

**PERAMALAN CURAH HUJAN EKSTREM DI KOTA MAKASSAR  
MENGUNAKAN MAXIMUM PAIRWISE LIKELIHOOD ESTIMATION  
DENGAN PENDEKATAN COPULA GAUSSIAN**

**VINAYA RIFQI ANANDARI**

**H051191061**



**STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA  
MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**2024**

**Optimization Software:**  
[www.balesio.com](http://www.balesio.com)

**PERAMALAN CURAH HUJAN EKSTREM DI KOTA MAKASSAR  
MENGUNAKAN MAXIMUM PAIRWISE LIKELIHOOD ESTIMATION  
DENGAN PENDEKATAN COPULA GAUSSIAN**

VINAYA RIFQI ANANDARI  
H051191061

Skripsi

Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Statistika

Program Studi Statistika

pada

**PROGRAM STUDI STATISTIKA  
DEPARTEMEN STATISTIKA  
MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2024**



Optimization Software:  
[www.balesio.com](http://www.balesio.com)

**SKRIPSI**  
**PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI**  
**PERAMALAN CURVA EKSTREM DI KOTA MAKASSAR**  
**MENGUNAKAN MAXIMUM PAIRWISE LIKELIHOOD ESTIMATION**  
**DENGAN PENDEKATAN COPULA GAUSSIAN**

Dengan ini saya PHQ\DWNDQ EDKZD VPeramban Curva Ekstrem di Kota Makassar Menggunakan Maximum Pairwise Likelihood Estimation dengan Pendekatan Copula Gaussian DGDODK EHQDU NDU\DV\DGHQJ pembimbing Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si dan Dra. Nasrah Sirajang, M.Si. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana Statistika pada 8 Agustus 2024  
 Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dan karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

pada


Program Studi Statistika  
 Departemen Statistika  
 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
 Universitas Hasanuddin  
 Makassar

Pembimbing Utama



Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.  
 NIP. 197504292000032001

Pembimbing Pertama  
 Makassar, 8 Agustus 2024



Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.  
 NIP. 197504292000032002

**NIM H051191061**



Optimization Software:  
[www.balesio.com](http://www.balesio.com)



**PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI  
DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA**

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul "Peramalan Curah Hujan Ekstrem di Kota Makassar Menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood Estimation* dengan Pendekatan Copula Gaussian" adalah benar karya saya dengan arahan dari pembimbing Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si dan Dra. Nasrah Sirajang, M.Si. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

**Makassar, 8 Agustus 2024**



**Vinava Rifqi Anandari**

**NIM H051191061**



## UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* atas segala limpahan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa Sallam* beserta keluarga dan para sahabatnya. *Alhamdulillahirobbil'alamin*, berkat nikmat kemudahan dan pertolongan yang diberikan oleh Allah *Subhanahu Wa Ta'ala*, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Peramalan Curah Hujan Ekstrem di Kota Makassar Menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood Estimation* dengan Pendekatan Copula Gaussian**". Penulis mengucapkan terima kasih kepada **Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Departemen Statistika Universitas Hasanuddin. Penulis juga mengucapkan banyak terima kasih kepada **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.** selaku Pembimbing Utama penulis dan **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.** selaku Pembimbing Pertama sekaligus Penasihat Akademik penulis. Tidak lupa juga penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada **Bapak Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.** dan **Ibu Sitti Sahrinan, S.Si., M.Si.** selaku Penguji penulis.

Penulis menyadari bahwa dalam penyelesaian skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan dorongan dari berbagai pihak yang senantiasa turut membantu dalam bentuk moril maupun materil sehingga dengan segala keterbatasan kemampuan dan pengetahuan, penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada Ayahanda **Aryantho** dan Ibunda **Ana Dwi Rahyani** yang telah memberikan dukungan penuh, pengorbanan luar biasa, limpahan cinta dan kasih sayang, kesabaran hati, serta dengan ikhlas telah menemani setiap langkah penulis dengan doa dan restu mulianya. Ucapan terima kasih juga penulis haturkan kepada kakak tersayang penulis **Ristra Aprillia Utami** dan **Nata Prawira** dan adik-adik tersayang penulis **Asaria Citra Dewi** dan **Catur Putri Ramadhani** yang senantiasa memberikan semangat, dukungan moril dan doa terbaiknya untuk penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini, serta kepada keluarga besar penulis, terima kasih atas doa dan dukungannya selama ini.

Akhirnya, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada sahabat tersayang penulis (**Nur Aisyah** dan **Fatimah Utami**). Terima kasih atas segala dukungan dan kebaikannya kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan masa penyusunan tugas akhir dengan baik. Teman-teman seperjuangan di Statistika 2019 (**Alya Safira Irtiqa Miolo**, **Amalia Mentari Djalumang**, **Diah Lestari**, **Fadhila Febriyanti Najamuddin**, **Muh. Iskandar Zulkarnain**, **Muhammad Yusran**, **Seli Lisnayati**, **M. Fauzan**, dan **Wahyu Dwi Rahmawati**). Terima kasih atas bantuan dan dukungannya selama ini.

Makassar, 8 Agustus 2024

Vinaya Rifqi Anandari



Optimization Software:  
[www.balesio.com](http://www.balesio.com)

## ABSTRAK

Vinaya Rifqi Anandari. **Peramalan Curah Hujan Ekstrem di Kota Makassar Menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood Estimation* dengan Pendekatan Copula Gaussian** (dibimbing oleh Erna Tri Herdiani dan Nasrah Sirajang).

**Latar Belakang.** *Extreme Value Theory* merupakan metode statistika yang dikembangkan untuk mengidentifikasi kejadian ekstrem, salah satunya curah hujan. Pengamatan curah hujan dilakukan di beberapa lokasi sehingga data curah hujan termasuk data spasial, maka dikembangkan metode *Spatial Extreme Value* untuk menganalisisnya. Data yang telah diperoleh dilakukan estimasi parameter dengan menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood*. Hasil dari estimasi ini digunakan untuk meramalkan curah hujan pada periode selanjutnya. Penelitian ini diterapkan pada data curah hujan di Kota Makassar pada Maret 2018 sampai November 2022.

**Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk menaksir parameter copula gaussian pada data curah hujan menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood* dan memperoleh peramalan nilai maksimum pada curah hujan pada periode yang akan datang.

**Metode.** Penelitian dilakukan dengan tahapan, yaitu 1) Membuat blok periode waktu tiga bulan, 2) Menguji kesesuaian distribusi *Generalized Extreme Value* dengan uji Anderson Darling, 3) Memilih model *trend surface* terbaik dari semua kombinasi model melalui nilai AIC terkecil, 4) Melakukan estimasi untuk setiap parameter, 5) Meramalkan curah hujan untuk periode yang akan datang. **Hasil.** Pemilihan model terbaik yang dilakukan memperoleh model terbaik yaitu parameter lokasi ( $\hat{\mu}(j)$ ) bernilai  $2.3503 + 0.3595v(j)$ , parameter bentuk ( $\hat{\sigma}(j)$ ) bernilai  $0.9238 + 0.1036v(j)$ , dan parameter bentuk ( $\hat{\xi}(j)$ ) bernilai  $-0.1875$ . Dari model terbaik yang diperoleh, diketahui untuk parameter lokasi ( $\hat{\mu}$ ) dan skala ( $\hat{\sigma}$ ) tidak dipengaruhi oleh variabel longitude ( $u$ ). Estimasi parameter yang dilakukan juga diperoleh nilai parameter bentuk untuk shape ( $\hat{\xi}$ ) bernilai konstan. **Kesimpulan.** Ketiga pos hujan memiliki kegantungan spasial dengan nilai koefisien ekstermal pada ketiga pasang pos hujan berada pada rentang  $1.23 - 1.36$  atau mendekati 1. Kemudian dari peramalan yang dilakukan, diperoleh nilai MAPE untuk masing – masing pos hujan yaitu 0.3136%, 23.8170%, dan 4.6051%.

**Kata Kunci:** Copula Gaussian, Curah Hujan, *Extreme Value Theory*, *Maximum Pairwise Likelihood Estimation*, *Spatial Extreme Value*.





## ABSTRACT

Vinaya Rifqi Anandari. **Estimation of Gaussian Copula Parameters for Spatial Data Using Maximum Pairwise Likelihood Estimation (Case Study: Extreme Rainfall Modeling in Makassar)** (supervised by Erna Tri Herdiani and Nasrah Sirajang).

**Background.** Extreme Value Theory is a statistical method developed to identify extreme events, such as heavy rainfall. Rainfall observations are conducted at various locations, making the rainfall data spatial in nature. Therefore, Spatial Extreme Value methods are developed to analyze this data. The obtained data is parameterized using Maximum Pairwise Likelihood. The results of this estimation are used to forecast future rainfall levels. This study is applied to rainfall data in Makassar from March 2018 to November 2022. **Aim.** This research aims to estimate the parameters of a Gaussian copula for rainfall data using Maximum Pairwise Likelihood and to obtain forecasts of maximum rainfall values for future periods. **Method.** The research was conducted through the following steps: 1) Creating three-month period blocks, 2) Testing the goodness of fit of the Generalized Extreme Value distribution using the Anderson-Darling test, 3) Selecting the best trend surface model from all model combinations based on the smallest AIC value, 4) Estimating each parameter, and 5) Forecasting future rainfall levels. **Results.** The selection of the best model yielded the following optimal parameters: the location parameter ( $\hat{\mu}(j)$ ) was  $2.3503 + 0.3595v(j)$ , the shape parameter ( $\hat{\sigma}(j)$ ) was  $0.9238 + 0.1036v(j)$ , the shape parameter ( $\hat{\xi}(j)$ ) was  $-0.1875$ . From the best model obtained, it was found that the location parameter ( $\hat{\mu}$ ) and the scale parameter ( $\hat{\sigma}$ ) were not influenced by the longitude variable ( $u$ ). The estimated shape parameter ( $\hat{\xi}$ ) was constant. **Conclusion.** The three rainfall stations exhibit spatial dependence, with the extreme coefficient values for each of the three pairs of rainfall stations ranging from 1.23 to 1.36, which is close to 1. Furthermore, from the forecasts conducted, the MAPE values for each rainfall station are 0.3136%, 23.8170%, and 4.6051%, respectively.

**Keywords:** Extreme Value Theory, Gaussian Copula, Maximum Pairwise Likelihood Estimation, Spatial Extreme Value, Rainfall.



## DAFTAR ISTILAH

Istilah	Arti dan Penjelasan
<i>Block Maxima</i>	Metode yang digunakan untuk mengidentifikasi nilai ekstrem dengan mengelompokkan data berdasarkan periode tertentu dan mengambil nilai tertinggi dari setiap periode sebagai nilai ekstrem.
Blok	Data pengamatan yang dikelompokkan dalam periode tertentu.
Dependensi	Hubungan atau ketergantungan antara variabel-variabel di mana nilai satu variabel mempengaruhi atau bergantung pada nilai variabel yang lain.
Eliptik copula	Fungsi yang digunakan untuk menghubungkan distribusi marginal dari variabel acak dan distribusi gabungannya.
<i>Environment</i>	Berbagai faktor lingkungan yang mempengaruhi pola dan jumlah curah hujan di suatu area, seperti iklim, topografi, kelembaban, dan sebagainya.
<i>Heavy tail</i>	Distribusi probabilitas yang memiliki nilai ekstrem (sangat besar atau sangat kecil) dan ekor distribusi menurun lambat sehingga probabilitas nilai ekstrem lebih tinggi.
Latitude	Garis lintang yang mengukur jarak utara atau selatan dari khatulistiwa ( $0^\circ$ ). Latitude berkisar dari $90^\circ$ Utara (North Pole) hingga $90^\circ$ Selatan (South Pole).
Longitude	Garis bujur yang mengukur jarak timur atau barat dari meridian utama (Prime Meridian yang beradadi Greenwich, Inggris dengan $0^\circ$ longitude). Longitude berkisar dari $180^\circ$ Timur hingga $180^\circ$ Barat.
<i>Margin</i>	Distribusi atau probabilitas dari suatu variabel acak tanpa mempertimbangkan variabel lainnya. Data yang digunakan untuk menguji kinerja model yang telah dilatih dengan data <i>training</i> .





<b>Istilah</b>	<b>Arti dan Penjelasan</b>
<i>Training</i>	Kumpulan data yang digunakan untuk membangun atau melatih model.
Transformasi	Proses mengubah data ke dalam bentuk yang berbeda untuk membuatnya lebih cocok untuk analisis atau pemodelan
<i>Trend Surface</i>	Teknik untuk memodelkan dan menggambarkan pola umum dalam data spasial dengan membuat permukaan matematis yang mencerminkan tren atau perubahan yang ada dalam data tersebut.



## DAFTAR SINGKATAN DAN LAMBANG

LAMBANG/SINGKATAN	Arti dan Penjelasan
$x$	Nilai ekstrem yang diperoleh dari <i>block maxima</i>
$\mu$	Parameter lokasi
$\sigma$	Parameter skala ( <i>scale</i> )
$\xi$	Parameter bentuk ( <i>shape</i> )
$n$	Banyaknya observasi
$m$	Banyaknya lokasi
$t$	Periode waktu
$i$	Observasi pada masing – masing variabel
$j, k$	Indeks untuk lokasi
$z(j)$	Proses <i>max-stable</i>
$\theta(h_{j,k})$	Nilai koefisien eksternal
$\Phi$	Fungsi distribusi kumulatif normal standar
$S_{j,k}$	Matriks kovarian dari variabel lokasi ke- $j$ dan ke- $k$
$h_{j,k}$	Vektor jarak antara lokasi $j$ dengan $k$
$u_{ij}$	Hasil transformasi copula
$F_{X_j}$	FDK dari distribusi <i>Generalized Extrem Value</i>
$x_{ij}$	Data observasi ke- $i$ pos hujan ke- $j$
$\rho$	Fungsi korelasi
$\Gamma$	Fungsi gamma
$K_{(c_0+c)}$	Fungsi Bessel dengan derajat $(c_0 + c)$
$(c_0 + c)$	Parameter <i>sill</i>
$a$	Parameter <i>range</i>
AIC	Akaike Information Criterion
$\ell_P(\hat{\beta})$	Fungsi <i>ln pairwise likelihood</i>
$q$	Banyaknya parameter yang ditaksir
$Z_P(j)$	Peramalan curah hujan
	Parameter lokasi
	Parameter skala ( <i>scale</i> )
	Parameter bentuk ( <i>shape</i> )
	Jumlah peramalan pada periode ke- $t$
	Data aktual pada periode ke- $t$



LAMBANG/SINGKATAN	Arti dan Penjelasan
MAPE	<i>Mean Absolute Percentage Error</i>
EVT	<i>Extreme Value Theory</i>
GEV	<i>Generalized Extreme Value</i>
FDK	Fungsi Distribusi Kumulatif
pdf	<i>Probability Distribution Function</i>
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimation</i>
MPLE	<i>Maximum Pairwise Likelihood Estimation</i>
DJF	Desember Januari Februari
MAM	Maret April Mei
JJA	Juni Juli Agustus
SON	September Oktober November



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PENGANTAR .....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI .....	iv
UCAPAN TERIMA KASIH.....	v
ABSTRAK .....	vi
ABSTRACT .....	vii
DAFTAR ISTILAH .....	viii
DAFTAR SINGKATAN DAN LAMBANG .....	x
DAFTAR ISI.....	xii
DAFTAR TABEL .....	xiv
DAFTAR GAMBAR .....	xv
DAFTAR LAMPIRAN .....	xvi
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Batasan Masalah.....	2
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
1.5 Teori.....	3
1.5.1 <i>Extreme Value Theory</i> .....	3
1.5.2 Pengujian Kesesuaian Distribusi.....	6
1.5.3 <i>Spatial Extreme Value</i> .....	7
1.5.4 <i>Max-Stable Process</i> .....	8
1.5.5 Koefisien Eksternal .....	9
1.5.6 Copula.....	9
1.5.7 <i>Maximum Pairwise Likelihood Estimation</i> .....	11
1.5.8 Pemilihan Model Terbaik.....	11
1.5.9 Peramalan Curah Hujan.....	12
1.5.10 <i>Mean Absolute Percentage Error</i> .....	12
1.5.11 Curah Hujan.....	13
<b>BAB II METODE PENELITIAN.....</b>	<b>15</b>
2.1 Sumber Data .....	15
2.2 Metode Analisis.....	15
<b>BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>17</b>
3.1 Deskripsi Data Curah Hujan.....	17
Sampel dengan <i>Block Maxima</i> .....	18
Distribusi.....	19
Parameter <i>Generalized Extreme Value</i> Univariat .....	21
Analisis Curah Hujan Ekstrem .....	21
Parameter <i>Spatial Extreme Value</i> dengan Pendekatan Copula .....	22
Aplikasi Data Marginal <i>Generalized Extreme Value</i> ke Copula ..	22



3.6.2 Penentuan Kombinasi Model <i>Trend Surface</i> Terbaik Menggunakan Pendekatan Copula Gaussian .....	22
3.7 Estimasi Parameter Copula Gaussian.....	24
3.8 Peramalan Curah Hujan.....	24
<b>BAB IV PENUTUP</b> .....	<b>27</b>
4.1 Kesimpulan .....	27
4.2 Saran.....	27
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>28</b>
<b>LAMPIRAN</b> .....	<b>30</b>



## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 1</b> Skala Pengkategorian Nilai MAPE .....	13
<b>Tabel 2</b> Deskripsi Data Curah Hujan di Kota Makassar.....	17
<b>Tabel 3</b> Data Curah Hujan Hasil <i>Block Maxima</i> .....	19
<b>Tabel 4</b> Hasil Uji Anderson Darling.....	20
<b>Tabel 5</b> Hasil Estimasi Parameter Distribusi GEV .....	21
<b>Tabel 6</b> Hasil Analisis Dependensi Spasial .....	22
<b>Tabel 7</b> Hasil Kombinasi Model <i>Trend Surface</i> .....	23
<b>Tabel 8</b> Hasil Estimasi Parameter Parameter Copula Gaussian dengan Model <i>Trend Surface</i> .....	24
<b>Tabel 9</b> Peramalan Curah Hujan untuk Periode SON Tahun 2022 .....	25





## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 1</b> Ilustrasi Metode <i>Block Maxima</i> .....	4
<b>Gambar 2</b> Bentuk pdf Tipe Distribusi GEV .....	5
<b>Gambar 3</b> Ilustrasi Pengamatan Data Spasial .....	8
<b>Gambar 4</b> Peta Persebaran Pola Curah Hujan di Indonesia .....	14
<b>Gambar 5</b> Analisis Visual dengan Histogram .....	18
<b>Gambar 6</b> <i>Probability Plot</i> Pos Hujan Makassar, Barombong, Paotere.....	20



**DAFTAR LAMPIRAN**

<b>Lampiran 1.</b> Data Curah Hujan Ekstrem di Kota Makassar .....	31
<b>Lampiran 2.</b> Data Transformasi dari Distribusi GEV ke Margin Copula ( $u$ ) .....	33
<b>Lampiran 3.</b> <i>Output</i> Hasil Uji Anderson Darling .....	34
<b>Lampiran 4.</b> <i>Output</i> Hasil Estimasi Parameter Distribusi GEV.....	35
<b>Lampiran 5.</b> <i>Output</i> Hasil Analisis Dependensi Spasial .....	37
<b>Lampiran 6.</b> <i>Output</i> Hasil Estimasi Parameter Copula Gaussian.....	38



## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pemanasan global yang terus terjadi menyebabkan terjadinya perubahan pada pola iklim global maupun regional. Kenaikan suhu bumi tidak hanya berdampak pada naiknya temperatur bumi, tetapi juga mengubah sistem iklim yang mempengaruhi berbagai aspek pada perubahan alam dan kehidupan manusia. Perubahan pola iklim global ini dapat menyebabkan terjadinya kejadian ekstrem, seperti curah hujan ekstrem (Susilawati, 2021). Variasi curah hujan di Indonesia dipengaruhi oleh fenomena skala global, regional, dan lokal, dalam skala waktu yang beragam seperti monsun Asia dan Australia. Pengaruh faktor fisiografis wilayah Indonesia dan sekitarnya terhadap unsur-unsur iklim/cuaca telah menghasilkan tiga tipe curah hujan, yakni tipe ekuatorial, tipe monsun, dan tipe lokal (Tukidi, 2020).

Curah hujan ekstrem sering terjadi di Indonesia. Curah hujan yang tinggi di wilayah tropik pada umumnya dihasilkan dari proses konveksi dan pembentukan awan hujan panas. Pola curah hujan di Indonesia umumnya didominasi oleh monsun yang dicirikan dengan adanya perbedaan yang tegas antara musim hujan dan musim kemarau (Pabalik dkk, 2015). Sulawesi Selatan yang memiliki ibukota Makassar merupakan provinsi di Indonesia yang dipengaruhi oleh iklim tropis basah dengan rata-rata curah hujan 289 mm/tahun dan terletak di dekat laut serta di aliri banyak sungai (Hartono dan Sutikno, 2020). Curah hujan ekstrem di Makassar banyak terjadi di bulan Januari sampai Februari. Kota Makassar tergolong beriklim sedang hingga tropis dan memiliki pola hujan musonal, yaitu hujan minimum terjadi di bulan Juni-Juli-Agustus (JJA) dan hujan maksimum terjadi di bulan Desember-Januari-Februari (DJF) (Setiawan dkk, 2022).

Data curah hujan merupakan data spasial karena diamati pada beberapa lokasi. Menurut BMKG, curah hujan dikatakan ekstrem apabila mencapai lebih dari 100 mm/hari atau 500 mm/bulan. Metode yang dikembangkan untuk mempelajari kejadian ekstrem salah satunya yaitu *Extreme Value Theory*. Metode *Extreme Value Theory* dapat digunakan untuk mengidentifikasi adanya perubahan iklim dengan melihat perubahan distribusi antar periode waktu serta besar parameter distribusi *Extreme Value Theory*-nya. Penentuan nilai ekstrem berdasarkan metode *Extreme Value Theory* dapat diperoleh melalui dua pendekatan, yaitu pendekatan *Block Maxima* dan *Peak Over Threshold*.

Pendekatan *Block Maxima* merupakan suatu metode yang mengidentifikasi nilai ekstrem melalui nilai maksimum data pengamatan yang dikelompokkan pada suatu disebut sebagai blok. Pendekatan ini hanya menghasilkan satu nilai ekstrem pada setiap periode. Sedangkan pendekatan *Peak Over Threshold* merupakan metode untuk mengidentifikasi nilai ekstrem melalui data pengamatan yang melebihi suatu nilai ambang (*threshold*) tertentu. Pendekatan ini akan menghasilkan satu atau lebih nilai ekstrem pada periode



Curah hujan merupakan data spasial karena diukur di beberapa lokasi yang berbeda sehingga perlu digunakan metode *Spatial Extreme Value* untuk menganalisisnya. Ada dua metode pendekatan yang bisa digunakan dalam konsep spasial ekstrem, yaitu copula dan *max-stable*. Copula berasal dari bahasa latin yang berarti mengikat. Konsep copula pertama kali dipopulerkan pada tahun 1959 oleh seorang matematikawan bernama Abe Sklar yang teoremanya dikenal dengan nama Teorema Sklar. Copula memiliki beberapa keunggulan, diantaranya tidak memerlukan asumsi distribusi normal dan dapat menunjukkan adanya pola sebaran data pada ekor distribusi untuk setiap variabel (Hidayati dkk, 2015).

Keluarga copula yang umum dikenal ialah keluarga eliptik copula yang terdiri dari copula gaussian dan copula *t-student*. Sedangkan keluarga copula archimedean terdiri dari copula gumbel, copula clayton, dan copula frank. Untuk kasus *Spatial Extrem Value*, copula yang dapat digunakan yaitu eliptik copula karena keluarga eliptik copula ini mampu menggambarkan kekuatan ketergantungan antar pasangan variabel spasial. Copula gaussian merupakan pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini.

Beberapa penelitian terkait *Extreme Value Theory* dan copula diantaranya Fitrianti (2016) melakukan penelitian terhadap asuransi pertanian dengan mempertimbangkan faktor iklim yang menyebabkan resiko gagal panen. Data yang digunakan yaitu luas kerugian gagal panen (ha) sebagai variabel terikat dan data faktor iklim, yaitu curah hujan, kelembaban, lamanya penyinaran matahari, dan suhu sebagai variabel bebas. Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu *Generalized Linear Models* dan copula yang digunakan untuk menentukan premi murni. Kemudian Prayoga (2020) melakukan penelitian mengenai pemodelan kerugian bencana banjir akibat curah hujan ekstrem di Jawa Timur, Jawa Barat, dan Jawa Tengah.

Penelitian ini menggunakan metode *Extreme Value Theory* dan copula. *Extreme Value Theory* dalam penelitian ini digunakan untuk memodelkan curah hujan ekstrem, sedangkan copula digunakan untuk menggambarkan ketergantungan antar variabel curah hujan dan kerugian bencana banjir. Rumah rusak merupakan kerugian yang dimaksud dalam penelitian ini. Berdasarkan beberapa uraian di atas, maka pada penelitian ini dilakukan penaksiran parameter copula gaussian pada data spasial, yaitu curah hujan ekstrem di Kota Makassar yang diambil di tiga lokasi berbeda. Hasil dari penaksiran parameter ini kemudian digunakan untuk meramalkan curah hujan ekstrem di Kota Makassar. Penaksiran parameter dilakukan dengan menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood Estimation* dengan pendekatan Copula Gaussian.



2. Metode yang digunakan untuk mengidentifikasi nilai ekstrem adalah *Extreme Value Theory* dengan pendekatan *Block Maxima*.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menaksir parameter copula gaussian pada data spasial curah hujan ekstrem di Kota Makassar menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood Estimation*.
2. Memperoleh peramalan curah hujan ekstrem pada blok ke 19, yaitu periode September-Oktober-November 2022.

### 1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah menerapkan metode statistika untuk menjelaskan kejadian ekstrem yaitu curah hujan, sehingga dapat dijadikan referensi dan pengetahuan dalam mengidentifikasi kejadian ekstrem. Hasil penelitian ini juga diharapkan dapat dimanfaatkan oleh BMKG dalam pengembangan prediksi curah hujan ekstrem. Selain itu, dapat juga digunakan oleh Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN) maupun Departemen Pertanian sebagai acuan prakiraan cuaca ekstrem.

### 1.5 Teori

#### 1.5.1 *Extreme Value Theory*

*Extreme Value Theory* secara luas digunakan dalam upaya menaksir terjadinya nilai ekstrem secara finansial, asuransi, hidrologi, dan klimatologi. *Extreme Value Theory* merupakan salah satu ilmu statistika yang dapat meramalkan terjadinya kejadian ekstrem pada data berekor panjang (*heavy-tail*) dan mempelajari pola atau perilaku ekor (*tail*) dari distribusi tersebut untuk dapat menentukan probabilitas nilai-nilai ekstremnya. Ekor panjang yaitu ekor distribusi turun secara lambat apabila dibandingkan dengan distribusi normal (Rusgiyono dkk, 2015).

Selain pada bidang di atas, *Extreme Value Theory* biasanya juga diterapkan pada kejadian yang besar dalam peristiwa alam seperti curah hujan, banjir, dan polusi udara. *Extreme Value Theory* dapat digunakan untuk meramalkan terjadinya kejadian ekstrem pada data *heavytail* yang tidak dapat dilakukan dengan pendekatan standar (Amalia, 2017). Sebagian besar data iklim seperti curah hujan memiliki ekor distribusi yang panjang (*heavytail*). Dampaknya adalah peluang terjadinya nilai ekstrem akan lebih besar daripada distribusi normal. Tujuan metode ini adalah untuk menentukan estimasi peluang kejadian ekstrem dengan memperhatikan ekor fungsi distribusi berdasarkan nilai-nilai ekstrem yang diperoleh.

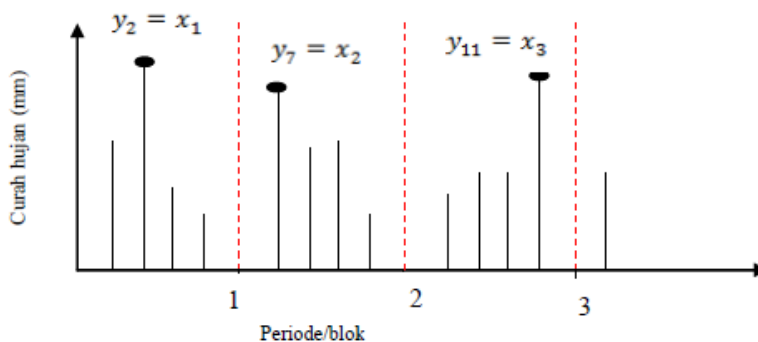
Kejadian ekstrem dengan *Extreme Value Theory* dapat dilakukan dengan metode *Block Maxima* dan metode *Peaks Over Threshold*. Pada metode *Block Maxima* dilakukan dengan mengambil nilai maksimum dalam satu blok sebagai blok, sedangkan pada metode *Peaks Over Threshold* dilakukan dengan mengambil nilai yang melewati ambang batas atau *threshold* (Rinaldi, 2016). Metode *Block Maxima* mengacu pada sebaran *Generalized Extreme Value*, sedangkan metode *Peaks Over Threshold* mengacu pada sebaran *Generalized*



*Pareto*. Pada penelitian kali ini, pendekatan yang digunakan untuk pemilihan data ekstrem yaitu dengan pendekatan *Block Maxima*.

### a. *Block Maxima*

*Block Maxima* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengidentifikasi nilai ekstrem. Metode ini mengidentifikasi nilai ekstrem berdasarkan nilai tertinggi dari data observasi yang dikelompokkan berdasarkan periode tertentu yang disebut blok. Dalam metode ini, data pengamatan dibagi menjadi blok-blok pada waktu periode tertentu, misalnya bulanan, triwulan, semester, tahunan, dan lain lain. Kemudian untuk setiap blok ditentukan nilai yang paling tinggi yang disebut sebagai nilai ekstrem untuk setiap blok. Nilai tertinggi ini dimasukkan ke dalam sampel karena nilai ini merupakan nilai ekstrem pada periode yang tertentu (Amalia, 2017).



**Gambar 1.** Ilustrasi Metode *Block Maxima*

Gambar 1 menunjukkan ilustrasi tentang pengambilan sampel dengan menggunakan metode *Block Maxima*. Pada ilustrasi di atas, data curah hujan dalam setahun dibagi menjadi 3 blok. Pada blok pertama berisi curah hujan pada bulan pertama sampai keempat, blok kedua curah hujan bulan kelima sampai kedelapan, dan blok ketiga curah hujan bulan kesembilan sampai kedua belas. Nilai maksimum dari setiap blok akan digunakan sebagai sampel ekstrem untuk masing-masing blok.

Pada Gambar 1, nilai observasi maksimum pada blok pertama adalah  $y_2$  sehingga  $y_2$  akan dijadikan sampel ekstrem untuk blok pertama dengan simbol sampel ekstrem blok pertama adalah  $x_1$ , sehingga  $y_2 = x_1$ . Untuk blok kedua nilai maksimum observasi adalah  $y_7$  sehingga  $y_7$  dijadikan sampel ekstrem untuk blok kedua dengan simbol sampel ekstrem blok kedua adalah  $x_2$ , sehingga  $y_7 = x_2$ . Sedangkan untuk blok ketiga, nilai maksimum observasi adalah  $y_{11}$ , sehingga  $y_{11}$  dijadikan sampel ekstrem untuk blok ketiga dengan simbol sampel ekstrem blok ketiga adalah  $x_3$ , sehingga  $y_{11} = x_3$ . Begitu juga pada bulan-bulan selanjutnya akan diambil sampel dengan cara yang sama.



### *Extreme Value*

*Extreme Value* (GEV) merupakan distribusi dari nilai ekstrem untuk pendekatan *Block Maxima*. Cooley, dkk (200) menyaranakan bahwa pendekatan *Block*



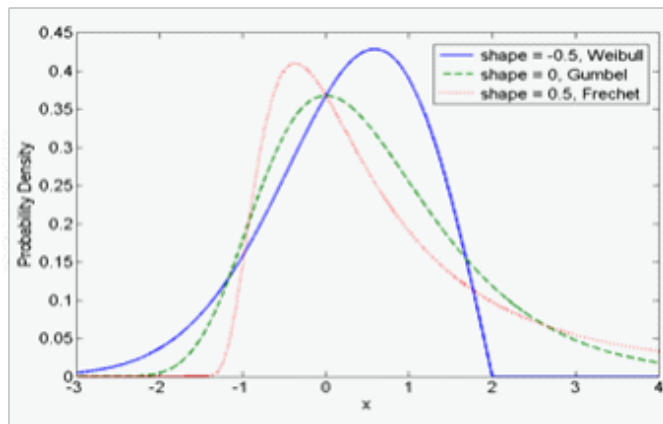
*Maxima* mengaplikasikan teorema Fisher dan Tippet (1928) yaitu data sampel nilai ekstrem yang diambil dari pendekatan *Block Maxima* akan mengikuti distribusi GEV. Menurut Mallor, dkk (2009), GEV memiliki Fungsi Distribusi Kumulatif (FDK) seperti Persamaan 1 berikut:

$$F(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \exp\left\{-\left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}}\right\}, & -\infty < x < \infty, \xi \neq 0, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0 \\ \exp\left\{-\exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right\}, & -\infty < x < \infty, \xi = 0, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Sedangkan untuk *Probability Distribution Function* (pdf) untuk distribusi *Generalized Extreme Value* adalah seperti dalam Persamaan 2 sebagai berikut:

$$f(x; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}} \exp\left\{-\left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}}\right\}, & \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left\{-\frac{x - \mu}{\sigma}\right\} \exp\left\{-\exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right\}, & \xi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

dengan  $1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) > 0$ ;  $-\infty < \mu < \infty$ ;  $\sigma > 0$ ;  $-\infty < \xi < \infty$ ;  $-\infty < x < \infty$



**Gambar 2.** Bentuk pdf Tipe Distribusi GEV

Gambar 2 menunjukkan bentuk pdf dari 3 tipe distribusi GEV yaitu distribusi *Gumbel* (tipe I), *Frechet* (tipe II), dan *Reversed Weibull* (tipe III). Pada distribusi *Gumbel*, kurva bersifat normal dan nilai  $\mu$  tepat berada di angka 60. Sedangkan untuk distribusi *Frechet* kurva distribusinya miring ke kanan dan nilai  $\mu$  berada di angka 40. Kemudian untuk distribusi *Reversed Weibull* kurva distribusinya miring ke kiri dan nilai  $\mu$  berada di angka 80. Perbedaan kurva distribusi ini karena pengaruh nilai  $\xi$ . Ketika nilai  $\xi > 0$ , maka nilai modulusnya bergeser ke arah kanan, sedangkan ketika nilai  $\xi < 0$ , maka nilai modulusnya bergeser ke arah kiri (Mallor dkk, 2009).



Optimization Software:  
[www.balesio.com](http://www.balesio.com)

### Estimasi Parameter Distribusi *Generalized Extreme Value*

Estimasi parameter distribusi GEV dapat dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood*. Estimasi maksimum *likelihood* adalah sebuah metode yang menggunakan fungsi *likelihood* untuk memperoleh penaksir parameter dengan

kemungkinan maksimum. *Maximum Likelihood Estimation* adalah metode estimasi parameter pada gugus data yang memiliki sebaran distribusi (Purba, 2020).

Secara umum, distribusi *Generalized Extreme Value* memiliki pdf seperti pada Persamaan (2), dan berdasarkan metode *Maximum Likelihood Estimation*, maka fungsi likelihood untuk *Generalized Extreme Value* dengan  $\xi \neq 0$  adalah seperti Persamaan (2) berikut:

$$L(\mu, \sigma, \xi | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \mu, \sigma, \xi) \quad (2)$$

$$L(\mu, \sigma, \xi) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \left\{ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right\}^{-\frac{1}{\xi} - 1} \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}$$

Kemudian memaksimalkan fungsi likelihood dengan cara membuat  $\ln$  pada Persamaan (2), sehingga menjadi seperti pada Persamaan (3) berikut:

$$\ln(L(\mu, \sigma, \xi)) = \ln \left( (\sigma)^{-n} \left[ \prod_{i=1}^n \left\{ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right\}^{-\frac{1}{\xi} - 1} \right] \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \right) \quad (3)$$

Selanjutnya fungsi  $\ln$  likelihood diturunkan terhadap  $\mu, \sigma, \xi$  kemudian disamakan dengan 0 seperti persamaan di bawah ini (Hatanti, 2016):

$$\frac{\partial \ln(L(\mu, \sigma, \xi))}{\partial \mu} = \left( \frac{1 + \xi}{\sigma} \right) \sum_{i=1}^n \left\{ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right\}^{-1} - \frac{1}{\sigma} - \sum_{i=1}^n \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-\frac{1}{\xi} - 1} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \ln(L(\mu, \sigma, \xi))}{\partial \mu} = \frac{n}{\sigma} + (1 + \xi) \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) \left\{ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right\}^{-1} - \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma^2} \right) \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-\frac{1}{\xi} - 1} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \ln(L(\mu, \sigma, \xi))}{\partial \mu} = -\frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left\{ 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right\} - \left( \frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-1} - \sum_{i=1}^n \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)^{\frac{1}{\xi}} \left[ \frac{1}{\xi^2} \sum_{i=1}^n \ln \left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right) - \frac{1}{\xi} \sum_{i=1}^n \frac{\left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)}{\left( 1 + \xi \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right)} \right] = 0 \quad (6)$$

Persamaan yang terbentuk memiliki bentuk tidak *closed form*, yaitu turunan pertama masih memuat parameter yang tidak tunggal sehingga diperlukan analisis numerik untuk mendapatkan estimasi dari nilai parameter yang dimaksud. Salah satu analisis numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan yang tidak *closed form* adalah metode *Newton Raphson*.

### 1.5.2 Pengujian Kesesuaian Distribusi

Uji kesesuaian distribusi bertujuan untuk mengidentifikasi apakah distribusi (pola) sebaran suatu data sesuai dengan pola sebaran teoritis. Dalam melakukan pengujian kesesuaian distribusi, dapat dilakukan dengan menggunakan uji Anderson Darling.

Uji Anderson Darling adalah suatu uji yang digunakan untuk mengetahui apakah distribusi tertentu atau tidak. Pengujian kecocokan distribusi *Generalized Extreme Value* terhadap data ekstrem dapat dilakukan menggunakan (Engmann & Cousineau, 2011). Berikut merupakan hipotesis pengujian Anderson Darling:



## 1) Uji Hipotesis

$H_0: F(x) = F^*(x)$  (Data mengikuti distribusi teoritis  $F^*(x)$ )

$H_1: F(x) \neq F^*(x)$  (Data tidak mengikuti distribusi teoritis  $F^*(x)$ )

## 2) Statistik Uji

$$AD = n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) (\ln(F^*(x_i))) + \ln(1 - (F^*(x_{n+1-i}))) \quad (7)$$

## 3) Daerah Kritis

Tolak  $H_0$  jika  $p - value < \alpha$  atau jika nilai  $AD_{hitung} > AD_{tabel}$

## 4) Kesimpulan

Kesimpulan diperoleh dengan cara membandingkan nilai  $AD_{hitung}$  dengan nilai  $AD_{tabel}$  atau bisa juga dengan membandingkan nilai  $p - value$  dengan tingkat signifikansi  $\alpha$ .

### 1.5.3 Spatial Extreme Value

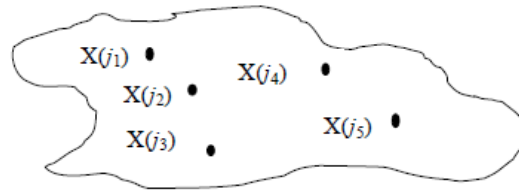
Pada metode *Extreme Value Theory*, seringkali pemodelan dilakukan secara univariat pada satu lokasi, khususnya pada *environment* di mana kejadian ekstrem seperti hujan lebat, badai, salju, gempa bumi terjadi di beberapa lokasi yang berdekatan. Untuk data curah hujan yang ekstrem, diukur berdasarkan lokasi sehingga pendekatan *Extreme Value Theory* saja tidak cukup. Oleh karena itu, diperlukan pemodelan *Spatial Extreme Value* untuk menduga curah hujan yang ekstrem. Salah satu metode yang bisa digunakan untuk melakukan pemodelan *Spatial Extreme Value* yaitu dengan menggunakan metode *Multivariate Extreme Value* (Amalia, 2017).

Data spasial merupakan data multivariat karena diamati pada beberapa lokasi yang berbeda. Oleh karena itu, pada data multivariat diperlukan asumsi tambahan yang harus dibuat agar data dapat bekerja pada model yang digunakan, seperti asumsi dependensi spasial. Pada kasus ini, data ekstrem yang diperoleh dari beberapa lokasi yang berbeda dipandang sebagai variabel multivariat atau berdistribusi multivariat. Misalnya  $M(j, t)$  adalah data kejadian ekstrem pada lokasi ke  $j$  dan periode waktu ke  $t$ , pada domain spasial  $D \subset R^2$ . Distribusi dari  $M(j, t)$  adalah seperti pada Persamaan (8) berikut:

$$M(j, t) \sim GEV(\mu(j, t), \sigma(j, t), \xi(j, t)) \quad (8)$$

Di mana  $\mu(j, t)$ ,  $\sigma(j, t)$ , dan  $\xi(j, t)$  merupakan parameter lokasi, skala, dan bentuk dari distribusi GEV di mana  $p = 1, 2, \dots, P$  dan  $i = 1, 2, \dots, I$ . Parameter distribusi GEV mengikuti *trend surface* yang memiliki bentuk persamaan model regresi berganda (*latitude*) dan bujur (*longitude*) sebagai variabel penjelas (Hakim, 2017). Kejadian pada suatu lokasi yang berdekatan memiliki kemiripan atau memiliki hubungan yang cukup erat daripada lokasi yang lebih jauh.





**Gambar 3.** Ilustrasi Pengamatan Data Spasial

Gambar 3 menunjukkan ilustrasi data spasial yang diamati pada 5 titik lokasi. Pengamatan pada titik yang berdekatan, misalnya pada  $X(j_1)$  dan  $X(j_2)$  atau  $X(j_2)$  dan  $X(j_3)$  memiliki dependensi spasial yang lebih besar dibandingkan pengamatan pada titik yang berjauhan. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk pemodelan *Spatial Extreme Value* adalah melalui *Multivariate Extreme Value*. Pada data multivariat, pendekatan yang sering digunakan adalah pendekatan copula dan *max-stable*.

#### 1.5.4 Max-Stable Process

Menurut Davison, dkk (2012), ada dua metode pendekatan yang bisa digunakan dalam konsep spasial ekstrem, yaitu *max-stable* dan copula. Perbedaan dari dua metode ini adalah pada saat memodelkan dan proses transformasinya. Untuk pemodelan dan estimasi menggunakan pendekatan copula, digunakan model copula *elliptical*, yaitu gaussian dan *student t*, sementara untuk pendekatan *max-stable* menggunakan model *schlater*, *smith*, dan *brown-resnick*.

Untuk proses transformasinya, kedua pendekatan ini menggunakan proses yang sama, yaitu *max-stable* karena proses *max-stable* membawa data ke distribusi frechet. Akan tetapi, proses transformasi copula menggunakan transformasi sifat pertama sedangkan proses *max-stable* menggunakan transformasi sifat kedua. Adapun kedua sifat transformasi tersebut adalah sebagai berikut:

1. Distribusi marginal satu dimensionalnya mengikuti distribusi *Generalized Extreme Value*

$X \sim GEV(\mu, \lambda, \xi)$  dengan fungsi distribusi sebagai berikut:

$$F(\mu, \sigma, \xi) = \exp \left[ - \left\{ 1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma} \right\}^{-\frac{1}{\xi}} \right], -\infty < \mu, \xi < \infty, \sigma > 0 \quad (9)$$

2. Distribusi marginal k-dimensionalnya mengikuti distribusi *multivariate extreme value*

$\{z(j)\}$  adalah proses *max-stable* yang memiliki margin frechet unit dengan fungsi distribusi berikut:

$$F(j) = \exp \left( -\frac{1}{z} \right), z > 0 \quad (10)$$



Proses ini dapat diperoleh dengan mentransformasikan data ke unit margin frechet menjadi persamaan berikut:

$$\{Z(j)\} = \left[ \left\{ 1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma} \right\}^{\frac{1}{\xi}} \right] \quad (11)$$

Dimana  $\mu(x), \xi(x), \sigma(x)$  adalah suatu fungsi kontinu. Proses  $z$  ini juga disebut proses *max-stable* (Padoan dkk, 2010).

### 1.5.5 Koefisien Eksternal

Dalam pemodelan nilai ekstrem menggunakan *max-stable process*, pengukuran dependensi spasial antarlokasi sangat diperlukan. Salah satu cara yang bisa digunakan untuk mengukur tingkat dependensi spasial yaitu dengan menggunakan koefisien eksternal. Koefisien eksternal mempresentasikan keterkaitan antarnilai ekstrem pada tiap pasang lokasi. Salah satu cara untuk mengetahui ukuran dependensi dari model *max-stable process* adalah melalui fungsi koefisien eksternal  $\theta(h)$  (Schlather & Tawn, 2003). Koefisien eksternal diperkenalkan oleh Smith yang didefinisikan pada Persamaan (12) berikut:

$$\theta(h_{j,k}) = 2\Phi \left( \frac{\sqrt{h_{j,k}^T S_{j,k}^{-1} h_{j,k}}}{2} \right) \quad (12)$$

Perhitungan jarak berdasarkan jarak *euclid* memiliki persamaan yaitu  $\sqrt{(lat_1 - lat_2)^2 + (lon_1 - lon_2)^2}$ . Kemudian, nilai dari  $\theta(h_{j,k})$  memiliki rentang antara  $1 < \theta(h_{j,k}) < 2$ . Artinya, semakin mendekati 1, maka mengindikasikan bahwa antar dua wilayah memiliki hubungan yang independen. Sedangkan apabila nilai  $\theta(h_{j,k})$  semakin mendekati 2, maka mengindikasikan bahwa antar dua wilayah memiliki hubungan yang independen (Davison dkk, 2012).

### 1.5.6 Copula

Copula adalah suatu fungsi yang menggabungkan beberapa distribusi marginal menjadi distribusi gabungan (Dharmawan, 2014). Kata copula berasal dari bahasa latin yang berarti mengikat. Konsep copula pertama kali dipopulerkan oleh seorang matematikawan Abe Sklar yang teoremanya sekarang dikenal dengan nama Teorema Sklar. Dalam teorema tersebut, copula digambarkan sebagai suatu fungsi yang menjaring berbagai bentuk distribusi marginal ke suatu bentuk distribusi gabungan.

Pada saat ini, copula telah diterapkan diberbagai bidang ilmu pengetahuan alam hidrologi dan ilmu kelautan. Copula terbagai menjadi dua macam *al* copula dan *archimedian* copula. Untuk kasus *Spatial Extreme* dapat digunakan yaitu *elliptical* copula. Sedangkan yang *optical* copula adalah copula gaussian dan *student's t-copula*



### a. Copula Gaussian

Copula gaussian merupakan copula yang sesuai untuk memberikan model dalam *spatial extreme*. Copula gaussian atau copula normal diperoleh dari transformasi variabel random ke distribusi normal standar. Dalam copula gaussian, untuk kasus *spatial extreme*, proses transformasinya menggunakan distribusi marginal *Generalized Extreme Value* dengan persamaan transformasi didefinisikan pada Persamaan (13) berikut:

$$u_j = F_{X_j}(x_{ij}) \quad (13)$$

Copula dari  $(X_1, X_2, \dots, X_m)$  didefinisikan sebagai fungsi distribusi kumulatif gabungan dari  $(U_1, U_2, \dots, U_m)$  dengan Persamaan (14) sebagai berikut:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_m) = \Pr[U_1 \leq u_1, U_2 \leq u_2, \dots, U_m \leq u_m] \quad (14)$$

Copula  $C$  berisi semua informasi tentang struktur ketergantungan antara komponen-komponen  $(X_1, X_2, \dots, X_m)$ , sedangkan fungsi distribusi kumulatif marginal  $F_i$  berisi semua informasi tentang distribusi marginak  $X_i$ . Kebalikan dari langkah ini dapat menghasilkan sampel acak dari distribusi probabilitas multivariat, yaitu sebagai berikut:

$$(X_1, X_2, \dots, X_m) = (F_1^{-1}(U_1), F_2^{-1}(U_2), \dots, F_m^{-1}(U_m)) \quad (15)$$

Kemudian rumus di atas dapat kembali lagi sebagai berikut:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_m) = \Pr[X_1 \leq F_1^{-1}(u_1), X_2 \leq F_2^{-1}(u_2), \dots, X_m \leq F_m^{-1}(u_m)] \quad (16)$$

Menurut Nelsen dan Flores (2005), jika fungsi marginal dari  $u_j$  kontinu, maka  $u_j$  adalah copula unik. FDK copula gaussian mengikuti Persamaan (17) di bawah ini:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_m) = \Phi(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2), \dots, \Phi^{-1}(u_m); \rho) \quad (17)$$

Fungsi korelasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah korelasi *whittle-mattern* yang dapat didefinisikan pada Persamaan (18) berikut (Davison dkk, 2012):

$$\rho(h) = \{2^{(c_0+c)^{-1}} \Gamma(c_0 + c)\}^{-1} \left(\frac{\|h\|}{a}\right)^{(c_0+c)} K_{(c_0+c)}\left(\frac{\|h\|}{a}\right) \quad (18)$$

Berdasarkan FDK copula gaussian di atas, maka dibentuk pdf copula gaussian yang didefinisikan pada Persamaan (19) berikut:

$$c(u_1, \dots, u_m) = \exp\left(\frac{1}{2}(\Phi^{-1}[u_1], \dots, \Phi^{-1}[u_m])^T \cdot (\rho(h))^{-1} \cdot (\Phi^{-1}[u_1], \dots, \Phi^{-1}[u_m])\right) \cdot |\rho(h)|^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

$\Phi$  adalah fungsi distribusi kumulatif multivariat dengan korelasi  $\rho$ ,  $\Phi^{-1}$  adalah invers FDK distribusi normal. Sehingga fungsi distribusi copula seperti Persamaan (20) berikut:

$$c(\mathbf{u}) = |\rho(h)|^{-\frac{1}{2}} \exp[\mathbf{u}^T \cdot \rho(h)^{-0.5} \cdot \mathbf{u}] \quad (20)$$

di mana  $h$  adalah jarak lokasi 1 dan lokasi 2,  $\mathbf{u}$  adalah transformasi copula, dan  $\rho(h)$



i.  
a Sklar, peluang bersama copula didefinisikan dengan perkalian marginal dengan fungsi FDK copula, sehingga fungsi peluang pada Persamaan (21) berikut (Scholzel & Friederichs, 2008):

$$f(x_1, \dots, x_m) = f_{x_1}(x_1) \cdot \dots \cdot f_{x_m}(x_m) \cdot c(u_1, \dots, u_m) \quad (21)$$



### 1.5.7 Maximum Pairwise Likelihood Estimation

Menurut Davidson (2012), estimasi parameter copula gaussian untuk spasial ekstrem dapat menggunakan *Maximum Pairwise Likelihood Estimation* (MPLE). MPLE adalah metode estimasi parameter yang menggunakan fungsi pairwise atau berpasangan dari dua variabel. Seperti halnya metode MLE, estimasi parameter menggunakan MPLE dilakukan dengan menurunkan satu kali fungsi  $\ln$  *likelihood* terhadap parameter yang diestimasi dan menyamakannya dengan vektor nol. Metode MPLE menggantikan fungsi  $(\ell(\beta))$  pada MLE dengan fungsi *pairwise likelihood*  $\ell_p(\beta)$  yang didefinisikan pada persamaan berikut:

$$\ell_p(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m \ln(f(u_{ji}, u_{ki}; \hat{\beta})) \quad (22)$$

$f(u_{ji}, u_{ki}; \hat{\beta})$  adalah distribusi bersama copula gaussian dengan parameter  $\beta$  dan  $i = 1, 2, \dots, n$  adalah observasi pada masing-masing variabel. Copula mentransformasikan variabel  $x$  ke unit margin copula  $u$  seperti definisi Persamaan (13). Estimasi parameter  $\beta_\mu, \beta_\alpha$ , dan  $\beta_\xi$  dapat diperoleh jika pembentukan fungsi

*likelihood* didasarkan pada  $f(u_\mu, u_{ki}; \hat{\beta})$  dengan  $\beta_\mu = \begin{bmatrix} \beta_{\mu,0} \\ \beta_{\mu,1} \\ \beta_{\mu,2} \end{bmatrix}$ ,  $\beta_\sigma = \begin{bmatrix} \beta_{\sigma,0} \\ \beta_{\sigma,1} \\ \beta_{\sigma,2} \end{bmatrix}$  dan  $\beta_\xi$ .

### 1.5.8 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dapat menggunakan beberapa kriteria. Salah satu cara untuk menentukan model terbaik yaitu menggunakan AIC (*Akaike Information Criterion*), di mana model terbaik dipilih dengan mempertimbangkan jumlah parameter dalam model. Semakin kecil nilai AIC, maka model semakin baik dan layak digunakan.

Kriteria pemilihan model memiliki peran penting dalam menentukan model yang terbaik. Pada beberapa konteks tertentu, memilih model yang sederhana lebih baik daripada memilih model yang kompleks. Menurut Ligas dan Banasick (2012), AIC didefinisikan dengan Persamaan (23) sebagai berikut:

$$AIC = 2\ell_p(\hat{\beta}) + 2q \quad (23)$$

di mana  $\ell_p(\hat{\beta})$  adalah fungsi *ln pairwise likelihood*, yang dapat didefinisikan pada Persamaan (24) berikut:

$$\ell_p(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m \ln(f(u_{ji}, u_{ki}; \hat{\beta})) \quad (24)$$

,  $j = 1, 2, \dots, m-1, k = 2, 3, \dots, m$  dan  $q$  adalah banyaknya sir.



Nilai dari AIC digunakan untuk menentukan model *trend surface* terbaik. Persamaan model *trend surface* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\mu}(j) &= \hat{\beta}_{\mu,0} + \hat{\beta}_{\mu,1} \text{longitude}(j) + \hat{\beta}_{\mu,2} \text{latitude}(j) \\ \hat{\sigma}(j) &= \hat{\beta}_{\sigma,0} + \hat{\beta}_{\sigma,1} \text{longitude}(j) + \hat{\beta}_{\sigma,2} \text{latitude}(j) \\ \hat{\xi}(j) &= \hat{\beta}_{\xi,0}\end{aligned}\quad (25)$$

Model *trend surface* parameter  $\hat{\mu}(j)$ ,  $\hat{\sigma}(j)$ , dan  $\hat{\xi}(j)$  adalah semua kombinasi model dengan komponen spasial garis lintang (*longitude*) dan bujur (*latitude*). Mulai dari model parameter hanya dengan satu variabel penjelas sampai model parameter dengan model kuadratik. Keseluruhan kombinasi model berlaku untuk semua parameter  $\hat{\mu}(j)$  dan  $\hat{\sigma}(j)$ , sedangkan untuk parameter  $\hat{\xi}(j)$  diasumsikan konstan (Hakim, 2016).

### 1.5.9 Peramalan Curah Hujan

Pada *spatial extreme*, hal yang menarik bukan hanya pada penaksiran parameter, akan tetapi juga dapat menentukan peramalan curah hujan di masa yang akan datang. Pada pemodelan *spatial extreme*, tidak cukup hanya dengan mengetahui dependensi spasialnya saja. Konsep peramalan curah hujan di masa yang akan datang biasanya digunakan untuk menyampaikan informasi tentang kemungkinan peristiwa langka seperti curah hujan yang ekstrem sehingga akan berdampak banjir (Hatanti, 2016).

Peramalan curah hujan pada lokasi ( $j$ ) tertentu disimbolkan dengan  $Z_p(j)$  dengan proses perhitungan peramalan curah hujan didefinisikan dalam Persamaan (26) di bawah ini (Gilli & Kellezi, 2006):

$$Z_p(j) = \hat{u}(j) - \frac{\hat{\sigma}(j)}{\hat{\xi}(j)} \left( 1 - \left( \ln \left( 1 - \frac{1}{T} \right)^{\hat{\xi}(j)} \right) \right) \quad (26)$$

### 1.5.10 Mean Absolute Percentage Error

Persentase kesalahan absolut rata-rata atau MAPE memberikan petunjuk seberapa besar kesalahan peramalan dibandingkan nilai sebenarnya. MAPE digunakan untuk mengukur ketepatan nilai dugaan model yang dinyatakan dalam bentuk rata-rata persentase absolut kesalahan dan lebih banyak digunakan data yang memiliki skala interval waktu berbeda (Robial, 2018). MAPE dihitung dengan menjumlahkan setiap kesalahan absolut pada tiap periode dengan mengurangi nilai aktual dengan nilai hasil peramalan dibagi dengan nilai aktual tersebut kemudian dipersentasakan (Murni, 2023).

Perhitungan MAPE untuk setiap variabel bisa ditentukan dengan persamaan di bawah ini:

$$MAPE = \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right| \quad (27)$$



Skala pengkategorian nilai MAPE yang digunakan pada penelitian dijelaskan pada Tabel (1) di bawah ini:

**Tabel 1.** Skala Pengkategorian Nilai MAPE

MAPE	Hasil Peramalan
<10%	Sangat Baik
10-20%	Baik
20-50%	Layak/Cukup
>50%	Buruk

### 1.5.11 Curah Hujan

Curah hujan dapat diartikan sebagai ketinggian air yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, tidak meresap, dan tidak mengalir. Untuk mengukur curah hujan, digunakan alat yang disebut *observarium* dan umumnya dinyatakan dalam milimeter. Curah hujan satu milimeter artinya pada luasan satu meter persegi dalam tempat yang datar tertampung air setinggi satu milimeter atau tertampung air sebanyak satu liter. Sifat curah hujan adalah perbandingan antara jumlah curah hujan selama rentang waktu yang ditetapkan. Sifat curah hujan dibagi menjadi tiga kategori, antara lain:

1. Di atas normal (AN), terjadi jika nilai curah hujan lebih dari 115% terhadap rata-ratanya.
2. Normal (N), terjadi jika nilai curah hujan antara 85% sampai 115% terhadap rata-ratanya.
3. Di bawah normal (BN), terjadi jika curah hujan kurang dari 85%

Selain itu curah hujan juga dibedakan menjadi tiga jika ditinjau besarnya intensitasnya yang meliputi:

1. Curah hujan rendah (150-200 mm/bulan)
2. Curah hujan sedang (200-250 mm/bulan)
3. Curah hujan tinggi (250-300 mm/bulan)

Menurut BMKG, berdasarkan distribusi data rata-rata curah hujan bulanan, curah hujan di Indonesia dibedakan menjadi tiga tipe, yaitu:

1. Tipe Ekuatorial

Pola ekuatorial dicirikan oleh tipe curah hujan dengan bentuk bimodal (dua puncak musim hujan) yang biasanya terjadi sekitar bulan Maret dan Oktober atau pada saat terjadi ekuinoks, yaitu waktu atau peristiwa matahari berada dalam bidang ekuator. Peristiwa ini terjadi dua kali dalam setahun. Di Indonesia, mengikuti pola ini terjadi di sebagian besar wilayah Sumatra dan

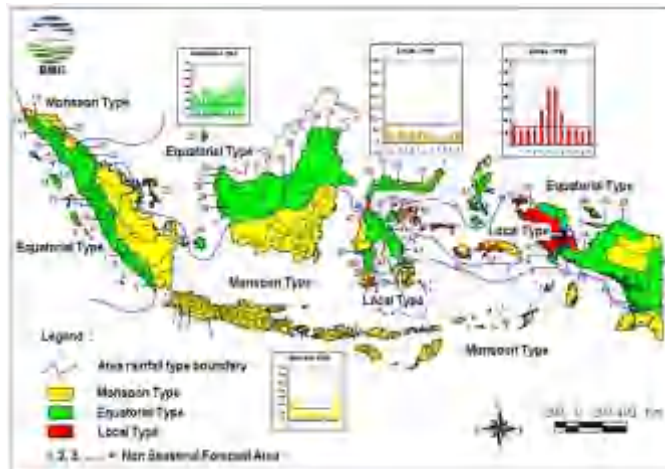


seperti di ujung Pulau Sumatra bagian selatan, Jawa, Bali, Nusa Tenggara dan Maluku Selatan.

### 3. Tipe Lokal

Curah hujan dipengaruhi oleh kondisi lingkungan setempat, yakni adanya perairan sebagai sumber penguapan dan pegunungan sebagai daerah tangkapan hujan. Pola curah hujan lokal memiliki distribusi hujan bulanan kebalikan dengan pola monsoon, dicirikan oleh bentuk pola hujan unimodal (satu puncak hujan), tetapi bentuknya berlawanan dengan tipe hujan monsun.

Curah hujan dengan intensitas lebih dari 50 milimeter per hari menjadi parameter terjadinya hujan dengan intensitas lebat, sedangkan curah hujan ekstrem memiliki curah hujan lebih dari 100 milimeter per hari. (BMKG, 2020).



**Gambar 4.** Peta Persebaran Pola Curah Hujan di Indonesia

