

Skripsi Statistika

**PEMODELAN JUMLAH KEMATIAN IBU DAN BAYI
DI PROVINSI SULAWESI SELATAN
MENGGUNAKAN *BIVARIATE GENERALIZED
POISSON REGRESSION***

SKRIPSI



**NOVA
H051181013**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
DESEMBER 2022**

**PEMODELAN JUMLAH KEMATIAN IBU DAN BAYI
DI PROVINSI SULAWESI SELATAN
MENGGUNAKAN *BIVARIATE GENERALIZED
POISSON REGRESSION***

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

NOVA

H051181013

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
DESEMBER 2022**

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sunggu
bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

**Pemodelan Jumlah Kematian Ibu dan Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan
Menggunakan *Bivariate Generalized Poisson Regression***

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah
dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 13 Desember 2022



Nova

H051181013

**PEMODELAN JUMLAH KEMATIAN IBU DAN BAYI DI
PROVINSI SULAWESI SELATAN MENGGUNAKAN
*BIVARIATE GENERALIZED POISSON REGRESSION***

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama

Andi Kresna Jaya, S.Si, M.Si.

NIP. 197312282000031001

Pembimbing Pertama

Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.

NIP. 196505191993032002

Ketua Program Studi

Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.

NIP. 197201171997032002

13 Desember 2022

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :

Nama : Nova
NIM : H051181013
Program Studi : Statistika
Judul Skripsi : Pemodelan Jumlah Kematian Ibu dan Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan *Bivariate Generalized Poisson Regression*

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Pengaji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

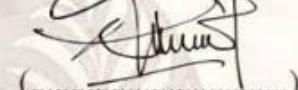
DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.



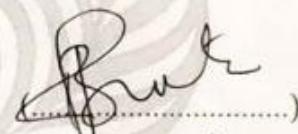
(.....)

2. Sekretaris : Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.



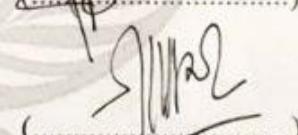
(.....)

3. Anggota : Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D



(.....)

4. Anggota : Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.



(.....)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 13 Desember 2022

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada **Tuhan Yesus Kristus** atas berkat, pertolongan, dan kasih karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul “**Pemodelan Jumlah Kematian Ibu dan Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Bivariate Generalized Poisson Regression**” yang disusun sebagai salah satu syarat akademik untuk meraih gelar sarjana pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis tugas akhir ini tentunya tidak lepas dari bantuan berbagai pihak baik moril maupun materil. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tak terhingga kepada Ayahanda **Titus Allo Padang** dan Ibunda **Ludia** yang selalu mendoakan, melimpahkan cinta dan kasih sayang serta selalu mendukung penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Untuk saudaraku terkasih **Elti Allo Padang** dan **Evan** serta seluruh keluarga besar terima kasih telah memberikan semangat, motivasi, doa, dan dukungan moril maupun materil kepada penulis selama penyusunan tugas akhir ini.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin berserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin berserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika, segenap Dosen Pengajar dan Staf yang telah membekali ilmu dan kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.
4. **Bapak Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.**, selaku Pembimbing Utama dan **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.**, selaku Pembimbing Pendamping yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya di tengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk senantiasa memberikan arahan,

dorongan, dan motivasi kepada penulis mulai dari awal hingga selesaiya penulisan tugas akhir ini.

5. **Ibu Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D** dan **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.**, selaku Tim Penguji yang telah memberikan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini serta waktu yang telah diberikan kepada penulis.
6. **Ibu Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D** selaku Penasehat Akademik penulis. Terima kasih atas segala arahan, nasehat serta motivasi yang selalu diberikan kepada Penulis selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika.
7. Teman-teman **Statistika 2018** terima kasih untuk segala kebersamaan yang tak terlupakan selama masa perkuliahan, kerja sama, kenangan suka dan duka serta dukungan yang telah diberikan kepada penulis setiap kali penulis mengalami hambatan dalam menyelesaikan tugas akhir.
8. Sahabat seperjuanganku **Restu, Agra, dan Manto** terima kasih telah mendengarkan segala keluh kesah, memberikan nasehat, dukungan, bantuan, kerja sama, kenangan suka dan duka selama masa perkuliahan hingga saat ini sehingga penulis bisa mendapatkan lebih banyak pelajaran hidup.
9. Sobat **Koperasi** yaitu **Acca', Rael, Manto, Haksar, Hafis, Restu, Fani, Ika, Emi, Rifka, Agra, Dian** dan **Yuyu** terima kasih untuk segala kebersamaan, kerja sama, bantuan dan dukungan selama penyusunan tugas akhir.
10. Teman-teman **KKN Gelombang 106 Toraja Utara 2** terima kasih untuk segala kebersamaan, kenangan, dukungan dan motivasi yang diberikan kepada penulis selama mengerjakan tugas akhir.
11. **Dhea, Ingke', Intan** dan **Frisca** terima kasih untuk segala kebersamaan, cerita, dukungan dan bantuan selama masa KKN hingga saat ini.
12. Teman-teman **GMKI 2018** terima kasih untuk doa, dukungan, motivasi dan pengalaman yang berkesan selama masa perkuliahan hingga saat ini.
13. **GMKI Komisariat FMIPA Unhas** terima kasih untuk segala kebersamaan, dukungan, pengalaman, bantuan, kesempatan untuk melayani Tuhan serta selalu mendoakan penulis mulai dari awal perkuliahan hingga saat ini.

14. Semua pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan secara langsung maupun tidak langsung dalam penyusunan tugas akhir ini yang tidak sempat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini masih sangat jauh dari kesempurnaan sehingga segala kritikan dan saran yang membangun akan penulis terima agar tulisan ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak. Akhir kata semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi para mahasiswa terutama bagi mahasiswa Statistika Universitas Hasanuddin dan bagi perguruan tinggi lainnya.

Makassar, 13 Desember 2022



Nova

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMIK**

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nova
NIM : H051181013
Program Studi : Statistika
Departemen : Statistika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-ekslusif (Non-exclusive Royalty-Free Right)** atas tugas akhir saya yang berjudul:

**“Pemodelan Jumlah Kematian Ibu dan Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan
Menggunakan *Bivariate Generalized Poisson Regression*”**

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal, 13 Desember 2022

Yang menyatakan



(Nova)

ABSTRAK

Angka kematian ibu dan bayi merupakan salah satu indikator penting dalam menentukan derajat kesehatan masyarakat di suatu daerah. Sulawesi Selatan merupakan provinsi dengan jumlah kematian ibu dan bayi yang masih tergolong tinggi pada tahun 2020, bahkan termasuk dalam 10 besar provinsi dengan jumlah kematian ibu dan bayi tertinggi di Indonesia. Jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan merupakan sepasang data diskrit yang berdistribusi Poisson dan memiliki korelasi serta memiliki nilai varians yang lebih besar dari nilai rataannya atau mengalami overdispersi, sehingga dalam mengidentifikasi variabel-variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu dan bayi, analisis regresi yang diterapkan yaitu *Bivariate Generalized Poisson Regression*. Hasil pengujian secara parsial parameter model *Bivariate Generalized Poisson Regression* pada data jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2020 memperoleh satu variabel prediktor yang signifikan mempengaruhi jumlah kematian ibu yaitu pemberian ASI eksklusif dan tiga variabel prediktor yang signifikan mempengaruhi jumlah kematian bayi yaitu persentase peserta KB aktif, persentase pemberian ASI eksklusif dan persentase persalinan yang ditolong tenaga kesehatan.

Kata Kunci: kematian ibu, kematian bayi, overdispersi, *Bivariate Generalized Poisson Regression*

ABSTRACT

Maternal and infant mortality rates are an important indicator in determining the degree of public health in an area. South Sulawesi is a province with a relatively high number of maternal and infant deaths in 2020 and is even included in the top 10 provinces with the highest number of maternal and infant deaths in Indonesia. The number of maternal and infant deaths in South Sulawesi Province is a pair of discrete data that has a Poisson distribution and has a correlation and a variance value that is greater than the average value or experiences overdispersion so that in identifying predictor variables that have a significant effect on the number of maternal and infant deaths, The regression analysis applied is Bivariate Generalized Poisson Regression. The results of partial parameter testing of the Bivariate Generalized Poisson Regression on data on the number of maternal and infant deaths in South Sulawesi Province in 2020 obtained one predictor variable that significantly affects the number of maternal deaths, namely exclusive breastfeeding and three predictor variables that significantly affect the number of infant deaths, namely the percentage of participants active family planning, the percentage of exclusive breastfeeding and the percentage of deliveries assisted by health personnel.

Keywords: *maternal mortality, infant mortality, overdispersions, Bivariate Generalized Poisson Regression*

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN	iii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Distribusi Poisson.....	4
2.2 Regresi Poisson	5
2.3 Overdispersi	5
2.4 Generalized Poisson Regression	6
2.5 Bivariate Generalized Poisson Regression.....	7
2.6 Metode <i>Maximum Likelihood</i>	7
2.7 Multikolinearitas	8
2.8 Uji Korelasi	9
2.9 Pengujian Parameter Model Regresi <i>Bivariate Generalized Poisson</i>	9
2.9.1. Pengujian Parameter Secara Serentak	9
2.9.2. Pengujian Secara Parsial	10

2.10 Pemilihan Model Terbaik.....	11
2.11 Kematian Ibu dan Bayi.....	11
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	13
3.1 Jenis dan Sumber Data	13
3.2 Variabel Penelitian	13
3.3 Langkah Analisis Data	14
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	16
4.1 Deskripsi Data.....	16
4.2 Pengujian Asumsi Model Regresi <i>Bivariate Generalized Poisson</i>	17
4.2.1 Uji Distribusi Bivariat Poisson.....	17
4.2.2 Uji Korelasi	17
4.2.3 Uji Overdispersi	18
4.2.4 Uji Multikolinearitas	19
4.3 Estimasi Parameter Model <i>Bivariate Generalized Poisson Regression</i> ...	20
4.4 Pemodelan <i>Generalized Poisson Regression</i>	23
4.5 Pemodelan <i>Bivariate Generalized Poisson</i>	25
4.5.1 Pengujian Parameter Secara Serentak.....	26
4.5.2 Pengujian Parameter Secara Parsial	27
4.6 Pemilihan Model Terbaik <i>Bivariate Generalized Poisson Regression</i>	27
4.7 Interpretasi Model <i>Bivariate Generalized Poisson Regression</i>	28
BAB V PENUTUP	31
5.1 Kesimpulan	31
5.2 Saran.....	31
DAFTAR PUSTAKA	32
LAMPIRAN.....	34

DAFTAR TABEL

Tabel 3. 1 Variabel Penelitian	13
Tabel 4. 1 Deskripsi Data Variabel Respon	16
Tabel 4. 2 Deskripsi Data Variabel Prediktor	16
Tabel 4. 3 Nilai <i>Deviance</i> Variabel Respon	19
Tabel 4. 4 Nilai <i>Tolerance</i> dan VIF Variabel Prediktor.....	19
Tabel 4. 5 Estimasi Parameter Model <i>Generalized Poisson Regression</i>	23
Tabel 4. 6 Nilai <i>Zhitung</i> Model <i>Generalized Poisson Regression</i>	24
Tabel 4. 7 Estimasi Parameter Model BGPR	25
Tabel 4. 8 Nilai <i>Zhitung</i> Model BGPR.....	27
Tabel 4. 9 Nilai AIC Model BGPR	28

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Penelitian.....	35
Lampiran 2. Penurunan Fungsi <i>Likelihood</i> BGPR.....	36
Lampiran 3. Syntax R Estimasi Parameter Model BGPR.....	43

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Angka kematian ibu dan bayi merupakan salah satu indikator penting dalam menentukan derajat kesehatan masyarakat di suatu daerah. Keberhasilan pembangunan di suatu wilayah juga dapat dilihat dari angka kematian ibu dan angka kematian bayi. Sulawesi Selatan merupakan provinsi dengan jumlah kematian ibu dan bayi yang masih tergolong tinggi, bahkan termasuk dalam 10 besar provinsi dengan jumlah kematian ibu dan bayi tertinggi di Indonesia.

Kematian ibu dan kematian bayi merupakan dua hal yang saling berkorelasi karena selama masa kandungan gizi yang diperoleh janin disalurkan dari tubuh ibu melalui plasenta, sehingga kondisi ibu selama masa kehamilan akan berpengaruh pada janin dari bayi yang akan dilahirkannya. Peran ibu juga sangat berpengaruh dalam merawat bayi mulai saat dilahirkan hingga berumur satu tahun, sehingga agar tindak lanjut yang akan diberikan tepat guna, maka diperlukan adanya suatu penelitian tentang jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi dengan melibatkan faktor-faktor yang mempengaruhi keduanya. Salah satu metode statistika yang sering digunakan dalam menganalisis hubungan antara satu atau lebih variabel prediktor dengan variabel respon yaitu analisis regresi (Purhadi dan Rachmah, 2014).

Jumlah kematian ibu dan bayi merupakan data diskrit sehingga tergolong dalam data yang berdistribusi Poisson, sehingga salah satu metode analisis regresi yang dapat digunakan untuk menganalisis keterkaitan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi dapat yaitu dengan menggunakan model regresi Poisson. Model yang dibentuk dari pemodelan dengan menggunakan metode regresi Poisson cukup mampu untuk menyediakan suatu informasi perbedaan data yang menarik dan penting dari suatu wilayah mengenai faktor yang berpengaruh atau faktor yang signifikan terhadap variabel respon yang diamati.

Model regresi Poisson merupakan *Generalized Linear Model* (GLM) dengan data responnya diasumsikan berdistribusi Poisson. Salah satu asumsi yang

harus dipenuhi dalam regresi Poisson adalah variansi dari variabel respon sama dengan rataannya atau disebut equidispersi. Namun, terdapat pelanggaran asumsi ketika menganalisis data diskrit menggunakan model regresi Poisson, dimana nilai variansi lebih besar dibanding dengan nilai rataan, yang biasa disebut sebagai kasus overdispersi. Selain itu, juga terdapat kasus ketika nilai variansi lebih kecil dibanding nilai rataan, yang disebut sebagai kasus underdispersi.

Kasus overdispersi pada regresi Poisson dapat dilihat dari nilai statistik *Pearson Chi-Square* dibagi dengan derajat bebasnya, dan dapat diatasi menggunakan pendekatan dengan model regresi lain, salah satunya yaitu *Generalized Poisson Regression* (GPR). Model *Generalized Poisson Regression* mirip dengan model regresi Poisson yang biasa digunakan untuk menganalisis suatu masalah hubungan variabel dengan respon berupa data diskrit, namun pada model *Generalized Poisson Regression* terdapat parameter tambahan yaitu parameter dispersi.

Penelitian sebelumnya oleh Jao (2020) memodelkan data kematian bayi menggunakan regresi nonparametrik Poisson estimator *Spline Truncated* dan memperoleh 2 variabel prediktor yang signifikan mempengaruhi kematian bayi, yaitu jumlah bayi dengan berat badan lahir rendah dan pemberian asi eksklusif. Penelitian lainnya juga dilakukan oleh Yunita (2022) memodelkan data kematian dengan menggunakan model regresi *Bivariate Zero-Inflated Poisson* dan memperoleh 2 variabel prediktor yang signifikan mempengaruhi kematian ibu yaitu pelayanan kesehatan ibu nifas dan jumlah peserta KB aktif, sedangkan variabel prediktor yang signifikan mempengaruhi kematian bayi yaitu penanganan komplikasi kebidanan.

Jumlah kematian ibu dan kematian bayi di Provinsi Sulawesi Selatan yang merupakan sepasang data diskrit yang saling berkorelasi serta mengikuti distribusi Poisson, namun memiliki nilai variansi yang lebih besar daripada nilai rataratanya atau data mengalami overdispersi. Oleh karena itu, penulis melakukan penelitian yang dituangkan dalam skripsi berjudul **“Pemodelan Jumlah Kematian Ibu dan Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan Menggunakan Bivariate Generalized Poisson Regression”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, rumusan masalah yang dikaji pada penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana memodelkan jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2020 menggunakan *Bivariate Generalized Poisson Regression*?
2. Apa saja faktor-faktor yang signifikan mempengaruhi jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2020?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah untuk penelitian ini, yaitu:

1. Data yang digunakan merupakan kasus jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2020 yang terdiri dari 24 Kabupaten/Kota.
2. Estimasi parameter model regresi *Bivariate Generalized Poisson* menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) melalui iterasi Newton Raphson.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Memperoleh model jumlah kematian ibu dan jumlah kematian bayi di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2020 menggunakan *Bivariate Generalized Poisson Regression*.
2. Memperoleh faktor-faktor yang signifikan mempengaruhi jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2020.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat yaitu:

1. Memberikan informasi mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian ibu dan bayi di Sulawesi Selatan dan bagaimana pemodelannya menggunakan regresi *Bivariate Generalized Poisson*.
2. Memberikan informasi bagi masyarakat maupun pemerintah agar menjadi acuan dalam mengambil langkah untuk mengurangi jumlah kematian ibu dan bayi di Provinsi Sulawesi Selatan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Poisson

Percobaan yang menghasilkan nilai untuk variabel random dan merupakan banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama selang waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu disebut percobaan Poisson. Distribusi Poisson mempunyai karakteristik yang tidak bisa yaitu mempunyai mean dan variansi yang sama yaitu μ . Fungsi probabilitas dari distribusi Poisson adalah:

$$f(y, \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}; y = 0, 1, 2, \dots; \mu > 0$$

Distribusi Poisson bivariat terjadi saat terdapat X_1, X_2, X_3 merupakan variabel random yang berdistribusi Poisson dengan rata-rata μ_1, μ_2 dan μ_3 . Terdapat variabel Y_1 dan Y_2 dengan $Y_1 = X_1 + X_3$ dan $Y_2 = X_2 + X_3$ yang secara bersama-sama berdistribusi Poisson bivariat, maka fungsi probabilitas ditunjukkan seperti berikut (Ratnasari & Purhadi, 2013):

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} e^{-(\mu_1+\mu_2+\mu_3)} \frac{\mu_1^{y_1}}{y_1!} \frac{\mu_2^{y_2}}{y_2!} \sum_{k=0}^{\min(y_1, y_2)} \binom{y_1}{k} \binom{y_2}{k} k! \left(\frac{\mu_3}{\mu_1 \mu_2}\right)^k, & y_j = 0, 1, 2, \dots \\ , y_j \text{ yang lain} & \end{cases}$$

dengan

y_1, y_2 = variabel respon

μ_1, μ_2, μ_3 = parameter rata-rata dari variabel X_1, X_2, X_3

k = nilai yang mungkin untuk X_3

Parameter μ_3 adalah suatu ukuran untuk mengetahui besarnya korelasi antara Y_1 dan Y_2 . Jika μ_3 bernilai nol, maka Y_1 dan Y_2 saling bebas dan bukan merupakan *Bivariate Poisson*.

Pengujian distribusi Poisson bivariat dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan *Index of Dispersion Test* (I_B). Hipotesis yang digunakan yaitu:

H_0 : Variabel respon mengikuti distribusi Poisson bivariat

H_1 : Variabel respon tidak mengikuti distribusi Poisson bivariat

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$I_B = \frac{n(\bar{Y}_2 S_{Y_1}^2 - 2m_{11}^2 + \bar{Y}_1 S_{Y_2}^2)}{\bar{Y}_1 \bar{Y}_2 - m_{11}^2}$$

dimana:

$$S_{Y_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2}{n}, S_{Y_2}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2}{n} \text{ dan } m_{11} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_{1i} - \bar{Y}_1)(Y_{2i} - \bar{Y}_2)}{n}$$

Daerah penolakan H_0 adalah $|I_B| > \chi^2_{(\alpha; 2n-3)}$ (Best, 1999).

2.2 Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan model regresi yang dapat digunakan pada data yang variabel responnya berdistribusi Poisson dan berjenis diskrit. Model regresi Poisson merupakan model standar untuk data diskrit dan termasuk dalam model linier. Regresi Poisson termasuk dalam *Generalized Linier Model* dan merupakan salah satu bentuk regresi yang digunakan untuk model data cacahan. Variabel respon dalam regresi Poisson berasal dari data cacahan yang menyebar mengikuti distribusi Poisson. Jika variabel respon Y merupakan data diskrit yang berdistribusi Poisson dengan parameter μ , maka model regresi Poisson jika X_1, X_2, \dots, X_k adalah variabel prediktor dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})$$

dengan $\mathbf{x}_i = [1 \quad X_{1i} \quad X_{2i} \quad \dots \quad X_{ki}]^T$ dan $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_k]^T$ dimana $i = 1, 2, \dots, n$ (Ramadhani, dkk, 2018).

Pada regresi Poisson, salah satu asumsi yang harus dipenuhi adalah asumsi kesamaan antara rata-rata dan variansi atau yang disebut dengan equidispersi. Dalam analisis data statistika, data yang memiliki varians lebih kecil dari rataannya disebut dengan underdispersi, sedangkan data yang variansinya lebih besar dari rataannya disebut dengan overdispersi (Azizah & Arum, 2021).

2.3 Overdispersi

Menurut McCullagh dan Nelder (1989), regresi Poisson dikatakan mengandung overdispersi apabila nilai variansinya lebih besar dari nilai rata-ratanya. Overdispersi memiliki dampak yang sama dengan pelanggaran asumsi, jika pada data diskrit terjadi overdispersi namun tetap digunakan model regresi Poisson, dugaan dari parameter koefisien regresinya tetap konsisten namun tidak

efisien. Hubungan parameter dispersi (ϕ) dengan varians dan rata-rata dalam regresi Poisson adalah:

$$\phi = \frac{Var(Y)}{\mu}$$

Perhitungan nilai dispersi dengan menggunakan *Pearson Chi-Square* adalah:

$$\phi = \frac{\chi^2}{df} = \frac{Pearson\ Chi - Square}{df}$$

Menurut Hilbe (2011), cara lain untuk mendeteksi adanya kasus overdispersi yaitu dengan melihat nilai *deviance*. Bentuk statistika *deviance* yaitu:

$$D = 2 \sum_{i=0}^n y_i \log \left(\frac{y_i}{\mu_i} \right)$$

Jika hasil bagi antara nilai statistik D terhadap derajat bebasnya atau statistik χ^2 terhadap derajat bebasnya lebih dari 1, maka terindikasi bahwa telah terjadi overdispersi pada model regresi Poisson, sedangkan jika nilai hasil bagi lebih kecil atau kurang dari 1, maka dinyatakan sebagai kasus undersipersi.

2.4 Generalized Poisson Regression

Generalized Poisson Regression merupakan salah satu model yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah overdispersi dan underdispersi. Model *Generalized Poisson* dapat dinyatakan melalui persamaan berikut (Azizah & Arum, 2021):

$$\log(\mu_i(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki}; i = 1, 2, \dots, n$$

atau dapat ditulis dengan:

$$\begin{aligned} \mu_i(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}) &= \mu_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki}) \\ &= \exp \left(\beta_0 + \sum_{j=i}^k \beta_j x_{ji} \right) \end{aligned}$$

Pada model regresi Poisson, fungsi probabilitas bersyarat dari Y_i diberikan nilai $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}$ adalah:

$$f(y_i | x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}; \mu_i(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})) = \frac{[\mu_i(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})]^{y_i} \exp[-\mu_i(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})]}{y_i!},$$

sedangkan pada model regresi *Generalized Poisson*, fungsi probabilitas bersyarat dari Y_i diberikan nilai $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}$ adalah:

$$f(y_i|x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}; \mu_i, \alpha) = \mu_i^{y_i} \frac{(1+\alpha y_i)^{y_i-1}}{y_i!} \exp(-\mu_i(1+\alpha y_i)) \quad (2.1)$$

$$y_i = 0, 1, \dots, n$$

Dari persamaan (2.1) dapat dilihat bahwa fungsi probabilitas dari *Generalized Poisson Regression* merupakan perluasan dari fungsi probabilitas regresi Poisson dimana pada fungsi probabilitas *Generalized Poisson Regression* terdapat sebuah parameter tambahan yaitu α yang merupakan parameter dispersi.

2.5 Bivariate Generalized Poisson Regression

Bivariate Poisson Regression merupakan metode yang digunakan untuk memodelkan sepasang data diskrit yang memiliki korelasi dengan beberapa variabel prediktor. Jika terdapat sepasang variabel acak saling bebas Y_{1i} dan Y_{2i} yang berdistibusi *Generalized Poisson* dengan rata-rata μ_{1i} dan μ_{2i} , dan parameter dispersi α_1 dan α_2 maka fungsi probabilitas maka fungsi probabilitas bersama dari Y_1 dan Y_2 sehingga diperoleh fungsi probabilitas *Bivariate Generalized Poisson Regression* adalah:

$$\begin{aligned} f(y_{1i}, y_{2i}) &= \mu_{1i}, \mu_{2i}, \mu_0 \exp\{-(\mu_{1i} + \mu_{2i} + \mu_0) - y_{1i}\alpha_1 - y_{2i}\alpha_2\} \\ &\quad \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \frac{1}{(y_{1i}-k)!(y_{2i}-k)!k!} ((\mu_{1i} + (y_{1i} - k)\alpha_1)^{y_{1i}-k-1}) ((\mu_{2i} + (y_{2i} - k)\alpha_2)^{y_{2i}-k-1}) ((\mu_0 + k\alpha_0)^{k-1}) \exp\{k(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Jika $(Y_{1i}, Y_{2i}) \sim GPB(\mu_{1i}, \mu_{2i}, \alpha_1, \alpha_2)$ maka model dari *Bivariate Generalized Poisson Regression* adalah:

$$\ln(\mu_{ji}) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} = (\beta_0 + \beta_{j1}x_{1i} + \beta_{j2}x_{2i} + \dots + \beta_{jk}x_{ki})$$

$$\mu_{ji} = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) = \exp(\beta_0 + \beta_{j1}x_{1i} + \beta_{j2}x_{2i} + \dots + \beta_{jk}x_{ki})$$

dimana $j = 1, 2; i = 1, 2, \dots, n$ merupakan banyak pengamatan (Vernic, 1997).

Penaksiran parameter *Bivariate Poisson Regression* dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) akan dibahas pada Bab IV tugas akhir ini.

2.6 Metode Maximum Likelihood

Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi titik. Misalkan terdapat sampel acak yaitu Y_1, Y_2, \dots, Y_n yang saling bebas dari populasi dengan fungsi probabilitas

$f(y|\boldsymbol{\theta})$ dan $\boldsymbol{\theta}$ merupakan parameter yang tidak diketahui, maka fungsi *likelihood* dapat dituliskan seperti berikut.

$$L(\boldsymbol{\theta}|y) = f(y_1, y_2, \dots, y_n | \boldsymbol{\theta})$$

$$L(\boldsymbol{\theta}|y) = \prod_{i=1}^n f(y_i | \boldsymbol{\theta})$$

Estimator maksimum *likelihood* $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ adalah nilai $\boldsymbol{\theta}$ yang memaksimumkan fungsi *likelihood* $l(\boldsymbol{\theta}|y)$ yang dapat dituliskan seperti berikut.

$$l(\boldsymbol{\theta}|y) = \ln L(\boldsymbol{\theta}|y) = \ln \left\{ \prod_{i=1}^n f(y_i | \boldsymbol{\theta}) \right\} = \sum_{i=1}^n \ln f(y_i | \boldsymbol{\theta})$$

Nilai $\boldsymbol{\theta}$ yang memaksimumkan fungsi $l(\boldsymbol{\theta}|y)$ diperoleh dengan menurunkan $l(\boldsymbol{\theta}|y)$ terhadap $\boldsymbol{\theta}$ dan disamakan dengan nol sel seperti berikut (Hogg & Craig, 1995):

$$l'(\boldsymbol{\theta}|y) = \frac{\partial l(\boldsymbol{\theta}|y)}{\partial \boldsymbol{\theta}} = 0$$

2.7 Multikolinearitas

Multikolinearitas adalah adanya hubungan antara variabel bebas yang satu dengan variabel bebas yang lain. Pendekripsi kasus multikolinearitas dilakukan menggunakan kriteria nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Jika nilai VIF lebih besar dari 10 menunjukkan adanya multikolinearitas antar variabel prediktor. Nilai VIF dinyatakan seperti berikut (Rahmadeni & Jannah, 2019):

$$VIF_k = \frac{1}{1 - R_k^2}, (k = 1, 2, \dots, P)$$

$$R_k^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}, (i = 1, 2, \dots, p)$$

dengan:

k : banyaknya variabel bebas

y_i : nilai variabel terkait dari pengamatan ke- i

$y_i = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n = e$

\hat{y}_i : nilai ramalan variabel terikat dari pengamatan ke- i

R_k^2 : ukuran statistika tentang seberapa dekat data cocok ke garis regresi

2.8 Uji Korelasi

Korelasi merupakan sebuah indikator dalam hubungan linear antara dua variabel . Koefisien dari korelasi didefinisikan sebagai berikut (Drapper & Smith, 1992):

$$r_{(y_1,y_2)} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2i} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_{1i} - \bar{y}_1)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)^2}}$$

Menurut McClave, Benson dan Sincich (2010) pengujian korelasi untuk variabel respon dilakukan dengan dasar hipotesis:

$H_0: \rho^* = 0$ (tidak terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2)

$H_1: \rho^* \neq 0$ (terdapat hubungan antara Y_1 dan Y_2)

dan statistik uji yang digunakan yaitu:

$$t = \frac{r_{(y_1,y_2)}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - r_{(y_1,y_2)}^2}}$$

kriteria pengambilan keputusan adalah tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{(\alpha/2,n-2)}$.

2.9 Pengujian Parameter Model Regresi *Bivariate Generalized Poisson*

2.9.1. Pengujian Parameter Secara Serentak

Uji serentak parameter model regresi digunakan untuk melihat kesesuaian model yang dihasilkan. Uji serentak parameter model dapat dilakukan dengan statistik uji rasio *likelihood*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \beta_{j1} = \beta_{j2} = \dots = \beta_{jl} = 0; j = 1, 2$

$H_1: \text{terdapat setidaknya satu } \alpha_j, \beta_{jl} \neq 0; l = 1, 2, \dots, k$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$D(\hat{\beta}) = -2 \ln \left[\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right] = 2[\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})]$$

$L(\hat{\Omega})$ dan $L(\hat{\omega})$ diuraikan seperti berikut:

$$\ln L(\widehat{\Omega}) = \sum_{i=1}^n \ln \mu_0 + \sum_{i=1}^n \ln(e^{x_i^T \beta_1} - \mu_0) + \sum_{i=1}^n \ln(e^{x_i^T \beta_2} - \mu_0) - n\mu_0 - \sum_{i=1}^n (e^{x_i^T \beta_1} - \mu_0) - \sum_{i=1}^n (e^{x_i^T \beta_2} - \mu_0) - \sum_{i=1}^n y_{1i}\alpha_1 - \sum_{i=1}^n y_{2i}\alpha_2 + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{\left((e^{x_i^T \beta_1} - \mu_0) + (y_{1i}-k)\alpha_1 \right)^{y_{1i}-k-1}}{(y_{1i}-k)!} + \exp((\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)) + \frac{\left((e^{x_i^T \beta_2} - \mu_0) + (y_{2i}-k)\alpha_2 \right)^{y_{2i}-k-1}}{(y_{2i}-k)!} + \frac{(\mu_0 + k\alpha_0)^{k-1}}{k!} \right)$$

$$\ln L(\widehat{\omega}) = \sum_{i=1}^n \ln \mu_0 + \sum_{i=1}^n \ln(e^{\beta_{1,0}} - \mu_0) + \sum_{i=1}^n \ln(e^{\beta_{2,0}} - \mu_0) - n\mu_0 - \sum_{i=1}^n (e^{\beta_{1,0}} - \mu_0) - \sum_{i=1}^n (e^{\beta_{2,0}} - \mu_0) - \sum_{i=1}^n y_{1i}\alpha_1 - \sum_{i=1}^n y_{2i}\alpha_2 + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^{\min(y_{1i}, y_{2i})} \left(\frac{(y_{1i}-k-1) \ln(e^{\beta_{1,0}} - \mu_0) + (y_{1i}-k)\alpha_1}{(y_{1i}-k)!} + \exp((\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_0)) + \frac{(y_{2i}-k-1) \ln(e^{\beta_{2,0}} - \mu_0) + (y_{2i}-k)\alpha_2}{(y_{2i}-k)!} + \frac{(k-1) \ln(\mu_0 + k\alpha_0)}{k!} \right)$$

$L(\widehat{\omega})$ adalah nilai fungsi *likelihood* tanpa variabel prediktor dan $L(\widehat{\Omega})$ adalah nilai fungsi *likelihood* dengan variabel prediktor. Jika $D(\widehat{\beta}) > X_{(v,\alpha)}^2$, H_0 ditolak yang artinya variabel prediktor secara bersama-sama memiliki pengaruh terhadap variabel respon, dimana v adalah jumlah parameter dibawah populasi dikurangi jumlah parameter dibawah H_0 (Ratnasari & Purhadi, 2013).

2.9.2. Pengujian Secara Parsial

Pengujian parameter model untuk mengetahui pengaruh yang dihasilkan oleh variabel prediktor terhadap variabel respon secara parsial. Pengujian terhadap model *Bivariate Generalized Poisson Regression* secara parsial dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut.

a. Parameter α

$$H_0: \alpha_j = 0$$

$$H_1: \alpha_j \neq 0; j = 1, 2$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$Z_{hit} = \left(\frac{\widehat{\alpha}_j}{SE(\widehat{\alpha}_j)} \right)^2$$

Kriteria pengujian adalah tolak H_0 jika $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$ pada tingkat signifikansi α yang digunakan.

b. Parameter β

$$H_0: \beta_{jl} = 0$$

$$H_1: \beta_{jl} \neq 0; j = 1, 2; l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$Z_{hit} = \left(\frac{\hat{\beta}_{jl}}{SE(\hat{\beta}_{jl})} \right)^2$$

dengan $SE(\hat{\alpha}_j)$ merupakan nilai standar error atau tingkat kesalahan dari parameter α_j , $SE(\hat{\beta}_{jl})$ merupakan nilai standar error dari parameter β_{jl} dengan kriteria pengujian adalah tolak H_0 jika $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$ pada tingkat signifikansi (α) yang digunakan (Irawati & Purhadi, 2012).

2.10 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dari beberapa kemungkinan model *Bivariate Generalized Poisson Regression* dapat menggunakan nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*). AIC diperkenalkan pada tahun 1973 oleh Akaike sebagai pendekatan penaksir yang tak bias dari suatu hasil pemodelan. AIC digunakan untuk melihat kecocokan model terhadap data. Nilai AIC dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$AIC = -2 \ln L(\hat{\theta}) + 2p$$

dimana p merupakan banyaknya parameter yang digunakan dan $L(\hat{\theta})$ merupakan nilai *likelihood*. Model regresi terbaik adalah model regresi yang memiliki nilai AIC terkecil (Rahmadani, Yanuar, & Yozza, 2018).

2.11 Kematian Ibu dan Bayi

Kematian ibu adalah kematian perempuan pada saat hamil atau kematian dalam kurun waktu 42 hari sejak terminasi kehamilan tanpa memandang lamanya kehamilan, yaitu kematian yang disebabkan karena kehamilannya atau penanganannya, tetapi bukan karena sebab-sebab lain seperti kecelakaan dan terjatuh. Angka Kematian Ibu (AKI) dihitung per 100.000 kelahiran hidup pada tahun tertentu. AKI berguna untuk menggambarkan tingkat kesadaran perilaku

hidup sehat, status gizi dan kesehatan ibu, kondisi kesehatan lingkungan, tingkat pelayanan kesehatan terutama untuk ibu hamil, serta pelayanan kesehatan waktu ibu melahirkan dan masa nifas.

Kematian bayi adalah banyaknya kematian bayi berusia dibawah satu tahun, per 1000 kelahiran hidup pada satu tahun tertentu. Kematian bayi adalah kematian yang terjadi antara saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari sumber yang telah dipublikasikan oleh Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan yaitu Profil Kesehatan 2021 Provinsi Sulawesi Selatan yang dapat diakses melalui <http://dinkes.sulselprov.go.id>. Data penelitian ini terdiri dari 24 Kabupaten/Kota di Sulawesi Selatan yang diakses pada tanggal 30 Mei 2022 (Lampiran 1). Pengolahan data pada penelitian ini menggunakan *software RStudio, IBM SPSS Statistics 25* dan SAS.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel pada penelitian ini terdiri dari variabel respon dan variabel prediktor yang ditampilkan pada Tabel 3.1 berikut.

Tabel 3. 1 Variabel Penelitian

Variabel	Deskripsi	Satuan
Y_1	Jumlah kematian ibu	Jiwa
Y_2	Jumlah kematian bayi	Jiwa
X_1	Persentase penanganan komplikasi kebidanan	Persen
X_2	Persentase peserta KB aktif	Persen
X_3	Persentase pemberian ASI eksklusif	Persen
X_4	Persentase cakupan pelayanan K4 ibu hamil	Persen
X_5	Persentase persalinan yang ditolong tenaga kesehatan	Persen

Berikut merupakan uraian dari variabel respon dan variabel prediktor yang digunakan pada penelitian ini.

1. Jumlah Kematian Ibu (Y_1)

Jumlah kematian ibu adalah jumlah kematian perempuan selama kehamilan atau dalam periode 42 hari setelah berakhirnya kehamilan akibat semua sebab yang terkait dengan atau diperberat oleh kehamilan atau