

**PEMODELAN REGRESI NONPARAMETRIK
BIRESPON *BOOTSTRAP* AGGREGATING
MULTIVARIATE ADAPTIVE REGRESSION SPLINES
PADA TINGKAT KESEJAHTERAAN PENDUDUK**

SKRIPSI



INDA MUTMAINNA

H051191048

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

FEBRUARI 2024



**PEMODELAN REGRESI NONPARAMETRIK
BIRESPON *BOOTSTRAP* AGGREGATING
MULTIVARIATE ADAPTIVE REGRESSION SPLINES
PADA TINGKAT KESEJAHTERAAN PENDUDUK**

SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

INDA MUTMAINNA

H051191048

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

FEBRUARI 2024



LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

**PEMODELAN REGRESI NONPARAMETRIK BIRESPON *BOOTSTRAP*
AGGREGATING MULTIVARIATE ADAPTIVE REGRESSION SPLINES
PADA TINGKAT KESEJAHTERAAN PENDUDUK**

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun

Makassar, 13 Februari 2024



Inda Mutmainna
NIM H051191048

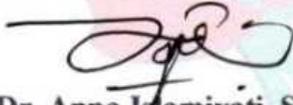


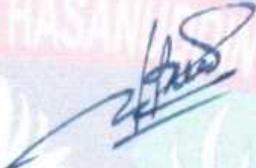
**PEMODELAN REGRESI NONPARAMETRIK
BIRESPON *BOOTSTRAP* AGGREGATING
MULTIVARIATE ADAPTIVE REGRESSION SPLINES
PADA TINGKAT KESEJAHTERAAN PENDUDUK**

Disetujui Oleh:

Pembimbing Utama

Pembimbing Pertama


Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.
NIP. 197708082005012002


Drs. Raupong, M.Si.
NIP. 196210151988101001

Ketua Program Studi


Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.
NIP. 197708082005012002

Pada 13 Februari 2024



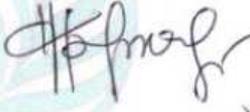
HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh :

Nama : Inda Mutmainna
NIM : H051191048
Program Studi : Statistika
Judul Skripsi : *Pemodelan Regresi Nonparametrik Birespon Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines*
Pada Tingkat Kesejahteraan Penduduk

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

UNIVERSITAS HASANUDDIN
DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si. 
2. Sekretaris : Drs. Raupong, M.Si. 
3. Anggota : Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. 
4. Anggota : Prof. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si. 

Ditetapkan di : Makassar

: 13 Februari 2024



KATA PENGANTAR

Alhamdulillah Puji syukur Penulis panjatkan kepada Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* atas segala limpahan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa Sallam* beserta keluarga dan para sahabatnya. *Alhamdulillahirobbil'alamin*, berkat nikmat kemudahan dan pertolongan yang diberikan oleh Allah *Subhanahu Wa Ta'ala*, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Pemodelan Regresi Nonparametrik Birespon *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* Pada Tingkat Kesejahteraan Penduduk”** yang disusun sebagai salah satu syarat akademik untuk memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Skripsi ini merupakan sebuah karya yang Penulis rangkai sejak Juli 2023 hingga Februari 2024. Skripsi ini merupakan saksi bisu atas perjuangan dari keterpurukan; ketidakotentikan; dan ketidakpastian hidup selama berada dibangku kuliah. Penulis menyadari bahwa dalam penyelesaian skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan dorongan dari berbagai pihak yang senantiasa turut membantu dalam bentuk moril maupun materil sehingga dengan segala keterbatasan kemampuan dan pengetahuan, penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk Ibunda **Salma**, perempuan hebat yang telah membawa penulis ke dunia ini semoga kasih Ar-Rahman berlimpah ruah padanya. Untuk Ayahanda **Abd Lahad**, laki-laki hebat yang pekerja keras semoga keberkahan Al-Fattah mengelilinya. Ucapan terima kasih juga penulis haturkan kepada saudara dan saudari Penulis; **Ahmad Rifai, S.Pt, Intan Umayrah, M. Aqshari Yahya** dan **Attar Rahmat** semoga kalian selalu dalam lindungan Al-Waliyy, serta kepada keluarga besar penulis, terima kasih atas doa dan dukungannya selama ini.

penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan
usan juga penulis ucapkan kepada:



1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika dan selaku Pembimbing Utama penulis dengan penuh kesabaran meluangkan waktunya dalam membimbing, memberikan arahan, dorongan semangat dan motivasi, serta mempercayai Penulis mampu dari awal hingga selesainya penulisan skripsi ini. Serta segenap dosen pengajar dan staf Departemen Statistika yang telah membekali ilmu dan kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.
4. **Bapak Drs. Raupong, M.Si.**, selaku Pembimbing Pertama Penulis dengan penuh kesabaran meluangkan waktu dan tenaga dalam membimbing, memberikan arahan, dorongan dan perhatian kepada Penulis atas keterbatasan ilmunya. Semoga keberkahan ilmu Al- ‘Aliim menyertainya.
5. **Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.**, selaku Penguji Pertama sekaligus Penasihat Akademik Penulis yang senantiasa memberikan masukan dan arahan perihal akademik. Selain dari itu, beliau dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya untuk senantiasa memberikan masukan serta arahan sehingga menjadikan skripsi ini lebih baik. Semoga sabar As-Shabuur senantiasa dimilikinya.
6. **Ibu Prof. Georgina Maria Tinungki, M.Si.**, selaku Penguji Kedua Penulis dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pemikirannya untuk senantiasa memberikan masukan serta arahan yang membangun kepada penulis sehingga menjadikan skripsi ini lebih baik. Semoga selalu dalam Kasih dan Sayang-Nya.
7. Teman-teman *Mahasiswi Santuy*; **Muharti Apriana, Amalia Mentari Djalumang, Rahmah Ningsih Dwika Julia, Nur Aisyah, Melinda Sari Wirya Putri Laode, Andi Apridhani Mattalatta**, terkhusus **Evi Sagita**. Terima kasih telah menemani Penulis sejak menjadi mahasiswi baru hingga menyelesaikan masa studi. Semoga kasih sayang Ar- Rahman dan Kasih-Nya senantiasa kebersamai.
8. Sahabat *FRI*; **Fitrah Ramadani dan Ririn Arianty, S.Tr.Kes** Terima kasih telah kebersamai sejak SMA hingga saat ini; untuk semua kebaikan, kesetiaan, persaudaraan, serta dukungannya terhadap Penulis.
9. Saudara sepupu *Girls*; **Musdalifa, Nirmayanti, S.Psi, Nurhalisa, S.Pd, Sarmila**, dan yang lainnya yang tidak bisa disebutkan. Terima kasih atas kebersamaannya, kesetiaannya dan kesabarannya.
10. Semua teman-teman seperjuangan Statistika 2019 (*Statcrew 2019*) yang telah mengisi masa perkuliahan penulis dengan banyak sekali momen dan kebersamaan yang akan tetap abadi dalam ingatan.

yang berkembang Penulis; **Hipotesis 2019, Himastat FMIPA Unhas, KM FMIPA Unhas, dan Mujahidah Mushalla Istiqamah**. Terima kasih atas perhatian yang diberikan dan untuk semua pengalamannya.



12. Teman-teman **KKN Gelombang 108 UMKM Banteng** Posko 12 dan segenap keluarga besar Desa Labbo yang telah kebersamai selama KKN hingga saat ini.
13. Kepada orang-orang yang kutemui melalui media sosial; **Kak Istiqlal Abadiyah Sukma Putri, S.Stat, M.Si** dan **Rahma Dea Dhyaksa, S.Stat.** Terima kasih atas kesabarannya untuk membantu serta memberikan dukungan selama penyusunan skripsi ini.
14. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih setinggi-tingginya untuk segala dukungan, partisipasi, dan apresiasi yang diberikan kepada penulis.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penyusunan skripsi ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tulisan ini dapat memberikan manfaat untuk berbagai pihak.

Makassar, 13 Februari 2024



Inda Mutmainna



PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMIK

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Inda Mutmainna
NIM : H051191048
Program Studi : Statistika
Departemen : Statistika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-eksklusif (*Non-exclusive Royalty- Free Right*)** atas tugas akhir saya yang berjudul:

“Pemodelan Regresi Nonparametrik Birespon *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* Pada Tingkat Kesejahteraan Penduduk”

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar tanggal 13 Februari 2024.

Yang menyatakan,


(Inda Mutmainna)



ABSTRAK

Kesejahteraan penduduk adalah tujuan akhir dari pembangunan suatu wilayah. Oleh karena itu, diperlukan metode statistik untuk mengetahui pengaruh dari faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan penduduk yang diukur melalui persentase penduduk miskin dan indeks pembangunan manusia. Penelitian ini menggunakan metode regresi nonparametrik birespon *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* (Bagging MARS). Tujuan penelitian ini untuk mendapatkan estimasi model *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* (Bagging MARS) dan pemodelannya pada tingkat kesejahteraan di Provinsi Sulawesi Selatan. Hasil analisis yang diperoleh dengan metode *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* (Bagging MARS) diperoleh model terbaik pada kombinasi BF = 10, MI = 1, dan MO = 1 untuk persentase penduduk miskin diperoleh nilai GCV minimum sebesar 0,2971 pada replikasi ke-16 dan indeks pembangunan manusia diperoleh nilai GCV minimum sebesar 0,7036 pada replikasi ke-17. Selain dari itu, diketahui bahwa angka harapan hidup, tingkat partisipasi angkatan kerja, angka beban ketergantungan dan pertumbuhan ekonomi berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan penduduk.

Kata Kunci: Bagging, Birespon, MARS, Regresi Nonparametrik, Tingkat Kesejahteraan Penduduk.



ABSTRACT

The welfare of the population is the ultimate goal of regional development. Therefore, statistical methods are needed to understand the effects of factors suspected to influence the level of population welfare, measured through the percentage of the population living in poverty and the Human Development Index. This study employs the Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines (Bagging MARS) nonparametric regression method. The aim of this research is to obtain estimates of the Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines (Bagging MARS) model and its modeling at the welfare level in South Sulawesi Province. Analysis results obtained using the Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines (Bagging MARS) method reveal the best model at the combination of $BF = 10$, $MI = 1$, and $MO = 1$ for the percentage of the Head Count Index, yielding a minimum GCV value of 0.2971 at the 16th replication, and for the Human Development Index, a minimum GCV value of 0.7036 at the 17th replication. Additionally, it is found that life expectancy, labor force participation rate, dependency ratio, and economic growth affect the level of population welfare.

Keywords: *Bagging, Biresponse, MARS, Nonparametric Regression, Population Welfare Level*



DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL i

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN iii

HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING..... iv

HALAMAN PENGESAHANv

KATA PENGANTAR vi

HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI..... ix

ABSTRAK.....x

ABSTRACT..... xi

DAFTAR ISI xii

DAFTAR GAMBAR xiv

DAFTAR TABELxv

DAFTAR LAMPIRAN xvi

BAB I PENDAHULUAN1

1.1 Latar Balakang.....1

1.2 Rumusan Masalah3

1.3 Batasan Masalah.....3

1.4 Tujuan Penelitian.....4

1.5 Manfaat Penelitian.....4

BAB II TINJAUAN PUSTAKA5

2.1 Analisis Regresi.....5

2.2 Regresi Nonparametrik.....5

2.3 Regresi Nonparametrik Birespon6

2.4 *Multivariate Adaptive Regression Splines*.....6

2.5 Estimasi Parameter *Multivariate Adaptive Regression Splines*.....10

2.6 *Bootstrap Aggregating*11

2.7 Uji Signifikansi Parameter12

2.8 Kesejahteraan Penduduk13

3.1 Persentase Penduduk Miskin.....13

3.2 Indeks Pembangunan Manusia.....14

3.3 Angka Harapan Hidup.....15



2.8.4 Angka Partisipasi Murni.....	15
2.8.5 Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja.....	15
2.8.6 Pertumbuhan Ekonomi	16
2.8.7 Angka Beban Ketergantungan.....	16
BAB III METODE PENELITIAN	17
3.1 Sumber Data	17
3.2 Variabel Penelitian	17
3.3 Metode Analisis.....	17
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	19
4.1 Estimasi Parameter <i>Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines</i>	19
4.2 Eksplorasi Data.....	20
4.3 Pemodelan <i>Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines</i>	25
4.4 Interpretasi Hasil	27
4.4.1. Interpretasi Model Persentase Penduduk Miskin.....	27
4.4.2. Interpretasi Model Indeks Pembangunan Manusia	29
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	32
5.1 Kesimpulan.....	32
5.2 Saran	33
DAFTAR PUSTAKA	34
LAMPIRAN	37



DAFTAR GAMBAR

Gambar 4. 1 *Scatter plot* variabel respon (a) persentase penduduk miskin dan (b) indeks pembangunan manusia dengan masing-masing variabel prediktor24



DAFTAR TABEL

Tabel 3. 1 Variabel Penelitian	17
Tabel 4. 1 Statistik Deskriptif Data	20
Tabel 4. 2 Estimasi Parameter dan Fungsi Basis Optimal Pada Pemodelan MARS	26
Tabel 4. 3 Estimasi Parameter dan Fungsi Basis Optimal pada Pemodelan Bagging MARS.....	27



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data.....	38
Lampiran 2. Hasil Model Terbaik MARS Respon Persentase Penduduk Miskin.....	39
Lampiran 3. Hasil Model Terbaik MARS Respon Indeks Pembangunan Manusia	43
Lampiran 4. Hasil Pemodelan Bagging MARS Respon Persentase Penduduk Miskin.....	46
Lampiran 5. Hasil Pemodelan Bagging MARS Respon Indeks Pembangunan Manusia	47



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan salah satu metode analisis yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antar variabel. Persamaan matematis yang dapat menjelaskan pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor disebut sebagai model regresi (Walpole, 1995). Pola hubungan antar variabel tersebut ditunjukkan dalam kurva regresi yang dapat diestimasi menggunakan tiga jenis pendekatan, yaitu pendekatan regresi parametrik, regresi nonparametrik, dan regresi semiparametrik (gabungan dari regresi parametrik dan regresi nonparametrik).

Pendekatan regresi parametrik diasumsikan bahwa telah diketahui pola hubungan antar variabel dan bentuk kurvanya (Sanusi dkk., 2019). Pada pendekatan regresi semiparametrik, sebagian pola hubungan antar variabel dan bentuk kurvanya telah diketahui, sementara sebagian lainnya tidak diketahui (Pratiwi dkk., 2017). Pendekatan regresi nonparametrik umumnya digunakan ketika asumsi-asumsi pada pendekatan parametrik tidak terpenuhi, atau jika bentuk kurva hubungan antara variabel tidak diketahui (Härdle, 1990). Adanya keterbatasan informasi dan pola hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor menjadi acuan sehingga digunakan pendekatan regresi nonparametrik yang lebih fleksibel dalam mengestimasi bentuk kurva yang tidak diketahui bentuknya (Eubank, 1999). Beberapa metode pendekatan nonparametrik antara lain metode *Kernel*, *K-Nearest Neighbor*, *Spline*, *Deret Fourier*, serta *Multivariate Adaptive Regression Splines* (MARS).

Pada penelitian ini digunakan metode *Multivariate Adaptive Regression Splines* (MARS). Metode MARS adalah pendekatan regresi nonparametrik yang merupakan pengembangan dari pendekatan *Recursive Partition Regression* (RPR) yang dikombinasikan dengan metode *truncated spline* sehingga model yang

kontinu pada knot (Friedman, 1991). Metode MARS memiliki kemampuan untuk mengatasi permasalahan dimensi tinggi yaitu data yang variabel prediktor $3 \leq x \leq 20$ dan jumlah pengamatan $50 \leq N \leq$



1000 sehingga melibatkan banyak interaksi antar variabel (Friedman dan Silverman 1989). Selain itu, MARS memberikan fleksibilitas tinggi untuk mengeksplorasi hubungan nonlinear antara variabel respon dengan variabel prediktor melalui titik knot yang menggambarkan terjadinya perubahan pola perilaku data pada setiap interval yang berbeda (Hastie, 1990).

Model MARS terbaik diperoleh melalui kombinasi Fungsi Basis (BF), Maksimum Interaksi (MI), dan Minimum Observasi (MO) yang menghasilkan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum. Metode MARS tidak hanya mempertimbangkan pengaruh aditif tetapi juga mempertimbangkan pengaruh interaksi antara variabel prediktor dalam modelnya (Friedman, 1991). Peningkatan akurasi pada model MARS dapat dilakukan dengan menggunakan metode *resampling*, salah satu metode *resampling* yaitu *Bootstrap Aggregating* (Bagging). Teknik ini digunakan untuk memperbaiki stabilitas, meningkatkan akurasi dan kekuatan prediktif dengan mereduksi variansi estimator pada metode klasifikasi dan regresi (Breiman, 1996).

Pemodelan MARS telah banyak dilakukan baik pada regresi dengan respon kontinu maupun respon kategorik. Penelitian dengan respon kategorik dilakukan oleh Jusuf (2016) untuk klasifikasi status diabetes melitus menggunakan MARS menghasilkan ketetapan klasifikasi yang akurat. Penelitian lainnya dilakukan oleh Insany (2019) memodelkan IPM menggunakan MARS di kawasan timur Indonesia dan mendapatkan faktor-faktor yang memengaruhi IPM. Kharisma (2021) melakukan perbandingan metode MARS dan Bagging MARS pada pemodelan kemiskinan penduduk Provinsi Jawa Tengah. Hasilnya menunjukkan bahwa model Bagging MARS memberikan evaluasi terbaik. Beberapa penelitian tersebut masih menggunakan respon tunggal dalam pemodelannya. Pada kasus riil sering ditemukan permasalahan yang memuat dua variabel respon yang saling berkorelasi, oleh sebab itu pada penelitian ini akan digunakan metode birespon MARS.

Pada penelitian ini data yang digunakan untuk variabel respon adalah kesejahteraan penduduk yang diukur melalui Indeks Pembangunan (IPM) dan Persentase Penduduk Miskin (PPM) Provinsi Sulawesi. Beberapa kajian literatur Pudjianto dan Syawie, (2015) dan Maulana



(2022) mengatakan bahwa terdapat korelasi antara persentase penduduk miskin dan IPM yaitu korelasi negatif. Jika IPM tinggi maka persentase penduduk miskin rendah begitupun sebaliknya. Jumlah pengamatan yang digunakan dalam penelitian ini relatif kecil yaitu 24 pengamatan. Sari (2017) mengatakan jika jumlah sampel yang digunakan dalam prediksi relatif sedikit maka solusi yang dapat digunakan ialah *Bootstrap sampling*. Oleh karena itu dalam penelitian ini metode birespon MARS akan dikombinasikan dengan metode *resampling* dalam pemodelannya. Metode *resampling* yang digunakan adalah *Bootstrap Aggregating* (Bagging). Dengan menggunakan metode *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* diharapkan dapat memperbaiki stabilitas, meningkatkan akurasi dan kekuatan prediktif.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang maka permasalahan yang diteliti dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk estimasi model *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines*?
2. Bagaimana model regresi nonparametrik birespon *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* pada data tingkat kesejahteraan penduduk?

1.3 Batasan Masalah

1. Data yang digunakan adalah data yang dimuat dari Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2022 yang dirinci berdasarkan 24 Kabupaten/Kota.
2. Maksimum interaksi (MI) yang digunakan adalah tiga interaksi.
3. Minimum Observasi (MO) antar knot yaitu 1, 2, dan 3.
4. Fungsi Basis optimal MARS birespon diperoleh dengan menggunakan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV).
5. Replikasi *bootstrap* dilakukan sebanyak 50 kali ($B = 50$).



1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Untuk mendapatkan bentuk estimasi model *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines*
2. Untuk mendapatkan model regresi nonparametrik birespon *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* pada data tingkat kesejahteraan penduduk.

1.5 Manfaat Penelitian

1. Menambah wawasan pengetahuan bagi peneliti mengenai metode *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines*.
2. Mengetahui penerapan atau aplikasi penggunaan *Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Splines* pada data kesejahteraan penduduk Kabupaten/Kota di Sulawesi Selatan.
3. Model yang diperoleh dapat digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingkat kesejahteraan Kabupaten/Kota di Sulawesi Selatan agar nantinya dapat digunakan untuk perencanaan pembangunan sehingga pembangunan lebih terarah pada peningkatan kesejahteraan masyarakat, dan dapat memberikan informasi penanganan yang tepat sebagai upaya pengentasan kemiskinan.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi

Analisis regresi adalah suatu analisis statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor. Model regresi yang paling sering digunakan adalah model regresi linier (Khodijah, 2020). Secara umum, model analisis regresi yang paling sederhana memiliki persamaan seperti pada Persamaan (2.1) berikut:

$$y = f(x_i) + \varepsilon \quad (2.1)$$

dalam prakteknya, terdapat tiga pendekatan untuk mengestimasi kurva regresi, yaitu pendekatan regresi parametrik, regresi nonparametrik, dan regresi semiparametrik. Apabila diasumsikan bentuk kurva diketahui, maka dapat digunakan pendekatan regresi parametrik. Namun apabila diasumsikan bahwa bentuk kurva tidak diketahui, maka pendekatan yang digunakan adalah pendekatan regresi nonparametrik. Selain itu, apabila diasumsikan bahwa bentuk kurva sebagian diketahui dan sebagian tidak diketahui, maka digunakan pendekatan regresi semiparametrik (Budiantara, 2010).

2.2 Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik merupakan salah satu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas dengan bentuk kurva dari fungsi regresinya tidak diketahui. Melalui pendekatan regresi nonparametrik, bentuk kurva hanya diasumsikan mulus (*smooth*) dalam arti termuat dalam fungsi tertentu, sehingga memiliki sifat sangat fleksibel dalam memodelkan data (Dewi & Budiantara, 2012). Secara umum, model regresi nonparametrik dapat ditulis menggunakan Persamaan (2.2) berikut:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad (2.2)$$

Keterangan:

y_i variabel respon pada amatan ke- i ,
 $f(x_i)$ fungsi regresi yang tidak diketahui bentuknya,
 x_i variabel prediktor,



ε_i : error ke- i yang saling bebas,
 i : 1,2, ..., n .

2.3 Regresi Nonparametrik Birespon

Model regresi nonparametrik birespon adalah salah satu model dalam regresi nonparametrik yang melibatkan dua respon dan memiliki korelasi antara respon tersebut. Wang (2000) dalam penelitiannya pada *smoothing spline*, menyatakan model regresi nonparametrik birespon untuk satu prediktor dalam bentuk Persamaan regresi (2.3) sebagai berikut:

$$y_{\ell i} = f(x_i) + \varepsilon_{\ell i} \quad (2.3)$$

Keterangan:

$y_{\ell i}$: respon ke- ℓ pada pengamatan ke- i ,
 $f(x_i)$: fungsi regresi nonparametrik
 x_i : prediktor pada pengamatan ke- i ,
 n : banyaknya pengamatan,
 ℓ : banyaknya respon ($\ell = 1,2$),
 i : 1,2, ..., n ,
 $\varepsilon_{\ell i}$: *random error* pada respon ke- ℓ pada pengamatan ke- i .

Keberadaan korelasi respon pada model regresi birespon dapat diketahui dengan menggunakan koefisien korelasi *Pearson* yang diperoleh melalui Persamaan (2.5) sebagai berikut:

$$\rho(y_1, y_2) = \frac{cov(y_1, y_2)}{[var(y_1) var(y_2)]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.4)$$

Nilai koefisien korelasi pada persamaan (2.4) berkisar antara -1 hingga 1 ($-1 \leq \rho(y_1, y_2) \leq 1$). Jika koefisien korelasi mendekati -1 atau 1 maka hubungan atau korelasi diantara respon semakin kuat, dan sebaliknya jika mendekati nol maka hubungan atau korelasi diantara respon semakin lemah (Draper dan Smith, 1998).

2.4 *Multivariate Adaptive Regression Splines*

Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS) adalah suatu metode nonparametrik yang merupakan pengembangan dari pendekatan *Recursive Regression* (RPR) yang dikombinasikan dengan metode *truncated spline*



(Friedman, 1991). Menurut Nash dan Bradford (2012) terdapat beberapa aspek yang perlu diperhatikan dalam membangun model MARS yaitu:

1. Knot merupakan suatu garis yang menjelaskan titik akhir dari garis regresi (region), dan merupakan titik awal pada garis regresi (region) yang baru. Pada tiap titik knot, haruslah bersifat kontinu antar region. Moisen dan Frescino (2002) menetapkan banyak amatan antar knot adalah satu sehingga MARS akan mempertimbangkan setiap titik pada ruang peubah prediktor.
2. Fungsi Basis (BF) merupakan suatu fungsi yang digunakan untuk menjelaskan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Fungsi basis ini merupakan fungsi parametrik yang didefinisikan pada tiap region. Jumlah nilai maksimal fungsi basis (BF) yang optimum yang disarankan adalah 2 hingga 4 kali jumlah variabel prediktor (Friedman, 1991).
3. Maksimum Interaksi (MI) adalah perkalian silang antar variabel yang saling berkorelasi. Jumlah maksimum interaksi (MI) yang diperbolehkan yaitu 1,2,3. Ketika jumlah MI melebihi 3, maka akan menyebabkan model semakin kompleks dan sulit untuk diinterpretasikan (Friedman, 1991).

Metode ini menggunakan fungsi *truncated* yang memiliki derajat polinomial q untuk merepresentasikan hubungan antara variabel. Fungsi *truncated* didefinisikan pada Persamaan (2.5) sebagai berikut:

$$(x - t)_+^q = \begin{cases} (x - t)^q, & x - t > 0 \\ 0, & x - t \leq 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

dengan x merupakan peubah penjelas, t merupakan nilai titik knot, dan q merupakan orde polinomial *truncated*.

Pada pemodelan MARS pemilihan fungsi basis dilakukan melalui prosedur *stepwise* yang meliputi pemilihan maju (*forward stepwise*) dan mundur (*backward stepwise*). Prosedur *forward stepwise* dimulai dengan hanya sebuah konstanta dalam model dan kemudian menambahkan fungsi basis *truncated spline* hingga diperoleh model dengan jumlah fungsi basis maksimum. Secara umum, MARS hasil dari pengembangan oleh Friedman (1991) dapat diperoleh dengan Persamaan (2.6) sebagai berikut:



$$f(x) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m B_{mi}(x, t) \quad (2.6)$$

Keterangan:

$$B_{mi}(x, t) = \prod_{k=1}^{K_m} [S_{km}(x_{v(k,m)i} - t_{km})]_+,$$

$$\text{Jika } S_{km} = +1 \text{ maka } [(x_{v(k,m)i} - t_{km})]_+ = \begin{cases} x_{v(k,m)i} - t_{km}, & \text{jika } x_{v(k,m)i} > t_{km} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$\text{Jika } S_{km} = -1 \text{ maka } [-(x_{v(k,m)i} - t_{km})]_+ = \begin{cases} t_{km} - x_{v(k,m)i}, & \text{jika } t_{km} > x_{v(k,m)i} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Keterangan:

- i : 1,2, ..., n banyaknya pengamatan,
- α_0 : konstanta regresi dari fungsi basis,
- α_m : koefisiensi dari fungsi basis ke- m , $m=1, \dots, M$,
- $B_{mi}(x, t)$: fungsi basis ke- m ,
- M : maksimum fungsi basis (*nonconstant* fungsi basis),
- K_m : maksimum derajat interaksi pada fungsi basis ke- m ,
- S_{km} : tanda fungsi basis pada interaksi ke- k dan fungsi basis ke- m dengan nilainya +1 jika data berada di sebelah kanan titik knot atau -1 jika disebelah kiri titik knot,
- $x_{v(k,m)}$: variabel prediktor x ke- v , dimana v adalah indeks variabel x yang berkaitan dengan interaksi ke- k ,
- t_{km} : nilai titik knot dari variabel prediktor $x_{v(k,m)}$,
- k : banyaknya interaksi.

Persamaan (2.6) dapat dijabarkan seperti pada Persamaan (2.7) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x) = \alpha_0 + & \sum_{m=1}^M \alpha_m [S_{1m} \cdot (x_{v(1,m)} - t_{1m})]_+ \\ & + \sum_{m=1}^M \alpha_m [S_{1m} \cdot (x_{v(1,m)} - t_{1m})]_+ \cdot [S_{2m}(x_{v(2,m)} - t_{2m})]_+ \\ & + \sum_{m=1}^M \alpha_m [S_{1m} \cdot (x_{v(1,m)} - t_{1m})]_+ \cdot [S_{2m}(x_{v(2,m)} - t_{2m})]_+ \\ & \cdot [S_{3m}(x_{v(3,m)} - t_{3m})]_+ + \dots \end{aligned} \quad (2.7)$$



Persamaan (2.7) dapat ditulis menjadi persamaan (2.8) sebagai berikut:

$$f(x) = \alpha_0 + f_i(x_i) + f_{ij}(x_i, x_j) + f_{ijk}(x_i, x_j, x_k) + \dots + f_{ijk\dots}(x_i, x_j, x_k, \dots) \quad (2.8)$$

Diberikan $V(m) = \{v(k, m)\}_1^{K^m}$ sehingga masing-masing fungsi pada Persamaan (2.8) dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$f_i(x_i) = \sum_{m=1}^M \alpha_m B_m(x_i)$$

$$f_{ij}(x_i, x_j) = \sum_{m=1}^M \alpha_m B_m(x_i, x_j)$$

$$f_{ijk}(x_i, x_j, x_k) = \sum_{m=1}^M \alpha_m B_m(x_i, x_j, x_k)$$

Persamaan (2.8) menunjukkan suku kedua meliputi penjumlahan semua basis fungsi untuk satu variabel, suku ketiga meliputi penjumlahan semua basis fungsi untuk interaksi antar dua variabel, suku keempat meliputi penjumlahan semua basis fungsi untuk interaksi antara tiga variabel dan seterusnya. Interpretasi model MARS melalui persamaan tersebut adalah mempresentasikan variabel yang masuk dalam model, baik untuk satu variabel maupun interaksi antar variabel.

Pada tahap *backward stepwise* dilakukan untuk mendapatkan jumlah fungsi basis yang layak dalam model dengan menghapus fungsi basis yang pengaruhnya paling kecil terhadap nilai dugaan respon berdasarkan kriteria nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum. Pada tahap ini, variabel prediktor dapat dikeluarkan dari model jika tidak ada satupun fungsi basisnya yang berkontribusi signifikan terhadap kinerja prediksi model. Metode GCV yang digunakan dalam MARS dikembangkan Craven dan Wahba (1979) menggunakan fungsi kompleks dari Friedman dan Silverman (1989) pada Persamaan (2.9) sebagai berikut:

$$GCV(M) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y_i - \hat{f}_M(x_i)]^2}{\left[1 - \frac{c(M)}{N}\right]^2} \quad (2.9)$$



an:
variabel respon,
banyaknya pengamatan,

- $\hat{f}_M(x_i)$: nilai dugaan variabel respon pada M fungsi basis di x_i ,
- M : jumlah maksimal fungsi basis,
- $\hat{C}(M)$: $C(M) + d.M$,
- $C(M)$: trace $[\mathbf{B}(\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^T] + 1$, jumlah parameter yang fit,
- d : nilai ketika fungsi basis mencapai optimasi ($2 \leq d \leq 4$).

2.5 Estimasi Parameter *Multivariate Adaptive Regression Splines*

Metode MARS dalam penerapannya dapat dibedakan berdasarkan jenis respon yang digunakan, yaitu MARS respon kontinu dan MARS respon kategorik. MARS respon kontinu jika responnya bertipe kuantitatif yaitu merupakan data interval atau rasio. MARS respon kategorik jika responnya bertipe kualitatif yaitu merupakan data nominal atau ordinal. Model MARS yaitu Persamaan (2.10), sebagai berikut:

$$f(\mathbf{x}) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m \prod_{k=1}^{K_m} [S_{km}(x_{v(k,m)i} - t_{km})]_+ \quad (2.10)$$

Dengan α_0 adalah koefisien konstanta dari basis fungsi B_0 . Estimasi untuk $\{\alpha_m\}_{m=0}^M$ ditentukan menggunakan metode kuadrat terkecil sehingga Persamaan (2.10) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks seperti pada Persamaan (2.11) sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}(x, t)\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.11)$$

Keterangan:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n)', \boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_M)', \boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)' \text{ dan}$$

$$\mathbf{B}(x, t) = \begin{pmatrix} 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [S_{k1}(x_{v(k,1)1} - t_{k1})]_+ & \dots & \prod_{k=1}^{K_M} [S_{kM}(x_{v(k,M)1} - t_{kM})]_+ \\ 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [S_{k1}(x_{v(k,1)2} - t_{k1})]_+ & \dots & \prod_{k=1}^{K_M} [S_{kM}(x_{v(k,M)2} - t_{kM})]_+ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \prod_{k=1}^{K_1} [S_{k1}(x_{v(k,1)n} - t_{k1})]_+ & \dots & \prod_{k=1}^{K_M} [S_{kM}(x_{v(k,M)n} - t_{kM})]_+ \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Vektor \mathbf{y} dalam Persamaan (2.12) merupakan vektor variabel respon berukuran $n \times 1$ dan $\mathbf{B}(x, t)$ merupakan matriks berorde $n \times (M + 1)$. $\boldsymbol{\alpha}$ adalah vektor yang memuat koefisien regresi berorde $(M + 1) \times 1$. $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor random error berorde $n \times 1$ yang diasumsikan saling bebas berdistribusi normal $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$ dan $Var(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\mathbf{I}$.



Estimasi parameter α dalam Persamaan (2.11) diperoleh dengan menyelesaikan optimasi *Least Square* yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error* pada Persamaan (2.13) sebagai berikut:

$$\text{Min}(\varepsilon'\varepsilon) = \text{Min}[(\mathbf{y} - \mathbf{B}(x, t)\alpha)'(\mathbf{y} - \mathbf{B}(x, t)\alpha)] \quad (2.13)$$

Penyelesaian optimasi dari Persamaan (2.11) diperoleh dengan menurunkan secara parsial hasil penjabaran $\varepsilon'\varepsilon$ terhadap α dan menyamakan hasilnya dengan nol, sehingga diperoleh estimasi untuk α pada Persamaan (2.14) sebagai berikut:

$$\hat{\alpha} = [\mathbf{B}'(x, t)\mathbf{B}(x, t)]^{-1}\mathbf{B}(x, t)\mathbf{y} \quad (2.14)$$

2.6 *Bootstrap Aggregating*

Bootstrap Aggregating (Bagging) merupakan teknik yang diusulkan oleh Breiman (1996) yang dapat digunakan untuk mereduksi variansi estimator pada metode klasifikasi dan regresi. Penggunaannya tidak dibatasi hanya untuk memperbaiki estimator. Teknik ini juga dapat memperbaiki stabilitas, meningkatkan akurasi, dan kekuatan prediktif (Breiman, 1994). Prinsip kerja Bagging adalah membangkitkan variabel prediktor dengan membuat pengulangan *bootstrap* terhadap kumpulan data sehingga didapatkan kumpulan data baru. Metode *bootstrap* atau biasa disebut *random with replacement* adalah pembangkitan data menggunakan *sampling* acak dengan distribusi seragam, dengan pengembalian.

Buhlmann dan Yu (2002), secara singkat menyatakan algoritma *bagging* sebagai berikut:

1. Sebuah data set L yang terdiri dari $\{(y_i, x_i), i = 1, 2, \dots, n\}$. Kemudian Melakukan replikasi *bootstrap* pada data, sehingga didapatkan $L^* = (y_i^*, x_i^*)$, dengan $i = 1, 2, \dots, n$.
2. Melakukan algoritma klasifikasi atau regresi pada data baru L^* .
3. Replikasi *bootstrap* dilakukan sebanyak B kali, sehingga didapatkan $(L^{(B)})$ dari L . $(L^{(B)})$ merupakan *resampling* dengan pengembalian.

Mengulangi langkah 1 dan 2 sampai B kali replikasi *bootstrap*.

Diperoleh ketetapan klasifikasi dan prediksi pada setiap replikasi *bootstrap*.



2.7 Uji Signifikansi Parameter

Pada model MARS yang dihasilkan dilakukan pengujian koefisien Fungsi Basis (BF) yang meliputi uji serentak dan uji individu.

1. Uji Simultan

Pengujian koefisien dilakukan secara bersamaan atau serentak terhadap fungsi basis yang ada dalam model MARS. Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui apakah secara umum model MARS yang terpilih merupakan model yang sesuai dan menunjukkan hubungan yang tepat antara variabel prediktor dengan variabel respon, berikut hipotesis yang digunakan.

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_M = 0$$

$$H_1 : \text{minimal terdapat satu } \alpha_m \neq 0, m = 1, 2, \dots, M$$

Statistik uji:

$$F_{hitung} = \frac{MSR}{MSE} = \frac{\left(\frac{SSR}{p}\right)}{\left(\frac{SSE}{n-p-1}\right)} \quad (2.15)$$

$$\text{dengan } SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \text{ dan } SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika nilai $F_{hitung} > F_{tabel}$ atau $p - value < \alpha$, dengan nilai derajat bebas (df) = p dan $n - p - 1$, serta nilai tingkat signifikansi sebesar α (Utami, 2016).

2. Uji Parsial

Pengujian parsial (individu) digunakan untuk mengetahui apakah setiap variabel prediktor mempunyai pengaruh signifikan terhadap variabel respon pada fungsi basis yang terbentuk didalam model serta mampu untuk menggambarkan keadaan data yang sebenarnya, berikut hipotesis yang digunakan.

$$H_0 : \alpha_m = 0$$

$$H_1 : \alpha_m \neq 0, m = 1, 2, \dots, M$$

Statistik uji:

$$|t_{hitung}| = \frac{\hat{\alpha}_m}{SE(\hat{\alpha}_m)} \quad (2.16)$$

$$\text{dengan } SE(\hat{\alpha}_m) = \sqrt{Var(\hat{\alpha}_m)}$$



Kriteria uji:

Tolak H_0 jika nilai $|t_{hitung}| > t_{tabel}$ atau $p - value < \alpha$, dengan nilai derajat bebas (df) = $n - k$ dan tingkat signifikansi sebesar α .

2.8 Kesejahteraan Penduduk

Kesejahteraan penduduk adalah tujuan akhir dari pembangunan suatu daerah. Keberhasilan pembangunan tidak hanya dinilai dari besarnya Produk Domestik Regional Bruto (PDRB), tetapi juga harus dilihat dari kualitas pemerataan pendapatan dan kualitas hidup yang lain seperti perbaikan tingkat pendidikan, kesehatan, lingkungan hidup, demokrasi atau kemerdekaan, kualitas kelembagaan dan kualitas hidup yang lain. Pengukuran kesejahteraan yang lain dapat dinilai dari seberapa berhasil dalam membangun kualitas sumberdaya masyarakat yang dicerminkan melalui peningkatan indeks pembangunan manusia (IPM) dan penurunan persentase penduduk miskin (Sugiyanto, 2022).

Berdasarkan data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik provinsi Sulawesi Selatan tahun 2022 indeks pembangunan manusia berada di peringkat ke-11, dengan nilai sebesar 72,82% dan berada pada kategori sedang. Nilai ini berada dibawah nilai IPM secara nasional yaitu sebesar 72,91%. Sedangkan persentase penduduk miskin tercatat sebesar 8,63% dan berada dibawah persentase penduduk miskin secara nasional yaitu sebesar 9,57% (BPS, 2022). Meskipun secara makro kondisi Provinsi Sulawesi Selatan cukup baik akan tetapi perlu diperhatikan untuk kondisi mikro yang dilihat dari capaian per kabupaten kota. Oleh karena itu, diperlukan kajian lebih lanjut terkait faktor-faktor apa saja yang memengaruhi naik turunnya nilai dari kedua variabel tersebut.

2.8.1 Persentase Penduduk Miskin

Badan Pusat Statistik (BPS) mengukur kemiskinan berdasarkan teori kemiskinan absolut, yang diukur berdasarkan ketidakmampuan seseorang untuk mencukupi kebutuhan pokok minimum. Salah satu indikator yang digunakan adalah persentase penduduk miskin atau *Head Count Index* (HCI) yang mengukur persentase jumlah penduduk yang hidup dibawah garis kemiskinan total jumlah penduduk di suatu wilayah (BPS, 2022). Foster, Greer, dan



Thorbecke (1984) memberikan formula persentase penduduk miskin pada Persamaan (2.17) sebagai berikut:

$$HCl_i = \frac{q_i}{n_i} \quad (2.17)$$

Keterangan:

HCl_i : persentase penduduk miskin di wilayah ke- i

q_i : banyaknya penduduk hidup di bawah garis kemiskinan pada wilayah ke- i

n_i : banyaknya penduduk pada wilayah ke- i

2.8.2 Indeks Pembangunan Manusia

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) adalah ukuran statistik yang digunakan untuk mengevaluasi kemajuan dan kualitas hidup manusia di suatu negara (UNDP, 2023). IPM didasarkan pada tiga dimensi utama yaitu umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan, dan standar hidup yang layak. Pengeluaran riil per kapita yang telah disesuaikan merupakan indikator yang mewakili standar hidup layak, angka harapan hidup saat lahir merupakan indikator yang merefleksikan dimensi umur panjang dan hidup sehat, dan dimensi terakhir adalah pengetahuan yang dicerminkan oleh indikator harapan lama sekolah dan rata-rata lama sekolah. Angka IPM dihitung dengan formula pada Persamaan (2.18) sebagai berikut (BPS, 2022):

$$IPM_i = \sqrt[3]{IS_i \times IP_i \times IL_i} \times 100 \quad (2.18)$$

dengan:

$$IP_i = \frac{IHLS_i + IRLS}{2}$$

Keterangan:

IPM_i : indeks pembangunan manusia pada wilayah ke- i

IS_i : indeks umur panjang dan hidup sehat pada wilayah ke- i

IP_i : indeks pengetahuan pada wilayah ke- i

IL_i : indeks standar hidup layak pada wilayah ke- i

$IHLS_i$: indeks harapan lama sekolah pada wilayah ke- i

$IRLS$: indeks rata-rata lama sekolah pada wilayah ke- i



2.8.3 Angka Harapan Hidup

Angka harapan hidup mencerminkan derajat kesehatan suatu masyarakat. Angka harapan hidup merupakan perkiraan rata-rata tambahan umur seseorang yang diharapkan dapat terus hidup. Angka harapan hidup adalah hasil bagi dari jumlah umur orang meninggal dibagi dengan jumlah orang yang meninggal.

2.8.4 Angka Partisipasi Murni

Angka partisipasi murni merupakan salah satu indikator yang dapat mengukur partisipasi masyarakat dalam mengikuti pendidikan. Defenisi angka partisipasi murni adalah persentase jumlah anak yang sedang bersekolah pada jenjang pendidikan yang sesuai dengan usianya terhadap jumlah seluruh anak pada kelompok usia sekolah dasar sampai sekolah menengah atas atau sederajat. Perhitungan angka partisipasi murni diperoleh dengan Persamaan (2.19) sebagai berikut (BPS, 2023):

$$APM_h^t = \frac{E_{h,a}^t}{P_{h,a}^t} \times 100 \quad (2.19)$$

Keterangan:

$E_{h,a}^t$: jumlah siswa/penduduk kelompok usia a yang bersekolah di tingkat pendidikan h pada tahun t

$P_{h,a}^t$: jumlah penduduk kelompok usia a yang berkaitan dengan usia standar ditingkat pendidikan h

2.8.5 Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja

Tingkat partisipasi angkatan kerja merupakan indikator penting ketenagakerjaan yang digunakan untuk mengukur tingkat partisipasi tenaga yang aktif dalam kegiatan ekonomi. Perhitungan tingkat partisipasi angkatan kerja diperoleh dengan Persamaan (2.20) sebagai berikut (BPS, 2023):

$$TPAK_i = \frac{PK_i}{PUK_i} \times 100\% \quad (2.20)$$

Keterangan:

$TPAK_i$: tingkat partisipasi angkatan kerja pada wilayah ke- i

PK_i : penduduk yang bekerja pada wilayah ke- i

PUK_i : penduduk usia kerja pada wilayah ke- i



2.8.6 Pertumbuhan Ekonomi

Pertumbuhan ekonomi merupakan indikator ekonomi makro yang menggambarkan seberapa jauh keberhasilan pembangunan suatu daerah dalam periode waktu tertentu. BPS (2023) menyatakan bahwa pertumbuhan ekonomi dapat dihitung dengan formula pada Persamaan (2.21) sebagai berikut:

$$PE_{t,i} = \frac{PDRB_{t,i} - PDRB_{t-1,i}}{PDRB_{t-1,i}} \times 100\% \quad (2.21)$$

Keterangan:

$PE_{t,i}$: pertumbuhan ekonomi pada tahun t di wilayah ke- i

$PDRB_{t,i}$: PDRB pada tahun t di wilayah ke- i

$PDRB_{t-1,i}$: PDRB pada tahun $t - 1$ (sebelumnya) di wilayah ke- i

2.8.7 Angka Beban Ketergantungan

Angka beban ketergantungan merupakan salah satu indikator demografi yang penting. Angka beban ketergantungan diperoleh dengan membandingkan antara banyaknya penduduk pada kelompok usia produktif (15-64 tahun) terhadap kelompok usia muda (kurang dari 15 tahun) dan usia tua (65 tahun keatas) (BPS, 2023). Angka beban ketergantungan diperoleh dengan formula pada Persamaan (2.22) sebagai berikut:

$$ABT_i = \frac{P_i(<15) + P_i(65+)}{P_i(15-64)} \times 100\% \quad (2.22)$$

Keterangan:

ABT_i : angka beban tanggungan pada wilayah ke- i

$P_i(< 15)$: jumlah penduduk berusia kurang dari 15 tahun pada wilayah ke- i

$P_i(65 +)$: jumlah penduduk berusia 65 tahun keatas pada wilayah ke- i

$P_i(15 - 64)$: jumlah penduduk usia 15 sampai dengan 64 tahun pada wilayah ke- i

