

TESIS

**ESTIMASI ADJUSTED TAIL VALUE AT RISK DENGAN
PENDEKATAN EXTREME VALUE THEORY PADA INDEKS
PASAR SAHAM**

*Estimation Adjusted Tail Value at Risk Using Extreme Value Theory
Approach to Stock Market Index*

SRI MUSLIHAH BAKHTIAR



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2022

TESIS

*Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Magister Sains
pada Program Studi Magister Matematika Departemen Matematika*

Universitas Hasanuddin



**SRI MUSLIHAH BAKHTIAR
H022201004**

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2022**

LEMBAR PENGESAHAN

**ESTIMASI ADJUSTED TAIL VALUE AT RISK DENGAN PENDEKATAN
EXTREME VALUE THEORY PADA INDEKS PASAR SAHAM**

Disusun dan diajukan oleh

**SRI MUSLIHAH BAKHTIAR
H022201004**

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Program Studi Magister Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin pada tanggal 20 September 2022 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama,



Dr. Amran, S.Si., M.Si.
NIP. 19701101 199802 1 001

Pembimbing, Pendamping,



Dr. Khaeruddin, M.Sc.
NIP. 19650914 199103 1 003

Ketua Program Studi
Magister Matematika,



Dr. Muhammad Zakir, M.Si.
NIP. 19640207 199103 1 013

Dekan Fakultas MIPA
Universitas Hasanuddin,



Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.
NIP. 19720515 199702 1 002

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis yang berjudul "Estimasi Adjusted Tail Value at Risk dengan Pendekatan Extreme Value Theory pada Indeks Pasar Saham" adalah benar karya saya dengan arahan komisi pembimbing (Dr. Amran, S.Si., M.Si. sebagai Pembimbing Utama dan Dr. Khaeruddin, M.Sc. sebagai Pembimbing Pendamping). Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari isi tesis ini telah diterbitkan di Jurnal (Daya Matematis, Vol.10 No.(2022), 128-137, 10.26858/jdm.v10i2.35702) sebagai artikel dengan judul "An Empirical Study for Comparison of Estimation Methods for Value at Risk, Tail Value at Risk, and Adjusted Tail Value at Risk Using Extreme Value Theory Approach to Stock Market Index".

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 20 September 2022



584B2AKX0612541008
Sri Muslinan Bakhtiar
NIM. H022201004

PRAKATA

Segala puji bagi Allah Subhanahu Wa ta'ala Rabb semesta alam, shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi yang paling dimuliakan, pemimpin orang-orang bertakwa yakni Rasulullah Shallahu Alaihi Wassallam. *Alhamdulillah wasy-sukurillah*, semua kemudahan yang penulis dapatkan tidak lepas dari pertolongan Allah dan doa dari orang-orang yang tulus, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis sebagai salah satu syarat akademik untuk meraih gelar Magister pada Program Studi Matematika Terapan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari dalam penyelesaian tesis ini dengan segala keterbatasan kemampuan dan pengetahuan dapat melewati segala hambatan dan masalah berkat doa, bantuan dan dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis haturkan rasa terima kasih serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk kedua orang tua tercinta Bapak **H Bakhtiar, S.Pd.** dan Ibu **Hj Nurhayati, S.Pd.** yang selalu menjadi inspirasi, membesarkan, dan mendidik penulis dengan bertabur cinta, kasih sayang, serta dengan ikhlas mengiringi setiap langkah penulis dengan doa dan dukungannya selama ini. Kepada Kedua Kakak tersayang **Abrar Bakhtiar, S.M.** dan **Musaddiq Bakhtiar, S.Pd.**, Kakak Ipar tersayang **Ns. Anugrah lin Gusresky, S.Kep.** dan **Ardawati Syamsuddin, S.Pd.** terima kasih atas segala bentuk kasih sayang, perhatian, bantuan yang tiada hentinya diberikan kepada penulis. Serta untuk seluruh keluarga besar penulis, terima kasih atas doa dan dukungannya selama ini.

Iringan doa dan ucapan terima kasih yang sebesar- besar dan setinggi-tingginya penulis sampaikan kepada:

1. Bapak **Dr. Amran, S.Si., M.Si.** selaku pembimbing pertama yang begitu banyak meluangkan waktu dan pikiran untuk memberikan nasihat, saran,

dan setulus hati membimbing penulis ditengah berbagai kesibukan dalam menyelesaikan tesis ini.

2. Bapak **Dr. Khaeruddin, M.Sc.** selaku pembimbing kedua yang meluangkan waktu, dan pikiran dengan berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk memberikan masukan serta motivasi dalam penulisan tesis ini.
3. Ibu **Prof Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S.**, Bapak **Prof Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.**, dan Bapak **Dr Muh Nur, S.Si., M.Si** selaku penguji yang telah banyak memberikan masukan dalam penyempurnaan tesis ini.
4. Bapak **Dr. Muhammad Zakir, M.Si.** selaku Ketua Program Studi Magister Matematika yang senantiasa memberikan bimbingan dan semangat dalam menyelesaikan tesis ini.
5. Rektor Universitas Hasanuddin dan Direktur Program Pascasarjana beserta staf yang telah memberikan layanan administrasi baik selama penulis menempuh pendidikan di Universitas Hasanuddin.
6. Dekan FMIPA Universitas Hasanuddin, seluruh dosen, dan staf administrasi pada Program Studi S2 Matematika Universitas Hasanuddin yang telah memberikan layanan akademik maupun layanan administrasi selama penulis menempuh pendidikan di Universitas Hasanuddin.
7. Kepada Saudari Andi Ika Nurul Fadilah, S.Ip., dan Andi Usnul Khofifah, S.E yang selama ini telah menjadi saudara, kakak yang selalu memberikan bantuan, dukungan, serta motivasi sampai saat ini kepada penulis.
8. Teman-Teman terdekat penulis Tri Annisa Abdullah, S.Pd., Asmariah Nur Rahmah, S.Ak., Nurafiah Mustafa, S.Ip., Andi Fadlia Hamma, S.Ars., Neli Fadlia, S.Si., yang sampai saat ini masih terus memberikan lawakan receh yang sama sekali tidak lucu tapi selalu menghibur, memberikan semangat dan dukungan kepada penulis yang tiada hentinya.

9. Kepada Mutmainnah, S.Mat., M.Si., dan Husnul Hatima, S.Mat. terima kasih sampai saat ini masih kebersamai untuk berjuang bersama, saling mendukung, memberikan bantuan dan semangat kepada penulis.
10. Teman teman seperjuangan S2 Matematika Terapan 2020-1 (Dwi Meldya Lestari, S.Pd., M.Si., Andi Ika Putriani, S.Si., M.Si., Alfiandhani Suci, S.Si., Muhammad Rifki Nisardi, S.Si., M.Si., Aprizal Rezky, S.Si., M.Si., Muh Nursyam Siduppa, S.Pd., M.Si., Irfan Said.S.Si., Muh Imran Hasnuddin., S.Si) Teman teman dan kakak Seperjuangan S2 Matematika Terapan Sri Nurwahyuni,S.Mat., Nurul Aulia Bohari, S.Si., M.Si., Musdalifa Pagga, S.Si.,M.Si., Aidah Nabila Anwar, S.Si, Putri Amalia., S.Si., Indah Chairun Nisa, S.Si. atas segala bantuan dan semangatnya kepada Penulis.
11. Kepada semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, telah kebersamai disetiap momen yang ada, memberikan doa, bantuan dan semangat untuk menyelesaikan tesis ini.

Akhirnya Penulis berharap semoga Allah Swt memberikan imbalan yang setimpal pada mereka yang telah memberikan bantuan, dan dapat menjadikan semua bantuan ini sebagai sebagai amal jariyah dan pahala yang berlipat ganda di sisi-Nya. Aamiin Yaa Rabbal Alamin.

Makassar, 20 September 2022

Sri Muslihah Bakhtiar

Abstrak

Sri Muslihah Bakhtiar. Estimasi Adjusted Tail Value at Risk dengan Pendekatan Extreme Value Theory (dibimbing oleh Amran dan Khaeruddin).

Manajemen risiko membantu industri keuangan untuk mengelola dan memperkirakan besarnya risiko yang mungkin terjadi dengan menggunakan ukuran risiko. Data deret keuangan sebagian besar memiliki ekor distribusi yang gemuk (*heavy tail*) yang menyebabkan peluang terjadinya nilai ekstrem. Untuk mengatasi adanya nilai ekstrem tersebut maka diperlukan penerapan model matematika dalam menghitung estimasi risiko pada data keuangan dikombinasikan dengan pendekatan *Extreme Value Theory* (EVT). Model *Adjusted-TVaR* (Adj-TVaR) merupakan ukuran risiko modifikasi dari model TVaR untuk menghilangkan nilai pencilan pada ekor distribusinya. Tujuan pada penelitian ini adalah mengukur akurasi model risiko Adj-TVaR dengan Extreme Value Theory dengan pendekatan Peak Over Threshold (POT). Diperoleh hasil estimasi risiko dengan metode pendekatan POT menggunakan tingkat kepercayaan ($\alpha = 0.90, 0.95, 0.99$) dan masing-masing konstanta yang berbeda ($c = 0.01, 0.05, \text{ dan } 0.1$) memberikan informasi bahwa semakin tinggi tingkat kepercayaan dan konstanta yang dipilih maka akan semakin tinggi nilai Adj-TVaR yang mempresentasikan bahwa potensi kerugian akan semakin tinggi dan diperoleh nilai Adj-TVaR kurang dari nilai TVaR dan nilai TVaR lebih besar dari nilai VaR. ini menunjukkan bahwa Adj-TVaR lebih efisien digunakan dalam hal prediksi nilai risiko jika dibandingkan TVaR dengan pendekatan Peak Over Threshold.

Kata kunci: Risiko, *Value at Risk*, *Tail Value at Risk*, *Adjusted-TVaR*, *Extreme Value Theory*, *Peak Over Threshold*.

Abstract

Sri Muslihah Bakhtiar. Estimation Adjusted Tail Value at Risk Using Extreme Value Theory Approach to Stock Market Index (mentored by Amran and Khaeruddin).

Risk management helps the financial industry to manage and estimate the magnitude of the risks that may occur by using risk measures. Financial series data mostly have a heavy tail distribution which causes the probability of extreme values to occur. To overcome these extreme values, it is necessary to apply a mathematical model in calculating risk estimates in financial data combined with the Extreme Value Theory (EVT) approach. The Adjusted-TVaR (Adj-TVaR) model is a measure of the risk of modification of the TVaR model to eliminate outliers in the tail of the distribution. The purpose of this study was to measure the accuracy of the Adj-TVaR risk model with Extreme Value Theory with the Peak Over Threshold (POT) approach. The results of the risk estimation using the POT approach method using the confidence level ($\alpha = 0.90, 0.95, 0.99$) and each different constant ($C = 0.01, 0.05$ and 0.1) provides information that the higher the level of confidence and the constant which is chosen, the higher the Adj-TVaR value which represents that the potential loss will be higher and the Adj-TVaR value is less than the TVaR value and the TVaR value is greater than the VaR value. This shows that Adj-TVaR is more efficiently used in terms of predicting risk values when compared to TVaR with the Peak Over Threshold approach.

Keywords: Risk, Value at Risk, Tail Value at Risk, Adjusted-TVaR, Extreme Value Theory, Peak Over Threshold.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN KEASLIAN TESIS	iv
PRAKATA	v
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	4
1.5 Batasan Masalah	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Skewness dan Kurtosis	5
2.2 Extreme Value Theory	6
2.3 Peak Over Threshold	6
2.4 Mean Residual Live	8
2.5 Estimasi Parameter GPD	8
2.6 Uji Kesesuaian Distribusi	9
2.7 Value at Risk	10
2.8 Pendekatan VaR pada Distribusi GPD	11
2.9 Tail Value at Risk	13
2.10 Pendekatan TVaR pada Distribusi GPD	14
2.11 Adjusted TVaR	15
2.12 Return	16
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Sumber Data	17
3.2 Lokasi dan Waktu Penelitian	17
3.3 Variabel Penelitian	17
3.4 Langkah Analisis	17
3.5 Flow Chart	18
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	

4.1 Pendekatan Adj-TVaR pada Distribusi GPD	21
4.2 Deskripsi Data	22
4.3 Pemodelan Peak Over Threshold.....	30
4.3.1 Mean Residual Live Plot POT.....	30
4.3.2 Uji Kesesuaian Distribusi POT.....	32
4.3.3 Estimasi Parameter POT	32
4.4 Estimasi VaR dengan POT	37
4.5 Estimasi TVaR dengan POT.....	38
4.6 Estimasi Adj-TVaR dengan POT	39

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan.....	42
5.2 Saran.....	42

DAFTAR PUSTAKA..... 43

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel

Tabel 4.1	Statistika Deskriptif harga penutupan harian indeks pasar saham
Tabel 4.2	Statistika Deskriptif <i>Return</i>
Tabel 4.3	Hasil Uji <i>Kolmogorof Smirnov Return</i>
Tabel 4.4	Hasil Uji <i>Kolmogorof Smirnov POT</i>
Tabel 4.5	Estimasi Parameter POT S&P 500
Tabel 4.6	Estimasi Parameter POT CAC 40
Tabel 4.7	Estimasi Parameter POT DAX
Tabel 4.8	Estimasi Parameter POT Nikei 225
Tabel 4.9	Estimasi VaR dengan POT
Tabel 4.10	Estimasi TVaR dengan POT
Tabel 4.11	Estimasi Adj TVaR dengan POT

DAFTAR GAMBAR

Gambar

Gambar 2.1	Ilustrasi Penentuan Nilai Ekstrem Menggunakan Metode POT
Gambar 4.1	Grafik Harga Penutupan Harian Indeks Pasar Saham
Gambar 4.2	<i>Time Series Plot Return</i>
Gambar 4.3	Box Plot <i>Return</i>
Gambar 4.4	Histogram <i>Return</i>
Gambar 4.5	Normality Probability Plot <i>Return</i>
Gambar 4.6	Mean Residual Live Plot S&P 500
Gambar 4.7	Mean Residual Live Plot CAC 40
Gambar 4.8	Mean Residual Live Plot DAX
Gambar 4.9	Mean Residual Live Plot Nikei 225
Gambar 4.10	Grafik Diagnostik Model GPD S&P 500
Gambar 4.11	Grafik Diagnostik Model GPD CAC 40
Gambar 4.12	Grafik Diagnostik Model GPD DAX
Gambar 4.13	Grafik Diagnostik Model GPD Nikei 225

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Estimasi risiko merupakan gambaran risiko dalam suatu investasi untuk mengoptimalkan risiko yang terjadi. Estimasi risiko membantu industri keuangan untuk mengelola dan memperkirakan besarnya risiko yang mungkin terjadi dengan menggunakan ukuran risiko. Pengelolaan dan cara mengatasi risiko sangat penting dilakukan apalagi dengan ketidakpastian yang diakibatkan oleh krisis keuangan atau masa pandemi Covid-19. Risiko tidak dapat dihindari akan tetapi dapat dikelola sehingga memberikan dampak yang terbilang kecil. Seorang investor jika menginginkan tingkat pengembalian (*return*) yang besar maka investor harus menanggung risiko yang besar pula sehingga diperlukan pengelolaan risiko yang akurat. Ketidakakuratan hasil estimasi risiko dapat memberikan dampak yang merugikan bagi investor.

Beberapa ukuran risiko telah digunakan oleh para peneliti untuk mengestimasi risiko. Ukuran risiko yang biasa digunakan adalah *Value at risk* (VaR). Menurut Jorion (2001), VaR didefinisikan sebagai kerugian maksimum yang dapat terjadi dalam periode waktu kontrak dengan tingkat kepercayaan tertentu. VaR memberikan gambaran besar risiko yang dapat terjadi. Dalam prakteknya, nilai kerugian biasanya lebih dari nilai taksiran VaR. (Carmona, 2004) menunjukkan bahwa VaR sebagai alat ukur risiko namun memiliki dua kelemahan, yakni VaR tidak menghitung ukuran sebenarnya dari kerugian, dan VaR tidak memungkinkan diversifikasi. Selain itu, VaR juga tidak memenuhi sifat koherans padahal hal tersebut penting dalam manajemen risiko (Klugman dkk., 2012). Untuk mengatasi kelemahan yang dimiliki VaR beberapa peneliti memperkenalkan ukuran risiko lain yang bersifat koherans yakni *Tail Value at risk* (TVaR).

Metode TVaR dapat dimaknai sebagai rata-rata besarnya nilai kerugian yang akan ditanggung, apabila terjadi kerugian yang melebihi VaR (Artzner dkk., 1999). Metode TVaR bersifat koherans. Namun demikian, kelemahan utama dari model TVaR sangat bergantung terhadap distribusi risiko acak yang nilainya lebih dari estimasi VaR. Sehingga apabila terdapat nilai pencilan atau nilai

kerugian ekstrem yang lebih besar dari VaR hasil estimasi dari TVaR menjadi tidak akurat. Berdasarkan permasalahan tersebut diperkenalkan model *Adjusted TVaR* (Adj-TVaR) di mana merupakan modifikasi dari model TVaR.

Ukuran risiko Adj-TVaR merupakan modifikasi dari TVaR yang diharapkan mampu menghilangkan efek ketidakakuratan estimasi TVaR yang disebabkan oleh adanya pencilan pada ekor distribusinya (Jadhav dkk., 2013). Penelitian yang telah dilakukan oleh (Syuhada dkk., 2019) mengkaji mengenai batas atas ukuran risiko agregat dengan menggunakan Adj-TVaR dan diperoleh bahwa Adj-TVaR menjadi alternatif ukuran risiko yang lebih efisien dari pada TVaR.

Beberapa penelitian terkait risiko telah dilakukan oleh (Ali dkk., 2020) menemukan bahwa pasar saham China menunjukkan penurunan pendapatan yang relatif kecil pada periode epidemi dan pandemi Covid-19. (Zhang dkk., 2020) menunjukkan bahwa risiko pasar keuangan global mengalami peningkatan sebagai akibat adanya pandemi Covid-19. Reaksi pasar saham jelas terkait dengan tingkat keparahan wabah di setiap negara dengan ketidakpastian dari pandemi Covid-19 dan kerugian ekonomi telah menyebabkan pasar keuangan menjadi sangat berubah yang disebabkan kejadian ekstrem sehingga dapat mengakibatkan masalah jangka panjang.

Data deret keuangan sebagian besar memiliki ekor distribusi yang gemuk (*heavy tail*) yang menyebabkan peluang terjadinya nilai ekstrem. Kejadian ekstrem yang jarang terjadi akan tetapi memberikan dampak besar sehingga untuk mengatasi adanya nilai ekstrem tersebut maka diperlukan penerapan model matematika dalam menghitung estimasi risiko pada data keuangan dikombinasikan dengan pendekatan *Extreme Value Theory* (EVT) (Singh dkk., 2013).

Penelitian yang berkaitan dengan EVT telah dilakukan oleh (Dharmawan, 2012) mengkaji penerapan EVT dalam pengukuran risiko pasar keuangan dengan menggunakan VaR dalam memodelkan kejadian ekstrem, dan diperoleh bahwa EVT dapat dipakai untuk menghitung besarnya kejadian ekstrem dengan dua metode yakni *Block Maxima* (BM) dan *Peak Over Threshold* (POT). Kemudian (Totić and Božović, 2016) memodelkan perilaku *left-tail* dari *return* indeks harga saham menggunakan VaR dan *Expected Shortfall* (ES) berdasarkan EVT dibandingkan dengan beberapa alternatif seperti simulasi

historis dan pendekatan GARCH, hasil *backtesting* menunjukkan bahwa model berbasis EVT memberikan VaR dan ES yang lebih baik

Penelitian yang berkaitan dengan ukuran risiko dan EVT juga telah dilakukan oleh (Chinhamu dkk., 2014) mengilustrasikan penggunaan EVT dalam memodelkan ukuran risiko mengenai VaR dan *Expected Shortfall* untuk pasar emas, diperoleh bahwa *Generalized Pareto Distribution* (GPD) menjadi model yang tepat untuk menggambarkan distribusi kelebihan bersyarat dan memberikan estimasi yang baik untuk VaR maupun ES. Kemudian (Nastiti, 2016) menggunakan metode VaR pada data saham dengan dua pendekatan yaitu ARMA-GARCH dan BM menghasilkan kesimpulan bahwa VaR dengan pendekatan EVT dengan metode BM memberikan hasil yang lebih baik dari pada ARMA GARCH. Selanjutnya (S. and Janhavi, 2019) mengestimasi VaR dan ES dengan pendekatan POT dan menyatakan bahwa nilai pencilan mempengaruhi estimasi VaR dan ES terutama ketika nilai ukuran sampel kecil dan cukup besar. Kemudian (Omari dkk., 2020) memprediksi VaR pada pasar keuangan masa pandemi global Covid-19 dengan menggunakan teori nilai ekstrem dan hasil *backtesting* menunjukkan bahwa EVT telah terbukti menjadi salah satu paling berhasil dalam memperkirakan risiko pasar dan berkinerja relatif baik dalam memperkirakan risiko.

Aplikasi EVT pada estimasi ukuran risiko hingga saat ini terbatas pada metode VaR, ES, dan ARMA GARCH. Belum dilakukan penelitian tentang aplikasi EVT pada *Adj-TVaR*. Berdasarkan uraian tersebut, maka pada penelitian ini penulis berinisiatif melakukan penelitian dengan menggunakan ukuran risiko *Adj-TVaR* yang dapat mengatasi nilai pencilan yang terjadi dengan menggunakan pendekatan EVT yang berkaitan dengan adanya nilai ekstrem yang muncul pada data keuangan di masa krisis ataupun masa pandemi Covid-19.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang adapun rumusan masalah pada penelitian ini adalah

1. Bagaimana estimasi risiko *Adj-TVaR* pendekatan EVT dengan metode POT?
2. Bagaimana akurasi model risiko VaR, TVaR, dan *Adj-TVaR* pendekatan EVT dengan metode POT?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah adapun tujuan pada penelitian ini adalah

1. Menghitung estimasi risiko Adj-TVaR pendekatan EVT dengan metode POT.
2. Mengetahui akurasi model risiko VaR, TVaR, dan Adj-TVaR pendekatan EVT dengan metode POT.

1.4 Manfaat

Adapun manfaat pada penelitian ini adalah

1. Bagi perusahaan dan investor, dapat dijadikan sebagai acuan dalam menghitung ataupun mengestimasi risiko perusahaan sehingga dapat dilakukan pertimbangan dalam berinvestasi.
2. Hasil penelitian dapat digunakan sebagai bahan referensi untuk penelitian selanjutnya.

1.5 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah

1. Data yang digunakan dalam penelitian adalah data *return* saham yang memiliki distribusi yang tidak simetri.
2. Data Ekstrem yang digunakan menggunakan pendekatan POT.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 *Skewness dan Kurtosis*

Skewness merupakan ukuran kecondongan pada sebaran data. *Skewness* bernilai positif yang berarti ujung kecondongan sebaran menuju arah positif (kurva dikatakan menceng ke kanan) sedangkan *skewness* negatif yang berarti ujung kecondongan sebaran menuju arah negatif (kurva dikatakan menceng ke kiri). Nilai kurtosis dapat dihitung dengan menggunakan rasio momen pusat ketiga dan simpangan baku pangkat tiga.

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}.$$

dengan:

γ_1 : Nilai *skewness*,

μ_3 : Rasio momen pusat ketiga,

σ : Simpangan baku.

Kurtosis merupakan keruncingan pada sebaran relatif terhadap sebaran normal. Kurtosis dari distribusi normal bernilai tiga, yang berarti nilai dari kurtosis yang melebihi dari tiga (*leptokurtic*) berarti data memiliki puncak kurva yang relatif tinggi dibandingkan dengan sebaran normal. Sedangkan untuk nilai kurtosis yang kurang dari tiga (*platykurtic*) berarti data memiliki kurva relatif lebih rendah dibandingkan dengan sebaran normal. Nilai kurtosis dapat di peroleh dengan rasio momen pusat keempat dan simpangan baku pangkat empat (Klugman dkk., 2012).

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}.$$

dengan:

γ_2 : Nilai *kurtosis*,

μ_4 : Rasio momen pusat keempat,

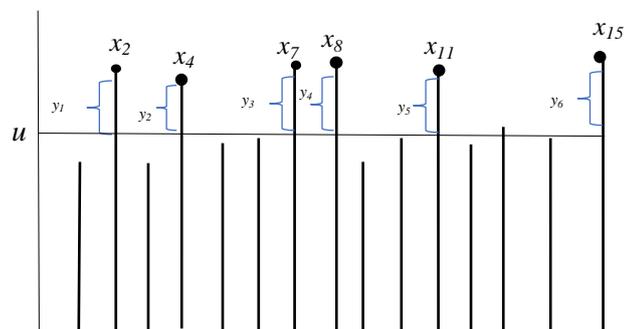
σ : Simpangan baku pangkat empat.

2.2 Extreme Value Theory

EVT merupakan suatu metode statistik mengenai penyimpangan data dari nilai rata-rata dalam distribusi peluang yang berfokus pada perilaku ekor (*tail*) yang memodelkan kejadian yang mengandung nilai ekstrem. Untuk menentukan probabilitas nilai ekstrem dengan data *heavy-tail* yang tidak dapat dilakukan dengan pendekatan biasa, dimana kejadian-kejadian yang dimodelkan bersifat ekstrem yang jarang terjadi akan tetapi memiliki dampak yang cukup besar dan tidak dapat dilakukan dengan distribusi normal karena data finansial tidak berdistribusi normal. Metode EVT dapat diidentifikasi dengan dua metode pendekatan yakni metode *Block Maxima* (BM) yaitu mengambil nilai maksimum dalam satu periode dan metode *Peak Over Threshold* (POT) yaitu mengambil nilai-nilai yang melewati suatu nilai *threshold* (McNeil, 1999).

2.3 Peak Over Threshold

Metode POT merupakan salah satu metode untuk memperhitungkan distribusi data ekstrem melebihi nilai ambang batas yang ditentukan disebut dengan *threshold*. Nilai ekstrem tersebut berada di atas *threshold*. Sebagai ilustrasi penentuan nilai ekstrem dengan menggunakan metode POT dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Ilustrasi penentuan nilai ekstrem menggunakan metode POT
 Sumber: Manfred Gilli dan Evis Kellezi (2006)

Gambar 2.1 merupakan ilustrasi penentuan nilai ekstrem menggunakan metode POT. Data yang berada di atas *threshold* (u) adalah $x_2, x_4, x_7, x_8, x_{11},$

x_{15} . Sementara $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ adalah amatan yang dikategorikan sebagai amatan ekstrem yang berada di atas *threshold* (u). Misalkan $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ adalah suatu barisan peubah acak dan u merupakan nilai *threshold*. Jika $F(x)$ merupakan fungsi sebaran kumulatif dari variabel acak X dan u adalah nilai *threshold* maka $y = x - u$ merupakan nilai yang melebihi *threshold* dengan syarat $X > u$, maka $F_u(y)$ disebut sebagai fungsi sebaran kelebihan bersyarat.

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u), \quad 0 \leq y \leq x_{F-u}. \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) dapat ditulis ke dalam bentuk lain:

$$F_u(y) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)}, \quad y \geq 0.$$

Teorema 2.1 Pickands (1975), Balkema dan de Haan (1974) yang dibahas oleh (Gilli and kellezi, 2006). *Jika diberikan fungsi distribusi F dengan jumlah observasi yang cukup besar dan fungsi distribusi bersyarat $F_u(y)$ untuk u yang cukup besar, maka $F_u(y)$ dapat dihipotesiskan dengan fungsi distribusi $G_{\xi, \sigma}(y)$,*

$$F_u(y) \approx G_{\xi, \sigma}(y), \quad \text{ketika } u \rightarrow \infty, \quad y \geq 0,$$

dengan

$$G_{\xi, \sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma}y\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & 0 \leq y < -\frac{\sigma}{\xi} \text{ jika } \xi < 0 \\ & 0 \leq y < \infty \text{ jika } \xi > 0 \end{cases}; \quad (2.2)$$

$$1 - e^{-\left(\frac{y}{\sigma}\right)}, \quad 0 \leq y < \infty, \quad \text{jika } \xi = 0.$$

Parameter ξ dikenal sebagai parameter *shape* dan parameter σ merupakan parameter *scale*. Persamaan (2.2) merupakan *cummulative distribution function* (cdf) dari GPD. Berdasarkan Tipe GPD dapat dibedakan menjadi tiga tipe dapat dilihat dari parameter bentuk (ξ) yaitu tipe pertama berdistribusi Eksponensial apabila nilai $\xi = 0$, kemudian tipe kedua berdistribusi Pareto apabila nilai $\xi > 0$, dan tipe ketiga berdistribusi Pareto tipe 2 /Beta apabila nilai $\xi < 0$ (McNeil, 1999). Semakin besar nilai dari ξ maka akan semakin gemuk pula ekor distribusinya (*heavy-tail*) sehingga dapat berdampak terhadap peluang terjadinya nilai ekstrem yang semakin besar. Dari ketiga tipe distribusi tersebut yang memiliki ekor paling gemuk adalah distribusi tipe kedua yakni distribusi Pareto (Djanggola, 2010).

Nilai ekstrem pada metode POT dapat diperoleh dengan mengetahui nilai dari *threshold* terlebih dahulu. Penentuan *threshold* dengan mencari

keseimbangan yang optimal sehingga diperoleh parameter *error* seminimal mungkin dan dapat dijadikan sebagai acuan dalam nilai observasi terhadap nilai ekstrem. Penentuan nilai ekstrem dengan *threshold* (u) sebagai batasan seringkali sulit, sehingga dapat menyebabkan hasil taksiran parameter bias dan nilai varians yang besar. Hal tersebut disebabkan apabila nilai *threshold* rendah maka dapat menyebabkan parameter bias dan jika nilai *threshold* tinggi maka tidak cukup untuk menaksir model, dan data menghasilkan varians yang besar (Coles, 2001), sehingga perlu metode untuk menentukan nilai dari *threshold* agar dapat meminimalkan bias dan varian yang besar.

2.4 Mean Residual Live

Mean Residual Live (MRL) adalah salah satu metode dalam menentukan nilai *threshold*. Metode MRL berlandaskan pada rata-rata yang melampaui ambang batas. Misalkan data sebanyak n yang terdiri dari x_1, x_2, \dots, x_n yang menyebar bebas identik dan untuk kejadian ekstrem dengan $x_i > u$ dinyatakan sebagai x_1, x_2, \dots, x_k di mana k merupakan banyaknya amatan yang lebih dari nilai *threshold*. Himpunan titik-titik yang dapat menggambarkan grafik adalah

$$\left\{ \left(u, \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_{(i)} - u) \right) : u < x_{max} \right\}.$$

x_{max} merupakan nilai maksimum dari $x_{(i)}$. Nilai ambang batas yang baik untuk GPD apabila nilai ambang batas plot MRL akan mendekati linear setelah u (Coles, 2001).

2.5 Estimasi Parameter GPD

Estimasi parameter metode GPD dapat ditaksir dengan metode *maximum likelihood*. Adapun Langkah langkahnya sebagai berikut:

1. Mengambil n sampel random $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan mengambil nilai nilai yang melebihi *threshold* yang sebelumnya sudah ditentukan.
2. Membentuk *probability density function* (pdf) untuk GPD:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma} \right)^{\frac{-1}{\xi} - 1}, & \text{jika } \xi \neq 0 ; \\ \frac{1}{\sigma} \exp \left(-\frac{x - \mu}{\sigma} \right), & \text{jika } \xi = 0; \end{cases}$$

3. Membuat fungsi *likelihood* di mana fungsi *likelihood* untuk GPD:

$$\begin{aligned}
L(\mu, \sigma, \xi) &= \prod_{i=1}^n f(x_i) \\
&= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{-1}{\xi} - 1} \\
&= \left(\frac{1}{\sigma} \right)^n \prod_{i=1}^n \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{-1}{\xi} - 1}.
\end{aligned}$$

4. Membentuk fungsi *In likelihood* untuk GPD:

$$\ln L(\mu, \sigma, \xi) = -n \ln(\sigma) - \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{-1}{\xi} - 1}.$$

5. Kemudian Langkah berikutnya yakni memaksimumkan *In* fungsi *likelihood* dengan mencari turunan pertama terhadap parameter distribusi (μ, σ, ξ) . Adapun hasil dari turunan pertama *In likelihood* untuk $\xi \neq 0$ adalah

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \mu} = \left(\frac{1+\xi}{\sigma} \right) \sum_{i=1}^n \left(1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-1} = 0. \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} + (1 + \xi) \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) \left(1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-1} = 0. \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma, \xi)}{\partial \xi} &= \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left(1 + \right. \\
&\quad \left. \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right) \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) = 0.
\end{aligned} \quad (2.5)$$

Persamaan (2.3), (2.4), dan (2.5) memiliki bentuk yang tidak *closed form* dimana turunan pertama masih memuat parameter yang tidak tunggal sehingga diperlukan analisis numerik untuk mendapatkan estimasi dari nilai parameter yang dimaksud. Salah satu analisis yang tidak *closed form* adalah metode *Newton Rapshon*. Metode *Newton Rapshon* merupakan metode iterasi yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinier seperti persamaan Likelihood. Oleh karena itu estimasi parameter dengan metode Maksimum Likelihood dapat dilakukan dengan bantuan metode *Newton Rapshon*.

2.6 Uji Kesesuaian Distribusi

Uji kesesuaian distribusi bertujuan untuk menunjukkan adanya kesesuaian distribusi teoritis. Uji kesesuaian distribusi dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*. Uji *Kolmogorov Smirnov* dilakukan dengan distribusi

teoritisnya $F_0(x)$. Hipotesis yang digunakan dalam uji *Kolmogorov Smirnov* adalah sebagai berikut:

$H_0: F(x) = F_0(x)$ (Data mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$)

$H_1: F(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$)

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$D_{hitung} = \text{Sup}_x |S(x) - F_0(x)|.$$

dimana:

$F(x)$: Fungsi distribusi kumulatif

$S(x)$: Nilai kumulatif distribusi empiris

$F_0(x)$: Nilai kumulatif distribusi teoritis

Uji *Kolmogorov Smirnov* akan menghasilkan keputusan tolak H_0 jika $D_{hitung} > D_{tabel}$. (Daniel, 1989)

2.7 Value at risk

VaR merupakan salah satu jenis ukuran risiko yang populer digunakan, secara umum VaR didefinisikan sebagai nilai harapan kerugian maksimum (*maximum expected loss*) suatu nilai asset atau saham di suatu periode tertentu dengan tingkat kepercayaan tertentu (Gilli and Kellezi, 2006). VaR merupakan konsep perhitungan risiko yang dikembangkan dari konsep kurva normal, ada 2 jenis nilai VaR yakni VaR bernilai positif dan VaR bernilai negatif. VaR yang bernilai positif berarti perusahaan mendapatkan keuntungan dari kegiatan investasi saham, sedangkan VaR bernilai negatif menunjukkan bahwa perusahaan mengalami kerugian dalam berinvestasi. Besar keuntungan akan berbanding dengan risiko yang didapatkan (Chan & Wong, 2006).

Definisi 2.1 (Jorion, 2001). Misalkan $0 < \alpha < 1$ dan F merupakan fungsi distribusi dari variabel random X merupakan tingkat kerugian dari suatu investasi dalam periode tertentu. Nilai khusus dari $\alpha = 95\%$ dan $\alpha = 99\%$. Maka variabel random X pada kuantil α adalah:

$$VaR_\alpha(X) = F_x^{-1}(\alpha).$$

Secara matematis, VaR dengan tingkat kepercayaan α dinotasikan $\Phi(\alpha)$, dapat dinyatakan sebagai kuantil ke $1 - \alpha$ dari distribusi *return* jika di tulis $f(R)$ sebagai fungsi densitas dari R dan $F(R)$ sebagai fungsi distribusi kumulatif (cdf), sehingga secara sederhana dapat dinyatakan VaR dari R dengan tingkat kepercayaan α .

$$F(\Phi) = (1 - \alpha).$$

Bentuk invers dari fungsi tersebut untuk menghitung nilai VaR adalah

$$\Phi = F^{-1}(1 - \alpha).$$

Dalam hal ini, VaR merupakan bentuk invers dari fungsi distribusi kumulatif (cdf) (Jorion, 2001).

2.8 Pendekatan VaR dengan GPD

Metode POT mengaplikasikan teorema Pickands-Balkema dan De Haan yang menyatakan nilai untuk u yang besar, maka fungsi sebarannya akan mendekati GPD. Dengan demikian jika $F_u(y)$ mengikuti sebaran GPD, maka dari Persamaan (2.2) diperoleh:

$$F_u(y) \approx G_{\xi, \sigma}(y), \quad y \geq 0,$$

$$G_{\xi, \sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma}y\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & 0 \leq y < -\frac{\sigma}{\xi} & \text{jika } \xi < 0 \\ 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma}y\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & 0 \leq y < \infty & \text{jika } \xi > 0 \\ 1 - e^{-\left(\frac{y}{\sigma}\right)}, & 0 \leq y < \infty, & \text{jika } \xi = 0. \end{cases};$$

$$\begin{aligned} F(y + u) &= [1 - F(u)]F_u(y) + F(u), \\ &= [1 - F(u)]G_{\xi, \sigma}(y) + F(u). \end{aligned}$$

$$F(x) = [1 - F(u)]G_{\xi, \sigma}(x - u) + F(u), \quad x > u.$$

Misalkan n adalah jumlah observasi dan N_u merupakan jumlah observasi yang ada di atas *threshold* (u) menurut Embrechts (1997) taksiran empiris dari $F(u)$ adalah

$$F(u) = \frac{n - N_u}{n} = 1 - \frac{N_u}{n}. \quad (2.6)$$

Persamaan (2.6) merupakan sebaran empiris dan $\frac{N_u}{n}$ adalah proporsi dari banyaknya data ekstrem di atas *threshold* (u) sehingga nilai $F(x)$ dapat diperoleh (Gilli dan Kellezi, 2006):

$$\hat{F}(x) = \left[1 - \left(1 - \frac{N_u}{n}\right)\right] G_{\xi, \sigma}(y) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right).$$

Untuk $\xi \neq 0$

$$\hat{F}(x) = \left[1 - \left(1 - \frac{N_u}{n}\right)\right] G_{\xi, \sigma}(y) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right).$$

$$\hat{F}(x) = \left[1 - \left(1 - \frac{N_u}{n}\right)\right] \left(1 - \left(1 + \frac{\xi(x-u)}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}\right) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right).$$

$$= \frac{N_u}{n} \left(1 - \left(1 + \frac{\xi(x-u)}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}\right) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right).$$

$$= \frac{N_u}{n} - \frac{N_u}{n} \left(1 + \frac{\xi(x-u)}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}} + 1 - \frac{N_u}{n}.$$

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 + \frac{\xi(x-u)}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}.$$

Untuk $\xi = 0$

$$\hat{F}(x) = \left[1 - \left(1 - \frac{N_u}{n}\right)\right] G_{\xi, \sigma}(x-u) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right).$$

$$\hat{F}(x) = \left[1 - \left(1 - \frac{N_u}{n}\right)\right] \left(1 - e^{-\frac{(x-u)}{\sigma}}\right) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right).$$

$$= \frac{N_u}{n} \left(1 - e^{-\frac{(x-u)}{\sigma}}\right) + \left(1 - \frac{N_u}{n}\right).$$

$$= \frac{N_u}{n} - \frac{N_u}{n} \left(1 - e^{-\frac{(x-u)}{\sigma}}\right) + 1 - \frac{N_u}{n}.$$

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 - e^{-\frac{(x-u)}{\sigma}}\right), \text{ untuk } x > u.$$

Perhitungan VaR dengan GPD yaitu dengan mendapatkan fungsi invers dari fungsi sebaran kumulatif. Sehingga dapat diperoleh nilai VaR dengan pendekatan GPD.

$$VaR_a(X) = \pi_a.$$

$$F_x^{-1}(a) = \pi_a.$$

$$F_x(\pi_a) = a.$$

$$a = 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 + \frac{\xi(\pi_a - u)}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}.$$

$$1 - a = \frac{N_u}{n} \left(1 + \frac{\xi(\pi_a - u)}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}.$$

$$\frac{n(1-a)}{N_u} = \left(1 + \frac{\xi(\pi_a - u)}{\sigma}\right)^{\frac{-1}{\xi}}.$$

$$\sigma \left(\frac{n(1-a)}{N_u}\right)^{-\xi} = \sigma + \xi(\pi_a - u).$$

$$\begin{aligned}
\sigma \left(\frac{n(1-a)}{N_u} \right)^{-\xi} &= \sigma + \xi \pi_a - \xi u. \\
\xi \pi_a &= \xi u + \sigma \left(\frac{n(1-a)}{N_u} \right)^{-\xi} - \sigma \\
\pi_a &= u + \frac{\sigma}{\xi} \left(\frac{n(1-a)}{N_u} \right)^{-\xi} - \frac{\sigma}{\xi} \\
\pi_a &= u + \frac{\sigma}{\xi} \left(\left(\frac{n(1-a)}{N_u} \right)^{-\xi} - 1 \right). \\
VaR_{\alpha(GPD)}(X) &= u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[\left[\frac{n}{N_u} (1-\alpha) \right]^{-\hat{\xi}} - 1 \right]. \tag{2.7}
\end{aligned}$$

dengan

u : *Threshold*,

N : Jumlah observasi,

N_u : jumlah observasi yang berada di atas u ,

$\hat{\xi}$: Parameter *Shape*,

$\hat{\sigma}$: Parameter *Scale*.

2.9 Tail Value at Risk

Ukuran risiko merupakan pemetaan (*mapping*) peubah acak yang mempresentasikan kerugian yang berhubungan dengan risiko ke garis real (*real line*) atau himpunan semua bilangan real. Ukuran risiko memberikan angka tunggal yang digunakan untuk mengkuantifikasi tampilan risiko (*risk exposure*). Ukuran risiko ini biasanya dinyatakan oleh fungsi $\rho(X)$. Fungsi $\rho(X)$ dapat dianggap sebagai jumlah asset yang diperlukan untuk melakukan proteksi terhadap hal-hal yang tidak diinginkan (*adverse outcomes*) dari risiko X . Sifat yang paling penting dalam ukuran risiko adalah sifat koherans (Klugman dkk., 2012).

Definisi 2.2 (Klugmen dkk, 2012). *Ukuran risiko koherans (coherent risk measure) merupakan suatu ukuran risiko $\rho(X)$ yang memiliki 4 sifat untuk sebarang dua peubah acak kerugian X dan Y .*

1. Subaditivitas (Subadditivity): $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$;
2. Kemonotonan (*Monoconity*): jika $X \leq Y$ untuk semua *outcomes* yang mungkin. maka $\rho(X) \leq \rho(Y)$;

3. Homogenitas positif (*positive homogeneity*): untuk sebarang konstanta $c, \rho(cX) = c\rho(X)$;
4. Translasi invarians (*translatios invariance*): untuk sebarang konstanta $c, \rho(X + c) = \rho(X) + c$.

Ukuran risiko VaR bukan merupakan ukuran risiko yang koherans. Oleh karena itu TVaR sebagai alternatif ukuran risiko yang lain yang lebih baik dari pada VaR. TVaR dapat dimaknai sebagai rata-rata besarnya nilai kerugian yang akan ditanggung, apabila terjadi kerugian yang melebihi VaR.

Definisi 2.3. (Klugmen dkk, 2012) Misalkan X adalah peubah acak yang menyatakan peubah acak kerugian. TVaR dari X pada tingkat sekuritas $100\alpha\%$, dinyatakan sebagai $TVaR_\alpha(X)$ adalah nilai harapan kerugian diketahui bahwa kerugian melebihi persentil atau kuantil 100α dari distribusi X .

Formula $TVaR_\alpha(X)$ dapat ditulis pada Persamaan (2.11):

$$TVaR_\alpha(X) = E(X|X > \pi_\alpha) = \frac{\int_{\pi_\alpha}^{\infty} x f(x) dx}{1 - F(\pi_\alpha)}. \quad (2.8)$$

Dalam bentuk lain $TVaR_\alpha(X)$ dapat di formulasikan:

$$TVaR_\alpha(X) = E(X|X > \pi_\alpha) = \frac{\int_{\alpha}^1 VaR_u(X) du}{1 - \alpha}. \quad (2.9)$$

TVaR dapat dilihat rata-rata semua nilai VaR di atas tingkat sekuritas $100\alpha\%$, yang berarti TVaR memiliki ekor distribusi yang lebih banyak dari pada VaR. Dalam bentuk yang lain $TVaR_\alpha(X)$ juga dapat diformulasikan:

$$\begin{aligned} TVaR_\alpha(X) &= E(X|X > VaR_\alpha(X)) \\ &= VaR_\alpha(X) + \frac{1}{1-\alpha} E[(X - VaR_\alpha(X))]. \end{aligned}$$

2.10 Pendekatan TVaR dengan GPD

VaR dengan pendekatan GPD telah diketahui sebelumnya pada Persamaan (2.7) sehingga nilai TVaR dengan pendekatan GPD dapat diperoleh berdasarkan Persamaan (2.9).

$$\begin{aligned}
TVaR_{\alpha}(X) &= \frac{\int_{\alpha}^1 VaR_p(X) dp}{1 - \alpha} \\
TVaR_{\alpha(GPD)}(X) &= \frac{1}{1 - \alpha} \int_{\alpha}^1 \left(u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n(1-p)}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \right) dp \\
&= \frac{1}{1 - \alpha} \left(\int_{\alpha}^1 u dp \right. \\
&\quad \left. + \int_{\alpha}^1 \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\frac{n}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} (1-p)^{-\hat{\xi}} dp - \int_{\alpha}^1 \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} dp \right) \\
&= \frac{1}{1 - \alpha} \left(\int_{\alpha}^1 u dp \right. \\
&\quad \left. + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\frac{n}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} \int_{\alpha}^1 (1-p)^{-\hat{\xi}} dp - \int_{\alpha}^1 \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} dp \right) \\
&= \frac{1}{1 - \alpha} \left(up + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\frac{n}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} \left(\frac{1}{\hat{\xi} - 1} (1-p)^{-\hat{\xi}+1} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} p \right) \Big|_{\alpha}^1 \right) \\
&= \frac{u(1 - \alpha)}{1 - \alpha} - \left(\frac{1}{1 - \alpha} \right) \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\frac{n}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} \frac{(1 - \alpha)^{-\hat{\xi}+1}}{\hat{\xi} - 1} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \frac{(1 - \alpha)}{(1 - \alpha)} \\
&= u - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\frac{n}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} \frac{(1 - \alpha)^{-\hat{\xi}} (1 - \alpha)}{(\hat{\xi} - 1)(1 - \alpha)} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \\
&= u - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\frac{n}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} \frac{(1 - \alpha)^{-\hat{\xi}}}{(\hat{\xi} - 1)} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \\
&= u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n(1 - \alpha)}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} \frac{1}{(1 - \hat{\xi})} - 1 \right) \\
TVaR_{\alpha(GPD)}(X) &= u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n(1 - \alpha)}{N_u} \right)^{-\hat{\xi}} \frac{1}{(1 - \hat{\xi})} - 1 \right). \tag{2.10}
\end{aligned}$$

dengan:

u : *Threshold*,

N : Jumlah observasi,

N_u : jumlah observasi yang berada di atas u ,

$\hat{\xi}$: *Parameter Shape*,

$\hat{\sigma}$: *Parameter Scale*.

2.11 Adjusted TVaR

Misalkan X adalah risiko acak tunggal. Model TVaR dapat dipandang dengan nilai rata-rata kerugian dari risiko acak X yang nilainya lebih besar dari VaR. oleh karena itu TVaR sangat bergantung pada distribusi risiko acak yang nilainya lebih

besar dari VaR. Apabila pada ekor distribusi risiko acak yang sangat tinggi (pencilan), dari nilai TVaR yang diperoleh menjadi bias dan kurang akurat, hal ini yang menjadi kelemahan utama dari model TVaR. Sehingga untuk memperbaiki kelemahan dari TVaR maka (Jadhav dkk., 2013) memperkenalkan model ukuran risiko Adj-TVaR yang merupakan modifikasi dari model TVaR. Model Adj-TVaR diharapkan mampu menghilangkan efek ketidakakuratan estimasi TVaR yang disebabkan oleh adanya nilai pencilan pada ekor distribusinya

Definisi 2.4 (Jadhav dkk., 2013). Untuk suatu $\alpha \in (0,1)$ dan konstanta $c \in [0,0.1]$, $Adj - TVaR_{(a,c)}(X)$ didefinisikan sebagai nilai rata-rata kerugian yang berada diantara nilai $VaR_{\alpha}(X)$ dan $VaR_{\alpha+(1-\alpha)^{1+c}}(X)$.

$$Adj - TVaR_{(a,c)}(X) = E[X | VaR_{\alpha}(X) \leq X \leq VaR_{\alpha+(1-\alpha)^{1+c}}(X)]. \quad (2.11)$$

Pada Persamaan (2.11) misalkan $VaR_{\alpha}(X) = a$, dan $VaR_{\alpha+(1-\alpha)^{1+c}}(X) = b$, diperoleh:

$$\begin{aligned} Adj - TVaR_{(a,c)}(X) &= \frac{1}{P(a \leq X \leq b)} \int_a^b x f_X(x) dx \\ &= \frac{1}{F_X(b) - F_X(a)} \int_a^b x f_X(x) dx \\ &= \frac{1}{(1-\alpha)^{1+c}} \int_a^b x f_X(x) dx. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dengan mensubstitusi $F_X(x) = \mu$, $x = F_X^{-1}(\mu)$, dan $f(x)dx = d\mu$, pada Persamaan (2.12) diperoleh

$$Adj - TVaR_{(a,c)}(X) = \frac{1}{(1-\alpha)^{1+c}} \int_a^{\alpha+(1-\alpha)^{1+c}} F_X^{-1}(\mu) d\mu. \quad (2.13)$$

2.12 Return

Return disebut sebagai pendapatan yang dinyatakan dengan presentasi dari modal awal investasi. Pendapatan investasi dalam saham merupakan suatu keuntungan yang diperoleh dari jual beli saham, apabila untung disebut dengan *capital gain* dan apabila rugi maka disebut *capital loss*. *Return* disebut sebagai tingkat pengembalian berupa imbalan yang diperoleh dari hasil jual beli saham (Samsul, 2006).

Return saham dibedakan menjadi dua yakni *realized return* dan *expected return*. *Realized return* disebut *return* yang dihitung berdasarkan data historis sedangkan *expected realized* yakni besarnya nilai *return* yang diharapkan. Sehingga semakin besar *return* yang diharapkan maka tingkat risiko

yang akan didapatkan juga akan semakin besar. Nilai *return* saham dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2.14) (Franke dkk., 2015).

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}. \quad (2.14)$$

dengan:

R_t : Nilai *return* pada waktu ke-t

P_t : Harga saham pada waktu ke-t

P_{t-1} : Harga saham pada waktu ke-(t-1)