makan beku lainnya yang didirikan pada Maret 2019. Lokasi usaha berada di BTN. Andi Tonro Permai D5B No.8 RT RW Sungguminasa Kab. Gowa. Branding dari usaha ini yaitu Masagena dengan jargon “Harga murah tapi rasa tidak murahan”. Konsep produk dari Masagena *Frozen Food* adalah makanan beku yang beraneka ragam jenisnya dimana setiap produk memiliki rasa, bentuk, bahan baku yang berbeda. Sehingga, proses pembuatan memerlukan beberapa tahapan dengan prosedur yang berbeda

untuk setiap jenisnya. Usaha ini telah mendapatkan izin dari Badan Standarisasi Nasional (BSN) yaitu Standar Nasional Indonesia (SNI) yang berfungsi dalam menjamin semua produk yang dihasilkan telah memenuhi aturan dari pemerintah Indonesia mengenai jaminan mutu produksi.