

# TESIS

## **PENERAPAN PETA KENDALI *LINK RELATIVE CUMULATIVE SUM* DAN *LINK RELATIVE EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* DALAM MONITORING *MEAN PROCESS* PRODUKSI AYAM PETELUR**

**(Studi Kasus Kandang Latih Ayam Petelur SMKPP N Sembawa, Palembang)**

## *APPLICATION OF THE LINK RELATIVE CUMULATIVE SUM AND LINK RELATIVE EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE CONTROL CHART IN MONITORING THE MEAN PROCESS OF LAYING HENS PRODUCTION*

*(Case Study of Laying Hens Training Coop at SMKPP N Sembawa, Palembang)*

**MUBASIRATUL MUNAWAROH**

**H062202013**



**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2023**



**PENERAPAN PETA KENDALI *LINK RELATIVE CUMULATIVE SUM* DAN *LINK RELATIVE EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* DALAM MONITORING *MEAN PROCESS* PRODUKSI AYAM PETELUR**  
(Studi Kasus Kandang Latih Ayam Petelur SMKPP N Sembawa, Palembang)

Tesis

sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

Program Studi Magister Statistika

Disusun dan diajukan oleh

MUBASIRATUL MUNAWAROH

H062202013

Kepada

**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2023**



## TESIS

**PENERAPAN PETA KENDALI LINK RELATIVE CUMULATIVE SUM DAN  
LINK RELATIVE EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE DALAM  
MONITORING MEAN PROCESS PRODUKSI AYAM PETELUR  
(Studi Kasus Kandang Latih Ayam Petelur SMKPP N Sembawa, Palembang)**

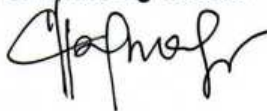
MUBASIRATUL MUNAWAROH

H062202013

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka  
Penyelesaian Studi Program Magister Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu  
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin  
pada tanggal 22 Desember 2023  
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

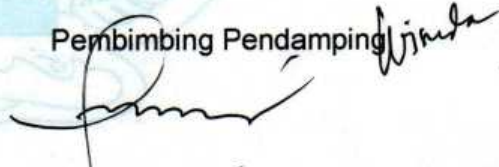
Pembimbing Utama



**Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.**

NIP. 19750429 200003 2 001

Pembimbing Pendamping



**Dr. Nirwan, M.Si.**

NIP. 19630306 198702 1 002

Ketua Program Studi  
Magister Statistika



**Tri Herdiani, S.Si., M.Si.**

19750429 200003 2 001

Dekan Fakultas MIPA  
Universitas Hasanuddin



**Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.**

NIP. 19720515 199702 1 002



## PERNYATAAN KEASLIAN TESIS DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul Penerapan Peta Kendali *Link Relative Cumulative Sum* Dan *Link Relative Exponentially Weighted Moving Average* Dalam Monitoring *Mean Process* Produksi Ayam Petelur (Studi Kasus Kandang Latih Ayam Petelur SMKPP N Sembawa, Palembang) adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing (Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si dan Dr. Nirwan, M.Si). Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari isi tesis ini telah dipublikasikan di Jurnal (International Journal of Research Publications (IJRP) ISSN: 2708-3578 Vol. 131, Issue 1, August - 2023) sebagai artikel dengan judul "Cumulative Sum Modifications Control Chart in Monitoring Mean Process, Study of Case Laying Hens Training Coop at SMKPP N Sembawa"

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 27 Desember 2023

Yang Menyatakan,



Mubasiratul Munawaroh

NIM. H062202013





## UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur kepada **Allah SWT** atas segala limpahan rahmat, nikmat, dan hidayah-Nya, serta shalawat dan salam semoga selalu dilimpahkan kepada Nabi yang paling dimuliakan, pemimpin orang-orang bertakwa, **Muhammad SAW** dan kepada para keluarga serta sahabat yang berjuang bersama beliau. *Alhamdulillah*, berkat pertolongan Allah akhirnya tesis dengan judul “**Penerapan Peta Kendali Link Relative Cumulative Sum Dan Link Relative Exponentially Weighted Moving Average Dalam Monitoring Mean Process Produksi Ayam Petelur (Studi Kasus Kandang Latih Ayam Petelur SMKPP N Sembawa, Palembang)**” yang disusun sebagai salah satu syarat akademik untuk meraih gelar Magister Sains pada Program Studi Magister Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulisan tugas akhir ini tentunya tidak lepas dari bantuan berbagai pihak baik moril maupun materil. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tak terhingga untuk Bapak **Suhadi**, **Mas Amiruddin** dan kakak perempuanku tercinta **Mbak Tri**, **Mbak Ani Masruroh** yang tak kenal lelah mendoakan, memberikan dukungan, dan selalu melimpahkan cinta dan kasih sayangnya kepada penulis sehingga mereka menjadi motivasi terbesar penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Untuk sahabat terbaikku **Mbak Siwi Purwati** dan **Nur Aminah Ahmad** terima kasih telah memberikan semangat, motivasi, dukungan, dan doa yang diberikan kepada penulis. Dan tak terlupakan untuk seluruh keluarga besar, penulis ucapkan banyak terima kasih atas doa dan dukungan moril maupun materil selama penulis mengemban ilmu di Universitas Hasanuddin.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada :

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. Bapak **Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta seluruh jajarannya.



**Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Program Studi Magister Statistika yang menjadi Pembimbing Pertama yang telah bersabar dan

bersedia meluangkan banyak waktunya untuk membimbing penulis dan memberikan masukan dalam penyelesaian tesis ini.

4. Bapak **Dr. Nirwan, M.Si.** selaku Pembimbing Utama yang telah sabar dan ikhlas meluangkan begitu banyak waktunya untuk membimbing dan memberikan masukan serta motivasi dalam penulisan tesis ini.
5. Ibu **Prof. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si., Prof. Dr. Nurtiti Sanusi, M.Si.** dan **Dr. Anna Islamiyati, S.Si, M.Si.** selaku Tim Penguji yang telah memberikan saran dan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tesis ini.
6. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Magister Statistika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin, yang dengan memberikan ilmu dan pengalaman yang dimilikinya selama perkuliahan berlangsung sehingga memberikan banyak manfaat bagi penulis untuk saat ini maupun di masa mendatang, serta seluruh Staf Pegawai Departemen Statistika yang telah membantu proses administrasi selama penulis menyelesaikan tugas akhir.
7. Teman-teman **Mahasiswa Program Magsiter Statistika**, terima kasih atas nasehat dan dukungan luar biasa kepada penulis, terkhusus **Andi Isna Yunita, Hedi Kuswanto, Ratmila, Samsir Aditia Ania, A. Eka Hermia F, Alimatun Najiha, Maktisen Ena dan Trigarcia Maleachi Randa**
8. **Keluarga Besar Wonosari**, terima kasih telah menjadi keluarga yang senantiasa menemani dan membantu baik berupa materi, tenaga dan dukungan moral.
9. Saudari **Kost Bina Amalia, Rizky Alawiah Mursali dan Sitti Balqies Gande** terima kasih atas kebaikannya, doa dan kenangan indah selama ini yang diberikan kepada penulis.
10. Serta semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian tesis ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Semoga Allah SWT memberikan pahala yang berlipat ganda atas segala kebaikan yang telah diberikan kepada penulis dan semoga penulisan tesis ini bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, khususnya dalam dunia statistika dan peternakan.



Makassar, 27 Desember 2023

Mubasiratul Munawaroh

## ABSTRAK

MUBASIRATUL MUNAWAROH. **Penerapan Peta Kendali Link Relative Cumulative Sum dan Link Relative Exponentially Weighted Moving Average Dalam Monitoring Mean Process Produksi Ayam Petelur (Studi Kasus Kandang Latih Ayam Petelur SMKPP N Sembawa, Palembang)** (dibimbing oleh Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. dan Dr. Nirwan Ilyas, M.Si)

Pengendalian Kualitas Statistik atau Statistical Process Control (SPC) adalah suatu metode yang digunakan untuk memonitor dan mengendalikan kualitas suatu proses produksi. Dua peta kendali diusulkan sebagai alternatif peta kendali Shewhart, yaitu peta kendali Cumulative Sum (CUSUM) dan peta kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA). Seiring perkembangan waktu, peta kendali semakin ditingkatkan dengan melakukan berbagai transformasi dan modifikasi pada peta kendali CUSUM yaitu Link Relative CUSUM (LR CUSUM) dan Link Relative Regresi CUSUM (LRR CUSUM) dan pada peta kendali EWMA yaitu Link Relative EWMA (LR EWMA) dan Link Relative Regresi EWMA (LRR EWMA). Dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa pada peta kendali CUSUM, LR CUSUM, LRR CUSUM, EWMA, LR EWMA, dan LRR EWMA menunjukkan bahwa kinerja peta kendali LR CUSUM lebih baik dimana nilai ARL peta kendali LR CUSUM paling kecil diantara semua peta kendali, sehingga peta kendali LR CUSUM dapat digunakan untuk memonitoring mean process pada kualitas produksi ayam petelur Kandang Latih SMKPP N Sembawa.

Kata kunci: Peta Kendali, Statistical Process Control, CUSUM, EWMA, Link Relative



## ABSTRACT

MUBASIRATUL MUNAWAROH. **Application of Link Relative Cumulative Sum and Link Relative Exponentially Weighted Moving Average Control Chart in Monitoring Mean Process Production of Laying Hens (Case Study of Laying Hens Training Coop at SMKPP N Sembawa, Palembang)** (supervised by Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. and Dr. Nirwan Ilyas, M.Si)

Statistical Quality Control or Statistical Process Control (SPC) is a method used to monitor and control the quality of a production process. Two control charts are proposed as alternatives to the Shewhart control chart, namely the Cumulative Sum (CUSUM) control chart and the Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) control chart. Over time, control charts have been increasingly improved by carrying out various transformations and modifications to the CUSUM control chart, namely Link Relative CUSUM (LR CUSUM) and Link Relative Regression CUSUM (LRR CUSUM) and to the EWMA control chart, namely Link Relative EWMA (LR EWMA) and Link Relative Regression EWMA (LRR EWMA). From this research it can be concluded that the CUSUM, LR CUSUM, LRR CUSUM, EWMA, LR EWMA, and LRR EWMA control charts show that the performance of the LR CUSUM control chart is better where the ARL value of the LR CUSUM control chart is the smallest among all control charts, so the chart LR CUSUM control can be used to monitor the mean process on the production quality of SMKPP N Sembawa Training Cage laying hens.

Keywords: Control Chart, Statistical Process Control, CUSUM, EWMA, Link Relative





## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PENGESAHAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TESIS .....</b>	<b>iv</b>
<b>UCAPAN TERIMA KASIH.....</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRAK.....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xiii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Batasan Masalah.....	5
1.5 Manfaat Penelitian.....	6
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>7</b>
2.1 Statistical Process Control (SPC) .....	7
2.2 Uji Normalitas .....	8
2.3 Peta Kendali .....	8
2.4 Peta kendali <i>Cumulative Sum</i> (CUSUM) .....	9
2.5 Peta Kendali <i>Exponentially Weighted Moving Average</i> (EWMA) .....	11
2.6 Peta Kendali LR CUSUM dan LR EWMA .....	17
2.7 Peta Kendali LRR CUSUM dan LRR EWMA .....	19
2.8 <i>Average Run Length</i> (ARL) .....	20
2.9 Produktivitas Ayam Petelur.....	21
2.10 Kerangka Konseptual .....	23
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>24</b>
3.1 Lokasi dan Sumber Data .....	24
3.2 Variabel Penelitian .....	24
3.3 Metode Analisis Data.....	24
3.4 Diagram Alir .....	26
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>27</b>
Uji Normalitas Data .....	27
Peta Kendali CUSUM .....	28
Peta Kendali EWMA .....	31
Peta Kendali LR CUSUM dan LR EWMA .....	34



4.4.1	Peta Kendali LR CUSUM .....	36
4.4.2	Peta Kendali LR EWMA .....	38
4.5	Peta Kendali LRR CUSUM dan LRR EWMA .....	41
4.5.1	Peta Kendali LRR CUSUM .....	42
4.5.2	Peta Kendali LRR EWMA .....	45
4.6	Analisis Data dengan Peta Kendali CUSUM dan EWMA Fase II .....	47
4.7	Average Run Length (ARL) .....	51
4.7.1	Perhitungan ARL Peta Kendali Cusum .....	55
4.7.2	Perhitungan ARL Peta Kendali EWMA .....	57
<b>BAB V PENUTUP .....</b>		<b>59</b>
5.1	Kesimpulan .....	59
5.2	Saran .....	59
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>		<b>60</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>		<b>63</b>



## DAFTAR TABEL

Nomor Urut	Halaman
<b>Tabel 1.</b> Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov .....	27
<b>Tabel 2.</b> Nilai Plot Peta Kendali CUSUM Fase I .....	29
<b>Tabel 3.</b> Nilai Plot Peta Kendali EWMA Fase I .....	33
<b>Tabel 4.</b> Nilai $Y_i$ dan $X_i$ .....	35
<b>Tabel 5.</b> Nilai Plot Peta Kendali LR CUSUM Fase I .....	36
<b>Tabel 6.</b> Nilai Plot Peta Kendali LR EWMA Fase I .....	39
<b>Tabel 7.</b> Nilai $Y_i$ dan $X_{Ri}$ .....	41
<b>Tabel 8.</b> Nilai Plot Peta Kendali LRR CUSUM Fase 1 .....	43
<b>Tabel 9.</b> Nilai Plot Link Relative LRR EWMA Fase I .....	46



## DAFTAR GAMBAR

Nomor Urut	Halaman
<b>Gambar 1.</b> Peta Kendali Cusum .....	11
<b>Gambar 2.</b> Peta Kendali EWMA.....	17
<b>Gambar 3.</b> Kerangka Konseptual.....	23
<b>Gambar 4.</b> Diagram Alir .....	26
<b>Gambar 5.</b> Peta Kendali CUSUM Fase I .....	31
<b>Gambar 6.</b> Peta Kendali EWMA Fase I .....	34
<b>Gambar 7.</b> Peta Kendali LR CUSUM Fase I.....	38
<b>Gambar 8.</b> Peta Kendali LR EWMA Fase I .....	40
<b>Gambar 9.</b> Peta Kendali LRR CUSUM Fase I .....	44
<b>Gambar 10.</b> Peta Kendali LRR CUSUM Fase I.....	47
<b>Gambar 11.</b> Peta Kendali CUSUM Fase II.....	48
<b>Gambar 12.</b> Peta Kendali LR CUSUM Fase II.....	48
<b>Gambar 13.</b> Peta Kendali LRR CUSUM Fase II.....	49
<b>Gambar 14.</b> Peta Kendali EWMA Fase II .....	49
<b>Gambar 15.</b> Peta Kendali LR EWMA Fase II.....	50
<b>Gambar 16.</b> Peta Kendali LRR EWMA Fase II.....	50
<b>Gambar 17.</b> Grafik Nilai ARL .....	58



## DAFTAR LAMPIRAN

Nomor Urut	Halaman
Lampiran 1. Data Produksi Ayam Petelur .....	64
Lampiran 2. Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov .....	66





# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Ayam petelur adalah ayam betina dewasa yang dipelihara khusus untuk diambil telurnya. Asal mula ayam ras ini berasal dari ayam hutan yang ditangkap dan dipelihara serta dapat bertelur cukup banyak. Tahun demi tahun ayam hutan dari seluruh wilayah dunia diseleksi secara ketat oleh para pakar. Beberapa persilangan bangsa ayam di dunia dikembangkan menjadi beberapa jenis ayam komersial, salah satunya jenis petelur. Persilangan dan seleksi itu dilakukan cukup lama, setiap kali dalam persilangan sifat-sifat baik dipertahankan, sehingga dikenal dengan ayam petelur unggul (Kurniawan, 2018).

Ayam petelur mempunyai tahap periode pertumbuhan dari fase *starter*, fase *grower*, dan fase *layer*. Ayam petelur fase *layer* adalah ayam dewasa yang sedang menjalani masa bertelur atau memproduksi (Purwaningsih, 2014). Lama masa produksi ayam petelur yaitu 80 – 90 minggu. Produksi akan meningkat pada saat ayam berumur 22 minggu dan mencapai puncaknya pada umur 28-30 minggu, kemudian produksi telur menurun dengan perlahan sampai 55% setelah umur 82 minggu (Maharani et al., 2013).

Usaha di bidang peternakan yang menjanjikan salah satunya adalah usaha ayam petelur. Secara garis besar parameter keberhasilan usaha ini ditentukan dari 2 aspek, yaitu aspek pencapaian produktivitas dan keuntungan finansial. Untuk mencapai kedua parameter keberhasilan tersebut, maka produksi telur, yang dilihat dari kuantitas dan kualitasnya, harus mampu dicapai dengan maksimal. Keberhasilan pencapaian produksi telur itu sendiri dilihat dari 2 nilai yaitu nilai kuantitas/jumlah produksi (*Hen day*) dan nilai kualitas. Jika persentase jumlah produksi telur tinggi namun kualitasnya rendah, maka peternak akan menghadapi masalah terkait ekonomi karena telur dengan kualitas rendah tidak akan laku di pasaran. Demikian pula sebaliknya, jika kualitasnya bagus namun persentase produksinya rendah maka peternak tetap akan mengalami kerugian



. Untuk itu perlu adanya upaya mendiagnosa secara cepat dan tepat terhadap penurunan produksi telur agar peternak dapat segera menepisipasinya. Jika ini dapat dilakukan dengan baik, maka kerugian yang besar dapat dihindari (PT Medion Ardhika Bhakti, 2021).

Usaha budidaya ayam petelur juga telah dilaksanakan dalam salah satu unit usaha pogram studi Agribisnis Ternak Unggas (ATU) di SMK Pembangunan Pertanian Negeri Sembawa (SMKPP N Sembawa). SMKPP N Sembawa merupakan salah satu SMK yang telah menerapkan konsep pendidikan kejuruan yang menekankan pada pengalaman praktis dan simulasi dalam memberikan pelatihan kepada siswa atau dapat disebut *Teaching Factory* (TEFA). TEFA menciptakan lingkungan belajar yang membantu siswa mengembangkan keterampilan dan mensimulasikan situasi kerja sebenarnya melalui unit usaha yang sudah ada dalam SMKPP N Sembawa.

Sumber pendanaan kegiatan praktik di SMKPP N Sembawa dapat berasal dari berbagai sumber, termasuk anggaran sekolah, dana pemerintah, dana industri, dan potensi sumber daya lainnya, misal dari hasil unit usaha prodi ATU, prodi Agribisnis Tanaman Perkebunan (ATP), dan prodi Agribisnis Tanaman Pangan dan Hortikultura (ATPH). Dari kegiatan unit usaha yang di lakukan, SMKPP N Sembawa memperoleh pendapatan dari penjualan produk atau layanan yang dapat dianggap sebagai Penerimaan Negara Bukan Pajak (PNBP). SMKPP N Sembawa mampu memenuhi target dan melaksanakan pembayaran PNBP setiap tahun ajaran berganti. Keberhasilan unit usaha prodi ATU dalam hal ini adalah keberhasilan pencapaian produksi ayam petelur, selama ini hanya dilihat dari pemenuhan target pembayaran PNBP saja, tanpa ada analisis mendalam secara statistik. Oleh karena itu perlu dilakukan upaya Pengendalian Kualitas Statistik untuk memastikan bahwa proses produksi berjalan secara konsisten dan sesuai dengan spesifikasi.

Pengendalian Kualitas Statistik atau Statistical Process Control (SPC) adalah suatu metode yang digunakan untuk memonitor dan mengendalikan kualitas suatu proses produksi. SPC melibatkan penggunaan metode statistik untuk memantau dan mengendalikan kualitas produk atau proses. Dalam konteks budidaya ayam petelur, pengendalian kualitas statistik dapat diterapkan untuk memantau dan meningkatkan kualitas telur serta faktor-faktor yang memengaruhi produksi telur. Salah satu cara untuk mengaplikasikan pengendalian kualitas

pada budidaya ayam petelur adalah penggunaan peta kendali untuk au karakteristik kualitas produksi ayam petelur atau faktor-faktor produksi nifikan.



Peta kendali pertama kali diperkenalkan oleh Walter A. Shewhart (1924), yang kemudian disebut dengan Peta Kendali Shewhart. Peta kendali Shewhart ini memiliki kekurangan utama yaitu hanya menggunakan informasi sampel yang terakhir dan mengabaikan informasi yang diberikan oleh sampel-sampel sebelumnya. Hal ini menyebabkan peta kendali Shewhart kurang sensitif terhadap pergeseran proses yang kecil. Berdasarkan permasalahan tersebut, pada beberapa tahun terakhir, telah banyak dilakukan penelitian pada peta kendali yang dapat mendeteksi pergeseran proses yang kecil. Dua peta kendali diusulkan sebagai alternatif peta kendali Shewhart, yaitu peta kendali *Cumulative Sum* (CUSUM) dan peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Peta kendali CUSUM dan EWMA menggabungkan informasi dari beberapa sampel, hal ini menyebabkan kedua peta pengendali tersebut lebih sensitif dalam menyidik pergeseran proses yang kecil jika dibandingkan dengan peta kendali Shewhart.

Penggunaan peta kendali CUSUM dan EWMA dalam mendeteksi pergeseran-pergeseran kecil pada produksi telah dibahas oleh beberapa ahli diantaranya Montgomery (2009) yang mengusulkan peta kendali CUSUM sebagai alternatif terhadap peta kendali Shewhart, dimana CUSUM menghimpun secara langsung semua informasi dalam barisan nilai-nilai sampel dari nilai target. Sedangkan peta kendali EWMA untuk memonitor pergeseran kecil pada rata-rata. Penelitian lain mengenai perbandingan antara peta kendali CUSUM dan EWMA, oleh Hawkins & Wu (2014) yang menyatakan bahwa, meskipun peta kendali CUSUM secara teoritis seharusnya mengungguli peta kendali EWMA, namun jika pergeseran sebenarnya lebih kecil dari yang digunakan dalam desain, peta kendali EWMA mungkin merespons lebih cepat. Penelitian lain mengenai monitoring mean dan varians dengan skema multi chart CUSUM dan EWMA. pada penelitian ini multi chart CUSUM menunjukkan kinerja yang lebih baik (Engmann & Han, 2022). Penelitian lainnya dilakukan oleh Rosa Lakus et al. (2022) tentang perbandingan peta kendali Sewhart, CUSUM, dan EWMA dari proses pengukuran laboratorium. Analisis yang dilakukan yaitu dengan menghitung batas kendali setiap peta kendali pada data fase I, melakukan pemantauan proses (fase II) kemudian membandingkan ketiganya. Penelitian ini

ntifikasi bahwa peta kendali EWMA adalah alternatif terbaik dalam au proses.



Seiring perkembangan waktu, peta kendali semakin ditingkatkan dengan melakukan berbagai transformasi dan modifikasi. Penelitian yang dilakukan oleh Haq et al., (2021) juga merupakan modifikasi dari peta kendali CUSUM dan EWMA, yaitu dengan menggunakan peta kendali adaptif multivariat EWMA dan adaptif multivariat CUSUM berbobot dengan estimator berbasis informasi tambahan. Modifikasi tersebut dilakukan untuk meningkatkan sensitivitas peta kendali. Selain itu, terdapat modifikasi peta kendali *Cumulative Sum* (CUSUM) yang kinerjanya efektif untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil dengan melakukan teknik transformasi variabel *link relative* yang kemudian disebut dengan peta kendali *Link Relative CUSUM*. Variabel *link relative* mengubah variabel proses asli dalam bentuk yang relatif terhadap rata-rata. Jadi, *link relative* mewakili posisi relatif dari pengamatan terhadap rata-ratanya. Penelitian sebelumnya oleh Faisal et al., (2018) mengenai perbandingan peta kendali dan nilai ARL pada peta kendali CUSUM menggunakan fitur *link relatif* dengan peta kendali CUSUM klasik, CUSUM menggunakan fitur FIR, Adaptif CUSUM, Double CUSUM, Mixed EWMA-CUSUM, dan lainnya pada data tegangan listrik dalam system panel PV. Dalam penelitian ini, Peta kendali CUSUM berbasis *link relatif* memiliki kemampuan deteksi yang lebih baik secara keseluruhan dari skema lainnya untuk berbagai pergeseran dalam rata-rata.

Berdasarkan uraian tersebut, maka dalam penelitian ini penulis akan membahas mengenai perbandingan peta kendali kendali CUSUM dan EWMA klasik dengan modifikasi peta kendali CUSUM dan EWMA yaitu *Link Relative CUSUM* (LR CUSUM), *Link Relative EWMA* (LR EWMA), *Link Relative Regressi CUSUM* (LRR CUSUM), dan *Link Relative Regressi EWMA* (LRR EWMA) berdasarkan kinerja ARL masing-masing peta kendali dalam mendeteksi pergeseran rata-rata, yang dituliskan dalam sebuah tugas akhir dengan judul "**Penerapan Peta Kendali *Link Relative Cumulative Sum* dan *Link Relative Exponentially Weighted Moving Average* dalam Monitoring Mean Process Produksi Ayam Petelur (Studi Kasus Kandang Latih Ayam Petelur SMK PP N Sembawa, Palembang)**".



### umusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka diperoleh masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Bagaimana bentuk peta kendali CUSUM, *Link Relatif* CUSUM dan *Link Relatif* Regresi CUSUM, EWMA, *Link Relatif* EWMA dan *Link Relatif* Regresi EWMA pada data produksi ayam petelur di kandang latihan SMK PP N Sembawa?
2. Bagaimana hasil kinerja peta kendali CUSUM, *Link Relatif* CUSUM dan *Link Relatif* Regresi CUSUM, EWMA, *Link Relatif* EWMA dan *Link Relatif* Regresi EWMA dalam memonitoring proses mean yang lebih efektif pada data produksi ayam petelur di kandang latihan SMK PP N Sembawa menggunakan nilai ARL?

### 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendapatkan bentuk peta kendali CUSUM, *Link Relatif* CUSUM dan *Link Relatif* Regresi CUSUM, EWMA, *Link Relatif* EWMA dan *Link Relatif* Regresi EWMA pada data produksi ayam petelur di kandang latihan SMK PP N Sembawa
2. Mendapatkan hasil kinerja peta kendali CUSUM, *Link Relatif* CUSUM dan *Link Relatif* Regresi CUSUM, EWMA, *Link Relatif* EWMA dan *Link Relatif* Regresi EWMA dalam memonitoring proses mean yang lebih efektif pada data produksi ayam petelur di kandang latihan SMK PP N Sembawa menggunakan nilai ARL.

### 1.4 Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada:

1. Variabel yang terlibat adalah jumlah produksi ayam petelur
2. Metode yang digunakan adalah Peta Kendali CUSUM, *Link Relatif* CUSUM dan *Link Relatif* Regresi CUSUM, EWMA, *Link Relatif* EWMA dan *Link Relatif* Regresi EWMA.
3. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari Kandang Latihan Ayam Petelur di SMK PP Negeri Sembawa bulan November 2020 sampai dengan bulan Februari 2021.





## 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dalam penelitian ini diharapkan dapat menambah pengetahuan tentang pengendalian kualitas statistik menggunakan Peta Kendali CUSUM, Link Relatif CUSUM dan Link Relatif Regresi CUSUM, EWMA, Link Relatif EWMA dan Link Relatif Regresi EWMA. Serta dapat dijadikan masukan atau usulan kepada pihak unit produksi SMK PP N Sembawa dalam menentukan strategi pengendalian kualitas di masa yang akan datang sebagai upaya peningkatan kualitas produk.



## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Statistical Process Control (SPC)

Statistical Proses Control (SPC) merupakan salah satu bagian yang penting dalam pemantauan suatu proses agar kualitas produk yang dihasilkan tetap terjaga. Sedangkan pengendalian kualitas secara statistik yaitu sebuah proses yang digunakan untuk menjaga standar, mengukur dan melakukan tindakan perbaikan terhadap produk atau jasa yang diproduksi (Hiezer & Render, 2006). Pengendalian kualitas dilakukan agar dapat menghasilkan produk berupa barang atau jasa yang sesuai dengan standar yang diinginkan dan direncanakan, serta memperbaiki kualitas produk yang belum sesuai dengan standar yang telah ditetapkan dan sedapat mungkin mempertahankan kualitas yang telah sesuai. Tujuan dari pengendalian kualitas adalah:

1. Agar barang hasil produksi dapat mencapai standar kualitas yang telah ditetapkan.
2. Mengusahakan agar biaya inspeksi dapat menjadi sekecil mungkin.
3. Mengusahakan agar biaya desain dari produk dan proses dengan menggunakan kualitas produksi tertentu dapat menjadi sekecil mungkin
4. Mengusahakan agar biaya produksi dapat menjadi serendah mungkin

Hal tersebut menunjukkan bahwa untuk mendapatkan jaminan bahwa kualitas produk atau jasa yang dihasilkan sesuai dengan standar kualitas yang telah ditetapkan dengan mengeluarkan biaya yang ekonomis atau serendah mungkin maka proses produksi harus diperhatikan.

Statistical *process control* (SPC) atau pengendalian kualitas statistik adalah teknik penyelesaian masalah yang pada dasarnya digunakan untuk memantau, mengendalikan, menganalisis, mengelola dan meningkatkan produk. Pengendalian kualitas statistik memiliki tujuan utama yaitu untuk pengurangan variabilitas secara sistemik dalam karakteristik kunci produk itu. Pengendalian kualitas statistik memiliki tujuh alat utama yaitu histogram, diagram sebab-akibat, pareto, lembar periksa, konsentrasi cacat diagram, scatter plot, dan peta Montgomery, 2009).



## 2.2 Uji Normalitas

Uji normalitas merupakan sebuah uji yang dilakukan untuk memastikan bahwa sebaran data yang akan digunakan pada penelitian telah mengikuti distribusi normal. Salah satu uji normalitas yang dapat digunakan yaitu uji Kolmogorov-Smirnov dengan hipotesis dan statistik uji pada persamaan berikut (Nuraviva & Achmad, 2011):

Hipotesis:

$H_0$  : data produksi ayam petelur berdistribusi normal

$H_1$  : data produksi ayam petelur tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

$$D_{hitung} = \max|F_s(x) - F_t(x)| \quad (1)$$

$$F_s(x) = \frac{f_{kum}}{n} \quad (2)$$

dengan:

$D_{hitung}$  : deviasi maksimum

$D_{\alpha,n}$  : nilai kritis uji Kolmogorov-Smirnov

$F_s(x)$  : distribusi frekuensi kumulatif dari data

$F_t(x)$  : probabilitas kumulatif distribusi normal untuk setiap nilai yang teramati

$f_{kum}$  : frekuensi kumulatif ke- $i$

$n$  : jumlah data

Taraf Signifikansi:

$$\alpha = 0.05$$

Kriteria Pengujian

Jika nilai  $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$  (nilai  $\alpha = 0.05$ ), maka  $H_0$  diterima yang berarti bahwa sebaran data telah berdistribusi normal. Sebaliknya, jika nilai  $D_{hitung} > D_{\alpha,n}$  (nilai  $\alpha = 0.05$ ), maka tidak cukup bukti untuk menerima  $H_0$  yang berarti bahwa data yang digunakan tidak berdistribusi normal.

## 2.3 Peta Kendali



Peta kendali adalah suatu alat statistik untuk mengendalikan kualitas. Peta ini digunakan untuk menentukan keberadaan suatu proses apakah berada kendali atau di luar kendali statistik. Peta kendali merupakan suatu alat

pengendalian kualitas statistik yang secara grafis memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. Peta kendali digunakan untuk memonitor dan mengevaluasi bagaimana keadaan suatu proses dengan cara menetapkan batas-batas kendali dan garis tengah (*Central Line/CL*). Batas kendali yang dimaksud adalah batas kendali atas atau *Upper Control Limit (UCL)* yang merupakan batas penyimpangan yang berada diatas CL dan batas kendali bawah atau *Lower Control Limit (LCL)* yang merupakan batas penyimpangan yang berada dibawah CL. Tujuan dari Peta kendali ini adalah untuk menentukan apakah hasil kerja atau suatu proses masih bisadi pertahankan pada taraf kualitas yang dapat diterima dan untuk mengawasi proses yakni apakah perubahan perlu dilakukan (Ronald E. Walpole et al., 2010).

Peta kendali adalah alat yang paling berguna, paling efektif, dan paling umum digunakan diantara alat-alat lainnya. Konsep peta kendali pertama kali diperkenalkan oleh Walter A. Shewhart pada tahun 1920. Peta kendali adalah tampilan grafis dari karakteristik yang menarik untuk pemantauan parameter proses. Tujuan utama dari peta kendali adalah untuk memberikan sinyal tepat waktu ketika proses di luar kendali. Tindakan kontra aktif diperlukan untuk menghilangkan penyebab khusus pada variasi ketika peta kendali menunjukkan proses sebagai *out of control* (Hussain dkk, 2020).

Menurut Montgomery (2009) berdasarkan data yang digunakan, Peta kendali dapat diklasifikasikan menjadi 2 jenis, yaitu Peta kendali atribut dan Peta kendali variabel. Apabila digunakan untuk memonitor karakteristik kualitas yang diklasifikasikan berdasarkan sifat produk tersebut seperti cacat dan tidak cacat maka Peta kendali ini disebut Peta kendali atribut. Sedangkan apabila digunakan untuk memonitor karakteristik kualitas yang sifatnya terukur maka Peta kendali ini disebut Peta kendali variabel

## 2.4 Peta kendali *Cumulative Sum (CUSUM)*

Peta kendali CUSUM pertama kali dikembangkan oleh E.S Page pada tahun 1954. Peta ini menghimpun secara langung semua informasi dalam barisan nilai-nilai sampel dari nilai target dengan menampilkan jumlah kumulatif deviasi -rata proses (Hidayah, 2010). Hal ini menyebabkan Peta kendali CUSUM lebih efektif digunakan daripada Peta kendali Shewhart untuk mendeteksi ran rata-rata proses yang relatif kecil (Wijayanti et al., 2020).



CUSUM mempunyai rumus sebagai berikut:

$$C_i = \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \mu_0) \quad (3)$$

dengan:

$C_i$  : Cusum ke  $i$

$\bar{x}_i$  : sampel ke  $i$

$\mu_0$  : nilai target

Nilai  $\mu_0$  umumnya diperoleh dari nilai target yang sudah ditentukan tetapi pada beberapa kasus  $\mu_0$  bisa ditaksir dari rata-rata proses tersebut seperti pada persamaan (2.1). Ada 2 cara menampilkan peta kendali CUSUM, yaitu tabular CUSUM dan *V-mask* CUSUM. Dari 2 cara tersebut, tabular CUSUM lebih disarankan (Montgomery, 2009). Tabular CUSUM digunakan dengan cara mengakumulasi pergeseran diatas nilai target yang dilambangkan dengan  $C_i^+$  dan  $C_i^-$  untuk pergeseran dibawah nilai target. Nilai dari  $C_i^+$  dan  $C_i^-$  dapat dihitung dari:

$$C_i^+ = \max[0, (X_i - \mu_0) - K + C_{i-1}^+] \quad (4)$$

$$C_i^- = \max[0, -(X_i - \mu_0) - K + C_{i-1}^-] \quad (5)$$

dimana:

$C_i^+$  : *upper* CUSUM ke- $i$

$C_i^-$  : *lower* CUSUM ke- $i$

$X_i$  : pengamatan ke- $i$

$\mu_0$  : nilai target

$C_0^+ = C_0^- = 0$  : nilai awal

Penyusunan peta kendali CUSUM diperlukan dua parameter yaitu  $K$  dan  $H$ . Nilai  $K$  merupakan nilai referensi (*slack value*) yang diperoleh dari:

$$K = k\sigma \quad (6)$$

Beberapa penelitian sebelumnya merekomendasikan nilai  $k$  yaitu 0.5 atau  $k$  yaitu 0.4 (Montgomery, 2009). Sedangkan  $H$  merupakan interval keputusan atau batas kendali, yaitu:

$$UCL = h\sigma \quad (7)$$

$$CL = 0$$

$$-h\sigma \quad (8)$$

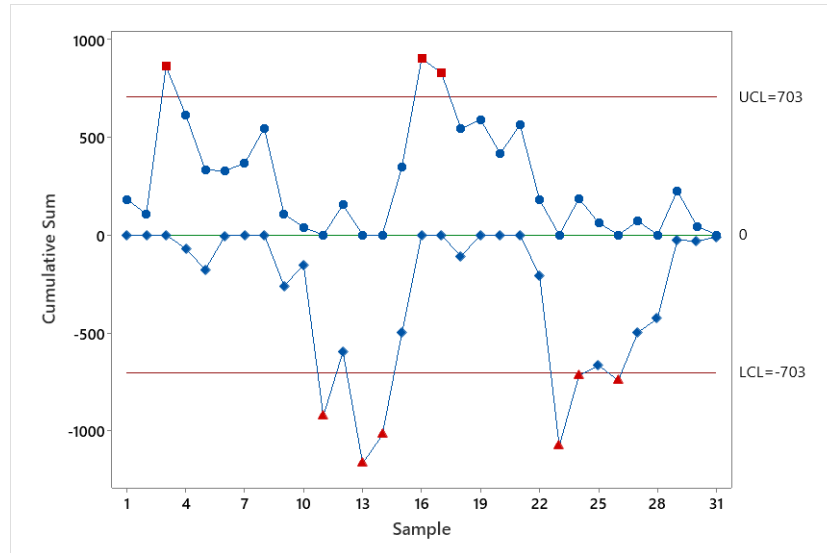


engan menggunakan nilai  $h = 4$  atau  $h = 5$  umumnya akan memberikan idali CUSUM tersebut memiliki sifat ARL yang baik terhadap pergeseran



sekitar  $1\sigma$  dalam rata-rata proses.

Contoh peta kendali CUSUM dapat dilihat pada gambar 1. Berikut merupakan contoh Peta Kendali CUSUM:



**Gambar 1.** Peta Kendali Cusum

Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa plot peta kendali diatas  $\mu_0$  menunjukkan nilai dari  $C_i^+$ , sedangkan untuk  $C_i^-$  digambarkan dengan plot peta kendali dibawah  $\mu_0$ . Plot data dikatakan *out of control* jika plot data tersebut berada di atas UCL atau dibawah LCL. Pada gambar 1 terdapat beberapa plot data *out of control* yang digambarkan dengan plot berwarna merah.

## 2.5 Peta Kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA)

Peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) diperkenalkan pertama kali oleh Robert pada tahun 1959. Sama halnya dengan CUSUM, peta kendali EWMA digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata yang kecil (Montgomery, 2009). Statistik EWMA didefinisikan sebagai berikut:

$$Z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad (9)$$

dengan:

$i$  : waktu atau subgroup,  $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$Z_i$  : nilai EWMA ke  $i$

$\lambda$  : faktor bobot dari EWMA, dimana nilainya  $0 < \lambda < 1$

$\bar{x}$  : sampel ke  $i$

$Z_0$  : nilai awal

nilai awal EWMA  $Z_0$  dapat diperoleh melalui 2 cara, yaitu melalui nilai target



yang sudah ditetapkan atau dengan menggunakan rata-rata proses yang di amati.

Seperti pada umumnya peta kendali, pada peta kendali EWMA terdapat 3 garis penting yaitu batas kendali atas (UCL), batas kendali bawah (LCL), dan garis tengah (CL). CL adalah garis yang mewakili nilai target atau nilai rata-rata proses produksi dan berada di tengah peta kendali. Pada peta kendali EWMA garis tengah berada pada nilai  $Z_0$ . Nilai EWMA dikatakan *out of control* jika titik plot dari nilai tersebut jatuh diatas UCL atau dibawah LCL.

Dari persamaan (6),  $Z_i$  dapat di jabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 Z_i &= \lambda X_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \\
 &= \lambda X_i + (1 - \lambda)[\lambda X_{i-1} + (1 - \lambda)Z_{i-2}] \\
 &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + (1 - \lambda)^2 Z_{i-2} \\
 &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + (1 - \lambda)^2 [\lambda X_{i-2} + (1 - \lambda)Z_{i-3}] \\
 &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 X_{i-2} + (1 - \lambda)^3 Z_{i-3} \quad (10)
 \end{aligned}$$

Selanjutnya dari persamaan (8) direkursi untuk  $Z_{i-k}$  dengan  $k = 4, 5, 6, \dots, (i - 1)$  sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 Z_i &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + (1 - \lambda)^2 Z_{i-2} + \dots + \\
 &\quad \lambda(1 - \lambda)^{i-2} X_{i-(i-2)} + \lambda(1 - \lambda)^{i-1} X_{i-(i-1)} + (1 - \lambda)^i Z_{i-i} \\
 &= \lambda X_i + \lambda(1 - \lambda)X_{i-1} + (1 - \lambda)^2 Z_{i-2} + \dots + \\
 &\quad \lambda(1 - \lambda)^{i-2} X_2 + \lambda(1 - \lambda)^{i-1} X_1 + (1 - \lambda)^i Z_0 \quad (11)
 \end{aligned}$$

Kemudian persamaan (9) secara sederhana dapat dinyatakan dengan

$$Z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j X_{i-j} + (1 - \lambda)^i Z_0 \quad (12)$$

Dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  diperoleh persamaan-persamaan berikut:

$$Z_1 = \lambda X_1 + (1 - \lambda)Z_0$$

$$= \frac{X_1}{1/\lambda} + (1 - \lambda)Z_0$$

$$Z_2 = \lambda X_2 + \lambda(1 - \lambda)X_1 + \lambda(1 - \lambda)^2 Z_0$$

$$= \frac{X_2}{1/\lambda} + \frac{X_1}{1/\lambda(1 - \lambda)} + (1 - \lambda)^2 Z_0$$

$$Z_3 = \lambda X_3 + \lambda(1 - \lambda)X_2 + \lambda(1 - \lambda)^2 X_1 + \lambda(1 - \lambda)^3 Z_0$$

$$= \frac{X_3}{1/\lambda} + \frac{X_2}{1/\lambda(1 - \lambda)} + \frac{X_1}{1/\lambda(1 - \lambda)^2} + (1 - \lambda)^3 Z_0$$

= m, diperoleh



$$Z_m = \lambda X_m + \lambda(1 - \lambda)X_{m-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 X_{m-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^{m-2} X_2 + \lambda(1 - \lambda)^{m-1} X_1 + \lambda(1 - \lambda)^m Z_0 \quad (13)$$

Pada saat

$i = 1$  bentuk  $\lambda X_1$  merupakan *average* pada  $Z_1$

$i = 2$  bentuk  $\lambda X_2$ , dan  $\lambda(1 - \lambda)X_1$  merupakan *average* pada  $Z_2$

$i = 3$  bentuk  $\lambda X_3$ ,  $\lambda(1 - \lambda)X_2$ , dan  $\lambda(1 - \lambda)^2 X_1$  merupakan *average* pada  $Z_3$

⋮

$i = n$  bentuk  $\lambda X_n$ ,  $\lambda(1 - \lambda)X_{n-1}$ ,  $\lambda(1 - \lambda)^2 X_{n-2}$ ,  $\dots$ ,  $\lambda(1 - \lambda)^{n-2} X_2$ , &  $\lambda(1 - \lambda)^{n-1} X_1$  merupakan *average* pada  $Z_m$

Dapat dilihat terdapat pergerakan *average* dari setiap nilai  $i$ . Pergerakan *average* ini disebut *moving average*.

Selain itu pada persamaan (11) terlihat bahwa bobot menurun secara eksponensial, yaitu  $\lambda(1 - \lambda)^0, \lambda(1 - \lambda)^1, \lambda(1 - \lambda)^2, \dots, \lambda(1 - \lambda)^{i-2}, \lambda(1 - \lambda)^{i-1}$ . Pada  $Z_i$  terdapat adanya pergerakan *average* serta bobot yang mengalami perubahan secara eksponensial, sehingga  $Z_i$  disebut EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*).

Sesuai dengan rumus EWMA yang sudah disederhanakan pada persamaan (7), nilai mean dari  $Z_i$  yaitu:

$$\begin{aligned} E[Z_i] &= E \left[ \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j X_{i-j} + (1 - \lambda)^i Z_0 \right] \\ &= E \left[ \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j X_{i-j} \right] + E[(1 - \lambda)^i Z_0] \\ &= \lambda E \left[ \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j X_{i-j} \right] + (1 - \lambda)^i Z_0 \\ &= \lambda E [X_i + (1 - \lambda)X_{i-1} + (1 - \lambda)^2 X_{i-2} + (1 - \lambda)^3 X_{i-3} + \dots \\ &\quad + (1 - \lambda)^{i-1} X_1] + (1 - \lambda)^i Z_0 \\ &= \lambda \{ E[X_i] + E[(1 - \lambda)X_{i-1}] + E[(1 - \lambda)^2 X_{i-2}] + E[(1 - \lambda)^3 X_{i-3}] + \dots \\ &\quad + E[(1 - \lambda)^{i-1} X_1] \} + (1 - \lambda)^i Z_0 \\ &= \lambda \{ E[X_i] + (1 - \lambda)E[X_{i-1}] + (1 - \lambda)^2 E[X_{i-2}] + (1 - \lambda)^3 E[X_{i-3}] + \dots \\ &\quad + (1 - \lambda)^{i-1} E[X_1] \} + (1 - \lambda)^i Z_0 \end{aligned} \quad (14)$$

Untuk setiap sampel, nilai rata-rata yang di harapkan merupakan nilai  $Z_0$ .

$1, 2, 3, \dots, m$ , maka  $E[X_i] = Z_0$ . Sehingga didapatkan

$$E[X_2] = \dots = E[X_{i-1}] = E[X_i] = Z_0$$



Selanjutnya persamaan (12) menjadi:

$$\begin{aligned} E[Z_i] &= \lambda\{E[X_i] + (1 - \lambda)E[X_{i-1}] + (1 - \lambda)^2E[X_{i-2}] + (1 - \lambda)^3E[X_{i-3}] + \dots \\ &\quad + (1 - \lambda)^{i-1}E[X_1]\} \\ &= \lambda Z_0 \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j + (1 - \lambda)^i Z_0 \quad (15) \end{aligned}$$

Pada persamaan (13) terdapat nilai  $\sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j$  yang akan dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j &= (1 - \lambda)^0 + (1 - \lambda)^1 + (1 - \lambda)^2 + \dots \\ &= 1 + (1 - \lambda)^1 + (1 - \lambda)^2 + (1 - \lambda)^2 + \dots \quad (16) \end{aligned}$$

Dapat dilihat bahwa persamaan (14) merupakan deret geometri dengan nilai awal  $a = 1$ ,  $r = (1 - \lambda)$  dan banyaknya nilai  $n = i$ , sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)} \\ \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j &= \frac{1(1 - (1 - \lambda)^i)}{1 - (1 - \lambda)} \\ &= \frac{(1 - (1 - \lambda)^i)}{\lambda} \quad (17) \end{aligned}$$

Kemudian substitusikan persamaan (15) ke persamaan (13), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} E[Z_i] &= \lambda Z_0 \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j + (1 - \lambda)^i Z_0 \\ &= \lambda Z_0 \left[ \frac{(1 - (1 - \lambda)^i)}{\lambda} \right] + (1 - \lambda)^i Z_0 \\ &= Z_0(1 - (1 - \lambda)^i) + (1 - \lambda)^i Z_0 \\ &= Z_0 - Z_0(1 - \lambda)^i + (1 - \lambda)^i Z_0 \\ &= Z_0 \quad (18) \end{aligned}$$

Jadi nilai mean yang diharapkan dari EWMA adalah  $Z_0$ . Setelah mendapatkan nilai mean dari EWMA, selanjutnya akan dicari penyebaran nilai  $Z_i$  yaitu variansi untuk mendapatkan batas kendali sebagai berikut:

$$\sigma_{Z_i}^2 = \text{var}(Z_i)$$



$$r \left( \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j X_{i-j} + (1 - \lambda)^i Z_0 \right)$$

$$= \text{var} \left( \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j X_{i-j} \right) + \text{var}((1-\lambda)^i Z_0) \\ + 2\text{cov} \left( \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j X_{i-j}, (1-\lambda)^i Z_0 \right) \quad (19)$$

Karena  $\text{var}(c) = 0$  untuk  $c$  adalah suatu konstanta maka  $\text{var}((1-\lambda)^i Z_0) = 0$  dan karena setiap  $X_i$  adalah independent maka  $\text{cov}(\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j X_{i-j}, (1-\lambda)^i Z_0) = 0$

Maka persamaan (14) menjadi

$$\sigma_{Z_i}^2 = \text{var} \left( \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j X_{i-j} \right) + 0 + 2(0) \\ = \lambda^2 \text{var} \left( \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j X_{i-j} \right) \\ = \lambda^2 \{ \text{var}(X_i + (1-\lambda)X_{i-1} + (1-\lambda)^2 X_{i-2} + (1-\lambda)^3 X_{i-3} + \dots + (1-\lambda)^{i-1} X_1) \} \\ = \lambda^2 \{ \text{var}(X_i) + (1-\lambda)^2 \text{var}(X_{i-1}) + (1-\lambda)^4 \text{var}(X_{i-2}) \\ + (1-\lambda)^6 \text{var}(X_{i-3}) + \dots + (1-\lambda)^{2(i-1)} \text{var}(X_1) \} \\ = \lambda^2 \{ 1 + (1-\lambda)^2 + (1-\lambda)^4 + (1-\lambda)^6 + \dots + (1-\lambda)^{2(i-1)} \} \text{var}(X_i) \quad (20)$$

Jika dimisalkan  $\text{var}(X_i) = \sigma_{X_i}^2$ , maka persamaan (18) menjadi:

$$\sigma_{Z_i}^2 = \lambda^2 \{ 1 + (1-\lambda)^2 + (1-\lambda)^4 + (1-\lambda)^6 + \dots + (1-\lambda)^{2(i-1)} \} \sigma_{X_i}^2 \quad (21)$$

Dapat dilihat bahwa pada persamaan (19) terdapat bentuk  $1 + (1-\lambda)^2 + (1-\lambda)^4 + (1-\lambda)^6 + \dots + (1-\lambda)^{2(i-1)}$  yang merupakan bentuk deret geometri dengan nilai awal  $a = 1$ ,  $r = (1-\lambda)^2$  dan banyaknya nilai  $n = i$ , sehingga didapatkan:

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)} \\ = \frac{1(1-(1-\lambda)^{2i})}{1-(1-\lambda)^2} \\ = \frac{(1-(1-\lambda)^{2i})}{1-(1-2\lambda+\lambda^2)} \\ = \frac{(1-(1-\lambda)^{2i})}{2\lambda-\lambda^2} \quad (22)$$



in dari persamaan (20) disubstitusikan ke persamaan (19) sehingga an:

$$\begin{aligned}
\sigma_{z_i}^2 &= \lambda^2 \{1 + (1 - \lambda)^2 + (1 - \lambda)^4 + (1 - \lambda)^6 + \dots + (1 - \lambda)^{2(i-1)}\} \sigma_{x_i}^2 \\
&= \lambda^2 \left\{ \frac{1 - (1 - \lambda)^{2i}}{2\lambda - \lambda^2} \right\} \sigma_{x_i}^2 \\
&= \lambda \sigma_{x_i}^2 \left\{ \frac{1 - (1 - \lambda)^{2i}}{2 - \lambda} \right\} \quad (23)
\end{aligned}$$

Jika dimisalkan  $\sigma_{x_i}^2 = \sigma$  maka persamaan (21) menjadi:

$$\sigma_{z_i}^2 = \frac{\lambda \sigma^2 (1 - (1 - \lambda)^{2i})}{2 - \lambda} \quad (24)$$

Kemudian didefinisikan batas kendali atas (UCL) dan batas kendali bawah (LCL) dari peta kendali EWMA dengan  $L$  sebagai lebar batas kendali yang ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
UCL &= Z_0 + L\sigma_{z_i} \\
&= Z_0 + L \sqrt{\frac{\lambda \sigma^2 (1 - (1 - \lambda)^{2i})}{2 - \lambda}} \\
&= Z_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
LCL &= Z_0 - L\sigma_{z_i} \\
&= Z_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (26)
\end{aligned}$$

Dengan:

$UCL$  : batas kendali atas

$LCL$  : batas kendali bawah

$Z_0$  : nilai target

$L$  : lebar batas kendali

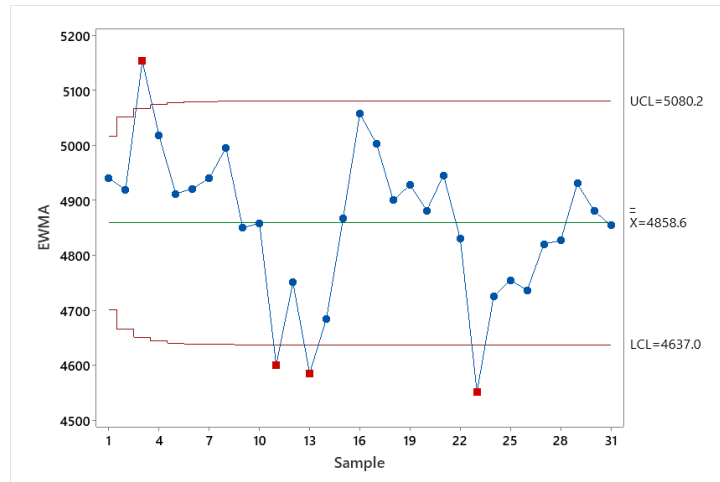
$\sigma$  : standar deviasi

$\lambda$  : faktor bobot dari EWMA dimana nilainya  $0 < \lambda \leq 1$

$i$  : waktu ke  $i, i = 1, 2, 3, \dots$

Contoh peta kendali EWMA ditunjukkan dengan Gambar 2. Berikut merupakan contoh peta kendali EWMA:





**Gambar 2.** Peta Kendali EWMA

Dapat dilihat pada Gambar 2 bahwa plot peta kendali EWMA disusun dari plot UCL, LCL, dan  $Z_0$ . Plot data dikatakan *out of control* jika plot data tersebut berada di atas UCL atau dibawah LCL.

## 2.6 Peta Kendali LR CUSUM dan LR EWMA

Pada peta kendali Link Relatif CUSUM (LR CUSUM) dan Link Relatif EWMA (LR EWMA), setiap titik data diplot sebagai penjumlahan akumulatif dari perbedaan relatif antara titik data aktual dengan nilai tengah yang diinginkan. Dengan mempertimbangkan  $X_i \sim N(\mu_x, \sigma_x)$ , dimana  $\mu_x$  dan  $\sigma_x$  diasumsikan diketahui dan positif, sehingga dapat didefinisikan variable link relatif sebagai berikut (Faisal et al., 2018):

$$Y_i = \begin{cases} \frac{X_i}{\mu_x} & \text{jika } X_i \geq \mu_x \\ -\frac{\mu_x}{X_i} & \text{jika } X_i < \mu_x \end{cases} \quad \text{dimana } i = 1, 2, 3 \quad (27)$$

dimana  $i$  merupakan nomor sampel.  $Y_i$  membandingkan setiap pengamatan dengan rata-rata proses, di hitung dari pengamatan proses asli dan juga tergantung pada rata-rata proses. Sehingga dapat dikatakan  $Y_i$  adalah variable yang dirancang untuk menunjukkan arah pengamatan relative terhadap rata-rata proses.

Selanjutnya, dengan menggunakan  $Y_i$  untuk mendefinisikan variabel nasi  $\hat{X}_i$  dalam bentuk yang lebih berkonsentrasi sebagai target nakan persamaan berikut:





$$\hat{X}_i = a + bY_i \quad (28)$$

dimana, di asumsikan  $a = \mu_X$  dan  $b = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_X$

Rata-rata dan simpangan baku dari model yang disajikan sebelumnya masing-masing direpresentasikan sebagai  $\mu_{\hat{X}}$  dan  $\sigma_{\hat{X}}$ . Dengan  $\sigma_{\hat{X}}$  diperoleh dari:

$$\sigma_{\hat{X}}^2 = \text{Var}(a + bY_i) \quad (29)$$

dengan

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{X}}^2 &= E[a + bY - E(a + bY)]^2 \\ &= E[a + bY - (E(a) + E(bY))]^2 \\ &= E[a + bY - a - E(bY)]^2 \\ &= E[bY - E(bY)]^2 \\ &= E[b(Y - E(Y))]^2 \\ &= E[b^2(Y - E(Y))^2] \\ &= E(b^2)E(Y - E(Y))^2 \\ &= b^2E(Y - E(Y))^2 \\ &= b^2\text{Var}(Y) \\ &= b^2\sigma_Y^2 \end{aligned}$$

Pada penelitian Faisal et al. (2018) diketahui bahwa  $b \cong 0.8$  dan  $\sigma_{\hat{X}}^2 = \sigma_Y^2$  sehingga dari persamaan (29) diperoleh:

$$\sigma_{\hat{X}}^2 = 0.8^2 \sigma_X^2$$

$$\sigma_{\hat{X}} = 0.8 \sigma_X$$

Kemudian peta kendali LR CUSUM yang diusulkan memiliki statistik plot sebagai berikut:

$$C_i^+ = \max[0, \hat{X}_i - \mu_{\hat{X}} - K_{\hat{X}} + C_{i-1}^+] \quad (30)$$

$$C_i^- = \max[0, -(\hat{X}_i - \mu_{\hat{X}}) - K_{\hat{X}} + C_{i-1}^-] \quad (31)$$

dimana  $C_0^+ = C_0^- = 0$  merupakan nilai awal. Parameter  $H = h\sigma_{\hat{X}}$  merupakan interval keputusan atau batas kendali.

$$UCL = h\sigma_{\hat{X}} \quad (32)$$

$$LCL = -h\sigma_{\hat{X}} \quad (33)$$



Sedangkan peta kendali LR EWMA yang diusulkan memiliki statistik plot

$$+ (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad (34)$$

$Z_0 = \mu_{\hat{X}}$  serta batas kendali yang didefinisikan sebagai berikut:

$$UCL = \mu_{\hat{X}} + L\sigma_{\hat{X}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \quad (35)$$

$$CL = \mu_{\hat{X}}$$

$$LCL = \mu_{\hat{X}} - L\sigma_{\hat{X}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \quad (36)$$

## 2.7 Peta Kendali LRR CUSUM dan LRR EWMA

Prinsip dari peta kendali link relative dengan regresi ini adalah melakukan transformasi data menggunakan regresi, yaitu dengan memodelkan hubungan antara variabel dependen dan independen menggunakan metode regresi, kemudian menerapkan transformasi pada variabel tersebut untuk memenuhi asumsi regresi atau meningkatkan kualitas model. Transformasi data ini biasanya diperlukan ketika asumsi regresi tidak terpenuhi, seperti asumsi linieritas, normalitas, atau homoskedastisitas.

Dari persamaan (23) yaitu:  $\hat{X}_i = a + bY_i$ , kemudian di misalkan  $x_i = Y_i$ , dan  $y_i = \hat{X}_i$  sehingga di peroleh:

$$\hat{y} = a_R + b_R x \quad (37)$$

nilai  $a_R$  dan  $b_R$  dapat diperoleh dengan rumus berikut:

$$a_R = \frac{(\sum y)(\sum x^2) - (\sum x)(\sum xy)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \quad (38)$$

$$b_R = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \quad (39)$$

Selanjutnya, dengan menggunakan nilai  $a_R$  dan  $b_R$  serta  $Y_i$  untuk mendefinisikan variable transformasi  $\hat{W}_{Ri}$  diperoleh persamaan berikut:

$$\hat{X}_{Ri} = a_R + b_R Y_i \quad (40)$$

Kemudian dapat di buat peta kendali Link Relatif Regresi CUSUM (LRR CUSUM) yang diusulkan memiliki statistik plot berikut:

$$C_i^+ = \max[0, \hat{X}_{Ri} - \mu_{\hat{X}_R} - K_{\hat{X}_R} + C_{i-1}^+] \quad (41)$$

$$C_i^- = \max[0, -(\hat{X}_{Ri} - \mu_{\hat{X}_R}) - K_{\hat{X}_R} + C_{i-1}^-] \quad (42)$$

dimana  $C_0^+ = C_0^- = 0$  merupakan nilai awal. Parameter  $H = h\sigma_{\hat{X}_R}$  merupakan

keputusan atau batas kendali.

$$\sigma_{\hat{X}_R} \quad (43)$$

$$h\sigma_{\hat{X}_R} \quad (44)$$



Sedangkan Peta kendali Link Relatif Regresi EWMA (LRR EWMA) yang diusulkan memiliki statistik plot berikut:

$$Z_i = \lambda \hat{X}_{Ri} + (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad (45)$$

dimana  $Z_0 = \mu_{\hat{X}_R}$  serta batas kendali yang didefinisikan sebagai berikut:

$$UCL = \mu_{\hat{X}_R} + L\sigma_{\hat{X}_R} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \quad (46)$$

$$CL = \mu_{\hat{X}_R}$$

$$LCL = \mu_{\hat{X}_R} - L\sigma_{\hat{X}_R} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \quad (47)$$

## 2.8 Average Run Length (ARL)

Jumlah rata-rata titik sampel yang harus diplot pada peta kendali sebelum suatu titik menunjukkan keadaan tak terkendali (*out of control*) disebut dengan *Average Run Length* (ARL). Semakin kecil ARL, maka semakin kecil pula ekspektasi jumlah sampel yang diperlukan sampai terdapat sinyal *out of control*. Sehingga dapat dikatakan bahwa semakin cepat Peta kendali mendeteksi adanya pergeseran (Montgomery, 2009). ARL merupakan ukuran yang sering digunakan dalam pengendalian kualitas statistik untuk mengevaluasi dan membandingkan kinerja berbagai peta kendali (Han & Tsung, 2009)

Dengan adanya ARL, jenis peta kendali terbaik dapat dipilih. Jika ARL dalam kendali, semakin besar nilai ARL maka semakin baik jenis peta kendali yang bersangkutan. Jika ARL di luar kendali, semakin kecil nilai ARL maka semakin baik jenis peta kendali yang bersangkutan (Montgomery, 2009). Untuk menghitung nilai ARL dapat digunakan pendekatan-pendekatan yang berbeda yaitu rantai markov, persamaan integral dan monte carlo (Abbas dkk, 2013). Nilai ARL pada peta kendali CUSUM, LR CUSUM, LRR CUSUM, EWMA, LR EWMA, dan LRR EWMA dengan menggunakan pendekatan rantai Markov dapat dihitung menggunakan persamaan berikut (Yang dkk., 2011):

$$ARL = R^t(I - Q)^{-1}1 \quad (48)$$

$Q$  merupakan matriks probabilitas transisi yang berisi elemen  $p_{i,j}$ . Pada peta

CUSUM  $p_{i,j}$  dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$\left( (\mu_0 + K) + \left( \frac{UCL - LCL}{2N} \right) (2j - 2i - 1) \right) < x_i$$



$$< (\mu_0 + K) - \left( \frac{UCL - LCL}{2N} \right) (2i - 2j - 1) \quad (49)$$

Sedangkan pada peta kendali EWMA  $p_{i,j}$  dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$p_{i,j} = P \left( LCL + \left( \frac{UCL - LCL}{2\lambda N} \right) (2(j - i) - (1 - \lambda)(2i - 1)) < x_i \right. \\ \left. < LCL + \left( \frac{UCL - LCL}{2\lambda N} \right) (2j - (1 - \lambda)(2i - 1)) \right) \quad (50)$$

dengan:

$R^t$  : vektor probabilitas awal = [1 0 ... 0]

$I$  : matriks identitas

$p_{i,j}$  : peluang transisi menuju interval  $j$  apabila interval  $i$  diketahui

$P(\cdot)$  : fungsi kumulatif distribusi binomial

## 2.9 Produktivitas Ayam Petelur

Keberhasilan dari produktivitas ayam petelur ditentukan oleh beberapa faktor, seperti kualitas pullet, manajemen pemeliharaan, dan pakan. Pakan yang sesuai dengan kebutuhan ternak baik dari segi kualitas dan kuantitasnya sangat menentukan produktivitas telur yang dihasilkan. Nilai standar produktivitas ayam petelur dapat ditentukan oleh konsumsi ransum, hen day production, feed conversion ratio (FCR), dan mortalitas. Tinggi atau rendahnya pencapaian performa ayam petelur tergantung dari manajemen pemeliharaan yang diterapkan masing-masing peternak (Sulaiman et al., 2019).

Ayam petelur mempunyai tahap periode pertumbuhan dari fase *starter*, fase *grower*, dan fase *layer*. Ayam petelur fase *layer* adalah ayam dewasa yang sedang menjalani masa bertelur atau memproduksi (Purwaningsih, 2014). Lama masa produksi ayam petelur yaitu 80 – 90 minggu. Produksi akan meningkat pada saat ayam berumur 22 minggu dan mencapai puncaknya pada umur 28-30 minggu, kemudian produksi telur menurun dengan perlahan sampai 55% setelah umur 82 minggu (Maharani et al., 2013).

Ayam petelur sensitif terhadap cuaca panas dan keributan, suhu tubuh ayam petelur yaitu antara 39 – 41°C (Tamzil & Indarsih, 2020). Zona untuk pemeliharaan ayam petelur yaitu pada lingkungan dengan suhu 10 Yuwanta, 2004). Ayam petelur yang dipelihara dalam kandang dengan tur lingkungan diatas titik kenyamannya akan memberikan reaksi seperti



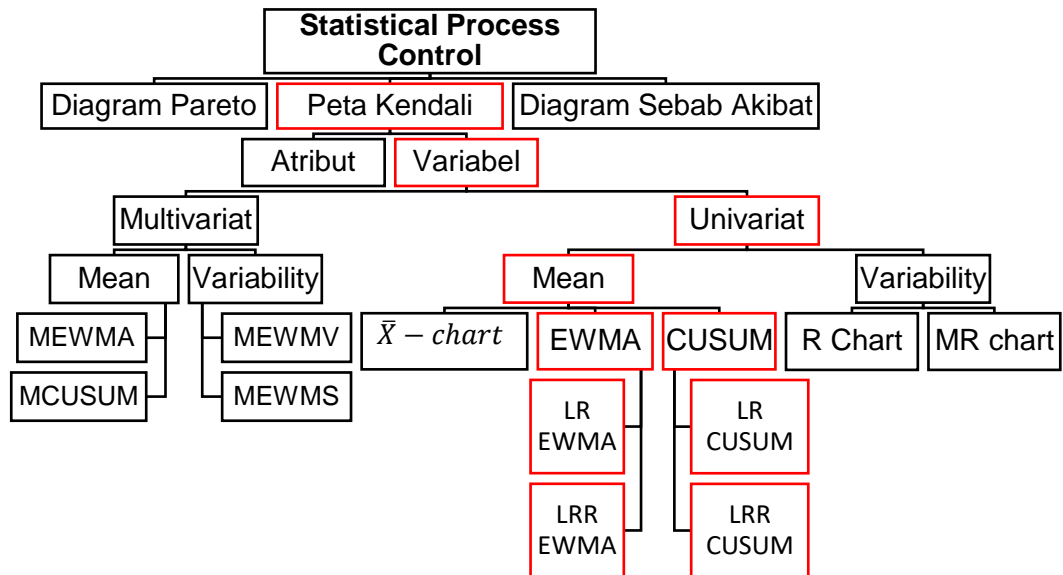
meningkatkan *heat loss* dengan cara *panting* (bernafas melalui tenggorokan), meningkatkan konsumsi minum, menurunkan konsumsi pakan dan produksi akan menurun karena konsumsi pakan menurun, sehingga zat-zat pakan yang masuk ke dalam tubuh hanya sedikit, disamping itu zat pakan yang terbatas akan digunakan untuk menjaga keseimbangan panas tubuh sehingga produksi menjadi terbatas (Muharlieni et al., 2017).

Selain faktor lingkungan, faktor pakan dapat mempengaruhi tingkat produktivitas ayam petelur. Menurut Menteri Pertanian (2013) bahwa standar ransum pakan ayam petelur periode layer yaitu kadar air maksimal 14%, protein kasar minimal 16%, lemak kasar 2,5 - 7%, kalsium 3,25 - 4%, fosfor 0,6 – 1,0%, *lysine* 0,8%, *metionin* 0,35% dan energi metabolis 2.650 kkal/kg. Jika energi pakan saat fase layer terlalu rendah (kurang dari 2.600 kkal), konsumsi pakan lebih banyak sehingga *Feed Conversion Ratio* (FCR) meningkat dan efisiensi pakan menurun. Sebaliknya jika energi pakan terlalu tinggi akan terjadi penurunan konsumsi (Marzuki & Rozi, 2018).

Suhu di Sumatera Selatan saat periode produksi rata-rata sudah mencapai angka 29.10<sup>0</sup> C (BPS Prov. Sumatera Selatan, 2020) Peningkatan suhu yang semakin panas dapat mempengaruhi performa produksi ayam petelur. Hal tersebut disebabkan karena ketika suhu lingkungan tinggi ayam akan membutuhkan energi yang lebih banyak untuk pengaturan suhu tubuhnya, sehingga ketersediaan energi untuk produksi telur berkurang. Pemenuhan kebutuhan nutrisi pada ternak merupakan salah satu bentuk dari upaya menyejahterakan ternak sehingga produktivitas dapat tercapai optimal.



## 2.10 Kerangka Konseptual



**Gambar 3.** Kerangka Konseptual

