

**TITIK TETAP DARI FUNGSI CARISTI-KIRK SEBAGAI APLIKASI DARI  
RUANG BOLA DI DALAM RUANG PERLUASAN  $b$ -METRIK**

**ASRA AINA  
H022222008**



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2024**

**TITIK TETAP DARI FUNGSI CARISTI-KIRK SEBAGAI APLIKASI DARI  
RUANG BOLA DALAM RUANG PERLUASAN  $b$ -METRIK**

Tesis

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

Program Studi Matematika

Disusun dan diajukan oleh

**ASRA AINA**

**H022222008**

**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2024**

**TESIS**

**TITIK TETAP DARI FUNGSI CARISTI-KIRK SEBAGAI APLIKASI DARI RUANG  
BOLA DI DALAM RUANG PERLUASAN  $b$ -METRIK**

**ASRA AINA**

**H022222008**

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian Magister pada tanggal bulan tahun  
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

pada

Program Studi Magister Matematika

Departemen Matematika

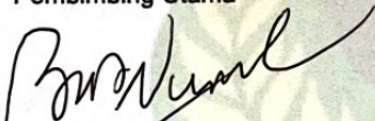
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Hasanuddin


Makassar

Mengesahkan,

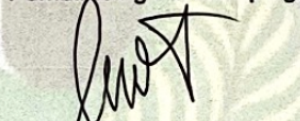
Pembimbing Utama

  
**Prof. Budi Nurwahyu, MS**  
NIP. 19580802 198403 1002

Ketua Program Studi  
Matematika S2

  
**Dr. Muhammad Zakir, M.Si**  
NIP. 19640207 199103 1013

Pembimbing Pendamping

  
**Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si**  
NIP. 19850529 200812 10002

Dekan Fakultas MIPA  
Universitas Hasanuddin

  
**Dr. Eng. Amiruddin, S.Si., M.Si**  
NIP. 19720515 199702 1002



## PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Dengan ini saya menyatakan bahwa tesis berjudul "Titik Tetap dari Fungsi Caristi-Kirk sebagai Aplikasi dari Ruang Bola di Dalam Ruang Perluasan  $b$ -Metrik" adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing Prof. Budi Nurwahyu, MS sebagai Pembimbing Utama dan Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si sebagai Pembimbing Pendamping. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi manapun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari tesis ini telah diajukan di *Advances in Fixed Point Theory Journal* sebagai artikel dengan judul "Caristi's Fixed Point Theorems in the Ball Spaces: Result and Application".

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, Agustus 2024



*Asra Aira*  
Asra Aira  
NIM. H022222008

## UCAPAN TERIMA KASIH

Dengan segala kerendahan hati dan penuh rasa syukur, penulis mengucapkan puji syukur kehadirat Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya sehingga tesis yang berjudul "Titik Tetap dari Fungsi Caristi-Kirk sebagai Aplikasi dari Ruang Bola dalam Ruang Perluasan b-Metrik" dapat terselesaikan dengan baik. Tugas Akhir ini diajukan kepada Program Studi Magister Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin.

Selama proses penyusunan tesis ini, banyak pihak yang telah memberikan dukungan, bimbingan, dan motivasi kepada penulis. Oleh karena itu, pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. **Prof. Dr. Budi Nurwahu, MS**, sebagai pembimbing utama, dan **Dr. Muh. Nur, S.Si., M.Si.**, sebagai pembimbing pertama, yang telah dengan sabar memberikan bimbingan, arahan, dan dorongan kepada penulis selama penyusunan tesis ini. Nasihat dan masukan dari Bapak sangat berarti dalam memperkaya pemahaman penulis tentang materi yang dibahas.
2. **Prof. Dr. Eng. Mawardi, S.Si., M.Si.**, **Dr. Muhammad Zakir, M.Si.**, dan **Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc.**, selaku dosen penguji, yang telah memberikan kritik dan saran yang konstruktif demi kesempurnaan tesis ini. Penulis sangat menghargai waktu dan usaha yang Bapak-Bapak luangkan dalam memberikan evaluasi yang mendalam.
3. **Dr. Andi Muhammad Anwar, S.Si., M.Si.** yang telah banyak membantu memberikan saran dan masukan yang sangat berarti untuk penyempurnaan tesis ini.
4. **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.**, Ketua Departemen Matematika, **Dr. Muhammad Zakir, M.Si.**, Ketua Program Studi Magister Matematika, beserta seluruh dosen pengajar dan staf di Departemen Matematika Universitas Hasanuddin. Terima kasih atas ilmu, bantuan, dan dukungan yang diberikan selama penulis menempuh studi di universitas ini. Setiap pelajaran dan pengalaman yang penulis dapatkan menjadi fondasi yang kuat dalam menyelesaikan tesis ini.
5. **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, Rektor Universitas Hasanuddin, beserta seluruh jajarannya, serta **Dr. Eng. Amiruddin, S.Si., M.Si.**, Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, beserta seluruh jajarannya. Terima kasih atas dukungan administratif dan fasilitas yang diberikan kepada penulis selama masa studi.
6. Keluarga tercinta: Bapak **Nasrullah Annas, S.Pd** dan Ibu **Mardianah** yang selalu mendoakan dan memberikan motivasi tanpa henti kepada penulis.

Terima kasih atas pengorbanan, cinta, dan dukungan yang tak pernah berkurang. Kalian adalah inspirasi terbesar dalam hidup penulis.

7. Teman-teman bimbingan: **Nurul Utami, Ervie Yuniarti Astika Mustafaputri, Reza Damayanti, Alda Maulida Natsir**. Terima kasih atas kebersamaan, semangat, dan dukungan moral yang selalu kalian berikan. Momen-momen bimbingan bersama kalian sangat berharga dan memberi warna tersendiri dalam perjalanan penyusunan tesis ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah memberikan bantuan, baik langsung maupun tidak langsung, dalam proses penyusunan tesis ini. Penulis sangat menghargai setiap kontribusi dan bantuan yang telah diberikan.

Penulis berharap tesis ini dapat memberikan manfaat, baik sebagai sumber informasi maupun inspirasi bagi para pembaca. Semoga tesis ini juga dapat menjadi langkah awal yang baik bagi penelitian lebih lanjut di bidang matematika, khususnya dalam penerapan teori titik tetap dalam ruang perluasan b-metrik.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa tesis ini masih memiliki banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk perbaikan dimasa mendatang.

Makassar, Januari 2024  
Penulis

Asra Aina  
NIM. H022222008

## ABSTRAK

ASRA AINA. *Titik Tetap dari Fungsi Caristi-Kirk sebagai Aplikasi dari Ruang Bola di dalam Ruang Perluasan  $b$ -Metrik* (dibimbing oleh Budi Nurwahyu dan Muh Nur).

Pada penelitian ini diperkenalkan generalisasi dari ruang  $b$ -metrik yaitu perluasan  $b$ -metrik. Beberapa teorema diajukan dan dibuktikan, terutama yang berkaitan dengan titik tetap fungsi Caristi-Kirk pada ruang bola di ruang perluasan  $b$ -metrik. Aplikasi pada program dinamis disajikan untuk mendukung hasil yang diperoleh.

**Kata kunci:** titik tetap, ruang perluasan  $b$ -metrik, ruang bola, fungsi caristi-kirk.

## ABSTRACT

ASRA AINA. *Fixed Point of Caristi-Kirk Function as Application of Ball Space in Extended b-Metric Space* (supervised by Budi Nurwahyu and Muh Nur).

In this study, we introduced a generalization of b-metric spaces, namely extended b-metric spaces. We propose and prove some theorems and specially for Caristy's fixed point of ball space in extended b-metric spaces. We give also an application of Caristy's fixed point theorem in dynamic programming.

**Key words:** fixed point, extended b-metric space, ball space, caristi-kirk function.