

SKRIPSI

**STUDI SIFAT KRITIS MODEL SPIN XY MENGGUNAKAN
ALGORITMA METROPOLIS DENGAN SPIN *UPDATE* BERBASIS
PARAMETER TEMPERATUR**

ANDI ANUGRAH CAEZAR TENRIBALI

H211 16 012



DEPARTEMEN FISIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2020



**STUDI SIFAT KRITIS MODEL SPIN XY MENGGUNAKAN
ALGORITMA METROPOLIS DENGAN SPIN *UPDATE* BERBASIS
PARAMETER TEMPERATUR**

SKRIPSI

**Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Program Studi Fisika Departemen Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin.**

**ANDI ANUGRAH CAEZAR TENRIBALI
H211 16 012**

DEPARTEMEN FISIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2020



HALAMAN PENGESAHAN

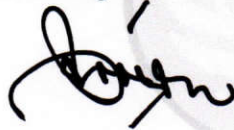
Skripsi ini dikerjakan oleh:

Nama : Andi Anugrah Caezar Tenribali
NIM : H211 16 012
Departemen : Fisika
Judul Skripsi : Studi Sifat Kritis Model Spin XY Menggunakan
Algoritma Metropolis dengan Spin *Update* Berbasis
Parameter Temperatur

Makassar, 03 November 2020

Disahkan oleh:

Pembimbing Utama



Prof. Dr. Tasrief Surungan, M.Sc.
NIP. 19670222 199203 1 003

Pembimbing Pertama



Drs. Bansawang B.J., M.Si.
NIP. 19631206 199412 1 001



PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini merupakan karya orisinal saya dan tidak memuat bahan yang pernah dipublikasi atau ditulis oleh orang lain dalam rangka tugas akhir untuk suatu gelar akademik di Universitas Hasanuddin atau di lembaga pendidikan lainnya di manapun; kecuali bagian yang telah dikutip sesuai kaidah ilmiah yang berlaku. Saya juga menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan dalam batas tertentu dibantu oleh pihak pembimbing.



Andi Anugrah Caezar Tenribali



ABSTRAK

Perubahan fase merupakan kajian sentral dalam fisika khususnya studi tentang sifat kritis bahan. Setiap fase dari suatu sistem memiliki sifat tertentu. Bahan memiliki sifat kritis apabila berada pada wilayah sekitar titik kritis, misalnya temperatur *Curie* untuk bahan feromagnetik. Penelitian ini menelaah sifat kritis model spin XY pada kisi dua dimensi (2D). Metode yang digunakan adalah metode Monte Carlo dengan algoritma Metropolis. Untuk meningkatkan efektifitas algoritma ini, spin di-*update* dengan memperhitungkan parameter temperatur. Hal ini berbeda dengan proses *updating* standar dimana perubahan orientasi spin mengabaikan parameter temperatur. Ukuran linier kisi yang disimulasikan adalah $L = 8, 12, 14,$ dan 16 . Besaran fisis yang dihitung adalah rerata energi majelis, magnetisasi dan panas jenis. Nilai puncak panas jenis untuk tiap kisi pada *update* 1 berkisar pada temperatur $1,478; 1,383; 1,48; 1,573$ J/k masing-masing untuk $L = 8, 12, 14,$ dan 16 . Nilai puncak panas jenis untuk tiap kisi pada *update* 1 berkisar pada temperatur $1,478; 1,383; 1,48; 1,573$ J/k untuk kisi $L = 8, 12, 14,$ dan 16 . Nilai puncak panas jenis untuk tiap kisi pada *update* 2 berkisar pada temperatur $1,668; 1,763; 1,76; 1,667$ J/k untuk kisi $L = 8, 12, 14,$ dan 16 .

Kata Kunci: Spin XY, Metode Monte Carlo, Algoritma Metropolis, Sifat Kritis, *Spin Update*.



ABSTRACT

Phase transition is a central theme of study in physics, especially in the study of critical properties of matter. Each phase of a system has certain properties. The material has critical properties around the critical point, for example the Curie temperature for ferromagnetic system. This study examines the critical properties of the XY spin model on a two-dimensional (2D) lattice. The method used is the Monte Carlo method with the Metropolis algorithm. To increase the effectiveness of this algorithm, the spin is updated by taking into account the temperature parameter. This is different from the standard updating process where the change in spin orientation ignores temperature parameters. We simulated various sizes of lattice, i.e., with linear size $L = 8, 12, 14,$ and 16 . The physical quantities calculated are the ensemble average of energy, magnetization and specific heat. The result obtained is an estimate of the Korstelitz-Thouless transition temperature based on its specific heat peak. The peak specific heat for each lattice obtained from update 1 ranges from $1.478; 1,383; 1.48; 1.573 \text{ J / k}$ for $L = 8, 12, 14,$ and 16 . The peak for each lattice in update 1 ranges from $1.478; 1,383; 1.48; 1.573 \text{ J / k}$, respectively; for $L = 8, 12, 14,$ and 16 . The peak specific heat for each lattice in update 2 ranges from $1.668; 1,763; 1.76; 1,667 \text{ J / k}$ for $L = 8, 12, 14,$ and 16 .

Keywords: Spin XY, Monte Carlo Method, Metropolis Algorithm, Critical Properties, Spin Update.



KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul “**Studi Sifat Kritis Model Spin XY Menggunakan Algoritma Metropolis dengan Spin Update Berbasis Parameter Temperatur**”. Berbagai upaya telah dilakukan penulis untuk menyelesaikan penulisan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana strata satu.

Dalam penyelesaian skripsi penulis telah mengalami berbagai hambatan dan menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, hal ini terjadi karena keterbatasan pengetahuan yang dimiliki oleh penulis. Namun atas kehendak-Nya hambatan tersebut berhasil dilalui oleh penulis sehingga penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan. Dengan segala kerendahan hati, penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada:

1. Keluarga tercinta, kedua orang tua penulis Ayahanda (**Andi Mattingara**) dan Ibunda (**Andi Rahmawati**) yang memotivasi penulis untuk menjadi lebih baik yang tidak pernah memutuskan doanya dan senantiasa mendukung dari kejauhan moral maupun material. Adik penulis **Andi Nurul Azizah Tenrilili** yang telah menemani dan mendukung penulis hingga sekarang. Semoga Allah senantiasa memberi kesehatan dan meridhai untuk penulis senantiasa membahagiakan dan membanggakan beliau.
2. Kepada keluarga besar tercinta, nenek penulis (**Hj A. Tanda**), paman dan tante penulis (**Puang Anto, Puang Amir, Puang Nanni, Puang Chychy, Puang Phia**) yang juga senantiasa memberi dukungan moral maupun materil kepada penulis, sepupu-sepupu penulis (**A. Era, A. Yusuf, A. Fadhil, A. Puput, A. Aulia**) yang sudah menemani dan memberi dukungan penulis sampai sekarang.
3. **Prof. Dr. Tasrief Surungan, M.Sc.** dan **Drs Bansawang BJ, M.Si** selaku bimbing penulis yang telah banyak meluangkan waktunya untuk berikan bimbingan, motivasi serta saran yang sangat membangun selama kukan penelitian dan penyelesaian skripsi ini.



4. **Prof. Dr. rer-nat Wira Bahari Nurdin, M.Eng. Sc** dan **Dr. Nurlaela Rauf, M. Sc.** selaku penguji yang telah memberikan masukan, kritikan dan saran kepada penulis.
5. Bapak **Prof. Dr. Arifin, M.T,** dan Bapak **Eko Juarlin, S.Si., M.Si.** selaku ketua Departemen Fisika dan sekretaris Departemen Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin, yang telah memberi masukan dan motivasi kepada penulis untuk segera menyelesaikan tugas akhir.
6. Seluruh **Dosen** dan **Staf** Departemen Fisika UNHAS yang telah mendampingi dan membimbing penulis selama dibangku perkuliahan.
7. Seluruh **Dosen** dan **Staf** Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin yang telah mendidik dan membagi ilmunya kepada penulis.
8. Kepada sahabat seperjuangan penulis selama dibangku perkuliahan HMKA (**Aldin, Muzul, Tama, Faras, Patrik**) sebagai partner diskusi dalam berbagai hal dan HMKA girl (**Evi, Nopi, Hilda, Apni, Riri**) teman diskusi sekaligus teman jalan. semoga dimanapun kalian berada HMKA tetap eksis.
9. Kepada teman-teman seperjuangan Fisika angkatan 2016 (**Aii, Aldin, Angra, Apni, Arif, Arya, Cahya, Dayah, Dewa, Ekky, Epik, Faras, Fina, Firda, Hilda, Ida, Ido, Indri, Kevin, Lili, Lina, Mawar, Mute, Muzul, Nopi, Nugrah, Patrik, Rara, Riri, Sita, Wajan, Widy, Winda**) Terimakasih telah mengukir cerita bersama-sama selama kurang lebih 4 tahun, banyak cerita telah dilalui bersama semoga menjadi kenangan indah untuk kita semua. Bersama-sama dari maba, hingga sekarang satu persatu telah menyelesaikan masa studinya. Semoga kita semua sukses dimasa mendatang dan silaturahmi diantara kita tetap terjalin.
10. Kepada kakak-kakak dan adik-adik **Himpunan Mahasiswa Fisika** terimakasih telah menjadi teman diskusi dan tempat berbagi ilmu baik akademik, organisasi maupun pandangan hidup. Semoga kita semua sukses dimasa mendatang dan silaturahmi diantara kita tetap terjalin.



11. Kepada kakak-kakak dan adik-adik **Lab. Teori dan Komputasi** Departemen Fisika Unhas terimakasih telah menjadi teman diskusi dan tempat berbagi ilmu baik akademik, organisasi maupun pandangan hidup. Semoga kita semua sukses dimasa mendatang dan silaturahmi diantara kita tetap terjalin.
12. Kepada teman diskusi penulis terkait penelitian ini (**Muqoil, Agung, dan Aron**) terimakasih telah berbagi fikiran dan waktu bersama penulis. Semoga kita semua sukses dimasa mendatang dan silaturahmi diantara kita tetap terjalin.
13. Kepada teman-teman **KKN PPM Berbasis Internet Bone** terkhusus teman-teman seposko **Macege Club (Putra, Fatwa, Qalbi, Imma, Lia, Tenri, Laras, Afifah, Abel)** rekan satu atap sobat satu bulan yang telah memberi salah satu pengalaman tak terlupakan selama berkuliah.
14. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah memberikan kontribusi dalam menyelesaikan skripsi. Semoga dapat bermanfaat bagi penulis dan para pembacanya, terutama terkait kajian kosmologi. Akhir kata, penulis mengucapkan terima kasih banyak kepada semua pihak yang telah membantu dan semoga Allah SWT melimpahkan karunia-Nya dalam setiap amal kebaikan dan diberikan balasan. Amin.

Makassar, 8 Oktober 2020

Andi Anugrah Caezar Tenribali



DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
I.1 Latar Belakang	1
I.2 Rumusan Masalah.....	4
I.3 Tujuan Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
II.1 Perubahan Fase	5
II.1.1 Perubahan Fase Orde Pertama	6
II.1.2 Perubahan Fase Orde Kedua	8
II.2 Fenomena Magnetik	10
II.2.1 Kerusakan Simetri	10
II.2.2 Magnetisasi Spontan	11
II.3 Model Ising	13
II.4 Panas Jenis dan Magnetisasi	13
II.5 Model XY	14
II.6 Ruang Konfigurasi.....	15
II.7 Majelis Kanonik dan Mikrokanonik.....	16
II.8 Fungsi Partisi	17
II.9 Rerata Majelis.....	18



BAB III METODOLOGI PENELITIAN	19
III.1 Metode Numerik	19
III.2 Metode Monte Carlo	19
III.3 Alat	22
III.4 Model	22
III.5 Prosedur Simulasi	22
III.6 Bagan Alir Penelitian	24
III.7 Bagan Alir Simulasi	25
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	26
IV.1 Energi	26
IV.2 Magnetisasi	27
IV.3 Panas Jenis	28
BAB V SIMPULAN DAN SARAN	31
V.1 Simpulan	31
V.2 Saran	31
DAFTAR PUSTAKA	32
LAMPIRAN A	34
LAMPIRAN B	43



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Diagram Fase (a) PVT (b) PT (c) PV (d) TV	5
Gambar 2.2	Perubahan Fase Orde Pertama (a) Perubahan Fase Padat-Cair (b) Perubahan Fase Cair-Uap	7
Gambar 2.3	Grafik antara Energi Bebas Gibbs terhadap Temperatur untuk Fase Padat-Cair	7
Gambar 2.4	Grafik Perubahan Fase Orde Kedua	9
Gambar 2.5	Grafik antara Energi Bebas Gibbs terhadap Temperatur	9
Gambar 2.6	Simetri Geometri	10
Gambar 2.7	(a) Simetri Sistem (b) Keteraturan Akibat Kerusakan Simetri Sistem	11
Gambar 2.8	Magnetisasi Spontan.....	12
Gambar 2.9	Model Spin.	14
Gambar 2.10	Pasangan Vortex-Anti Vortex Fase KT.....	15
Gambar 3.1	Sketsa Model XY 2 Dimensi (a) Interaksi Spin i dan Spin j dalam Model XY 2 Dimensi.	22
Gambar 3.2	Bagan Alir Penelitian	24
Gambar 3.3	Bagan Alir Simulasi	25
Gambar 4.1	Energi vs Temperatur Model XY Algoritma Metropolis Pada Berbagai Ukuran Kisi	26
Gambar 4.2	Magnetisasi vs Temperatur Model XY Algoritma Metropolis Pada Berbagai Ukuran Kisi	28
Gambar 4.3	Panas Jenis vs Temperatur Model XY Algoritma Metropolis Pada Berbagai Ukuran Kisi	29
Gambar 4.4	Komparasi Sifat Kritis Panas Jenis Dengan Penelitian Sebelumnya Pada Kisi $L = 32$	30



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A	Program Utama	36
Lampiran B	Data Pengukuran untuk 8 Sampel	45



BAB I

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Perubahan fase merupakan fenomena umum dan mudah diamati, contohnya perubahan air (H_2O) dari padat (*solid*) menjadi cair (*liquid*) kemudian menjadi uap air (gas). Demikian pula perubahan kapur barus padat yang berubah menjadi gas serta banyak contoh lain yang semisal [1]. Namun, perubahan fase tidak terbatas hanya pada fenomena yang dapat diamati secara fisik. Fakta menunjukkan bahwa perubahan fase juga terjadi secara atomik. Fenomena magnetisasi adalah salah satunya, yang ditunjukkan oleh logam biasa seperti Fe, Ni dan Co [2,3]. Fenomena ini termasuk perubahan fase yang menyebabkan perubahan sifat dari bahan dan bukan perubahan fisik (wujud).

Topik perubahan fase telah merupakan topik kajian sentral dalam fisika sejak seabad terakhir setelah ilmuwan bernama Ernest Ising memperkenalkan suatu model yang mampu menjelaskan mekanisme dari magnetisasi yang merupakan bagian menarik dari perubahan fase. Fenomena perubahan fase tidak terlepas dari kajian termodinamika oleh karena perubahan fase dipengaruhi oleh perubahan termodinamik yaitu temperatur, volume, dan tekanan. Setiap fase bahan memiliki batas keadaan yang apabila perubahan termodinamik diarahkan melewati batas keadaan tersebut, maka bahan akan mengalami perubahan fase [2].

Kajian termodinamika menjelaskan bahwa fase berbeda memiliki sifat berbeda. Contohnya fase padat dan fase cair memiliki sifat berbeda sebab fase padat bersifat konstan dan cenderung mempertahankan bentuk fisiknya, sedangkan fase cair bersifat mengikuti bentuk wadahnya [1]. Hal ini menunjukkan bahwa perubahan fase terjadi apabila terdapat perubahan sifat bahan yang diikuti perubahan fisik. Akan tetapi, pada faktanya perubahan fase tidak hanya terbatas pada perubahan fisik. Hal ini disebabkan oleh keadaan khusus dimana perubahan sifat diikuti perubahan fisik melainkan hanya perubahan sifat [3]. Contohnya perubahan sifat suatu logam biasa menjadi logam yang bersifat magnet.



Berdasarkan hal tersebut, maka fenomena perubahan fase diklasifikasikan menjadi dua, yaitu perubahan fase orde pertama dan perubahan fase orde kedua. Perubahan fase orde pertama adalah perubahan fase yang melibatkan perubahan fisik dan sifat sedangkan perubahan fase orde kedua tidak melibatkan perubahan fisik melainkan hanya berupa perubahan sifat. Perbedaan lainnya yakni pada perubahan fase orde pertama ditemukan adanya kalor laten sedangkan pada orde kedua tidak terdapat kalor laten [4].

Peristiwa perubahan fase yang tidak diikuti perubahan fisik terjadi di atas titik kritis (*critical point*). Titik kritis untuk sistem PVT memiliki tiga besaran yaitu temperatur kritis, tekanan kritis, dan volume kritis/molar kritis. Apabila suatu bahan telah melewati titik kritis, maka wujud suatu bahan tidak berubah lagi dan hanya sifat bahan tersebut yang akan berubah. Salah satu contoh fenomena perubahan fase yang hanya mengalami perubahan sifat dan tidak diikuti oleh perubahan fisik adalah fenomena magnetisasi spontan [1,3].

Magnetisasi spontan merupakan fenomena menarik dalam perubahan fase yang terjadi apabila suatu bahan logam mengalami penurunan suhu hingga berada dibawah temperatur kritis. Temperatur kritis untuk bahan feromagnet disebut juga sebagai temperatur *Curie* (T_c). Pada fenomena magnetisasi spontan, sistem mengalami perubahan fase dari sistem paramagnet menjadi sistem feromagnet. Perubahan secara spontan tersebut, merupakan suatu kajian yang menarik karena melibatkan interaksi antar spin yang merupakan faktor mikroskopik dalam sistem tersebut [2,5].

Pada tahun 1925, Ernest Ising memperkenalkan model sederhana yang mampu menjelaskan mekanisme terjadinya fenomena magnetisasi spontan. Model Ising menyajikan variabel diskret dalam kisi 2 dimensi yang menyatakan momen magnetik dari spin atom bernilai ± 1 atau arah spin *up* dan spin *down*. Spin-spin dapat saling berinteraksi dengan tetangga terdekatnya (*nearest-neighbors*). Berdasarkan uraian ini, maka terungkap bahwa perubahan fase magnetik

dihubungkan dengan perubahan sifat yang disebabkan oleh 3 unsur dasar yaitu kisi, simetri spin, dan interaksi antar spin. Model Ising merupakan model generik yang diperkenalkan oleh Ising dapat diperluas untuk menganalisis masing-masing unsurnya. Misalnya dengan mengubah dimensi kisi, simetri spin



yang seperti model XY maupun model Heisenberg, atau memperluas jangkauan interaksi antar spin sehingga tidak terbatas pada *nearest neighbour* [2]. Penelitian ini mengkaji perubahan fase magnetik model XY pada kisi 2 dimensi.

Penelitian mengenai fenomena perubahan fase magnet model XY pertama kali diteliti oleh Kosterlitz dan Thouless pada tahun 1973[8]. Penelitian tersebut menemukan bahwa pada model XY 2D tidak terjadi magnetisasi spontan dan tidak terdapat perubahan fase seperti yang terjadi pada model Ising, melainkan arah dari spin membentuk ikatan vortex-anti vortex yang menandai terjadinya perubahan fase. Dengan demikian, fase dengan spin membentuk ikatan vortex-anti vortex dikenal sebagai fase Kosterlitz-Thouless atau fase KT [9,10].

Penelitian lainnya juga dilakukan oleh Jan Tobochnik dan G.V. Chester (1979) yang mengamati model XY 2D menggunakan metode Monte Carlo algoritma Metropolis sekaligus menguatkan penilitan Kosterlitz dan Thouless [11]. Algoritma Metropolis diperkenalkan pertama kali oleh Nicholas Metropolis pada tahun 1953. Model ini digunakan untuk kasus distribusi simetri dalam mekanika statistik dan diperluas pada kasus yang lebih umum oleh W.K Hastings pada tahun 1970[12,13,14].

Salah satu penelitian terbaru mengenai fenomena perubahan fase untuk model spin XY dilakukan oleh Surungan dan Okabe pada Tahun 2018. Penelitian tersebut menggunakan algoritma Swendsen-Wang dan mampu mengarakterisasi sifat kritis model XY [15]. Namun pada penelitian ini digunakan algoritma Metropolis tetapi dengan pendekatan yang berbeda dari penelitian sebelumnya. Algoritma Metropolis standar untuk model XY membangkitkan arah spin yang boleh sepenuhnya acak atau dengan memperhitungkan temperatur. Berdasarkan hal tersebut, maka pada penelitian algoritma Metropolis dimodifikasi sehingga arah spin baru yang dibangkitkan tidak sepenuhnya acak, melainkan diparameterisasi berdasarkan temperatur untuk mengatur perubahan arah spin. Penelitian ini mengkaji sifat kritis model XY menggunakan algoritma Metropolis

menambahkan *updating spin* berbasis temperatur.



I.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana sifat kritis bahan magnetik pada model spin XY 2D?
2. Bagaimana efektifitas *updating spin* pada algoritma Metropolis dalam studi sifat kritis bahan magnetik dalam model spin XY 2D?

I.3 Tujuan Penelitian

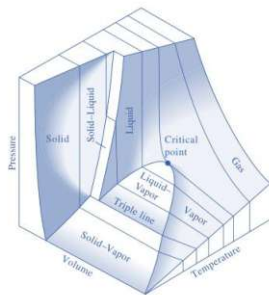
1. Menelaah sifat kritis model spin XY pada kisi bujur sangkar (2D).
2. Mengkaji efektifitas *updating spin* pada algoritma Metropolis dalam studi numerik sifat kritis model XY 2D.



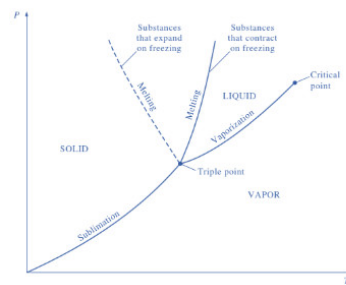
BAB II TINJAUAN PUSTAKA

II.1 Perubahan Fase

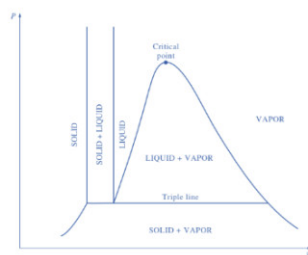
Zat yang ada di alam memiliki berbagai macam keadaan yang berbeda. Kumpulan titik keadaan yang homogen dan memiliki sifat fisik zat yang seragam disebut sebagai fase. Suatu fase dapat dibedakan dengan fase lainnya berdasarkan sifat fisiknya. Contoh sederhana adalah es, air, dan uap. Walaupun setiap fase tersebut merupakan fase dari kumpulan molekul zat air H_2O , namun masing-masing memiliki sifat makroskopik yang berbeda. Dalam hal ini, es merupakan fase padat (*solid*), air merupakan fase cair (*liquid*), dan uap merupakan fase gas. Pada dasarnya, sifat makroskopik dari fase sebuah benda dipengaruhi oleh peubah termodinamik seperti temperatur, tekanan dan volume. Setiap fase bersesuaian dengan suatu fungsi termodinamik yang kontinu, sehingga fase dapat digambarkan dalam berbagai diagram yang disebut sebagai diagram fase. Contohnya pada diagram PT, PV ataupun PVT. dimana P, V dan T merupakan peubah termodinamik [1,17]



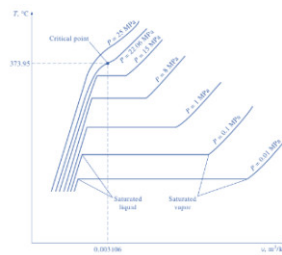
(a)



(b)



(c)



(d)

Gambar 2.1 Diagram Fase (a) PVT (b) PT (c) PV (d) TV



Perubahan fase merupakan perubahan drastis dari suatu fase ke fase lainnya yang terjadi akibat perubahan dari parameter termodinamik seperti ditunjukkan pada Gambar 2.1. Perubahan fase umumnya dapat dikenali akibat adanya perubahan struktur dan perubahan sifat yang secara fisik berbeda dari fase sebelumnya. Perubahan fase dapat disebabkan oleh fluktuasi termal maupun non-termal. Namun kebanyakan yang terjadi di alam disebabkan oleh fluktuasi termal dan terjadi pada temperatur tertentu. Contohnya adalah menguapnya molekul air H_2O pada temperatur $100^\circ C$ dengan tekanan mendekati 1 atm. Perubahan secara drastis tersebut mudah diamati disebabkan oleh perbedaan sifat antara fase cair dan fase gas yang dimiliki oleh molekul air. Namun terdapat pula perubahan fase yang sifat fisiknya tidak dapat diamati secara jelas, sehingga untuk melihat perubahan fasenya perlu ditinjau dari segi strukturnya.

Paul Ehrenfest dalam tahun 1933 mengklasifikasikan perubahan fase berdasarkan energi bebasnya menjadi dua, yaitu perubahan fase orde pertama dan perubahan fase orde kedua [17]. Pada perubahan fase orde pertama turunan pertama dari energi bebasnya bersifat diskontinu, sedangkan pada perubahan fase orde kedua, turunan pertama dari energi bebasnya bersifat kontinu, namun diskontinu pada turunan keduanya [1].

II.1.1 Perubahan Fase Orde Pertama

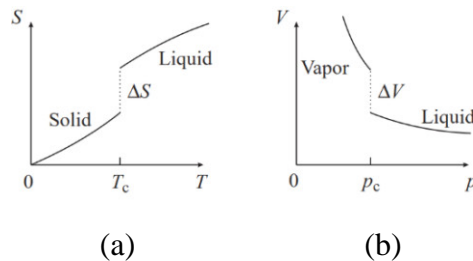
Perubahan fase orde pertama merupakan perubahan fase zat atau bahan yang ditandai dengan kehadiran dua fase secara bersamaan. Keadaan ini disebut sebagai fase *co-existence*. Hal tersebut dapat dilihat pada Gambar 2.1 dimana terdapat tiga kurva *co-existence* yaitu padat-cair, padat-gas, dan cair-gas. Salah satu contoh keadaan *co-existence* adalah perubahan H_2O dari fase padat (es) menjadi cair (air). Dalam hal ini, selama proses perubahan fase akan ditemukan keadaan dimana sebagian es telah menjadi air dan sebagian pula masih berupa es [18].

Perubahan fase orde pertama juga ditandai dengan keberadaan kalor laten.

Ini merupakan kalor yang dilepas maupun kalor yang diserap selama perubahan fase. Kalor laten saat perubahan berlangsung tidak mempengaruhi temperatur selama perubahan fase. Salah satu contoh perubahan fase

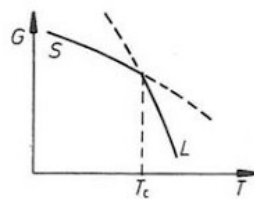


yang membutuhkan kalor laten adalah proses mencairnya balok es. Pada proses tersebut, es membutuhkan kalor laten sebesar 334kJ/kg untuk diserap pada suhu $T = 0$.



Gambar 2.2 Perubahan Fase Orde Pertama (a) Perubahan Fase Padat-Cair
(b) Perubahan Fase Cair-Uap[3]

Pada Gambar 2.2 diperlihatkan perubahan fase orde pertama yang ditunjukkan sebagai diskontinuitas pada fungsi yang merepresentasikan kuantitas fisik dari sistem. Gambar 2.2a dan 2.2b menunjukkan secara berturut-turut bahwa pada entropi S dan volume V terdapat titik diskontinu yang ditandai dengan garis putus-putus. Perubahan fase orde pertama, ketika temperatur bahan dinaikkan ditandai oleh titik entalpi bahan tersebut menjadi diskret (pada Gambar 2.2a terjadi lompatan pada kurva dititik T_c). Demikian halnya ketika tekanan diubah, maka volumenya berubah secara diskontinu. Sehingga dapat disimpulkan bahwa perubahan fase orde pertama terjadi apabila peubah bebas termodinamik diubah secara kontinu, maka peubah bergantungnya akan berubah secara diskontinu.



Gambar 2.3 Grafik antara Energi Bebas Gibbs terhadap Temperatur untuk Fase Padat-Cair

Secara teoritis, perubahan fase terjadi akibat pengaruh dari energi bebas terhadap peubah termodinamik. Perubahan fase orde pertama terjadi apabila pertama dari energi bebas terhadap peubah termodinamik diskontinu.

Matematis dapat dituliskan sebagai berikut[3]:

$$G = H - TS \quad (2.1)$$



Hubungan antara G dan H adalah energi bebas Gibbs dan entalpi, dimana T adalah temperatur dan S adalah entropi. Pada Gambar 2.3 ditunjukkan garis S yang menandakan fase padat dan L yang menandakan fase cair. Perubahan dari fase padat ke cair terlihat diskontinu.

II.1.2 Perubahan Fase Orde Kedua

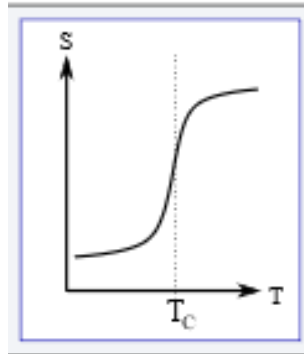
Perubahan fase orde kedua ditandai dengan tidak ditemukannya kalor laten selama proses perubahan. Selain tidak adanya kalor laten, perubahan fase orde kedua juga tidak melewati kurva *co-existence*. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 2.1, dimana perubahan fase orde kedua terjadi di atas titik kritis (*critical point*). Dalam gambar tersebut, terlihat bahwa perubahan fase dari cair ke gas dapat terjadi tanpa melewati kurva *co-existence* cair-gas, yaitu dengan melewati titik kritis. Sebab itu dikatakan bahwa perubahan fase orde kedua adalah perubahan fase yang terjadi ketika melewati titik kritis[1].

Perubahan fase orde kedua dapat digambarkan seperti pada Gambar 2.4. Terlihat perbedaan pada grafik tersebut dengan grafik pada Gambar 2.2a yang merupakan grafik perubahan fase orde pertama. Pada perubahan fase orde kedua grafik bersifat kontinu. Gambar tersebut juga memperlihatkan bahwa perubahan fase terjadi ketika di atas temperatur kritis. Temperatur kritis ditunjukkan oleh garis putus-putus pada grafik. Contoh perubahan fase orde kedua adalah transisi dari konduktor/semi-konduktor ke superkonduktor, transisi dari fluida ke superfluid, dan transisi paramagnet ke ferromagnet. Seluruh fenomena tersebut tidak melibatkan fase *co-existence*.

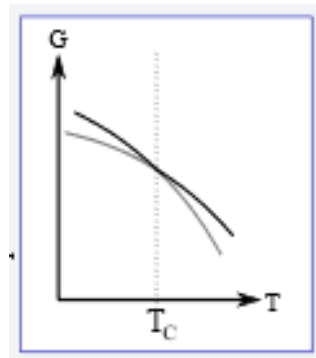
Tinjauan teoritis menjelaskan bahwa fenomena perubahan fase orde kedua terjadi apabila turunan pertama energi bebas terhadap peubah termodinamik kontinu sedangkan turunan kedua energi bebasnya adalah diskontinu. Gambar 2.5 grafik energi bebas terhadap temperatur memperlihatkan bahwa tidak terdapat titik diskontinu. Selain itu, juga

bahwa ketika telah melewati titik kritis, perubahan fase tetap





Gambar 2.4 Grafik Perubahan Fase Orde Kedua



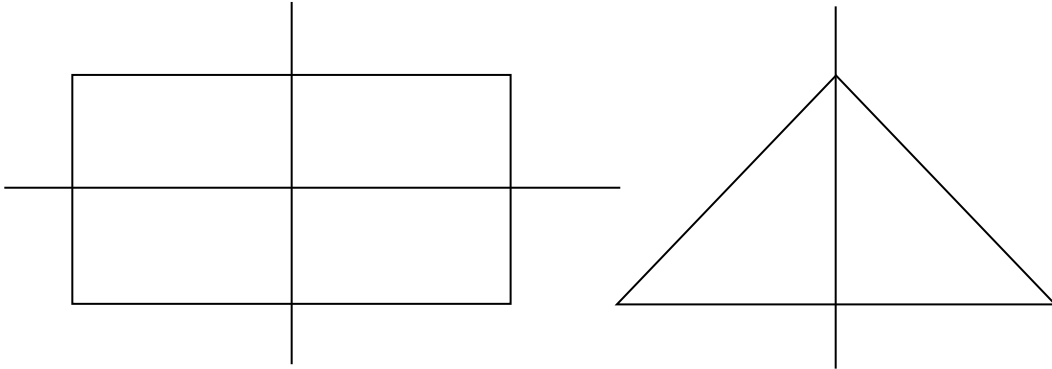
Gambar 2.5 Grafik antara Energi Bebas Gibbs terhadap Temperatur.

Pada perubahan fase orde kedua diperkenalkan konsep penting yang disebut parameter keteraturan (*order parameter*). *Order parameter* merupakan ukuran yang digunakan untuk mendeteksi keberadaan fase teratur dari sistem. Pada fase teratur seperti fase magnet, parameter keteraturan akan memiliki nilai berhingga, sedangkan pada fase lainnya tidak memiliki nilai. Ini membuktikan bahwa pada perubahan fase orde kedua tidak terdapat keadaan *co-existence*. Sebagai contoh pada fenomena magnetisasi spontan, hal yang menjadi parameter keteraturannya adalah magnetisasi. Apabila bahan tersebut telah memiliki nilai magnetisasi, maka dikatakan bahan telah berada dalam fase magnet. Pada temperatur tinggi (fase paramagnet) magnetisasi lenyap, sedangkan pada temperatur rendah (dibawah temperatur Curie), magnetisasi berhingga[2].



II.2 Fenomena Magnetik

II.2.1 Kerusakan Simetri



Gambar 2.6 Simetri Geometri

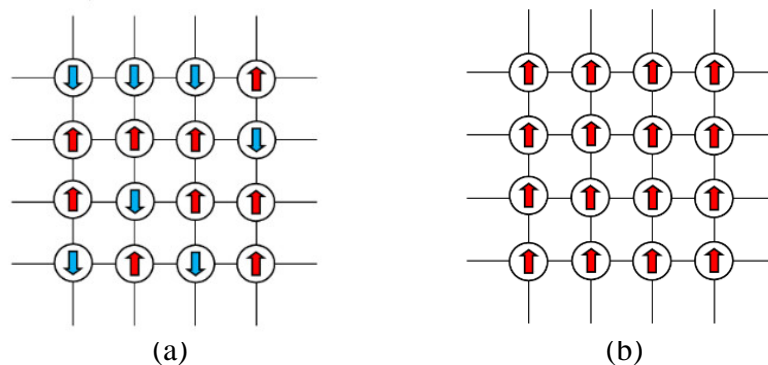
Konsep dasar simetri terjadi pada tingkat geometris dimana bentuk objek menjadi tidak dapat dibedakan apabila berada dalam simetri transformasinya. Transformasi dapat berupa transformasi kontinu seperti rotasi pada lingkaran maupun transformasi diskret seperti refleksi dari geometris polyhedral. Pada Gambar 2.6 ditunjukkan invarian (keseragaman) bentuk dari batas sumbu simetri. Begitupula konsep simetri pada kajian perubahan fase. Simetri fase terjadi apabila titik-titik keadaan memiliki sifat sama yang pada tiap keadaannya tidak dapat dibedakan satu sama lain[6].

Perubahan fase berkaitan dengan fenomena kerusakan simetri pada sistem. Simetri merupakan invariansi (keseragaman) beberapa besaran fisis terhadap pengenaan operasi tertentu. Pada perubahan fase, sistem digambarkan dalam Hamiltonian, simetrinya berkaitan dengan invariansi dari Hamiltonian terhadap transformasinya. Apabila peubah termodinamik seperti suhu dinaikkan atau tekanan diturunkan, maka satu atau lebih elemen simetri dapat menghilang. Hal inilah yang disebut sebagai kerusakan simetri. Rusaknya simetri merupakan situasi ketika keadaan sistem tidak memiliki simetri penuh yang dimiliki Hamiltonian untuk menggambarkan sistem.

Gambar 2.7 menggambarkan kerusakan simetri yang ditunjukkan dengan keteraturan arah ketika temperatur terus diturunkan hingga mencapai temperatur kritis T_c . Sebagai contoh pada perubahan fase magnet, apabila



temperatur sistem di atas temperatur *Curie* maka sistem tidak memiliki magnetisasi. Namun, apabila temperaturnya diturunkan hingga dibawah temperatur *Curie*, maka orientasi spin-spin spontan mengarah ke arah tertentu sehingga nilai magnetisasi berhingga. Hal ini menunjukkan bahwa perubahan fase akibat fluktuasi termal akan memiliki derajat simetri yang tinggi sebab seluruh arah konfigurasi dibolehkan. Adapun simetri akan mengalami kerusakan ketika fluktuasi termal berkurang yaitu ketika temperatur diturunkan[16].



Gambar 2.7 (a) Simetri Sistem (b) Keteraturan Akibat Kerusakan Simetri Sistem[5]

Pada material magnet, magnetisasi digunakan sebagai parameter keteraturan. Magnetisasi dapat disebut kekuatan bagi sebuah magnet. Apabila terjadi penyejarian spin, maka akan memunculkan kemagnetan yang bersifat makroskopik. Kondisi tersebut dapat menyebabkan kerusakan simetri secara spontan akibat mengalami penurunan temperatur.

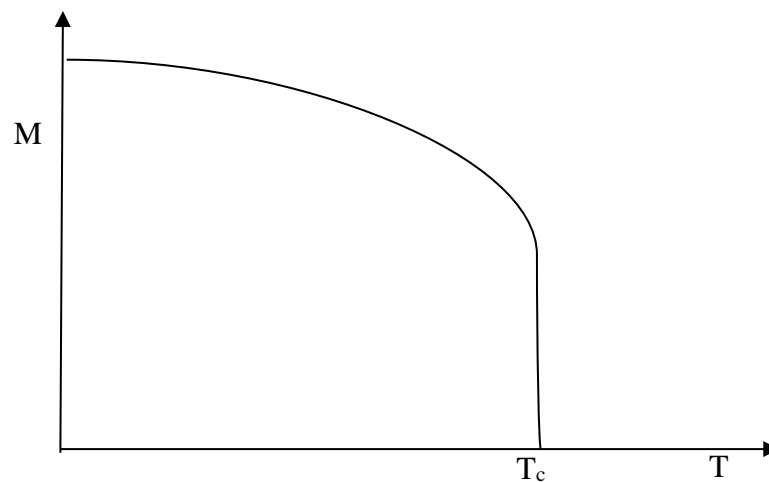
II.2.2 Magnetisasi Spontan

Ketidakteraturan spin pada suatu bahan erat kaitannya dengan kerusakan simetri. Salah satu akibat dari kerusakan simetri adalah munculnya keteraturan dari sistem misalnya *ferromagnet*. Pada ferromagnetisme, medan magnet yang ditimbulkan oleh bahan disebabkan oleh spin elektron yang tidak berpasangan. Tiap spin tersebut umumnya mengarah pada arah yang sama dengan arah spin lainnya. Namun, penyejarian spin-spin tersebut hanya terjadi pada skala mikroskopis (sekitar 10^{-3}mm^3). Pada skala makroskopik, arah dari spin tersebut berbeda



sehingga medan magnet yang ditimbulkan bahan tersebut adalah nol. Oleh karena itu, sebuah logam biasa tidak memiliki sifat kemagnetan[20].

Fenomena pada sistem *ferromagnet* ketika suhu diturunkan hingga melewati temperatur kritis, adalah kerusakan simetri sehingga terjadi magnetisasi spontan. Pada temperatur tinggi di atas T_c , bahan magnet cenderung tidak memiliki sifat magnet. Pada saat keadaan melewati suhu di atas temperatur kritis, bahan yang bersifat *ferromagnetic* akan menjadi *paramagnetic*.



Gambar 2.8 Magnetisasi Spontan Terjadi Pada $T = T_c$ [16]

Gambar 2.8 menunjukkan proses terjadinya magnetisasi spontan. Pada gambar tersebut ditunjukkan bahwa pada suhu $T = 0$, spin secara sempurna sejajar sehingga rerata magnetisasi adalah $m(T) = \frac{\langle M(T) \rangle}{N}$. Magnetisasi pada $m(T=0) = 1$. Saat T terus bertambah, maka besar $m(T)$ berkurang secara kontinu hingga $T=T_c$ dan $m(T)$ lenyap.

Ketidakteraturan arah spin pada temperatur tinggi berubah seiring diturunkannya suhu hingga melewati temperatur *Curie*. Hal tersebut menyebabkan spin secara simultan mengarah pada arah yang sama. Peristiwa munculnya fenomena kemagnetan pada bahan ketika mencapai temperatur *Curie* disebut sebagai fenomena magnetisasi spontan. Fenomena ini telah teramati sejak

...m sistem magnet. Akan tetapi, model yang dapat menjelaskan fenomena ...asi spontan tersebut baru diperkenalkan pada tahun 1925.



II.3 Model Ising

Model Ising merupakan model magnetik sederhana yang mampu menjelaskan fenomena magnetisasi spontan. Model Ising diperkenalkan oleh Wilhelm Lenz pada Tahun 1920 dan diselesaikan pada Tahun 1925 oleh Ernest Ising yang merupakan muridnya untuk kasus satu dimensi (1D) sebagaimana yang akan diuraikan pada bagian selanjutnya. Pada kasus 1D tidak ditemukan adanya perubahan fase. Selanjutnya, pada Tahun 1944, Lenz Onsager memecahkan model Ising untuk kasus 2D dan menemukan terjadinya perubahan fase[2].

Model Ising menggunakan variabel diskret untuk merepresentasikan momen magnetik (spin) yang dinyatakan dalam dua keadaan yaitu +1 dan -1. Spin Ising digambarkan sebagai arah panah ke atas (*spin up*) dan arah ke bawah (*spin down*). Spin ditempatkan pada kisi dan diperbolehkan berinteraksi dengan spin tetangganya. Hamiltonian model Ising dinyatakan sebagai[21],

$$H = -J \sum_{i,j} S_i S_j \quad (2.2)$$

dimana, -J menyatakan interaksi antar spin. Representasi $S_i = 1$ menandakan spin berada pada keadaan *up* (\uparrow) dan $S_j = -1$ merupakan keadaan *down* (\downarrow).

II.4 Panas Jenis dan Magnetisasi

Salah satu besaran yang menjadi perhatian dalam studi perubahan fase adalah panas jenis C_V dan rerata energi $\langle E \rangle$. Panas jenis atau kalor jenis adalah besaran fisis yang menyatakan jumlah kalor yang dibutuhkan untuk menaikkan temperatur sebesar 1 derajat satuan. Panas jenis dari suatu sistem (model magnetik) dinyatakan sebagai berikut[22]:

$$C_V(T) = \frac{1}{k_b T^2} (\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2) \quad (2.3)$$

dimana $\langle E^2 \rangle$ adalah rerata ensemble kuadrat energi dan $\langle E \rangle^2$ menyatakan rerata ensemble energi dikuadratkan.

Umumnya untuk menghitung nilai dari magnetisasi dinyatakan dengan magnetisasi yaitu [18]:

$$\langle M \rangle = \frac{1}{Z} \sum M_i e^{-\beta E_i} \quad (2.4)$$



dimana M_i adalah magnetisasi dari konfigurasi ke- i dan z adalah fungsi partisi. Dengan mendefinisikan M^k sebagai momen magnetisasi tingkat k dan $g(R) = \sum \vec{s}(r) \cdot \vec{s}(r + R)$ sebagai fungsi korelasi antara spin pada posisi r dan $(r+R)$, maka dapat didefinisikan dua besaran penting. Masing-masing parameter binder dan rasio korelasi yang dinyatakan sebagai:

$$U_L = \frac{\langle M^4 \rangle}{\langle M^2 \rangle^2} \quad (2.5)$$

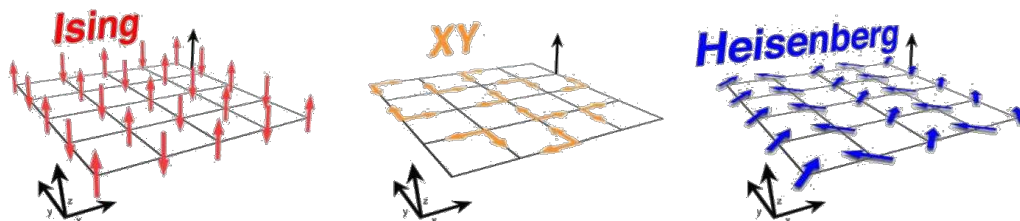
$$Q_L = \frac{\langle g^{(L/2)} \rangle}{\langle g^{(L/4)} \rangle} \quad (2.6)$$

dimana jarak R untuk fungsi korelasi $g(R)$ Vektor jarak yang dipilih lebih sederhana yaitu $L/2$ dan $L/4$, masing-masing dalam arah x dan y .

Keberadaan perubahan fase dapat ditentukan dari plot U_L dan Q_L terhadap temperatur. Pada temperatur yang sangat rendah, sistem akan mendekati keadaan dasar, parameter binder dan rasio korelasi bersifat trivial. Namun, pada keadaan excitasi yaitu ketika sejumlah spin tidak searah, keduanya tidak trivial tetapi bergantung temperatur.

II.5 Model XY

Model XY yang sering juga disebut sebagai model rotator klasik atau model $O(2)$ adalah model magnetik sederhana dalam mekanika statistik. Pada model XY, vektor \vec{S}_i pada setiap titik kisi adalah vektor satuan 2D. Model ini merupakan salah satu bentuk sederhana dari Model Heisenberg dimana arah spin untuk komponen- z jauh lebih kecil dibandingkan komponen- x dan komponen- y , kebalikan dari model Ising[7].



Gambar 2.9 Model Spin

Model XY menunjukkan derajat kebebasan dari spin dalam model Ising. Tiap spin pada titik kisi yang dapat memiliki arah sembarang antara 0



hingga 2π pada bidang x-y. Berbeda halnya dengan model Ising, spin XY \vec{S}_i dapat dituliskan sebagai [15]:

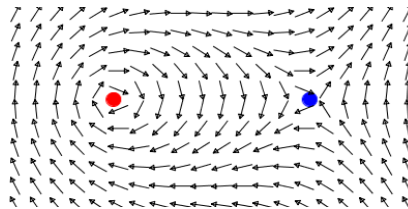
$$\vec{S}_i = \cos\theta_i + i\sin\theta_i \quad (2.7)$$

Hamiltonian sistem model XY dituliskan sebagai :

$$H = -J \sum_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (2.8)$$

dimana θ_i adalah sudut orientasi spin ke-i.

Pada sistem 2D, teorema Mermin-Wagner tidak membolehkan model magnetik dengan simetri kontinu mengalami kerusakan simetri secara spontan pada $T > 0$. Hal tersebut berarti bahwa ketika tidak terdapat kerusakan simetri, maka model XY tidak memiliki fase seperti yang terjadi pada model Ising. Namun dalam 2D tersebut, dapat diamati transisi Kosterlitz-Thouless (KT). Transisi KT adalah transisi fase unik dari model XY 2D. Transisi ini merupakan transisi dari fase KT, yaitu fase dengan formasi pasangan *vortex-antivortex*.



Gambar 2.10 Pasangan Vortex-Anti Vortex Dalam Fase KT

II.6 Ruang Konfigurasi

Setiap titik dalam diagram fase sistem PVT bersesuaian dengan sebuah keadaan, yaitu keadaan termodinamik (keadaan makro). Sebuah keadaan termodinamik digambarkan sebagai sebuah titik dalam ruang keadaan. Keadaan termodinamik terbagi menjadi keadaan makro (macrostate) dan keadaan mikro (microstate). Untuk setiap keadaan makro akan terdapat banyak keadaan mikro, bahkan tak-hingga untuk sistem kontinu. Keadaan mikro adalah konfigurasi sesaat dari semua elemen mikroskopik. Keadaan-keadaan mikroskopik suatu sistem dapat dinyatakan dalam ruang fase atau disebut juga sebagai ruang konfigurasi.

Ruang konfigurasi merupakan kumpulan microstate pada sebuah sistem yang menggambarkan seluruh kemungkinan keadaan yang dapat terjadi pada sistem tersebut. Contohnya untuk model Ising yang menempati kisi persegi



dengan sisi L , maka terdapat $N = L^2$ jumlah titik kisi. Jumlah konfigurasi dalam sistem tersebut adalah 2^N konfigurasi yang membentuk ruang konfigurasi.

II.7 Majelis Kanonik dan Mikrokanonik

Untuk memahami mekanika statistik diperlukan pemahaman mengenai konsep majelis (*ensemble*). Secara umum majelis diartikan sebagai kumpulan objek atau orang, misalnya ensembel pada orkestra musik. Majelis dalam mekanika statistik dikaitkan dengan keadaan mikroskopik atau konfigurasi sesaat dari sistem. Anggota majelis dalam mekanika statistik bukan berupa benda (individu), melainkan konfigurasi atau keadaan mikro. Sebagai contoh sederhana, jika kita memiliki dua anak panah dengan orientasi ke atas atau ke bawah maka ada empat kemungkinan konfigurasi yaitu: $\{(\downarrow\downarrow), (\downarrow\uparrow), (\uparrow\downarrow), (\uparrow\uparrow)\}$. Meskipun sistemnya hanya terdiri atas dua anak panah, jumlah anggota majelisnya ada empat [1].

Majelis dalam mekanika statistik memiliki beberapa ciri yaitu majelis kanonik, majelis mikrokanonik, dan majelis grand kanonik. Majelis kanonik adalah majelis dimana microstate-microstate penyusunnya memiliki jumlah partikel yang tetap namun dapat terjadi perubahan energi. Sistem ini ditandai oleh N , V , dan T yang masing-masing menyatakan jumlah partikel, volume dan temperatur. Akibat adanya perubahan energi, maka probabilitas untuk tiap microstatenya berbeda, dimana untuk energi yang lebih tinggi probabilitasnya yang lebih kecil. Walaupun energi tiap microstate dalam majelis ini dapat berbeda, namun energi total majelisnya adalah sama.

Majelis mikrokanonik (MKM) merupakan majelis yang cocok digunakan dalam menjelaskan sistem terisolasi dengan peubah alamiahnya E , V , dan N , masing-masing menyatakan energi, volume dan jumlah partikel. Sistem tertutup yang digambarkan oleh MKM berupa sistem terisolasi (tanpa pengaruh lingkungan) microstat, penyusun majelisnya tidak mengalami perubahan jumlah maupun energi. Dalam sistem terisolasi ini, temperatur sistem adalah sehingga seluruh microstate akan memiliki probabilitas energi E yang



sama. Oleh karena energi tiap microstate pada majelis ini sama, maka seluruh microstate dalam majelis mikrokanonik bersifat identik[1,23].

II.8 Fungsi Partisi

Fungsi partisi merupakan penjumlahan dari semua probabilitas untuk setiap microstate dari suatu sistem termodinamik. Fungsi ini mampu menggambarkan dengan jelas sifat-sifat fisis dari suatu sistem dalam kesetimbangan termodinamik. Fungsi partisi bergantung pada suhu dan parameter-parameter termodinamik lainnya, seperti volume dan tekanan. Dengan mengetahui fungsi partisi suatu sistem termodinamik, maka variable-variabel termodinamik seperti energi total, energi bebas dan entropi dapat ditentukan melalui turunan dari fungsi partisi tersebut.

Terdapat beberapa jenis fungsi partisi, masing-masing berhubungan dengan jenis ensemble. Fungsi partisi kanonik diaplikasikan pada ensemble kanonik, dimana sistem dapat mempertukarkan panas dengan lingkungan pada suhu, volume, dan jumlah partikel tetap. Fungsi partisi *Grand* kanonik diaplikasikan pada ensemble kanonik besar, dimana sistem dapat mempertukarkan panas maupun partikel dengan lingkungan pada suhu, volume, dan potensial kimia tetap. Jenis lain dari fungsi partisi dapat didefinisikan untuk masing-masing keadaan yang berbeda[23].

Fungsi partisi dapat dicari dengan meninjau ensemble kanonik. Seperti yang telah diketahui bahwa ensemble kanonik tersusun dari sejumlah *microstate* dengan berbagai energi. Apabila ditinjau salah *microstate* ke- i yang merupakan salah satu elemen dari ensemble kanonik, misalkan energinya tersebut adalah E_i , maka probabilitas kemunculan *microstate* tersebut adalah[1,23]:

$$p_i \propto e^{-E_i/kT} \text{ atau } p_i = C e^{-E_i/kT} \quad (2.9)$$

adalah konstanta normalisasi yang bergantung pada suhu. Hal ini berarti semua keadaan mikro dengan energi E_i memiliki probabilitas yang sama. *microstate* dengan energi E_j dimana $E_j > E_i$ memiliki probabilitas yang lebih kecil.



Karena jumlah total probabilitas kemunculan semua *microstate* adalah 1, maka dengan menormalisasi p_i , diperoleh [1,23]:

$$\sum p_i = 1 \rightarrow \sum C e^{-E_i/kT} = 1$$

$$C \sum e^{-E_i/kT} = 1$$

$$C = \frac{1}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}} = \frac{1}{Z_C} \quad (2.10)$$

dimana

$$Z_C = \sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (2.11)$$

Dengan menggunakan persamaan (2.10) dan (2.12) maka p_i dapat ditulis kembali sebagai [1,23] :

$$p_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{Z_C} \rightarrow p_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}} \quad (2.12)$$

Perlu diperhatikan bahwa pada persamaan (2.13) E_i merupakan energi total semua titik konfigurasi ke-i (*microstate* ke-i) dan p_i adalah peluang kemunculan *microstate* tersebut dan k adalah konstanta Boltzmann. Bentuk yang serupa juga berlaku untuk titik konfigurasi ke-j dengan energi E_j probabilitasnya adalah $p_j \propto e^{-E_j/kT}$.

II.9 Rerata Majelis

Rerata majelis (*ensemble average*) dalam mekanika statistik adalah kuantitas makroskopik sistem. Rerata majelis ini diperoleh dari distribusi *microstate* dari ensembel. Dalam mekanika statistik kuantum, sistem ditinjau berdasarkan energi kuantum sehingga representasi rerata majelis mengambil bentuk diskret atas ruang konfigurasi sistem [1]:

$$\langle Q \rangle_T = \sum_i Q_i p_i \quad (2.13)$$

dimana $\langle Q \rangle_T$ merupakan rerata majelis untuk kuantitas fisis Q pada temperatur T, Q_i merupakan nilai dari besaran fisis pada konfigurasi ke-i, dan p_i merupakan

probabilitas sistem berada pada konfigurasi ke-i. Dengan mengambil bentuk p_i pada persamaan (2.10) maka rerata majelis untuk kuantitas fisis Q dapat dituliskan menjadi:



$$\langle Q \rangle_T = \frac{\sum_i Q_i e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}} \quad (2.14)$$

dengan menuliskan $\beta = \frac{1}{kT}$, maka:

$$\langle Q \rangle_\beta = \frac{\sum_i^N Q_i e^{-\beta E_i}}{\sum_i^N e^{-\beta E_i}} \quad (2.15)$$

