

**PERFORMA BAGAN KENDALI NONPARAMETRIK
EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE
SIGN PADA PRODUKSI PAKAN TERNAK**

SKRIPSI



AINUN

H051181018

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
SEPTEMBER 2022**

**PERFORMA BAGAN KENDALI NONPARAMETRIK
EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE
SIGN PADA PRODUKSI PAKAN TERNAK**

SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

AINUN

H051181018

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

SEPTEMBER 2022

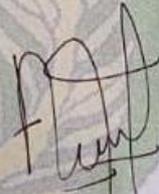
LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

Performa Bagan Kendali Nonparametrik *Exponentially Weighted Moving Average Sign* pada Produksi Pakan Ternak

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 5 September 2022



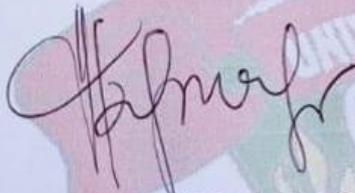
AINUN

NIM H051181018

**PERFORMA BAGAN KENDALI NONPARAMETRIK
EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE SIGN
PADA PRODUKSI PAKAN TERNAK**

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama



Dr. Erna Tri Herdiani S.Si., M.Si.

NIP. 19750429 200003 2 001

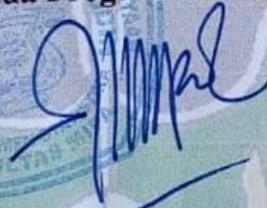
Pembimbing Pertama



Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.

NIP. 19650519 199303 2 002

Ketua Program Studi



Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.

NIP. 19720117 199703 2 002

Pada 5 September 2022

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :

Nama : Ainun
NIM : H051181018
Program Studi : Statistika
Judul Skripsi : Performa Bagan Kendali Nonparametrik *Exponentially Weighted Moving Average Sign* pada Produksi Pakan Ternak

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. (.....)
2. Sekretaris : Dra. Nasrah Sirajang, M.Si. (.....)
3. Anggota : Anisa, S.Si., M.Si. (.....)
4. Anggota : Siswanto, S.Si., M.Si. (.....)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 5 September 2022

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji hanya milik Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala* atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya yang telah diberikan kepada penulis sampai saat ini. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa sallam*, kepada para keluarga, tabi'in, tabi'ut tabi'in, serta orang-orang sholeh yang haq hingga kadar Allah berlaku atas diri-diri mereka. *Alhamdulillahirobbil'aalamiin*, berkat rahmat dan kemudahan yang diberikan oleh Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "***Performa Bagan Kendali Nonparametrik Exponentially Weighted Moving Average Sign pada Produksi Pakan Ternak***" sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis tidak akan sampai pada titik ini, jikalau tanpa dukungan dan bantuan dari pihak yang selalu ada, peduli dan menyayangi penulis. Oleh karena itu, penulis haturkan rasa terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk orang tua penulis, Ayahanda **Sappe** dan Ibunda **Junnuwati** yang telah memberikan dukungan penuh, pengorbanan, kesabaran hati, cinta dan kasih sayang, serta dengan ikhlas telah mengiringi setiap langkah penulis dengan doa dan restunya. Saudara penulis **Rahmat** dan **Vira**, terima kasih telah menjadi saudara yang sangat baik, selalu ada dan selalu memberikan dorongan dukungan baik batin dan juga raga untuk penulis serta untuk keluarga besarku, terima kasih atas doa dan dukungannya selama ini.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika, segenap Dosen Pengajar dan Staf yang telah membekali ilmu dan kemudahan

kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.

4. **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani S.Si., M.Si.**, selaku Pembimbing Utama dan **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.**, selaku Pembimbing Pendamping yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya di tengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk senantiasa memberikan arahan, dorongan, dan motivasi kepada penulis mulai dari awal hingga selesainya penulisan tugas akhir ini.
5. **Ibu Anisa, S.Si., M.Si.**, dan **Bapak Siswanto, S.Si., M.Si.**, selaku Tim Penguji yang telah memberikan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini serta waktu yang telah diberikan kepada penulis.
6. **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.**, selaku Penasehat Akademik penulis. Terima kasih atas segala bantuan, nasehat serta motivasi yang selalu diberikan kepada Penulis selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika.

Ucapan *jazaakumullahu khairan* juga penulis sampaikan kepada orang-orang yang telah berperan besar serta istimewa kepada :

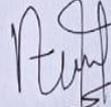
1. Sosok yang telah penulis anggap sebagai Ibu, **Tante Enha**. Terima kasih atas segala kasih sayang dan kepedulianya yang telah mengurus segala keperluan penulis selama menempuh pendidikan di Universitas Hasanuddin.
2. Kepada kakak Sepupu penulis, **Singgang**. Terima kasih telah menjadi kakak yang paling baik dan sabar, selalu ada ketika penulis membutuhkan bantuan.
3. Kepada sahabat tercinta penulis, **Siti Aisyah**. Terima kasih telah menjadi sahabat terbaik yang senantiasa menjadi pendengar sekaligus memberi solusi, memberikan semangat dan selalu ada saat penulis membutuhkan bantuan.
4. Teman-teman Statistika 2018, terkhusus kepada **Isra Rizka Utami, Andi Sri Yulianti, Sri Indriani Amil, Nurul Hidayah L dan Viktor Liman** yang sangat baik, senantiasa memberikan bantuan dan solusi sehingga penulis mampu menyelesaikan tugas akhir ini.

5. Kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, semoga segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis bernilai ibadah disisi Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam skripsi ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tulisan ini memberikan manfaat untuk pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 5 September 2022



Ainun

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMIK**

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ainun
NIM : H051181018
Program Studi : Statistika
Departemen : Statistika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-eksklusif (*Non-exclusive Royalty- Free Right*)** atas tugas akhir saya yang berjudul:

“Performa Bagan Kendali Nonparametrik *Exponentially Weighted Moving Average Sign* pada Produksi Pakan Ternak”

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal, 5 September 2022

Yang menyatakan



(Ainun)

ABSTRAK

Bagan kendali merupakan salah satu alat *Statistical Process Control* (SPC) yang secara grafis digunakan untuk mengontrol proses produksi agar berjalan dengan stabil. Bagan kendali yang pertama kali digunakan untuk memonitor rata-rata proses adalah bagan kendali \bar{X} . Kelemahan pada bagan kendali \bar{X} adalah kurang sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses yang relatif kecil. Oleh karena itu, dikembangkan bagan kendali alternatif yaitu bagan kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). EWMA dibangun berdasarkan asumsi bahwa data pengamatan berdistribusi normal. Namun, pada kenyataannya tidak semua data yang diperoleh memenuhi asumsi normalitas. Salah satu alternatif untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah penggunaan bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign*. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan batas kendali dari bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign*, mengaplikasikan pada data kandungan lemak dalam produk pakan ternak dan membandingkan nilai *Average Run Length* (ARL) dari bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* dan *Shewhart Sign*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengendalian kualitas rata-rata komposisi lemak menggunakan bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* untuk nilai λ sebesar 0.05, 0.3 dan 0.8 menunjukkan bahwa proses berada dalam keadaan tidak terkendali. Pada data yang tidak memenuhi asumsi normalitas lebih baik menggunakan bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* daripada bagan kendali *Shewhart Sign* karna memiliki nilai ARL yang lebih kecil.

Kata Kunci: *exponentially weighted moving average, nonparametrik EWMA Sign, normalitas, shewhart sign, rantai markov, average run length*

ABSTRACT

The control chart is one of the Statistical Process Control (SPC) tools that is graphically used to control the production process so that it runs stably. The first control chart used to monitor process averages was the \bar{X} control chart. The weakness of the \bar{X} control chart is that it is less sensitive in detecting relatively small process shifts. Therefore, an alternative control chart was developed, namely the Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) control chart. EWMA is built based on the assumption that the observation data is normally distributed. However, in reality not all the data obtained meet the assumption of normality. One alternative to overcome these problems is the use of a nonparametric control chart EWMA Sign. This study aims to obtain the control limits of the EWMA Sign nonparametric control chart, apply it to the fat content data in animal feed products and compare the Average Run Length (ARL) value of the EWMA Sign and Shewhart Sign nonparametric control charts. The results showed that the control of the average quality of fat composition using a nonparametric control chart EWMA Sign for λ values of 0.05, 0.3 and 0.8 indicates that the process is in an uncontrolled state. For data that does not meet the normality assumption, it is better to use a nonparametric EWMA Sign control chart than a Shewhart Sign control chart because it has a smaller ARL value.

Keywords: *exponentially weighted moving average, nonparametric EWMA sign, normality, shewhart sign, markov chain, average run length*

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN	iii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Bagan Kendali	5
2.2 Distribusi Binomial	6
2.2.1 Nilai Ekspektasi Variabel Acak X	7
2.2.2 Nilai Variansi Variabel Acak X	8
2.3 Uji Asumsi	9
2.3.1 Uji Normalitas	10
2.3.2 Uji Keacakan Data (<i>Run Test</i>)	11
2.4 Bagan Kendali EWMA	12
2.5 Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i>	13
2.6 Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	15

2.7 Proses Markov	17
2.8 <i>Average Run Length</i> Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i>	17
2.9 Gambaran Umum PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk Unit Makassar	19
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	21
3.1 Sumber Data	21
3.2 Struktur Data Penelitian.....	21
3.3 Metode Analisis	22
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	23
4.1 Penentuan Batas Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i>	23
4.1.1 Penentuan Nilai Ekspektasi Z_i	24
4.1.2 Penentuan Nilai Variansi Z_i	25
4.2 Penerapan Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i>	28
4.2.1 Uji Normalitas Data	28
4.2.2 Uji Keacakan Data (<i>Run Test</i>).....	30
4.2.3 Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i>	30
4.3 <i>Average Run Length</i> Bagan kendali nonparametrik EWMA <i>Sign</i>	36
4.3.1 Penentuan <i>Average Run Length</i> dengan Metode Rantai Markov	36
4.3.2 Perhitungan <i>Average Run Length</i> Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> pada Data.....	41
4.4 Perbandingan Bagan kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> dengan Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	44
4.4.1 Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	44
4.4.2 Perbandingan Visualisasi Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> dengan Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	46
4.4.3 Perbandingan ARL Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> dengan Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	47
BAB V PENUTUP	48
5.1 Kesimpulan.....	48
5.2 Saran	49
DAFTAR PUSTAKA	50
LAMPIRAN	52

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1	Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> untuk $\lambda = 0,05$	33
Gambar 4.2	Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> untuk $\lambda = 0,3$	33
Gambar 4.3	Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> untuk $\lambda = 0,8$	34
Gambar 4.4	Model Rantai Markov pada Bagan Kendali	36
Gambar 4.5	Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	45
Gambar 4.6	Perbandingan Visualisasi Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> untuk $\lambda = 0,05$ dengan Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	46

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Struktur Data Penelitian	21
Tabel 4.1 Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov	29
Tabel 4.2 Uji Keacakan Data (<i>Run Test</i>)	30
Tabel 4.3 Hasil Perhitungan UCL dan LCL Berdasarkan Nilai λ	32
Tabel 4.4 Nilai ARL Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> Berdasarkan Proporsi	43
Tabel 4.5 Perbandingan ARL Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> dengan Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	47

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Nilai k dengan Berbagai Kombinasi nilai (n, λ)	53
Lampiran 2. Data pengamatan kandungan lemak (%) dalam produk pakan ternak pada bulan Desember 2021 hingga Januari 2022	54
Lampiran 3. Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov.....	55
Lampiran 4. <i>Output</i> Hasil Perhitungan M_{ij} dan S_i	56
Lampiran 5. Syntax Membuat Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i>	57
Lampiran 6. Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> untuk $\lambda=0,05$	59
Lampiran 7. Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> untuk $\lambda=0,3$	60
Lampiran 8. Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i> untuk $\lambda=0,8$	61
Lampiran 9. Syntax Menghitung ARL Bagan Kendali Nonparametrik EWMA <i>Sign</i>	62
Lampiran 10. Syntax Membuat Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	63
Lampiran 11. Bagan Kendali Shewhart <i>Sign</i>	65

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persaingan dibidang industri saat ini semakin ketat seiring dengan permintaan konsumen yang beragam di era globalisasi. Hal ini memicu para penggerak industri untuk saling berlomba menghasilkan produk yang berkualitas. Kualitas produk yang baik berasal dari suatu proses yang terkendali dan stabil. Oleh Sebab itu, perusahaan perlu menerapkan sistem pengendalian kualitas pada proses produksi yang dilakukan. Dalam ilmu statistika, dikenal adanya sistem pengendalian kualitas statistik atau *Statistical Process Control* (SPC). SPC merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk mengawasi, mengontrol, dan menganalisis proses produksi mulai dari penerimaan bahan baku hingga sampai ke tangan konsumen dengan menggunakan metode-metode statistik (Raza dkk., 2020).

Bagan kendali merupakan salah satu alat SPC yang secara grafis digunakan untuk mengontrol proses produksi agar berjalan dengan stabil dengan cara mendeteksi adanya variasi atau penyimpangan dalam proses. Bagan kendali dapat mendeteksi sinyal *out of control* saat terjadi pergeseran rata-rata dari pusat distribusi pengamatan hingga melebihi batas kendali (Amin dkk., 2014). Bagan kendali terdiri atas garis tengah yang merupakan nilai rata-rata dari karakteristik kualitas, serta dua garis lain yang menyatakan batas pengendalian atas dan batas pengendalian bawah (Montgomery, 2009).

Bagan kendali yang pertama kali digunakan untuk memonitor rata-rata proses adalah bagan kendali \bar{X} yang diperkenalkan oleh Walter A. Shewhart pada tahun 1920. Bagan kendali ini digunakan jika karakteristik kualitas berupa data variabel. Menurut Montgomery (2009) kelemahan utama pada bagan kendali \bar{X} adalah bagan kendali ini hanya menggunakan informasi sampel yang terakhir dan mengabaikan informasi yang diberikan oleh data sampel sebelumnya. Hal ini menyebabkan bagan kendali \bar{X} kurang sensitif dalam mendeteksi pergeseran proses yang relatif kecil (Abbasi, 2010). Oleh karena itu, dikembangkan bagan kendali alternatif diantaranya adalah bagan kendali *Exponentially Weighted*

Moving Average (EWMA). EWMA pertama kali diperkenalkan oleh Roberts pada tahun 1959 yang merupakan bagan kendali untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil. Menurut Montgomery (2009) pergeseran dikatakan kecil jika besarnya pergeseran proses kurang dari $1,5\sigma$. Bagan kendali EWMA menggunakan informasi dari data sampel sebelumnya dan data diberi bobot menurun secara eksponensial sehingga mampu lebih cepat mendeteksi sinyal *out of control* dibandingkan bagan kendali Shewhart. (Khan dkk., 2018).

Pada umumnya bagan kendali EWMA dibangun berdasarkan asumsi bahwa data pengamatan proses berdistribusi normal. Namun, pada kenyataannya tidak semua data pengamatan yang diperoleh berdistribusi normal atau bahkan distribusinya tidak diketahui sehingga bagan kendali parametrik sulit diterapkan dengan pasti. Penggunaan bagan kendali parametrik pada data yang tidak berdistribusi normal cenderung mendeteksi sinyal *out of control* yang tidak sewajarnya. Salah satu alternatif untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah penggunaan bagan kendali nonparametrik EWMA (Ali dkk., 2020).

Bagan kendali nonparametrik EWMA pertama kali diperkenalkan oleh Yang, Lin dan Cheng (2011) untuk memonitor kemungkinan adanya penyimpangan atau pergeseran rata-rata proses yang relatif kecil dari nilai target yang telah ditetapkan pada data yang tidak berdistribusi normal dengan menggunakan pendekatan nonparametrik. Prosedur nonparametrik yang digunakan yaitu dengan melakukan uji tanda (*sign test*) pada data pengamatan yang kemudian diubah menjadi serangkaian tanda 0 dan 1. Bagan kendali ini kemudian dinamakan bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign*.

Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Sukparungsee S, dkk (2016) dalam jurnalnya membahas mengenai perhitungan *Average Run Length* (ARL) dengan pendekatan rantai Markov untuk mengevaluasi kinerja bagan kendali nonparametrik EWMA. Smajdorova, dkk (2016) memperkenalkan beberapa bagan kendali nonparametrik yang dapat digunakan jika asumsi dasar normalitas pada data tidak terpenuhi yaitu dengan menggunakan bagan kendali Shewhart *Sign* dan bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* yang dalam jurnalnya menjelaskan bahwa bagan kendali Shewhart *Sign* merupakan bagan kendali \bar{X} nonparametrik yang paling sederhana dibandingkan dengan bagan kendali

nonparametrik lainnya sedangkan bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* menunjukkan bahwa metode ini bekerja dengan baik bahkan saat terjadi perubahan proses rata-rata yang relatif kecil dan terjadi secara tiba-tiba.

Berdasarkan uraian di atas, penulis akan mengkaji mengenai bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* untuk memonitor proses produksi pakan ternak dan menjabarkan *Average Run Length* (ARL) dengan pendekatan rantai Markov untuk mengevaluasi kinerja bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* dan membandingkannya dengan bagan kendali Shewhart *Sign* untuk mengetahui bagan kendali nonparametrik yang lebih baik untuk digunakan pada data yang tidak memenuhi asumsi normalitas.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana menentukan batas kendali dari bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign*?
2. Bagaimana mengaplikasikan bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* pada data kandungan lemak dalam produk pakan ternak ?
3. Bagaimana menentukan performa bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* berdasarkan nilai ARL dengan pendekatan rantai Markov pada data kandungan lemak dalam produk pakan ternak ?
4. Bagaimana perbandingan performa antara bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* dengan bagan kendali Shewhart *Sign* berdasarkan nilai ARL?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dalam penelitian ini adalah:

1. Mendapatkan batas kendali dari bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign*.
2. Mengaplikasikan bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* pada data kandungan lemak dalam produk pakan ternak.

3. Memperoleh informasi tentang performa bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* berdasarkan nilai ARL dengan pendekatan rantai Markov pada data kandungan lemak dalam produk pakan ternak.
4. Memperoleh hasil perbandingan performa antara bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* dengan bagan kendali Shewhart *Sign* berdasarkan nilai ARL.

1.4 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, penulis memberikan batasan masalah sebagai berikut:

1. Data yang digunakan adalah data pengamatan kandungan lemak yang terdapat dalam produk pakan ternak di PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk unit Makassar pada bulan Desember 2021 hingga Januari 2022.
2. Ukuran setiap sampel (n) adalah sama dan $n = 10$.
3. Nilai parameter pembobot λ yang digunakan pada penelitian ini adalah $\lambda = 0.05$, $\lambda = 0.3$ dan $\lambda = 0.8$

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

1. Bagi pengembangan ilmu pengetahuan, diharapkan dengan adanya penelitian ini dapat menambah dinamika keilmuan mengenai pengendalian kualitas statistik (*statistical proses control*) khususnya tentang bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign*.
2. Bagi pihak perusahaan, diharapkan metode nonparametrik EWMA *Sign* dapat menjadi rekomendasi atau referensi dalam melakukan pengendalian kualitas pada proses produksi yang dilakukan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Bagan Kendali

Bagan kendali merupakan salah satu alat pengendalian kualitas statistik yang secara grafis menampilkan gambaran tentang perilaku sebuah proses. Fungsi bagan kendali di dunia industri sebagai alat untuk memonitor suatu proses produksi agar tetap berada dalam pengendalian kualitas secara statistik sehingga dapat mempertahankan tingkat kualitas suatu produk. Bagan kendali tersusun atas garis-garis kendali yaitu garis tengah yang menunjukkan nilai rata-rata karakteristik kualitas, Batas Kendali Atas atau *Upper Control Limit* (UCL) dan Batas Kendali Bawah atau *Lower Control Limit* (LCL) yang dijadikan sebagai dasar pengukuran untuk mendeteksi sinyal *out of control* ketika terjadi pergeseran terhadap rata-rata hasil produksi (Abbasi, 2010).

Berdasarkan data yang digunakan, bagan kendali diklasifikasikan menjadi 2 jenis yaitu (Montgomery, 2009):

1. Bagan kendali atribut Bagan kendali atribut merupakan bagan kendali untuk memonitor karakteristik kualitas yang diklasifikasikan berdasarkan sifat produk seperti cacat dan tidak cacat.
2. Bagan kendali variabel

Bagan kendali variabel merupakan bagan kendali untuk memonitor karakteristik kualitas produk yang diperoleh dari hasil pengukuran. Data yang dibutuhkan untuk penerapan bagan kendali ini adalah data yang bersifat variabel seperti panjang, berat, volume, dan lain-lain.

Pembuatan bagan kendali memerlukan nilai *mean* (μ) yang dapat diketahui ataupun tidak dapat diketahui. Nilai μ yang telah diketahui sebelumnya merupakan suatu nilai yang telah ditetapkan oleh perusahaan untuk dijadikan standar pengukuran kualitas. Namun dalam prakteknya, kebanyakan nilai μ tidak diketahui sehingga terlebih dahulu dilakukan penaksiran untuk mendapatkan nilai μ . Jika $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_m$ adalah rata-rata dari masing-masing sampel ke-1, 2, ..., m , maka nilai dari μ dapat ditaksir dari rata-rata seluruh sampel ($\bar{\bar{X}}$) yang dihitung dengan:

$$\mu = \bar{X} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \dots + \bar{X}_m}{m} \quad (2.1)$$

Dengan m adalah jumlah sampel (Putri, 2011).

2.2 Distribusi Binomial

Distribusi binomial merupakan ukuran penyebaran data dari hasil percobaan Bernoulli yang diulang sebanyak n kali percobaan dengan dua kemungkinan hasil dari setiap percobaan yaitu sukses atau gagal. Distribusi binomial memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

1. Percobaan dilakukan sebanyak n kali pengamatan;
2. Setiap percobaan hanya mempunyai dua kemungkinan hasil yaitu sukses dan gagal dengan peluang sukses yaitu p dan peluang gagal yaitu $q = 1 - p$;
3. Setiap percobaan bersifat independen (saling bebas), artinya hasil dari suatu percobaan tidak mempengaruhi hasil percobaan lainnya;
4. Probabilitas sukses pada setiap percobaan konstan, artinya probabilitas sukses harus sama untuk setiap percobaan.

Misalkan X merupakan suatu variabel acak diskrit yang menyatakan banyaknya kejadian sukses (p) dari n kali percobaan yang saling bebas, maka probabilitas distribusi binomial dengan parameter (n, p) didefinisikan sebagai berikut:

$$P(X = x) = f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} ; x = 0, 1, \dots, n \quad (2.2)$$

Notasi $\binom{n}{x}$ disebut koefisien binomial merupakan kombinasi x dari n yang diperoleh dengan persamaan (Sibuea, 2019):

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x! (n - x)!}$$

dengan:

x : jumlah sukses dalam n kali percobaan

p : peluang sukses ($0 \leq p \leq 1$)

n : jumlah percobaan

q : peluang gagal

2.2.1 Nilai Ekspektasi Variabel Acak X

Nilai ekspektasi variabel acak X dengan menggunakan fungsi pembangkit momen jika diketahui $X \sim BIN(n, p)$, maka terlebih dahulu dicari nilai $M_x(t)$:

$$\begin{aligned}M_x(t) &= E[e^{tx}] \\&= \sum_{x=0}^n e^{tx} f(x) \\&= \sum_{x=0}^n e^{tx} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \\&= \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} e^{tx} p^x (1-p)^{n-x} \\&= \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} (pe^t)^x (1-p)^{n-x}\end{aligned}\tag{2.3}$$

Misalkan $a = pe^t$ dan $b = (1-p)$, maka persamaan (2.3) akan diuraikan membentuk teorema binomial sebagai berikut:

$$\begin{aligned}M_x(t) &= \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} (pe^t)^x (1-p)^{n-x} \\&= \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} (a)^x (b)^{n-x} \\&= a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + b^n \\&= (a + b)^n\end{aligned}\tag{2.4}$$

Dengan menggunakan teorema binomial pada persamaan (2.4) maka persamaan (2.3) menjadi:

$$M_x(t) = (pe^t + (1-p))^n$$

Setelah mendapatkan fungsi pembangkit moment distribusi binomial yaitu $M_x(t)$, maka akan diturunkan moment pertama $M_x(t)$ untuk mendapatkan nilai ekspektasi X sebagai berikut:

$$E(X) = \frac{d}{dt} M_x(t) |_{t=0}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{d}{dt} (pe^t + (1-p))^n \Big|_{t=0} \\
&= n[pe^t + (1-p)]^{n-1} \frac{d}{dt} (pe^t + (1-p)) \Big|_{t=0} \\
&= n[pe^t + (1-p)]^{n-1} pe^t \Big|_{t=0} \\
&= n[pe^0 + (1-p)]^{n-1} pe^0 \\
&= n[p + (1-p)]^{n-1} p \\
&= n[1]^{n-1} p \\
&= np
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Jadi diperoleh nilai ekspektasi dari X adalah $E(X) = np$

2.2.2 Nilai Variansi Variabel Acak X

Nilai variansi dari distribusi binomial dengan menggunakan fungsi pembangkit momen yaitu:

$$\begin{aligned}
Var(X) &= E[X^2] - (E[X])^2 \\
&= E[X^2] - (np)^2
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Niali $E[X^2]$ dapat diperoleh dari menghitung nilai turunan kedua dari persamaan $M_x(t)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
E[X^2] &= \frac{d^2}{dt^2} M_x(t) \Big|_{t=0} \\
&= \frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} M_x(t) \right] \Big|_{t=0} \\
&= \frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} (pe^t + (1-p))^n \right] \Big|_{t=0} \\
&= \frac{d}{dt} [n[pe^t + (1-p)]^{n-1} pe^t] \Big|_{t=0}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Misalkan $f(t) = n[pe^t + (1-p)]^{n-1}$ dan $g(t) = pe^t$, maka persamaan (2.7) menjadi:

$$\begin{aligned}
E[X^2] &= \left(\frac{d}{dt} f(t) \right) g(t) + f(t) \left(\frac{d}{dt} g(t) \right) \Big|_{t=0} \\
&= \left(\frac{d}{dt} [n[pe^t + (1-p)]^{n-1}] \right) pe^t + n[pe^t + (1-p)]^{n-1} \left(\frac{d}{dt} [pe^t] \right) \Big|_{t=0} \\
&= (n(n-1)[pe^t + (1-p)]^{n-2} pe^t) pe^t + n[pe^t + (1-p)]^{n-1} pe^t \Big|_{t=0} \\
&= (n(n-1)[pe^0 + (1-p)]^{n-2} pe^0) pe^0 + n[pe^0 + (1-p)]^{n-1} pe^0 \\
&= (n(n-1)[p + (1-p)]^{n-2} p) p + n[p + (1-p)]^{n-1} p \\
&= (n(n-1)[1]^{n-2} p) p + n[1]^{n-1} p \\
&= (n(n-1)p) p + np \\
&= np + n(n-1)p^2 \\
&= np + n^2p^2 - np^2
\end{aligned}$$

Setelah mendapatkan nilai $E[X^2] = np + n^2p^2 - np^2$, Maka akan ditentukan nilai pada persamaan (2.6) yaitu:

$$\begin{aligned}
Var(X) &= E[X^2] - (np)^2 \\
&= np + n^2p^2 - np^2 - (np)^2 \\
&= np - np^2 \\
&= np(1-p)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Jadi nilai variansi dari X adalah $np(1-p)$.

2.3 Uji Asumsi

Uji asumsi bertujuan untuk memastikan bahwa data yang akan digunakan dalam penelitian telah memenuhi asumsi untuk dilakukan analisis lebih lanjut sesuai dengan metode yang akan digunakan. Uji asumsi pada bagan kendali terdiri dari uji normalitas dan uji keacakan data (*run test*).

2.3.1 Uji Normalitas

Uji normalitas merupakan sebuah uji yang dilakukan untuk memastikan bahwa sebaran data yang akan digunakan pada penelitian telah mengikuti distribusi normal. Salah satu uji normalitas yang dapat digunakan yaitu uji Kolmogorov-Smirnov dengan hipotesis dan statistik uji pada persamaan berikut (Nuraviva & Achmad, 2011):

Hipotesis:

H_0 : data berdistribusi normal

H_1 : data tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

$$D_{hitung} = \max|F_s(x) - F_t(x)| \quad (2.9)$$

$$F_s(x) = \frac{f_{kum}}{n} \quad (2.10)$$

dengan:

$F_s(x)$: distribusi frekuensi kumulatif dari data

$F_t(x)$: probabilitas kumulatif distribusi normal untuk setiap nilai yang teramati

D_{hitung} : deviasi maksimum

$D_{\alpha,n}$: nilai kritis uji Kolmogorov-Smirnov

f_{kum} : frekuensi kumulatif ke- i

n : jumlah data

Taraf Signifikansi :

$$\alpha = 0,05$$

Kriteria Pengujian:

Jika nilai $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ (nilai $\alpha = 0,05$), maka H_0 diterima yang berarti bahwa sebaran data telah berdistribusi normal. Sebaliknya, jika nilai $D_{hitung} > D_{\alpha,n}$ (nilai $\alpha = 0,05$), maka tidak cukup bukti untuk menerima H_0 yang berarti bahwa data yang digunakan tidak berdistribusi normal.

2.3.2 Uji Keacakan Data (*Run Test*)

Uji keacakan data (*run test*) berfungsi untuk memastikan bahwa sederetan data pengamatan berasal dari proses pengambilan yang acak atau data tidak berhubungan satu sama lain. Sujarweni dan Endrayanto (2012) dalam bukunya menyatakan uji hipotesis untuk uji keacakan data (*run test*) adalah sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : Data bersifat acak

H_1 : Data tidak bersifat acak

Statistik Uji:

$$Z_{hitung} = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \quad (2.11)$$

r berdistribusi normal dengan nilai rata-rata (μ_r) dan standar deviasi (σ_r) diperoleh dari perhitungan berikut:

$$\mu_r = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \quad (2.12)$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}} \quad (2.13)$$

dengan:

n_1 : jumlah data bertanda (+)

n_2 : jumlah data bertanda (-)

r : jumlah *run* (urutan sampel yang identik)

Taraf Signifikansi :

$$\alpha = 0,05$$

Kriteria Uji :

1. H_0 diterima jika $-\frac{Z_\alpha}{2} < Z_{hitung} < \frac{Z_\alpha}{2}$.
2. H_0 ditolak jika nilai $Z_{hitung} < -\frac{Z_\alpha}{2}$ atau $Z_{hitung} > \frac{Z_\alpha}{2}$.

2.4 Bagan Kendali EWMA

Bagan kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) pertama kali diperkenalkan oleh S.W Roberts pada tahun 1959. EWMA merupakan bagan kendali yang digunakan untuk mendeteksi pergeseran proses rata-rata yang relatif kecil dari pusat distribusi pengamatan. Titik-titik yang diplotkan merupakan pergerakan rata-rata sampel yang diberi bobot (*Weighted Moving Average*) dan bobot tersebut mengalami perubahan secara eksponensial. Misalkan \bar{X}_i adalah nilai rata-rata data pengamatan pada sampel ke- i yang berukuran $n \geq 1$, maka sampel dari proses tersebut diasumsikan berdistribusi normal atau $\bar{X}_i \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$.

Rumus untuk menentukan titik plot bagan kendali EWMA untuk rata-rata proses didefinisikan sebagai berikut (Montgomery, 2009):

$$Y_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda)Y_{i-1} \quad (2.14)$$

dengan:

Y_i : nilai titik plot EWMA pada sampel ke- i ($i = 1, 2, 3, \dots, m$)

λ : parameter pembobot dengan nilai $0 < \lambda < 1$

Garis tengah untuk bagan kendali EWMA yaitu $CL = \mu$ dan batas kendali pada bagan kendali EWMA untuk rata-rata proses sebagai berikut:

$$UCL = \mu + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (2.15)$$

$$LCL = \mu - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (2.16)$$

dengan:

$$\mu : \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m}$$

σ : standar deviasi

L : parameter lebar batas kendali

2.5 Bagan Kendali Nonparametrik EWMA Sign

Bagan kendali Nonparametrik EWMA Sign pertama kali diperkenalkan oleh Yang, Lin dan chen (2011) yang berfungsi untuk mendeteksi pergeseran proses rata-rata yang relatif kecil pada data yang tidak memenuhi asumsi normalitas. Misalkan X_j merupakan data pengamatan dari masing-masing sampel yang berukuran n dan μ adalah nilai *mean* dari seluruh sampel, maka prosedur awal pembuatan bagan kendali nonparametrik EWMA Sign yaitu dengan melakukan statistik uji tanda yang didefinisikan sebagai berikut:

$$M_j = X_j - \mu \text{ dan } I_j = \begin{cases} 1; & \text{jika } M_j > 0 \\ 0 & \text{jika } M_j \leq 0 \end{cases}, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.17)$$

M_j merupakan hasil dari proses deviasi antara data pengamatan (X_j) dengan nilai rata-rata seluruh sampel (μ). Misalkan S_i merupakan variabel acak yang menyatakan jumlah dari $M_j = X_j - \mu > 0$ saat sampel ke- i yang dilakukan sebanyak n kali pengamatan dengan dua kemungkinan hasil yaitu $M_j > 0$ atau $M_j \leq 0$, maka $S_i = \sum_{j=1}^n I_j$ akan mengikuti distribusi binomial dengan parameter (n, p) . Saat proses terkendali diperoleh nilai $p = P(M_j > 0) = 0,5$ yang merupakan nilai proporsi dari proses dan jika proses tidak terkendali yang berarti terdapat penyimpangan terhadap nilai rata-rata target maka $p \neq 0,5$.

Rumus untuk menentukan titik plot nonparametrik EWMA Sign adalah sebagai berikut:

$$Z_i = \lambda(S_i) + (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad (2.18)$$

dengan:

Z_i : nilai titik plot nonparametrik EWMA Sign pada sampel ke- i

λ : parameter pembobot ($0 < \lambda < 1$)

Z_{i-1} : nilai titik plot nonparametrik EWMA Sign pada sampel sebelumnya ($i - 1$)

S_i merupakan variabel acak yang berdistribusi binomial dengan parameter n dan p , maka penentuan nilai *mean* dan variansi untuk variabel acak S_i akan sama dengan hasil penentuan nilai *mean* dan variansi untuk variabel acak X yang telah dibuktikan pada persamaan (2.5) dan (2.8) sebagai berikut:

$$E(S_i) = np \quad (2.19)$$

$$Var(S_i) = np(1 - p) \quad (2.20)$$

Nilai Z_0 merupakan nilai rata-rata awal yang diperlukan untuk mendapatkan nilai titik plot EWMA pada sampel pertama ($i=1$). Titik plot (Z_i) pada bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* dibangun berdasarkan jumlah dari $M_j = X_j - \mu > 0$ atau (S_i), maka Z_0 (rata-rata awal) pada bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* merupakan nilai ekspektasi dari S_i , sehingga diperoleh (Yang dkk., 2011):

$$Z_0 = E(S_i) = np \quad (2.21)$$

Batas kendali dari bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* untuk jumlah sampel (i) kecil dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$UCL = \frac{n}{2} + k \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right) (1 - (1-\lambda)^{2i}) \frac{n}{4}} \quad (2.22)$$

$$CL = \frac{n}{2} \quad (2.23)$$

$$LCL = \frac{n}{2} - k \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right) (1 - (1-\lambda)^{2i}) \frac{n}{4}} \quad (2.24)$$

Sedangkan batas kendali dari bagan kendali Nonparametrik EWMA *Sign* untuk jumlah sampel (i) besar dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$UCL = \frac{n}{2} + k \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} \left(\frac{1}{4} n\right)} \quad (2.25)$$

$$CL = \frac{n}{2} \quad (2.26)$$

$$LCL = \frac{n}{2} - k \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} \left(\frac{1}{4} n\right)} \quad (2.27)$$

dengan:

λ : parameter pembobot

k : parameter batas kendali

Nilai k ditentukan berdasarkan jumlah sampel (n) dan parameter pembobot (λ) yang digunakan berdasarkan rekomendasi dari Yang, Lin dan Cheng (2011) dibawah kondisi $ARL_0 \approx 370$. Penentuan nilai k dapat dilihat pada Lampiran 1.

Perhitungan nilai proporsi proses untuk penentuan nilai ARL pada bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* diperoleh dengan menggunakan rumus berikut:

$$p = \frac{\sum_{i=1}^m M_i}{n \times m} \quad (2.28)$$

dengan :

p : proporsi proses

M_i : jumlah data yang berada dalam keadaan terkendali pada sampel ke- i

n : jumlah pengamatan untuk setiap sampel

m : jumlah seluruh sampel

2.6 Bagan Kendali Shewhart *Sign*

Bagan kendali Shewhart *Sign* merupakan bagan kendali Shewhart menggunakan metode nonparametrik yang dibentuk dari statistik uji tanda (*sign test*) untuk mengatasi data yang tidak memenuhi asumsi normalitas. Misalkan X_j merupakan data pengamatan dari masing-masing sampel (i) yang berukuran n dan μ adalah nilai *mean* dari seluruh sampel. Prosedur awal pembuatan bagan kendali Shewhart *Sign* yaitu dengan melakukan statistik uji tanda yang didefinisikan dengan persamaan berikut (Amin dkk., 2014):

$$SN_i = \sum_{j=1}^n \text{sign}(X_j - \mu_0) = \begin{cases} 1 & \text{jika } X_j - \mu_0 > 0 \\ 0 & \text{jika } X_j - \mu_0 = 0 \\ -1 & \text{jika } X_j - \mu_0 < 0 \end{cases}, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.29)$$

SN_i berdistribusi binomial dengan parameter n dan $p = P\{X_{ij} > 0\} = 0,5$ untuk proses terkendali. Titik-titik plot bagan kendali Shewhart *Sign* dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$T_i = \frac{SN_i + n}{2} \quad (2.30)$$

Batas kendali dari bagan kendali Shewhart *Sign* didefinisikan sebagai berikut (park, 2013):

$$UCL = n - b\left(\frac{\alpha}{2}, n, \frac{1}{2}\right) \quad (2.31)$$

$$CL = \frac{n}{2} \quad (2.32)$$

$$LCL = b\left(\frac{\alpha}{2}, n, \frac{1}{2}\right) \quad (2.33)$$

dengan:

$b\left(\frac{\alpha}{2}, n, \frac{1}{2}\right)$: nilai probabilitas distribusi binomial terbentuknya batas kendali

α : taraf signifikansi sebesar 0.0027

n : jumlah pengamatan setiap sampel

ARL bagan kendali Shewhart *Sign* dengan pendekatan rantai Markov adalah:

$$ARL = \mathbf{R}'(\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1}\mathbf{1} \quad (2.34)$$

\mathbf{Q} merupakan matriks probabilitas transisi yang berisi elemen $p_{i,j}$ diperoleh melalui persamaan berikut :

$p_{i,j} = P(\text{pergerakan ke state } j \mid \text{dari state } i)$

$$= P(L_j \leq T_i \leq U_j | T_{i-1})$$

$$= P\left(LCL + \frac{(j-1)(UCL-LCL)}{N} \leq \frac{SN_i + n}{2} \leq LCL + \frac{j(UCL-LCL)}{N} \mid n, p\right)$$

$$= P\left(\left(2\left(LCL + \frac{(j-1)(UCL-LCL)}{N}\right)\right) - n \leq SN_i \leq P\left(\left(2\left(LCL + \frac{j(UCL-LCL)}{N}\right)\right) - n\right)\right) \quad (2.35)$$

dengan:

\mathbf{R}' : vektor probabilitas awal = [1 0 ... 0]

I : matriks identitas

Q : matriks peluang transisi

$P(\cdot)$: fungsi kumulatif distribusi binomial

2.7 Proses Markov

Proses Markov merupakan bentuk khusus dari proses stokastik (proses probabilistik yang terjadi secara terus menerus) yaitu interval (kejadian) pada masa mendatang (X_{t+1}) hanya dipengaruhi oleh interval (kejadian) hari ini (X_t) dan tidak bergantung pada interval (kejadian) dimasa lampau ($X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_2, X_1, X_0$). Proses Markov dengan interval diskrit dan parameter diskrit yang memiliki sifat stasioner sering disebut dengan rantai Markov. Untuk parameter diskrit $n = 1, 2, 3, \dots, t$ sifat Markov dinyatakan sebagai berikut:

$$P_{i,j} = P(X_{t+1} = j | X_t = i) \quad (2.36)$$

Pada penerapannya, persamaan (2.36) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks probabilitas transisi sebagai berikut :

$$P_{i,j} = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & \cdots & p_{1,t} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & \cdots & p_{2,t} \\ p_{3,1} & p_{3,2} & p_{3,3} & \cdots & p_{3,t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{t,1} & p_{t,2} & p_{t,3} & \cdots & p_{t,t} \end{pmatrix}$$

Hal ini berarti jumlah entri dalam satu baris pada matriks $P_{i,j}$ harus sama dengan satu.

$$\sum_{i=1}^t p_{i,j} = 1, \text{ dan } 0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad (2.37)$$

$P_{i,j}$ merupakan matriks probabilitas transisi satu langkah dari interval i saat (t) menuju interval j pada saat $t + 1$ (Novianti & Tri, 2021).

2.8 Average Run Length Bagan Kendali Nonparametrik EWMA Sign

Average Run Length (ARL) merupakan jumlah rata-rata sampel yang harus diplot pada bagan kendali sebelum suatu titik menunjukkan keadaan tak terkendali. ARL berfungsi untuk mengevaluasi dan membandingkan kinerja berbagai bagan kendali dan memungkinkan untuk menemukan parameter yang

optimal (Montgomery, 2009). ARL terbagi menjadi 2 yaitu ARL_0 (ARL *in control*) dan ARL_1 (ARL *out of control*) dengan rumus sebagai berikut :

$$ARL_0 = \frac{1}{P(\text{tolak } H_0 | H_0 \text{ benar})} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.38)$$

$$ARL_1 = \frac{1}{P(\text{terima } H_0 | H_0 \text{ benar})} = \frac{1}{1-\beta} \quad (2.39)$$

H_0 merupakan proses dalam kondisi terkendali (*in control*) dengan nilai α merupakan probabilitas kesalahan tipe I, yaitu menyatakan proses dalam keadaan tidak terkendali (*out of control*) namun kenyataannya proses dalam keadaan terkendali (*in control*). Sedangkan β adalah probabilitas kesalahan tipe II, yaitu menyatakan proses dalam keadaan terkendali (*in control*) padahal proses dalam keadaan tidak terkendali (*out of control*). Maka ARL_0 merupakan banyaknya titik sampel yang digambarkan sebelum satu titik menunjukkan keadaan tidak terkendali (*out of control*) pada saat proses dalam kondisi terkendali (*in control*). Sedangkan ARL_1 dapat diartikan sebagai rata-rata titik pengamatan yang diplot sampai ditemukannya pengamatan yang tidak terkendali (*out of control*) pada saat proses dalam keadaan tidak terkendali (*out of control*).

Pada penelitian ini, nilai ARL_0 yang digunakan mengikuti rekomendasi dari Yang dkk (2011) yaitu menggunakan batas kendali 3-sigma, maka diperoleh kesalahan (*error*) tipe I yaitu $\alpha = 0,0027$ sehingga nilai $ARL_0 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0,0027} \approx 370$. Nilai ARL pada bagan kendali nonparametrik EWMA *Sign* dengan menggunakan pendekatan rantai Markov dapat dihitung menggunakan persamaan berikut (Yang dkk., 2011):

$$ARL = \mathbf{R}'(\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1}\mathbf{1} \quad (2.40)$$

\mathbf{Q} merupakan matriks probabilitas transisi yang berisi elemen $p_{i,j}$ diperoleh melalui persamaan berikut :

$$p_{i,j} = P\left(LCL + \frac{(UCL - LCL)}{2\lambda N}(2(j-1) - (1-\lambda)(2i-1)) < S_i < LCL + \frac{(UCL - LCL)}{2\lambda N}(2j - (1-\lambda)(2i-1))\right) \quad (2.41)$$

dengan:

R' : vektor probabilitas awal = [1 0 ... 0]

I : matriks identitas

p_{ij} : peluang transisi menuju interval j apabila interval i diketahui

$P(.)$: fungsi kumulatif distribusi binomial

2.9.1 Gambaran Umum PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk Unit Makassar

PT. Japfa Comfeed Indonesia berdiri sejak awal tahun 1971 di daerah Sidoarjo, Jawa Timur dan memiliki beberapa unit yang tersebar di Indonesia salah satunya terletak di Makassar yang merupakan pabrik ke-7 dari PT. Japfa Comfeed Indonesia. PT. Japfa Comfeed Indonesia, Tbk Unit Makassar merupakan salah satu perusahaan yang bergerak dalam bidang industri pakan ternak di daerah Sulawesi Selatan. Perusahaan ini menyediakan sumber protein hewani melalui pakan ternak bermutu dan bertekad menjadi *market leader* di wilayah Sulawesi. Dalam mewujudkan tekad tersebut, PT. Japfa Comfeed Indonesia memiliki standarisasi penerimaan yang telah dituangkan kedalam SOP (*Standart Operating Procedures*) perusahaan. Sehingga seluruh proses produksi harus sesuai dengan spesifikasi penerimaan yang ditentukan oleh departemen *quality control*.

Quality control merupakan departemen yang bertugas mengawasi dan mengontrol mulai dari penerimaan bahan baku, proses produksi pakan, hingga pakan sampai ke tangan konsumen. Departemen *quality control* terdiri dari 3 unit yaitu unit *Entrance Control* merupakan salah satu unit yang menangani masalah pengendalian bahan baku mulai dari penerimaan hingga penyimpanan bahan baku dalam gudang, unit *Stock Raw Material* yang bertugas untuk mempertahankan kualitas bahan baku selama penyimpanan sampai pada saat digunakan dalam proses produksi dan unit *Inproses Control* yang bertugas untuk mengontrol proses produksi dari intake bahan baku (pencurahan bahan baku) sampai *begging off* (pengemasan).

Bahan Baku merupakan unsur penting untuk diperhatikan dalam penyusunan formulasi pakan karena hasilnya akan sangat berpengaruh terhadap pertumbuhan ternak. Pakan ternak yang dibuat harus memiliki komposisi kandungan nutrisi yang lengkap. Salah satu komponen nutrisi yang memiliki sumber energi tinggi dalam pakan ternak yaitu lemak. Lemak menjadi bahan baku

yang dicampur dalam pakan ternak karena mampu meningkatkan kandungan energi pakan. Namun, kandungan persentase lemak dalam produk pakan ternak harus selalu terkontrol dan diawasi karena jika berlebihan akan mengakibatkan diare pada ternak dan pakan mudah tengik (*rancidity*). Oleh karena itu, perlu dilakukan pengasawaan yang ketat terhadap tingkat kandungan lemak yang terkandung dalam produk pakan ternak agar kualitas yang dihasilkan bisa tetap terjaga sehingga mampu memberikan kepuasan terhadap konsumen.