PENGGUNAAN PETA KENDALI *POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* BERDASARKAN METODE *IMPROVED SQUARE ROOT TRANSFORMATION* PADA DATA KECELAKAAN LALU LINTAS DI KOTA MAKASSAR TAHUN 2011–2021

SKRIPSI

FADLYANSYAH NOER NASRUDDIN

H051171315

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

SEPTEMBER 2022

PENGGUNAAN PETA KENDALI *POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* BERDASARKAN METODE *IMPROVED SQUARE ROOT TRANSFORMATION* PADA DATA KECELAKAAN LALU LINTAS DI KOTA MAKASSAR TAHUN 2011–2021

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

FADLYANSYAH NOER NASRUDDIN

H051171315

PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

SEPTEMBER 2022

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

Penggunaan Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* Berdasarkan Metode *Improved Square Root Transformation* pada Data Kecelakaan Lalu Lintas di Kota Makassar Tahun 2011–2021

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 28 September 2022

SEPULUH RIBU RUPIAH 10000 METERAI TEMPEL TGL. 20 499D8AKX060498935

Fadlyansyah Noer Nasruddin
NIM H051171315

PENGGUNAAN PETA KENDALI *POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* BERDASARKAN METODE *IMPROVED SQUARE ROOT TRANSFORMATION* PADA DATA KECELAKAAN LALU LINTAS DI KOTA MAKASSAR TAHUN 2011–2021

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama	**Pembimbing Pendamping**
Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.	**Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.**
NIP. 19750429 200003 2 001	**NIP. 19650519 199303 2 002**

Ketua Program Studi

Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.
NIP. 19720117 199703 2 002

Pada 28 September 2022

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama	:	Fadlyansyah Noer Nasruddin
NIM	:	H051171315
Program Studi	:	Statistika
Judul Skripsi	:	Penggunaan Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* Berdasarkan Metode *Improved Square Root Transformation* pada Data Kecelakaan Lalu Lintas di Kota Makassar Tahun 2011–2021

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. (............................)
2. Sekretaris : Dra. Nasrah Sirajang, M.Si. (............................)
3. Anggota : Drs Raupong, M.Si. (............................)
4. Anggota : Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si. (............................)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 28 September 2022

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji hanya milik Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala* atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya yang telah diberikan kepada penulis sampai saat ini. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa sallam*, kepada para keluarga, *tabi'in, tabi'ut tabi'in*, serta orang-orang shalih yang haq hingga qadar Allah berlaku atas diri-diri mereka.

"Allah tidak memberi beban kepada seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya."
(QS. Al-Baqarah: 286)

Alhamdulillaahirabbil'aalamiin, berkat rahmat dan kemudahan yang diberikan oleh Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **"Penggunaan Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* Berdasarkan Metode *Improved Square Root Transformation* pada Data Kecelakaan Lalu Lintas di Kota Makassar Tahun 2011–2021"** sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis tidak akan sampai pada titik ini, juga tanpa dukungan dan bantuan dari pihak yang selalu ada, peduli dan menyayangi penulis. Oleh karena itu, penulis haturkan rasa terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk orang tua penulis, Ayahanda **Nasruddin P.** *rahimahullah* dan Ibunda **Fatmawati A. M. Dg. Ide., S.Pd.** yang telah menjadi motivasi dan dorongan penuh, tak lupa pengorbanan, kesabaran hati, dan kasih sayang dengan ikhlas telah mengiringi setiap langkah penulis dengan doa dan restunya. Serta adik-adik penulis yakni **Syahnaz Ainani Tajriyani Nasruddin**, **Syahleylah Nuril Qalby Nasruddin**, dan **Erfan Emeraldi Nasruddin.**

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin berserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika, segenap dosen pengajar dan staf yang telah membekali ilmu dan kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.
4. **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.**, selaku Pembimbing Utama dan **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.**, selaku Pembimbing Pendamping sekaligus Penasehat Akademik penulis yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya di tengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk senantiasa memberikan arahan, dorongan, dan motivasi kepada penulis mulai dari awal perkuliahan hingga selesainya penulisan tugas akhir ini yang menandai akhir masa Pendidikan di Departemen Statistika ini.
5. **Bapak Drs. Raupong, M.Si.** dan **Bapak Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.**, selaku Tim Penguji yang telah memberikan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini serta waktu yang telah diberikan kepada penulis.
6. Keluarga besar **UKM LDK MPM Unhas** terkhusus **Pengurus Inti periode 1442-1443 H / 2021 M**. Ketua Umum (Al-Akh **Harry Maulana Buhari**), Wakil Ketua II (Al-Akh **Rio Akbar Rahmatullah**), Sekretaris Umum (Al-Akh **Agusman**), dan Bendahara Umum (Al-Akh **Arfa**). *Jazakumullahu khairan wa barakallahu fiikum* atas segala dedikasi dan kontribusi secara langsung dan tidak langsung kepada penulis dan menebarkan kemaslahatan umat.
7. **Tim Helpdesk Unhas 2018**, **2019**, dan **2020**. Terima kasih atas segala dedikasi, momen, kerja keras, dan pengalaman tak terlupakan selama bekerja dalam tim di periode tersebut.
8. Teman-teman **Statistika 2017**. Terima kasih atas segala cerita dan bantuannya selama penulis menjalani kehidupan perkuliahan di Departemen Statistika ini.

9. Kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu, semoga segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis bernilai ibadah disisi Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala.*

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam skripsi ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tulisan ini memberikan manfaat untuk pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Makassar, 28 September 2022

Fadlyansyah Noer Nasruddin

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Fadlyansyah Noer Nasruddin
NIM	: H051171315
Program Studi	: Statistika
Departemen	: Statistika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya	: Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-ekslusif** (***Non-exclusive Royalty- Free Right***) atas tugas akhir saya yang berjudul:

"Penggunaan Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* Berdasarkan Metode *Improved Square Root Transformation* pada Data Kecelakaan Lalu Lintas di Kota Makassar Tahun 2011–2021"

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.
Dibuat di Makassar pada tanggal 28 September 2022.

Yang menyatakan

(Fadlyansyah Noer Nasruddin)

ABSTRAK

Peta kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* (Poisson EWMA) merupakan sebuah peta kendali yang digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata pada data berdistribusi poisson. Pada penelitian ini, metode *Improved Square Root Transformation* (ISRT) yang diterapkan pada peta kendali Poisson EWMA menghasilkan peta kendali modifikasi dengan nama ISRT-*c* EWMA, dan digunakan dalam mendeteksi pergeseran pada data jumlah korban meninggal dunia dalam kecelakaan lalu lintas di Kota Makassar tahun 2011-2021. Performa peta kendali ini dibandingkan dengan peta kendali Poisson EWMA menggunakan indikator nilai ARL, hasilnya menunjukkan bahwa peta kendali ISRT-*c* EWMA lebih sensitif daripada peta kendali Poisson EWMA dalam mendeteksi pergeseran atau sinyal di luar kendali pada beberapa nilai pembobot (λ) yang diujikan.

Kata Kunci: *Peta kendali, Poisson EWMA, ISRT, Korban kecelakaan, ARL.*

ABSTRACT

Poisson Exponentially Weighted Moving Average (Poisson EWMA) is a control chart in order to detection the average shift in poisson distributed data. In this paper, Improved Square Root Transformation (ISRT) method applied to Poisson EWMA control chart produces a modified control chart called ISRT-c EWMA to detect shifts in data on number of victims died in traffic accidents in Makassar in 2011-2021. The performance of this control chart is compared with Poisson EWMA control chart using ARL indicator, the results indicated that ISRT-c EWMA control chart is more sensitive than Poisson EWMA control chart in detecting shifts or out of control signals on some weight values (λ).

Keywords: *Control charts, Poisson EWMA, ISRT, Traffic accidents victims, ARL.*

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Statistical Process Control (SPC) memiliki peran penting untuk mengendalikan, mengukur dan mendeteksi perubahan dalam suatu proses. Dalam kehidupan sehari-hari, terdapat banyak penerapan di berbagai bidang seperti manufaktur, industri, ilmu komputer, telekomunikasi, ekonomi, keuangan, kesehatan, epidemiologi, lingkungan, hukum, dan pemerintahan. Peningkatan proses dan teknologi modern dikembangkan untuk menilai kualitas sekaligus mengurangi jumlah produk yang terbuang karena cacat. Untuk mengetahui tingginya angka kecacatan masih dalam batas kontrol atau tidak diperlukan suatu metode statistik, yaitu dengan menggunakan alat berupa peta kendali.

Peta kendali pertama kali diperkenalkan oleh Dr. Walter A. Shewhart dari Bell Telephone Laboratories, Amerika Serikat, tahun 1924 (Montgomery, 2009). Peta kendali terdiri dari dua jenis, yaitu peta kendali variabel dan peta kendali atribut. Secara umum terdapat dua jenis peta kendali yaitu peta kendali variabel dan peta kendali atribut. Peta kendali variabel digunakan jika karakteristik kualitas yang diamati dapat diukur (*measurable*), sedangkan peta kendali atribut digunakan jika karakteristik kualitas yang diamati hanya pada kategori (cacat atau tidak cacat) atau bersifat kualitatif (Montgomery, 2009). Data atribut merupakan data kualitatif yang dapat dihitung untuk pencatatan dan analisis yang biasanya didapatkan dari hasil pencacahan dan berupa bilangan bulat, biasanya diperoleh dalam bentuk unit-unit ketidaksesuaian dengan spesifikasi atribut yang ditetapkan, seperti jumlah unit yang gagal produksi (*reject*), jumlah ketidakhadiran karyawan, jumlah komponen yang cacat dan lain sebagainya. Dikatakan atribut jika unit produk diklasifikasikan sebagai cacat (*defective*) atau tidak cacat (*non-defective*) yang menuruti spesifikasi yang diberikan atau sejumlah spesifikasi. Salah satu peta kendali atribut yang digunakan sebagai monitor jumlah kecacatan per unit kejadian adalah peta kendali c yang dalam pengambilan sampel dilakukan secara berulang dengan masing-masing sampling menemukan baik nol maupun tidak nol jumlah kecacatan

(Hartanti, 2013). Umumnya, peta kendali c dikembangkan dengan pengamatan poisson.

Data dengan model distribusi poisson juga dapat diterapkan pada peta kendali Shewhart. Peta kendali ini bekerja hanya dengan menggunakan informasi yang terkandung dalam titik sampel terakhir. Selain itu peta kendali Shewhart juga mengabaikan informasi dari seluruh barisan titik sampel sebelumnya. Hal ini membuat peta kendali Shewhart kurang efektif digunakan untuk mendeteksi adanya pergeseran rata-rata yang kecil ($\leq 1{,}5\sigma$) yang mengindikasikan adanya keadaan tidak terkendali pada proses produksi (Montgomery, 2009). Namun dalam proses produksi terdapat pergeseran-pergeseran nilai atau terjadi suatu rentang proses yang kecil maka peta kendali Shewhart kurang sensitif dalam mendeteksinya. Oleh karena itu, dibutuhkan peta kendali lain yang dapat mengatasi masalah keragaman hasil produksi saat adanya pergeseran kecil dalam produksi, dan peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) merupakan alternatif untuk masalah tersebut.

Peta kendali EWMA yang diperkenalkan oleh S. W. Roberts (1959) merupakan salah satu peta kendali yang digunakan untuk mendeteksi adanya pergeseran kecil dalam suatu proses (Montgomery, 2009). Pada peta kendali EWMA, data yang terbaru berhubungan dengan data yang telah ada sebelumnya dimana pada peta kendali EWMA setiap data diberi bobot λ. Dalam hal ini peta kendali EWMA diharapkan akan lebih baik daripada peta kendali Shewhart dalam memprediksi pergeseran kecil. Peta kendali EWMA telah banyak digunakan dalam sektor industri dan proses manufaktur untuk memantau proses data kontinu. Namun karakteristik kualitas tidak selalu dalam bentuk data kontinu tapi juga dalam bentuk data atribut, dalam prakteknya data atribut sering dipakai karena lebih mudah dalam memonitoring produk cacat. Data atribut dapat dihasilkan ketika memonitor urutan jumlah diskrit seperti memeriksa jumlah item yang rusak per unit. Data hitungan ini sering dimodelkan dengan distribusi poisson (Abujiya dkk., 2016).

Beberapa penelitian telah dilakukan diantaranya Arumsari dan Noviana (2020) yang menggunakan metode *Improved Square Root Transformation* (ISRT) untuk mengevaluasi performa peta kendali *p*-EWMA dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses produksi sepatu di PT. Primarindo Asia Infrastruktur Tbk, dan menunjukkan bahwa *p*-EWMA lebih baik, dengan asumsi data berdistribusi normal. Tsai dkk. (2006) pun membandingkan metode ISRT pada peta kendali *c*, *p*, dan *np*. Penelitiannya menyatakan metode baru berdasarkan ISRT yang dapat diterapkan pada ketiga peta kendali atribut tersebut. Hasilnya menunjukkan bahwa peta kendali ISRT-*p* dan ISRT-*c* hampir bertepatan masing-masing dengan peta kendali *p* dan *c*. Selain itu, peta kendali ISRT-*np* cocok dengan titik persentil tertentu dari distribusi *run length* dari batas sebenarnya ketika parameter tidak diketahui. Meskipun peta kendali atribut ISRT memplot statistik transformasi akar kuadrat dan bukan nilai aslinya, hubungan antara statistik yang diplot dan statistik yang diinginkan mudah untuk diinterpretasikan.

Zaenal (2018) dalam penelitiannya tentang angka kematian korban kecelakaan lalu lintas di Kota Parepare dan Palopo menyatakan bahwa peta kendali EWMA dapat digunakan pada kasus tersebut dengan data berdistribusi poisson. Hasilnya, terdapat nilai yang berada diluar batas kendali pada data di Kota Parepare $(Z_i > UCL)$. Sukparungsee dan Mititelu (2016) dalam penelitiannya pada data berdistribusi poisson menyimpulkan bahwa peta kendali ISRT *c* EWMA cocok digunakan sebagai peta kendali alternatif. Dengan batas kendali dihitung dan dimodifikasi yang mudah diterapkan dan berguna untuk memantau perubahan parameter dan tidak dapat ditransformasikan ke distribusi normal. Hasil perhitungan numerik menunjukkan bahwa kinerja peta kendali ISRT-*c* EWMA lebih unggul dari ISRT-*c* dan EWMA untuk nilai pergeseran kecil dan sedang. Sebaliknya grafik ISRT-*c* memiliki kinerja yang lebih baik pada nilai pergeseran yang besar.

Berdasarkan uraian di atas, maka peneliti akan mengkaji mengenai peta kendali EWMA pada data jumlah korban meninggal pada kecelakaan lalu lintas di Kota Makassar tahun 2011-2021 dengan karakteristik data yang berdistribusi poisson dengan judul **“Penggunaan Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* Berdasarkan Metode *Improved Square Root Transformation* pada Data Kecelakaan Lalu Lintas di Kota Makassar Tahun 2011–2021”.**

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan peta kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation*?
2. Bagaimana efektivitas kinerja peta kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation* dibandingkan peta kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* setelah diaplikasikan pada data kecelakaan lalu lintas Kota Makassar 2011-2021?

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Data yang digunakan merupakan data bulanan jumlah korban meninggal dunia dalam kecelakaan lalu lintas di Kota Makassar tahun 2011-2021.
2. Nilai pembobot yang digunakan untuk pengujian awal yaitu $\lambda = 0{,}1; 0{,}2; 0{,}3; 0{,}4$ dan $0{,}5$.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah yang telah diuraikan, tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menentukan peta kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation*.
2. Membandingkan kinerja peta kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation* dengan peta kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* setelah diaplikasikan pada data jumlah korban meninggal kecelakaan lalu lintas Kota Makassar 2011-2021.

1.5. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Memberikan wawasan dan motivasi untuk mengembangkan pengetahuan tentang peta kendali menggunakan berbagai distribusi dan metode yang ada,

utamanya peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation* sehingga dapat digunakan oleh kalangan luas.

2. Memberikan informasi kepada Direktorat Lalu Lintas Polda Sulsel apabila terjadi tingkat ketidaksesuaian yang kecil, maka dapat diketahui peta kendali yang baik untuk memantau angka korban kecelakaan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Distribusi Poisson

Dalam mempelajari teori peluang dikenal adanya distribusi peluang diskrit. Fungsi $f(x)$ merupakan fungsi massa peluang variabel acak diskrit X bila untuk setiap kemungkinan hasil x, berlaku (Walpole dkk., 2012):

1. $p(x) \geq 0$
2. $\sum_x f(x) = 1$
3. $P(X = x) = p(x)$

Distribusi poisson adalah distribusi peluang diskrit yang menyatakan peluang jumlah peristiwa yang terjadi pada periode waktu tertentu apabila rata-rata kejadian tersebut diketahui dan dalam waktu yang saling bebas sejak kejadian terakhir. Eksperimen yang menghasilkan nilai untuk variabel acak X, di mana jumlah hasil eksperimen terjadi selama selang waktu tertentu atau di area tertentu, disebut eksperimen poisson (Walpole, 1993). Interval waktu yang dimaksud misalnya: satu menit, satu hari, satu minggu, satu bulan, satu tahun, dan seterusnya. Sedangkan yang dimaksud dengan area yang ditentukan adalah: misalnya luas, volume, bagian material, dan lain-lain. Dalam contoh kasus misalkan:

a. Jumlah nasabah yang mengantri di bank X selama 3 jam;
b. Jumlah pelanggar lalu lintas di Kota Makassar selama Februari 2022;
c. Jumlah kejadian gempa bumi di Sulawesi selama 2021.

Karakteristik percobaan poisson adalah sebagai berikut (Walpole, 1993):

a. Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi dalam selang waktu yang singkat atau daerah yang kecil dapat diabaikan.
b. Peluang terjadinya suatu hasil percobaan selama selang waktu yang singkat sekali atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang selang waktu tersebut atau besarnya daerah tersebut, dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar selang waktu atau daerah tersebut.

c. Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam selang waktu atau daerah tertentu, tidak ada jumlah hasil percobaan yang terjadi pada selang waktu lain atau di daerah lain yang terpisah.

Bilangan X yang menyatakan banyaknya hasil percobaan dalam suatu percobaan poisson disebut variabel acak poisson dan distribusi peluangnya disebut distribusi poisson. Karena nilai-nilai peluangnya hanya bergantung pada μ, yaitu rata-rata banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama selang waktu atau daerah yang diberikan. (Walpole, 1993)

$$P(X = x) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

Keterangan:

X = Variabel acak

x = Jumlah kejadian

μ = Rata-rata banyaknya kejadian tiap satuan waktu

e = 2,71828…

Fungsi probabilitas ini akan membentuk distribusi poisson dengan rata-rata dan variansinya adalah:

Rata-rata distribusi poisson

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot f(x)$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$$

$$= \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\mu}\mu\, \mu^{x-1}}{x(x-1)!}$$

$$= \mu \sum_{x=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$E(X) = \mu \sum_{x=1}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-1}}{(x-1)!}$$

Untuk $x = 0$, maka $(x - 1)!$ akan menjadi $(-1)! = 0$, sehingga nilai x dimulai dari 1.

Jika,

$a = x - 1, \qquad x = 1, 2, 3, \ldots$

Maka,

$$E(X) = \mu \sum_{a=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{a}}{a!} = \mu \cdot e^{-\mu} \sum_{a=0}^{\infty} \frac{\mu^{a}}{a!}$$

Karena,

$$\sum_{a=0}^{\infty} \frac{\mu^{a}}{a!} = e^{\mu}$$

Sehingga rata-rata distribusi poisson,

$$E[X] = \mu \cdot e^{-\mu} \cdot e^{\mu}$$

$$= \mu \cdot e^{0}$$

$$E[X] = \mu$$

Variansi distribusi poisson

$$Var(X) = E[(X - E[X])^2]$$

$$= E[X^2 - 2X\,E[X] + (E[X])^2]$$

$$= E[X^2] - 2E[X]E[X] + (E[X])^2$$

$$= E[X^2] - 2(E[X])^2 + (E[X])^2$$

$$Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$$

Jika,

$$E[X^2] = E[X^2] - E[X] + E[X]$$

$$E(X^2) = E[X^2 - X] + E[X]$$

dan,

$$E[X^2 - X] = E[X(X-1)]$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} x(x-1) \cdot p(x)$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\mu}\mu^{x-2+2}}{x(x-1)(x-2)!}$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-2}\mu^{2}}{(x-2)!}$$

$$= \mu^2 \sum_{a=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{x-2}}{(x-2)!}$$

$$E[X^2 - X] = \mu^2$$

Maka,

$$E[X^2] = E[X^2 - X] + E[X]$$

$$= \mu^2 + \mu$$

Sehingga,

$$Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$= \mu^2 + \mu - (\mu)^2$$

$$Var(X) = \mu$$

Sampel acak $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dari variabel acak berdistribusi poisson, maka taksiran dari μ berdasarkan metode maksimum likelihood.

$$f(x_i) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x_i}}{x_i!}$$

Fungsi likelihood:

$$L(\mu) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\mu}\mu^{x_i}}{x_i!}$$

$$\ln L(\mu) = \ln\left(\prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\mu}\mu^{x_i}}{x_i!}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{e^{-\mu}\mu^{x_n}}{x_n!}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (\ln e^{-\mu} + \ln \mu^{x_i} - \ln x_i)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (-\mu + x_i \ln \mu - \ln x_i!)$$

$$\ln L(\mu) = \sum_{i=1}^{n} (x_i \ln \mu - \mu - \ln x_i!)$$

Kemudian diturunkan terhadap μ, menjadi:

$$\frac{d}{d\mu} \ln L(\mu) = \frac{d}{d\mu} \sum_{i=1}^{n} (x_i \ln \mu - \mu - \ln x_i!) = 0$$

$$0 = \sum_{i=1}^{n} (x_i \ln \mu - \mu - \ln x_i!)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(x_i \frac{1}{\mu} - 1 - 0\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{1}{\mu} - \sum_{i=1}^{n} 1$$

$$= \frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{n} x_i - n$$

$$n = \frac{1}{\mu}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n}$$

$$\mu = \bar{x}$$

Sehingga didapatkan taksiran dari μ adalah $\bar{x}$ yang merupakan rata-rata dari nilai pengamatan.

2.2. Pengendalian Kualitas Statistik

Statistical Quality Control (Pengendalian Kualitas Statistik) adalah teknik yang digunakan untuk mengendalikan dan mengelola proses baik manufaktur maupun jasa melalui menggunakan metode statistik. Pengendalian kualitas statistik merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik (Dorothea, 2003). Pengendalian kualitas statistik secara garis besar digolongkan menjadi 2, yakni pengendalian proses statistik *(statistical process control)* dan rencana penerimaan sampel produk atau dikenal dengan *acceptance sampling*.

Ada 7 alat yang dapat digunakan dalam metode pengendalian kualitas yaitu histogram, *check sheet* (lembar periksa), *pareto chart* (grafik Pareto), *cause and effect diagram* (diagram sebab akibat), *scatter plot* (diagram pencar), *control chart* (peta kendali), dan *flowchart* (diagram alir). (Montgomery, 2009)

2.3. Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average*

Peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* atau dapat disingkat EWMA diperkenalkan pertama kali oleh S. W. Roberts pada tahun 1959 dan digunakan untuk memonitor adanya pergeseran terus menerus dalam suatu proses.

Peta kendali EWMA ini digunakan terutama untuk mendeteksi adanya pergeseran nilai rata-rata yang kecil dalam suatu proses. (Montgomery, 2009)

Mengingat bahwa proses produksi yang berulang diambil dari urutan kualitas ukuran $X_1, X_2, \dots, X_n$ dengan asumsi bahwa $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah variabel acak poisson yang terdistribusi saling bebas dan identik dengan rataan μ. Peta kendali EWMA yang pertama kali diperkenalkan oleh Roberts (1959) pun digunakan untuk memantau proses tersebut. (Borror dkk, 1998)

Misalkan X_t adalah data nilai pengamatan ke-t dan λ menjadi nilai pembobot yang nilainya antara 0 dan 1. Nilai EWMA didefinisikan sebagai berikut:

$$Z_t = \lambda X_t + (1 - \lambda) Z_{t-1} \quad (2.1)$$

dengan,

$$Z_0 = \mu \quad (2.2)$$

Keterangan:

Z_t = Nilai EWMA pada pengamatan ke-*t*

λ = Nilai pembobot yang bernilai antara 0 dan 1.

X_t = Nilai pada pengamatan ke-*t*

t = Jumlah pengamatan (1, 2, 3, …)

Z_{t-1} = Nilai EWMA sebelumnya

Z_0 = Nilai awal

μ = Rata-rata

Sehingga dapat diketahui rata-rata dan variansi EWMA masing-masing adalah:

$$E(Z_i) = \mu$$

dan

$$Var(Z_t) = \frac{\mu \lambda}{2 - \lambda}\left(1 - (1 - \lambda)^{2i}\right)$$

Sehingga *Center Line* (CL), *Upper Control Limit* (UCL) dan *Lower Control Limit* (LCL) peta kendali Poisson EWMA adalah:

$$UCL_{EWMA} = \mu + L\sqrt{Var(Z_t)}$$

$$= \mu + L\sqrt{\frac{\mu\,\lambda}{2-\lambda}(1-(1-\lambda)^{2t})}$$

$$CL_{EWMA} \quad = \mu$$

$$LCL_{EWMA} \ = \mu - L\sqrt{Var(Z_t)}$$

$$= \mu - L\sqrt{\frac{\mu\,\lambda}{2-\lambda}(1-(1-\lambda)^{2t})}$$

Keterangan:

μ = Rata- rata

L = Koefisien jarak batas kendali dari CL

t = Pengamatan ke-*t*

Sebagai catatan, apabila nilai *t* semakin meningkat seiring banyaknya pengamatan $(t \to \infty)$, maka nilai LCL dan UCL akan bergerak mendekati kestabilan dan dapat dituliskan:

$$LCL_{EWMA} = \mu - L\sqrt{\frac{\mu\,\lambda}{2-\lambda}}$$

$$UCL_{EWMA} = \mu + L\sqrt{\frac{\mu\,\lambda}{2-\lambda}}$$

2.4. *Improved Square Root Transformation*

Tsai dkk. (2006) memperkenalkan metode *Improved Square Root Transformation* (ISRT) pada peta kendali atribut dengan data yang berdistribusi poisson (ISRT-*c*) dan binomial (ISRT-*p*) untuk mengatasi kinerja yang kurang dari peta kendali klasik pada umumnya. Pada dasarnya, penggunaan metode ini memplot nilai statistik berupa akar kuadrat dari nilai pengamatan aslinya. Misalkan proses pengamatan diambil dari data berdistribusi poisson dimana X_t adalah nilai pengamatan ke-t dan μ yang merupakan rata-rata ketidaksesuaian (*non-conformities*), diubah ke dalam bentuk akar kuadrat yaitu $\sqrt{X_t}$ dan $\sqrt{\mu}$.

2.4.1. Peta Kendali *Poisson Exponentially Weighted Moving Average* berdasarkan metode *Improved Square Root Transformation*

Peta kendali EWMA dengan data berdistribusi poisson yang dimodifikasi berdasarkan metode ISRT, atau disebut peta kendali ISRT-*c* EWMA. Dalam hal ini, nilai Z_t diperoleh menggunakan akar kuadrat dari nilai pengamatan ke-t (X_t), begitu pula dengan Z_0 yang menggunakan akar kuadrat dari rata-rata (μ). Sehingga berdasarkan Persamaan (2.1) dan (2.2), didapatkan:

$$Z_t = \lambda\sqrt{X_t} + (1-\lambda)Z_{t-1} \tag{2.3}$$

$$Z_0 = \sqrt{\mu} \tag{2.4}$$

Batas-batas kendalinya disusun dengan gabungan antara peta kendali ISRT-*c* dan EWMA (Sukparungsee dan Mititelu, 2016) serta kesalahan estimasi absolut dengan nilai $\varepsilon = 2\sigma$ untuk LCL dan $\varepsilon = 3\sigma$ untuk UCL (Tsai dkk., 2006), dan dinyatakan sebagai:

$$CL \ \ = \sqrt{\mu} \tag{2.5}$$

$$LCL = \sqrt{\mu} - L\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{8\sqrt{\mu}}\right)\sqrt{\frac{\mu\,\lambda}{2-\lambda}\left(1-(1-\lambda)^{2t}\right)} \tag{2.6}$$

$$UCL = \sqrt{\mu} + L\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2\sqrt{\mu}}\right)\sqrt{\frac{\mu\,\lambda}{2-\lambda}\left(1-(1-\lambda)^{2i}\right)} \tag{2.7}$$

2.5. Deret Taylor

Deret Taylor banyak digunakan untuk menurunkan metode-metode numerik. Deret Taylor dinamai berdasarkan seorang matematikawan Inggris, Brook Taylor (1685-1731) merupakan representasi fungsi matematika sebagai jumlahan tak hingga dari suku-suku yang nilainya dihitung dari turunan fungsi tersebut disuatu titik. Salah satu fungsi deret Taylor yaitu memberikan solusi hampiran dari suatu fungsi $f(\hat{x})$ dalam bentuk polinom, sehingga nilai akar dari suatu fungsi dapat didekati. Misalnya pada persoalan matematika, terdapat beberapa fungsi $f(\hat{x})$ yang bentuknya rumit sehingga nilai eksaknya tidak dapat ditentukan dengan cara yang sederhana. Misalkan fungsi $f(\hat{x}) = \ln(\hat{x})$, nilai $f(\hat{x})$ akan sulit untuk dihitung tanpa bantuan kalkulator atau komputer (Rahma, 2017). Oleh karena itu, $f(\hat{x})$ dapat diestimasi oleh deret Taylor.

Andaikan f dan semua turunannya $f', f'', f''', \ldots$ adalah fungsi di dalam selang tertutup $[a, b]$. Misalkan $x \in [a, b]$, maka untuk nilai-nilai $\hat{x}$ di sekitar x dan $\hat{x} \in [a, b]$, $f(\hat{x})$ dapat diekspansi ke dalam deret Taylor:

$$f(\hat{x}) = f(x) + f'(x)\frac{(\hat{x}-x)}{1!} + f''(x)\frac{(\hat{x}-x)^2}{2!}$$
$$+f'''(x)\frac{(\hat{x}-x)^3}{3!} + \cdots + f^{(n)}(x)\frac{(\hat{x}-x)^n}{n!} \tag{2.8}$$

Persamaan (2.8) merupakan penjumlahan suku-suku (*term*) yang disebut deret. Jika dimisalkan $\hat{x} - x = h$, maka deret Taylor dapat ditulis:

$$f(\hat{x}) = f(x) + f'(x)\frac{h}{1!} + f''(x)\frac{h^2}{2!} + f'''(x)\frac{h^3}{3!} + \cdots + f^{(n)}(x)\frac{h^n}{n!}$$

Deret Taylor yang dipotong sampai orde ke-2 dapat ditulis:

$$f(\hat{x}) = f(x) + f'(x)\frac{(\hat{x}-x)}{1!} + f''(x)\frac{(\hat{x}-x)}{2!} + R_n(x)$$

Untuk,

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(\hat{x}-x)^{n+1}, \qquad x < c < \hat{x}$$

dengan $R_n(x)$ disebut galat.

Hasil dengan metode numerik adalah nilai pendekatan terhadap nilai eksak. Oleh karena itu, nilai numerik mengandung galat. Galat adalah selisih antara nilai eksak dan nilai numerik, atau nilai kesalahan yang dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\varepsilon = x - \hat{x}$$

Keterangan:

ε = Galat

x = Nilai eksak (sebenarnya)

$\hat{x}$ = Nilai numerik (pendekatan)

Apabila tingkat besaran dari nilai yang diperiksa diabaikan, maka dikenal sebagai galat absolut (ε_A) yang dapat didefinisikan:

$$\varepsilon_A = |x - \hat{x}|$$

Untuk mengatasi interpretasi nilai galat, maka galat harus dinormalkan terhadap nilai eksaknya yang dinamakan galat relatif dengan definisi:

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon_A}{x}$$

Dalam prakteknya, kadang tidak diketahui nilai eksaknya sehingga galat harus dinormalkan terhadap nilai pendekatan yang disebut galat relatif pendekatan, yaitu:

$$\varepsilon_{RP} = \frac{\varepsilon_A}{\hat{x}}$$

2.6. *Average Run Length*

Average Run Length (ARL) adalah jumlah rata-rata titik sampel yang harus diplot pada peta kendali sebelum suatu titik menunjukkan keadaan tak terkendali. Semakin kecil ARL, maka semakin kecil pula ekspektasi jumlah sampel yang diperlukan sampai terdapat sinyal *out of control*. Hal ini berarti semakin kecil ARL, semakin cepat peta kendali mendeteksi adanya pergeseran (Montgomery, 2009). ARL merupakan ukuran yang sering digunakan dalam pengendalian kualitas statistik untuk mengevaluasi dan membandingkan kinerja berbagai peta kendali (Han dan Tsung, 2009).

Dengan adanya ARL, jenis peta kendali terbaik dapat dipilih. Jika ARL dalam kendali, semakin besar nilai ARL maka semakin baik jenis peta kendali yang bersangkutan. Jika ARL di luar kendali, semakin kecil nilai ARL maka semakin baik jenis peta kendali yang bersangkutan (Montgomery, 2009).

ARL juga dapat digunakan untuk membandingkan akurasi untuk lebih dari satu jenis peta kendali pada suatu distribusi. Hal ini dapat dilakukan dengan menilai tingkat sensitivitas peta kendali untuk mendeteksi keadaan *in control* (dalam kendali) maupun *out of control* (di luar kendali). Pada keadaan *out of control*, ARL yang semakin kecil menunjukan akurasi atau sensitivitas dalam mendeteksi keadaan di luar kendali yang lebih baik. Sebaliknya, pada keadaan *in control*, ARL yang semakin besar menunjukan akurasi atau sensitivitas dalam mendeteksi keadaan *in control* yang lebih baik.

2.6.1. *Average Run Length Markov Chain*

Bila pengamatan yang diambil dari proses itu independen, maka penentuan ARL mudah ditentukan untuk peta kendali Shewhart karena titik-titik yang diplot pada grafik bersifat independen. Berbeda halnya dengan urutan titik-titik yang diplot pada peta kendali CUSUM dan EWMA yang tidak independen, sehingga dibutuhkan pendekatan lain untuk menemukan nilai ARL. Menurut Patel dan Divecha (2011), salah satu metode yang banyak digunakan dalam menentukan nilai ARL pada peta kendali CUSUM dan EWMA yaitu metode *markov chain* yang dikembangkan oleh Brook dan Evans (1972). Prosedur dalam metode ini melibatkan pembagian interval di antara nilai UCL dan LCL sebanyak $N = 2m + 1$ subinterval. Subinterval ke-j adalah L_j, U_j di mana:

$$L_j = LCL + \frac{(j-1)(UCL - LCL)}{N}$$

dan

$$U_j = LCL + \frac{j(UCL - LCL)}{2N}$$

titik tengah m_i pada subinterval ke-i dapat dituliskan sebagai berikut:

$$m_i = LCL \frac{(2i-1)(UCL - LCL)}{2N}$$

Berdasarkan informasi tersebut akan ditentukan matriks peluang transisi dengan menentukan matriks Q_{ij}. Elemen matriks Q_{ij} untuk baris dan kolom ditandai sesuai dengan banyaknya pengamatan N. Sehingga matriks Q_{ij} berukuran $N \times N$ berisi:

$$Q_{ij} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & & Q_{1N} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & \cdots & Q_{2N} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & & Q_{3N} \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ Q_{N1} & Q_{N2} & Q_{N3} & \cdots & Q_{NN} \end{pmatrix}$$

Dengan entri $\boldsymbol{Q} = [Q_{ij}]$ matriks ditentukan dengan cara sebagai berikut:

$$Q_{i,j} = P\left(L_j < Z_t < U_j \,\middle|\, Z_{t-1} = m_i\right)$$

$$Q_{i,j} = P\left(L_j < \lambda X_t + (1-\lambda)Z_{t-1} < U_j \,\middle|\, Z_{t-1} = m_i\right)$$

$$= P\left(L_j < \lambda X_t + (1-\lambda)m_i < U_j\right)$$

$$= P\left(LCL + \frac{(j-1)(UCL-LCL)}{N} < \lambda X_t + (1-\lambda)\right.$$

$$\left.\left(LCL + \frac{(2i-1)(UCL-LCL)}{2N}\right) < \; LCL + \frac{j(UCL-LCL)}{2N}\right)$$

$$= P\left(LCL + \left(\frac{UCL-LCL}{2N\lambda}\right)\left(2(j-1) - (1-\lambda)(2i-1)\right) < X_t < \right.$$

$$\left. LCL + \left(\frac{UCL-LCL}{2N\lambda}\right)\left(2j - (1-\lambda)(2i-1)\right)\right)$$

$$Q_{ij} = P\left(LCL + \left(\frac{UCL-LCL}{2N\lambda}\right)\left(2j - (1-\lambda)(2i-1)\right)\right)$$

$$-P\left(LCL + \left(\frac{UCL-LCL}{2N\lambda}\right)\left(2(j-1) - (1-\lambda)(2i-1)\right)\right) \qquad (2.9)$$

Sehingga nilai ARL diperoleh dengan rumus sebagai berikut:

$$ARL = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{Q})^{-1}\mathbf{1} \qquad (2.10)$$

Keterangan:

$\boldsymbol{I}$ = Matriks identitas berukuran $N \times N$

$\mathbf{1}$ = Vektor kolom berukuran $N \times 1$ dengan semua elemennya 1.

Dengan hasil dari operasi tersebut akan berupa matriks kolom berukuran $N \times 1$, nilai ARL ditentukan berdasarkan median dari elemen yang ada di dalamnya.

2.7. Kecelakaan Lalu Lintas

Kecelakaan lalu lintas adalah kejadian di mana sebuah kendaraan bermotor tabrakan dengan benda lain dan menyebabkan kerusakan. Menurut UU no. 22 tahun 2009 pasal 1 ayat 24, “Kecelakaan Lalu Lintas adalah suatu peristiwa di Jalan yang tidak diduga dan tidak disengaja melibatkan Kendaraan dengan atau tanpa Pengguna Jalan lain yang mengakibatkan korban manusia dan/atau kerugian harta benda.” (Pemerintah Republik Indonesia, 2009) Kecelakaan lalu lintas dapat disebabkan oleh beberapa faktor seperti cuaca, kondisi jalan, kesalahan pengguna kendaraan bermotor, dan lain sebagainya.

Ada pun di dalam pasal 229, kecelakaan lalu lintas digolongkan menjadi Kecelakaan lalu lintas ringan; Kecelakaan lalu lintas sedang; dan Kecelakaan lalu lintas berat. Kecelakaan lalu lintas ringan mengakibatkan kerusakan kendaraan dan/atau barang. Kecelakaan lalu lintas sedang mengakibatkan luka ringan dan kerusakan kendaraan dan/atau barang. Dan kecelakaan lalu lintas berat mengakibatkan korban meninggal dunia atau luka berat. (Pemerintah Republik Indonesia, 2009)