

**PEMODELAN *GEOGRAPHICALLY WEIGHTED*
LASSO UNTUK DATA YANG MENGANDUNG
MULTIKOLINIERITAS**

SKRIPSI



CHAIRIL ANWAR

H051171510

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
DESEMBER 2022**

**PEMODELAN *GEORAPHICALLY WEIGHTED LASSO*
UNTUK DATA YANG MENGANDUNG
MULTIKOLINIERITAS**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

CHAIRIL ANWAR

H051171510

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

DESEMBER 2022

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

PEMODELAN GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LASSO UNTUK DATA YANG MENDUNG MULTIKOLINERITAS

UNIVERSITAS HASANUDDIN

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 13 Desember 2022



Chairil Anwar

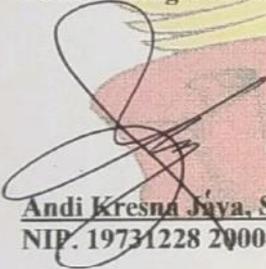
NIM. H051171510

**PEMODELAN GEOGRAPHICALLY WEIGHTED LASSO
UNTUK DATA YANG MENGANDUNG
MULTIKOLINIERITAS**

Disetujui oleh:

Pembimbing Utama

Pembimbing Pendamping


Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.
NIP. 19731228 200003 1 001


Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.
NIP. 19770808 200501 2 002

Ketua Program Studi


Dr. Nurfitri Sunusi, S.Si., M.Si.

NIP. 19720117 199703 2 002

Pada Tanggal: 13 Desember 2022

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : Chairil Anwar
NIM : H051171510
Program Studi : Statistika
Judul Skripsi : *Pemodelan Geographically Weighted LASSO*
Untuk Data Yang Mengandung Multikolinieritas

Telah berhasil dipertahankan di hadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si. (.....)
2. Sekretaris : Dr. Anna Islamiyati S.Si., M.Si. (.....)
3. Anggota : Dra. Nastah Sirajang, M.Si. (.....)
4. Anggota : Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si. (.....)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 13 Desember 2022

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarokatuh.

Alhamdulillah rabbil'alamin, segala puji tak henti-hentinya untuk **Allah Subhanahu Wata'ala** atas segala nikmat nikmat rahmat, hidayah dan kesehatan yang diberikan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul "**Pemodelan Geographically Weighted LASSO Untuk Data Yang Mengandung Multikolinieritas**" sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar.

Salam dan shalawat tak henti-hentinya dipanjatkan kepada **Nabi Muhammad Shallallahu'alaihi Wasallam** beserta para sahabat, kerabat dan pengikutnya yang setia hingga akhir jaman.

Dalam penyelesaian skripsi ini, penulis telah melewati perjuangan panjang dan pengorbanan yang tidak sedikit. Namun berkat rahmat dan izin-Nya serta dukungan dari berbagai pihak yang turut membantu baik moril maupun material sehingga tugas akhir ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang setinggi-tingginya dan penghargaan yang tak terhingga kepada Ayahanda **Anwar Mursalin** dan Ibunda **Nurhana** yang telah membesarkan dan mendidik penulis dengan penuh kesabaran dan dengan limpahan cinta, kasih sayang dan doa kepada penulis yang tak henti-hentinya dikirimkan, saudara terkasih **Nur Afdaliyah Anwar** dan **Mirza Al Ghifari Anwar** yang selalu menjadi penyemangat untuk segera menyelesaikan masa studi penulis.

Penghargaan dan ucapan terima kasih dengan penuh cinta dan ketulusan hati penulis ucapkan kepada:

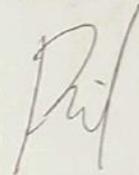
1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.

3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika sekaligus Dosen Penasehat Akademik penulis dan Dosen Penguji penulis. Segenap dosen pengajar dan staf **Departemen Statistika** yang telah membekali ilmu dan kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.
4. **Bapak Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.**, selaku Pembimbing Utama penulis yang senantiasa meluangkan waktu dan pemikirannya untuk memberi arahan, pengetahuan, motivasi dan bimbingan ditengah kesibukan beliau.
5. **Ibu Dr. Anna Islamiyati, M.Si.**, selaku Pembimbing Pertama penulis yang telah meluangkan waktu dan pemikirannya ditengah kesibukan beliau kepada penulis.
6. **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.**, selaku Dosen Penguji, terima kasih telah ikhlas meluangkan waktunya ditengah kesibukan untuk memberikan arahan berupa saran dan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini.
7. Keluarga Besar **DJ Crew** dan **Moershall Family**, terima kasih selalu memberikan motivasi dan dukungan yang membangun kepada penulis.
8. Teman-teman **Statistika Unhas 2017**, terima kasih atas kebersamaan, suka dan duka selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika.
9. Keluarga besar **DISKRIT 2017**, terima kasih telah memberikan pelajaran yang berharga dan arti kebersamaan kepada penulis. Pengalaman yang berharga telah penulis dapatkan dari teman-teman selama berproses.
10. **Keluarga Mahasiswa FMIPA Unhas** terkhusus anggota keluarga **Himatika FMIPA Unhas** dan **Himastat FMIPA Unhas**, terima kasih atas ilmu yang mungkin tidak bisa didapatkan di proses perkuliahan dan telah menjadi keluarga selama penulis berada di Universitas Hasanuddin.
11. Teman seperjuangan (Man In Black) **La Ode Muhammad Iklil Annaufal, Muhammad Akil** dan **Shafwan Pratama Mattaliu**. Terima kasih sudah berbagi waktu selama pengerjaan tugas akhir penulis
12. Sahabat terbaik **Mona** dan **Brownie**. Terima kasih telah menemani selama pengerjaan tugas akhir penulis.

13. Kepada seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih setinggi-tingginya untuk segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis semoga bernilai ibadah di sisi **Allah Subhanahu Wata'ala**.

Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan tambahan pengetahuan baru bagi para pembelajar statistika. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan tugas akhir ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga dapat bermanfaat bagi pihak-pihak yang berkepentingan. *Aamiin Yaa Rabbal Alamin*.

Makassar, 13 Desember 2022



Chairil Anwar

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR
UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Chairil Anwar
NIM : H051171510
Program Studi : Statistika
Departemen : Statistika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-ekslusif (*Non-exclusive Royalty – Free Right*)** atas tugas akhir saya yang berjudul:

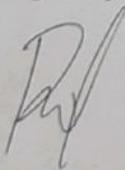
**“Pemodelan Geographically Weighted LASSO Untuk Data Yang
Mengandung Multikolinieritas”**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal 13 Desember 2022

Yang menyatakan



(Chairil Anwar)

ABSTRAK

Model *Geographically Weighted Regression* biasanya mengandung multikolinieritas pada data yaitu terdapat hubungan antara variabel prediktor satu terhadap variabel prediktor lainnya. Masalah multikolinieritas dapat diatasi dengan model *Geographically Weighted LASSO*. Model tersebut kemudian akan diterapkan pada kasus Angka Kematian Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan. Data Angka Kematian Bayi dapat mengalami heterogenitas spasial disebabkan adanya perbedaan fasilitas dan tenaga kerja kesehatan di berbagai wilayah. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan estimasi parameter model *Geographically Weighted LASSO* kemudian diterapkan pada data Angka Kematian Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2019. Dengan menggunakan matriks pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* kemudian dimasukkan ke algoritma LARS, diperoleh hasil bahwa terdapat beberapa variabel yang diseleksi oleh algoritma sehingga koefisien regresi menjadi stabil. Diperoleh variabel yang berpengaruh signifikan adalah X_1, X_2, X_3 dan X_5 . Nilai R^2 model GWR sebesar 0.99519 lebih besar dari model GWR, artinya penggunaan metode LASSO pada GWR menjadikan model lebih baik dalam mengatasi masalah multikolinieritas.

Kata Kunci: *Geographically Weighted Regression*, Multikolinieritas, LASSO, *Geographically Weighted LASSO*, Angka Kematian Bayi.

ABSTRACT

Geographically Weighted Regression model often occurs that the data experience multicollinearity, namely there is a relationship between one predictor variable and another predictor variable. Multicollinearity problem can be solved by using Geographically Weighted LASSO model. The model will then be applied to the case of the Infant Mortality Rate in South Sulawesi Province. Infant Mortality Rate data may experience spatial heterogeneity due to differences in health facilities and workforce in various regions. This study aims to determine the estimated parameters of the Geographically Weighted LASSO model and then apply it to the Infant Mortality Rate data in South Sulawesi Province in 2019. By using the Adaptive Gaussian Kernel weighting matrix which is then entered into the LARS algorithm, the results show that there are several variables selected by algorithm so that the regression coefficient becomes stable. The obtained variables X_1, X_2, X_3 and X_5 all significantly affect the results. The LASSO approach used to the GWR model improves the model's ability to handle multicollinearity issues because the R^2 value of the GWR model is 0.99519 higher than the GWR model.

Keywords: *Geographically Weighted Regression, Multicollinearity, LASSO, Geographically Weighted LASSO, Infant Mortality Rate.*

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN	iii
LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Penelitian.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Pengujian Heterogenitas Spasial.....	5
2.2 Penentuan Bandwidth Optimum	5
2.3 Pembobot Spasial.....	6
2.4 Geographically Weighted Regression.....	7
2.5 Deteksi Multikolinieritas	9
2.6 Standarisasi Data.....	10
2.7 <i>Least Angle Regression</i>	11
2.8 <i>Pemodelan Geographically Weighted LASSO</i>	11
2.8.1 <i>Least Absolute Shrinkage and Selection Operator</i>	11
2.8.2 <i>Geographically Weighted LASSO</i>	12
2.8.3 <i>Geographically Weighted LASSO Global</i>	13

2.8.4	<i>Geographically Weighted</i> LASSO Lokal.....	13
2.9	Pemilihan Model Terbaik	14
2.10	Angka Kematian Bayi.....	14
BAB III METODE PENELITIAN		15
3.1	Sumber Data.....	15
3.2	Deskripsi Variabel	15
3.3	Metode Analisis	15
BAB IV PEMBAHASAN.....		17
4.1	Estimasi Parameter <i>Geographically Weighted</i> LASSO.....	17
4.2	Pengujian Pengaruh Heterogenitas Spasial.....	18
4.3	Pemodelan <i>Geographically Weighted</i> Regression.....	19
4.4	Deteksi Multikolinieritas	21
4.5	Standarisasi Data.....	22
4.6	Pemodelan <i>Geographically Weighted</i> LASSO.....	22
4.6.1	Pemodelan <i>Geographically Weighted</i> LASSO Global	22
4.6.2	Pemodelan <i>Geographically Weighted</i> LASSO Lokal.....	26
4.7	Pemilihan Model Terbaik	31
BAB V PENUTUP		32
5.1	Kesimpulan	32
5.2	Saran	32
DAFTAR PUSTAKA		33
LAMPIRAN.....		36

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Angka Kematian Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2019	37
Lampiran 2. Output uji pengaruh spasial	38
Lampiran 3. Output Bandwidth Optimum dengan Fungsi Pembobot Adaptive Gaussian Kernel.....	39
Lampiran 4. Matriks jarak euclidean <i>d_{ij}</i> antar lokasi pengamatan	40
Lampiran 5. Matriks pembobot spasial W dengan fungsi adaptive gaussian kernel	44
Lampiran 6. Nilai estimasi parameter Model GWR.....	48
Lampiran 7. Data hasil standarisasi (Pemusatan dan Penskalaan).....	49
Lampiran 8. Nilai estimasi parameter model GWL lokal	50

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1. Nilai cross validation GWL Global	24
Gambar 4.2. Tahapan seleksi variabel GWL Global.....	25
Gambar 4.3. Nilai cross validation GWL Kabupaten Sidrap	28
Gambar 4.4. Tahapan seleksi variabel GWL Kabupaten Sidrap.....	28
Gambar 4.5. Hasil seleksi koefisien model GWL Lokal.....	30

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1. Nilai Uji Breusch Pagan	18
Tabel 4.2. Bandwidth untuk setiap lokasi	19
Tabel 4.3. Jarak euclidean dan pembobot Kabupaten Sidrap.....	20
Tabel 4.4. Nilai VIF Global.....	21
Tabel 4.5. Standarisasi Data Kabupaten Bone	22
Tabel 4.6. Tahapan GWL Global	23
Tabel 4.7. Tahapan Asli GWL Global	24
Tabel 4.8. Tahapan GWL Kabupaten Sidrap	27
Tabel 4.9. Tahapan Asli GWL Kabupaten Sidrap.....	27
Tabel 4.10. Perbandingan R^2 model GWR dan GWL.....	31

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aspek kesehatan merupakan salah satu aspek kualitas sumber daya manusia yang penting untuk diperhatikan di seluruh dunia dan juga sebagai pencapaian komitmen internasional yang tertuang pada tujuan *Sustainable Development Goals* (SDGs). Salah satu indikator penting untuk mengetahui derajat kesehatan suatu negara dan bahkan untuk mengukur tingkat kemajuan suatu bangsa adalah angka kematian bayi (AKB). Masih tingginya AKB menjadi salah satu masalah kesehatan utama di Indonesia. Hasil Survei Demografi dan Kesehatan Indonesia (SDKI) tahun 2019 menunjukkan bahwa pada tahun 2007 sebesar 34 per 1000 kelahiran hidup, tahun 2012 sebesar 32 per 1000 kelahiran hidup dan tahun 2017 sebesar 24 per 1000 kelahiran hidup, artinya AKB telah mengalami penurunan dari tahun-tahun sebelumnya. Walaupun AKB berdasarkan hasil SDKI beberapa kurun waktu telah menunjukkan penurunan, namun bila dibandingkan dengan negara lain AKB di Indonesia masih tergolong tinggi.

Angka kematian bayi dapat dipengaruhi oleh beberapa variabel, antara lain pemberian vitamin A pada bayi, pelayanan kesehatan bayi, bayi dengan berat badan lahir rendah, ibu bersalin ditolong tenaga kesehatan dan pemberian ASI eksklusif. Kondisi kesehatan penduduk, sarana dan prasarana kesehatan juga dapat menjadi variabel pendukung lainnya. Sebagian besar wilayah di Sulawesi Selatan memiliki kondisi kesehatan penduduk, sarana dan prasarana kesehatan yang beragam, kurang merata dan cenderung terpusat pada beberapa wilayah sehingga memberikan kontribusi yang signifikan terhadap Angka Kematian Bayi (AKB) di wilayah tersebut. Kondisi tersebut mengindikasikan adanya pengaruh spasial, sebab faktor geografis mempengaruhi AKB Kabupaten/Kota di setiap wilayah. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode pemodelan statistik yang memperhatikan letak geografis atau faktor lokasi pengamatan. Salah satu metode yang digunakan adalah dengan menggunakan *Geographically Weighted Regression* (GWR). Metode GWR adalah suatu teknik yang membawa kerangka dari model regresi sederhana menjadi model regresi yang terboboti. Estimasi

dalam metode GWR dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi yang mana data tersebut dikumpulkan. Pada pengaplikasian GWR terkadang ditemukan adanya variabel prediktor yang saling berkorelasi, permasalahan tersebut dinamakan multikolinieritas lokal.

Multikolinieritas lokal merupakan suatu kondisi dengan variabel prediktor saling berkorelasi di setiap lokasi pengamatan. Keberadaan multikolinieritas akan menyebabkan varians parameter yang diestimasi akan menjadi lebih besar dari yang seharusnya sehingga menyebabkan tingkat akurasi dari estimasi akan menurun (Sukmono, 2014). Multikolinieritas dapat dideteksi dengan menghitung nilai *Variance Inflation Factor* (VIF), yaitu jika variabel prediktor memiliki nilai VIF lebih besar dari 10 maka variabel tersebut mengandung multikolinieritas (Montgomery, Peck, & Vining, 2012). Metode yang pernah digunakan untuk mengatasi multikolinieritas pada regresi spasial yaitu Analisis Komponen Utama oleh Musdalifah (2021) dan Regresi Ridge oleh Nurul Ainun Abdullah (2017).

Musdalifah (2021) dan Nurul Ainun Abdullah (2017) memberikan alternatif lain untuk mengatasi multikolinieritas yaitu dengan menggunakan metode *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* (LASSO) yang merupakan pengembangan dari regresi ridge. LASSO merupakan metode regresi yang dapat menyusutkan koefisien regresi menjadi tepat nol (Tibshirani, 1996). Kelebihan LASSO yaitu dapat digunakan sebagai seleksi variabel prediktor pada model, sehingga hanya variabel-variabel terbaik yang masuk ke dalam model. Tiyas Yulita (2016) membandingkan *Geographically Weighted Ridge Regression* (GWRR) dan *Geographically Weighted LASSO* (GWL) pada data spasial yang mengalami multikolinieritas, pada penelitian tersebut diperoleh metode pada GWRR dan GWL mampu mengatasi masalah akibat adanya heterogenitas spasial serta multikolinieritas lokal pada data PDRB di Pulau Jawa tahun 2010 dan penelitian tersebut menyatakan bahwa GWL dinilai lebih konsisten dalam menangani masalah multikolinieritas lokal walaupun antarpeubah prediktor memiliki tingkat multikolinieritas yang tinggi.

Berdasarkan uraian dari latar belakang tersebut, peneliti tertarik untuk menggunakan metode LASSO untuk mengatasi masalah multikolinieritas dengan judul “**Pemodelan *Geographically Weighted LASSO* Pada Data Yang Mengandung Multikolinieritas**”.

1.2 Rumusan Masalah

Dari uraian latar belakang yang telah dikemukakan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana memperoleh estimasi parameter model *Geographically Weighted LASSO*?
2. Bagaimana memperoleh model *Geographically Weighted LASSO* untuk data yang mengalami multikolinieritas pada data Angka Kematian Bayi kabupaten/kota di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2019?

1.3 Batasan Penelitian

Dalam penelitian ini terdapat batasan masalah yaitu sebagai berikut:

1. Penentuan model spasial pada data yang mengalami multikolinieritas menggunakan metode *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* dengan menggunakan algoritma *Least Angle Regression*.
2. Data yang digunakan adalah data Angka Kematian Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2019 yang terdiri dari 24 kabupaten/kota.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan latar belakang masalah dan perumusan masalah yang telah diuraikan diatas, maka penelitian ini mempunyai tujuan sebagai berikut:

1. Memperoleh estimasi parameter model *Geographically Weighted LASSO*.
2. Memperoleh model *Geographically Weighted LASSO* untuk data yang mengalami multikolinieritas pada data Angka Kematian Bayi kabupaten/kota di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2019.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat berupa tambahan kepustakaan bagi pengguna ilmu statistika tentang cara mengatasi data yang mengalami multikolinieritas dengan menggunakan *Geographically Weighted LASSO*.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pengujian Heterogenitas Spasial

Perbedaan kondisi sosial budaya dan geografis dari beberapa wilayah dapat menyebabkan adanya heterogenitas spasial pada model. Heterogenitas spasial merupakan suatu kondisi dimana suatu model regresi global tidak dapat menjelaskan hubungan antara variabel-variabel dikarenakan karakteristik antarwilayah amatan yang bervariasi secara spasial. Mendeteksi adanya heterogenitas spasial pada data dapat dilakukan dengan Uji *Breusch-Pagan* (Anselin, 1988). Pengujian heterogenitas spasial ini dapat dilakukan dengan menggunakan statistik uji *Breusch-Pagan* (BP) dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (tidak terdapat heterogenitas spasial)

$H_1 : \text{minimal ada satu } \sigma_i^2 \neq \sigma^2 ; i = 1, 2, \dots, n$ (terdapat heterogenitas spasial)

Statistik Uji *Breusch-Pagan* (BP) adalah sebagai berikut:

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right) \mathbf{f}^T \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{f} \sim \chi_{(\alpha, p)}^2 \quad (2.1)$$

dengan $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ merupakan vektor berukuran $(n \times 1)$, dengan elemen vektor $f_i = \frac{e_i^2}{\sigma^2} - 1$, dimana e_i merupakan sisaan untuk pengamatan ke- i dengan matriks berukuran $(n \times 1)$, σ^2 merupakan ragam dari sisaan e_i dan \mathbf{X} merupakan matriks berukuran $n \times (p + 1)$ yang berisi vektor dari variabel prediktor. Nilai statistik uji *BP* mengikuti distribusi χ^2 . Pengambilan keputusan pada uji *Breusch-Pagan* adalah tolak H_0 jika $BP > \chi_{(\alpha, p)}^2$ sehingga dapat disimpulkan terdapat heterogenitas spasial.

2.2 Penentuan *Bandwidth Optimum*

Definisi *bandwidth* secara teoritis adalah lingkaran dengan radius h dari titik pusat lokasi. Pengamatan yang terletak dekat dengan lokasi i akan lebih berpengaruh dalam estimasi parameter model di setiap lokasi. Hal tersebut dikarenakan pengamatan yang terletak dalam radius h dilakukan pemberian pembobot sesuai dengan fungsi yang digunakan. Pengamatan yang terletak di luar radius h mempunyai pembobot yang bernilai nol sehingga tidak mempengaruhi estimasi parameter.

Pemilihan *bandwidth* sangat penting untuk estimasi fungsi kernel yang tepat. Nilai *bandwidth* yang ukurannya kecil akan mengakibatkan varians mengecil dan berlaku sebaliknya, yaitu membesar. Hal tersebut disebabkan karena jika nilai *bandwidth* sangat kecil maka sedikit pengamatan yang berada pada radius h , sehingga menyebabkan model yang diperoleh sangat kasar karena estimasi pengamatan yang digunakan sedikit. Sebaliknya, jika nilai *bandwidth* ukurannya besar, maka menimbulkan bias yang semakin besar pula. Hal tersebut disebabkan nilai *bandwidth* yang sangat besar mengakibatkan banyak pengamatan yang ada dalam radius h sehingga model yang diperoleh terlalu halus karena pengamatan yang digunakan dalam estimasi terlalu banyak.

Salah satu metode yang digunakan untuk menentukan *bandwidth* optimum adalah metode validasi silang atau *cross validation* (CV). *Bandwidth* optimum adalah *bandwidth* yang menghasilkan nilai CV minimum. Apabila nilai-nilai penduga y , merupakan fungsi dari *bandwidth* (b) ditulis $\hat{y}_1(h)$, maka nilai *bandwidth* dengan metode CV diperoleh dengan menghilangkan observasi ke- i dalam menduga nilai y_i pada model. Secara matematis CV dapat dituliskan sebagai berikut (Forheringham, Brunson, & Charlton, 2002):

$$CV(h) = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{\neq i}(b))^2 \quad (2.2)$$

dengan y_i merupakan pengamatan ke- i dan n merupakan jumlah sampel, $y_{\neq i}(b)$ adalah penduga y_i dengan pengamatan di titik lokasi (u_i, v_i) dihilangkan dari proses estimasi.

2.3 Pembobot Spasial

Pembobot spasial mempunyai fungsi yang sangat penting dalam analisis spasial. Pembobot digunakan untuk memberikan penaksiran hasil parameter yang berbeda disetiap lokasi pengamatan. Pembobot dipengaruhi oleh titik-titik yang saling berdekatan lokasinya daripada titik dengan lokasi berjauhan, sebelumnya pembobot ditentukan dihitung terlebih dahulu jarak lokasi dengan lokasi menggunakan jarak euclidean, yaitu sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (2.3)$$

Matriks pembobot dapat ditentukan menggunakan fungsi pembobot kernel. Penelitian ini menggunakan fungsi *adaptive gaussian kernel*, fungsi pembobot *adaptive gaussian kernel* dapat ditulis sebagai berikut:

$$W_{ij}(u_i, v_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{b_i}\right)^2\right) \quad (2.4)$$

$$W_{ij}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} w_{11}(u_i, v_i) & w_{12}(u_i, v_i) & \cdots & w_{1n}(u_i, v_i) \\ w_{21}(u_i, v_i) & w_{22}(u_i, v_i) & \cdots & w_{2n}(u_i, v_i) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1}(u_i, v_i) & w_{n2}(u_i, v_i) & \cdots & w_{nn}(u_i, v_i) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

dengan b adalah *bandwith* dan d_{ij} adalah jarak *euclidean* antara lokasi pengamatan ke- i dengan lokasi pengamatan ke- j .

2.4 Geographically Weighted Regression

Geographically Weighted Regression disingkat GWR adalah metode statistika yang digunakan untuk menganalisis heterogenitas spasial yang disebabkan kondisi lokasi satu dengan lokasi yang lain tidak sama. Dalam model GWR, variabel respon y ditaksir dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya tergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Model dari GWR dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^p \beta_k(u_i, v_i)x_{ik} + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

dengan

y_i : nilai pengamatan variabel respon ke- i

$\beta_0(u_i, v_i)$: intercept pada pengamatan ke- i

$\beta_k(u_i, v_i)$: nilai pengamatan variabel prediktor ke- k pada lokasi pengamatan ke- i

x_{ik} : nilai observasi variabel prediktor ke- k pada lokasi pengamatan ke- i

(u_i, v_i) : koordinat letak geografis (longitude, latitude) dari lokasi pengamatan ke- i

ε_i : galat pengamatan ke- i

dalam matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y = X\beta(u_i, v_i) + \varepsilon \quad (2.7)$$

Estimasi parameter model GWR dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dengan menambahkan pembobot $W(u_i, v_i)$. Baris ke- i pada persamaan W sebagai diagonal utama pada matriks pembobot

spasial $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ untuk model GWR dengan ukuran $(n \times n)$, seperti pada persamaan 2.8 berikut:

$$\mathbf{W}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} w_{i1}(u_i, v_i) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_{i1}(u_i, v_i) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_{in}(u_i, v_i) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Misalkan pembobot untuk setiap titik lokasi pengamatan (u_i, v_i) adalah W_{ij} dengan $j = 1, 2, \dots, n$, maka estimasi parameter model dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error*-nya, pada persamaan yang telah diberi pembobot W_{ij} , sehingga diperoleh:

$$\sum_{j=1}^n W_j(u_i, v_i) \varepsilon_i^2 = \sum_{j=1}^n W_j(u_i, v_i) \left(y_i - \beta_0(u_i, v_i) - \sum_{j=1}^p \beta_j(u_i, v_i) x_{ij} \right)^2 \quad (2.9)$$

dengan menggunakan Persamaan (2.7) dan Persamaan (2.8), didapatkan solusi dari Persamaan (2.9) dalam bentuk matriks adalah,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \boldsymbol{\varepsilon} &= [\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)]' \mathbf{W}(u_i, v_i) [\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)] \\ &= \mathbf{Y}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} - \mathbf{Y}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) - \\ &\quad \boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i) \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} + \boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i) \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \end{aligned}$$

Karena $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i) \mathbf{X}'$ maka,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{Y}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} - 2\boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i) \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \\ &\quad + \boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i) \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Persamaan (2.10) diturunkan terhadap matriks $\boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i)$ dan hasilnya disamadengankan dengan nol, sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\beta}'(u_i, v_i)} \right|_{\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)} &= 0 \\ -2\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} + 2\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) &= 0 \\ \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) &= \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \\ (\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) &= (\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \end{aligned}$$

Karena $(\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X} = \mathbf{I}$, maka

$$\begin{aligned} \mathbf{I}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) &= (\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) &= (\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \end{aligned}$$

Estimasi parameter model GWR dengan metode WLS menghasilkan

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{Y} \quad (2.11)$$

dengan $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ adalah vektor estimasi parameter model GWR untuk lokasi (u_i, v_i) yang berukuran $((p + 1) \times 1)$, \mathbf{X} adalah matriks variabel prediktor berukuran $(n \times (p + 1))$, $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ adalah matriks pembobot berukuran $(n \times n)$, dan \mathbf{Y} adalah vektor variabel respon berukuran n .

2.5 Deteksi Multikolinieritas

Istilah multikolinieritas ditemukan oleh Ragnar Frisch pada tahun 1934 yang berarti adanya hubungan linier antara sesama variabel prediktor x_k . Maksud dari adanya hubungan linier antara variabel prediktor x_k adalah sebagai berikut: misalkan terdapat dua variabel prediktor x_1 dan x_2 . Jika x_1 dapat dinyatakan sebagai fungsi linier dari x_2 atau sebaliknya, maka dikatakan bahwa terdapat hubungan linier antara x_1 dan x_2 .

Masalah multikolinieritas bisa terjadi karena beberapa sebab. Pertama, karena sifat-sifat yang terkandung dalam kebanyakan variabel ekonomi berubah bersama-sama sepanjang waktu. Besaran-besaran ekonomi dipengaruhi oleh fakto-faktor yang sama. Oleh karena itu, sekali faktor-faktor yang mempengaruhi itu menjadi operatif, maka seluruh variabel akan cenderung berubah dalam satu arah.

Jika asumsi pada model regresi linier klasik terpenuhi, maka penaksir kuadrat terkecil/*Ordinary Least Square* (OLS) dari koefisien regresi linier adalah linier, tak bias dan mempunyai varian minimum dalam arti penaksir tersebut adalah penaksir tak bias koliner terbaik atau *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE). Meskipun multikolinieritas sangat tinggi, penaksir kuadrat terkecil biasa masih tetap memnuhi syarat BLUE, tetapi penaksir tersebut tidak stabil.

Dalam hal terdapat multikolinieritas sempurna, penaksir dengan kuadrat terkecil bisa menjadi tak tentu dan variansi serta standar deviasinya menjadi tak terhingga. Sedangkan jika multikolinieritas tinggi, tetapi tidak sempurna maka konsekuensinya adalah sebagai berikut:

1. Meskipun penaksir melalui kuadrat terkecil bisa didapatkan, standar deviasinya cenderung besar jika derajat kolineritas antara peubah bertambah.
2. Karena standar deviasi besar, interval kepercayaan bagi parameter populasi relevan akan menjadi besar.

3. Taksiran-taksiran parameter kuadrat terkecil biasa dan standar deviasi akan sangat sensitif terhadap perubahan.
4. Jika multikolinieritas tinggi, memungkinkan R^2 bisa tinggi namun tidak satupun (sangat sedikit) taksiran koefisien regresi yang signifikan secara statistik.

Salah satu cara mengidentifikasi multikolinieritas untuk melihat adanya multikolinieritas lokal dengan menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Perhitungan nilai VIF dilakukan untuk masing-masing variabel prediktor. Nilai VIF dinyatakan sebagai berikut:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.12)$$

dengan R_j^2 merupakan nilai koefisien determinasi antara x_j dengan variabel prediktor lainnya pada persamaan regresi. Apabila nilai $VIF > 10$, maka dapat diindikasikan bahwa terdapat kasus multikolinieritas (Montgomery, Peck, & Vining, 2012).

2.6 Standarisasi Data

Pemusatan dan penskalaan data merupakan bagian dari membakukan (*standardized*) variabel sehingga menghasilkan variabel baru. Standarisasi variabel yang menyebabkan x_{ik} menjadi x_{ik}^* dan variabel y_i menjadi y_i^* dengan cara pemusatan dan penskalaan. Berikut ini merupakan rumus membakukan variabel respon y_i dan variabel bebas $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}$.

$$y_i^* = \frac{y_i - \bar{y}}{S_y} \text{ dan } x_{ik}^* = \frac{x_{ik} - \bar{x}}{S_{x_{ik}}} \quad (2.13)$$

dengan $S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$ dan $S_{x_{ik}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x})^2}{n-1}}$

Berdasarkan standarisasi variabel y_i^* dan x_{ik}^* yang didefinisikan dengan transformasi korelasi pada persamaan diperoleh model regresi berikut:

$$y_i^* = \beta_1^* x_{i1}^* + \beta_2^* x_{i2}^* + \dots + \beta_p^* x_{ip}^* + \varepsilon_i$$

Model disebut sebagai model regresi baku (*standardized regression model*). Diantara parameter model regresi baku $\beta_1^*, \beta_2^*, \dots, \beta_p^*$ dengan parameter model regresi linier berganda biasa terdapat hubungan linier. Hubungan antara kedua parameter dari kedua model tersebut dijabarkan sebagai berikut:

$$\beta_k = \left(\frac{s_y}{s_{x_{ik}}} \right) \beta_k^*$$

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x}_1 - \beta_2 \bar{x}_2 - \dots - \beta_p \bar{x}_p$$

$$= \bar{y} - \sum_{k=1}^p \beta_k \bar{x}_k$$

2.7 Least Angle Regression

Least Angle Regression disingkat LARS merupakan algoritma yang efisien digunakan karena LARS mempunyai modifikasi untuk mempermudah dalam perhitungan LASSO. LARS merupakan metode klasik yang berkaitan dengan metode pemilihan model yang dahulu dikenal dengan nama *forward selection* atau *forward stepwise regression*. Algoritma LARS diuraikan sebagai berikut:

1. Bakukan variabel prediktor sehingga memiliki nilai tengah nol dan ragam satu. Dimulai dengan semua koefisien parameter sama dengan nol $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p = 0$, sehingga menjadikan $\varepsilon = y$.
2. Tentukan variabel prediktor yang memiliki koefisien korelasi tertinggi dengan sisaan ε .
3. Koefisien parameter β_k diduga untuk x_{ik} yang memiliki korelasi tertinggi dengan sisaan ε .
4. Sisaan $\varepsilon = y - \hat{y}$ dihitung dengan variabel prediktor x_k yang masuk ke dalam model.
5. Dihitung korelasi parsial antara variabel prediktor yang tersisa dengan sisaan terbaru.
6. Langkah 3 sampai 5 diulangi hingga seluruh variabel prediktor masuk kedalam model dan berhenti apabila korelasi antara y dan x_{ik} bernilai nol.

2.8 Pemodelan Geographically Weighted LASSO

2.8.1 Least Absolute Shrinkage and Selection Operator

Metode LASSO diperkenalkan pertama kali oleh Tibshirani pada tahun 1996. Estimasi parameter pada LASSO diperoleh dengan cara meminimumkan persamaan sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n \left(Y_i - \beta_0 - \sum_{k=1}^p \beta_k X_{ik} \right)^2 \quad (2.14)$$

dengan syarat $\sum_{k=1}^p |\beta_k| \leq s$, nilai s merupakan parameter penyusutan *shrinkage* yang nilainya ditentukan oleh CV. Tibshirani (1996) menyatakan batasan LASSO $\sum_{k=1}^p |\beta_k| \leq s$ mengakibatkan adanya penambahan $\lambda \sum_{k=1}^p |\beta_k|$ dan λ yang mengontrol nilai s . Estimasi parameter model dengan metode LASSO ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = \operatorname{argmin} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{k=1}^p \beta_k x_{ik} \right)^2 + \lambda \sum_{k=1}^p |\beta_k| \right\} \quad (2.15)$$

Estimasi parameter LASSO diperoleh dengan menentukan nilai parameter s yang harus diestimasi terlebih dahulu sebelum diperoleh solusi akhir LASSO. Nilai parameter s ditentukan dengan persamaan sebagai berikut:

$$s = \frac{\sum_{k=1}^p |\beta_k|}{\sum_{k=1}^p |\beta_k^{\text{OLS}}|}$$

dengan s memiliki nilai dari 0 sampai 1. Jika β_k^{OLS} adalah estimasi parameter kuadrat terkecil, maka nilai $\sum_{k=1}^p |\beta_k| < \sum_{k=1}^p |\beta_k^{\text{OLS}}|$ menyebabkan sejumlah parameter menjadi nol.

2.8.2 Geographically Weighted LASSO

Metode *Geographically Weighted LASSO* (GWL) diperkenalkan pertama kali oleh Wheeler pada tahun 2006. GWL merupakan pengembangan dari konsep metode LASSO yang diterapkan pada model GWR. Model GWL digunakan untuk mengatasi heterogenitas spasial serta adanya multikolinieritas lokal dalam model GWR. Model GWL dapat ditulis sebagai berikut.

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (2.16)$$

dengan syarat $\sum_{k=1}^p |\beta_k| \leq s_i$. Estimasi parameter $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ dapat dilakukan dengan menyelesaikan formulasi LASSO untuk likelihood terkendala berikut.

$$\min_{\beta} \left[\frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^n W(u_i, v_i) \left(y_i - \beta_0(u_i, v_i) - \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} \right)^2 \right\} + \lambda \left(\sum_{k=1}^p |\beta_k(u_i, v_i)| - s_i \right) \right] \quad (2.17)$$

Model GWL dapat ditentukan dengan dua cara yaitu GWL lokal dan GWL global.

2.8.3 Geographically Weighted LASSO Global

GW-LASSO global menentukan estimasi parameter model secara keseluruhan lokasi. Penelitian estimasi parameter untuk model GW-LASSO global sama dengan GW-LASSO lokal, perbedaannya terletak pada struktur *input* matriks dimana GW-LASSO global terdapat pengulangan matriks pembobot.

- 1) Menghitung matriks pembobot \mathbf{W} berukuran $(n \times n)$
- 2) Menghitung $\mathbf{y}_w^G = \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} \times \mathbf{Y}$, dengan $\mathbf{W}^{\frac{1}{2}}$ diperoleh dari akar kuadrat masing-masing elemen dari matriks pembobot \mathbf{W} .
- 3) Menghitung $\mathbf{X}_w^G = \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} \mathbf{X}$.
- 4) Menentukan solusi GW-LASSO sesuai dengan CV berdasarkan fraksi dari nilai parameter s menggunakan algoritma LARS ($\mathbf{X}_w^G, \mathbf{y}_w^G$).

Pada langkah-langkah estimasi parameter pada model GW-LASSO global, nilai parameter s diestimasi terlebih dahulu sebelum solusi akhir LASSO.

2.8.4 Geographically Weighted LASSO Lokal

GW-LASSO lokal menentukan estimasi parameter model yang berbeda-beda di setiap lokasi. Berikut adalah langkah yang dilakukan dalam estimasi parameter GW-LASSO lokal.

- 1) Menentukan *bandwidth* optimum dengan metode CV.
- 2) Menghitung matriks pembobot \mathbf{W} berukuran $(n \times n)$
- 3) Untuk setiap lokasi $i = 1, 2, \dots, n$ dilakukan
 1. Menghitung $\mathbf{W}^{\frac{1}{2}}(i) = \text{sqrt}(\text{diag}(\mathbf{W}(I)))$,
 2. Menentukan $\mathbf{X}_w = \mathbf{W}^{\frac{1}{2}}(i)\mathbf{X}$ dan $\mathbf{Y}_w = \mathbf{W}^{\frac{1}{2}}(i)\mathbf{Y}$ menggunakan akar kuadrat dari pembobot kernel $\mathbf{W}(I)$ disetiap lokasi ke- i .
- 4) Menentukan solusi GW-LASSO sesuai dengan CV berdasarkan fraksi dari nilai parameter s menggunakan algoritma LARS ($\mathbf{X}_w, \mathbf{Y}_w$).

Pada langkah-langkah estimasi parameter pada model GW-LASSO lokal, nilai parameter s_i harus diestimasi terlebih dahulu sebelum solusi akhir LASSO.

2.9 Pemilihan Model Terbaik

Dalam pemilihan model dengan pembobotan terbaik dapat dilakukan dengan membandingkan koefisien determinasi (R^2) model GWL dan GWR, dengan rumus sebagai berikut (Forheringham, Brunsdon, & Charlton, 2002):

$$R^2 = \frac{JKT - JKS}{JKT} \quad (2.18)$$

dengan JKT merupakan jumlah kuadrat total model dan dinyatakan sebagai berikut:

$$JKT = \sum_{j=1}^n W_{ij} (Y_j - \bar{Y})^2$$

sedangkan JKS merupakan jumlah kuadrat sisa model dan dinyatakan sebagai berikut:

$$JKS = \sum_{j=1}^n W_{ij} (Y_j - \hat{Y}_j)^2$$

dimana W_{ij} adalah pembobot dari titik lokasi pengamatan ke- j di titik lokasi pengamatan ke- i , dengan $i, j = 1, 2, \dots, n$. Model dengan nilai R^2 yang lebih besar merupakan model yang lebih tepat digunakan.

2.10 Angka Kematian Bayi

Menurut Dinas Kesehatan (2018), Angka Kematian Bayi (AKB) adalah jumlah kematian bayi usia 0-11 bulan yang dinyatakan dalam 1000 kelahiran hidup pada tahun yang sama atau secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut:

$$AKB = \frac{\text{Jumlah Kematian Bayi}}{\text{Jumlah Kelahiran Hidup}} \times 1000$$

Kematian bayi merupakan salah satu indikator penting untuk menentukan tingkat kesehatan masyarakat, karena dapat menggambarkan kesehatan penduduk secara keseluruhan dan termasuk dalam salah satu target *Sustainable Development Goals* (SDGs). Namun, kematian bayi yang tinggi tetap menjadi masalah dalam sektor kesehatan utama di Indonesia.