

**PENGGUNAAN METODE WAVELET
THRESHOLDING DENGAN MAXIMAL OVERLAP
DISCRETE WAVELET TRANSFORM PADA
PERAMALAN CURAH HUJAN**

SKRIPSI



MARHAMA

H051191029

DEPARTEMEN STATISTIKA PROGRAM STUDI STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

2024



**PENGGUNAAN METODE WAVELET
THRESHOLDING DENGAN MAXIMAL OVERLAP
DISCRETE WAVELET TRANSFORM PADA
PERAMALAN CURAH HUJAN**



SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

MARHAMA

H051191029

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

JANUARI 2024



LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

Penggunaan Metode *Wavelet Thresholding* Dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* Pada Peramalan Curah Hujan

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 15 Januari 2024



MARHAMA
NIM H051191029



**PENGGUNAAN METODE *WAVELET*
THRESHOLDING DENGAN *MAXIMAL OVERLAP*
DISCRETE WAVELET TRANSFORM PADA
PERAMALAN CURAH HUJAN**

Disetujui Oleh

Pembimbing Utama

Pembimbing Pertama


Sitti Sahriyan, S.Si., M.Si.
NIP. 19881018 201504 2 002


Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.
NIP. 19731228 200003 1 001

Ketua Program Studi



Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.
NIP. 19770808 200501 2 002

Pada 15 Januari 2024



HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : Marhama
NIM : H051191029
Program Studi : Statistika
Judul Skripsi : Penggunaan Metode *Wavelet Thresholding* Dengan
Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform Pada
Peramalan Curah Hujan

Telah berhasil dipertahankan dihadapan Dewan Penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

DEWAN PENGUJI

1. Ketua : Siti Sahriman, S.Si., M.Si. (.....)
2. Sekretaris : Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si. (.....)
3. Anggota : Siswanto, S.Si., M.Si. (.....)
4. Anggota : Anisa, S.Si., M.Si. (.....)

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 15 Januari 2024



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* atas berkat dan rahmat-Nya yang telah dianugerahkan hingga saat ini, sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada baginda Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa Sallam* beserta keluarga dan para sahabatnya. *Alhamdulillahirobbil'alamin*, berkat nikmat kemudahan dan pertolongan yang diberikan oleh Allah *Suhanahu Wa Ta'ala*, Penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul "**Penggunaan Metode Wavelet Thresholding Dengan Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform Pada Peramalan Curah Hujan**" yang disusun sebagai salah satu syarat akademik untuk memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Dengan sepenuh hati, penulis menyadari bahwa dalam penyelesaian tugas akhir ini tidak akan terwujud tanpa bantuan dan dorongan dari berbagai pihak yang senantiasa memberikan dukungan dalam bentuk moril maupun materil. Walaupun penulis memiliki keterbatasan kemampuan dan pengetahuan, namun berkat bantuan serta dukungan yang diberikan, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan baik. Oleh karena itu, penulis mengungkapkan ucapan terima kasih yang setinggi-tingginya dan penghargaan yang tak terhingga kepada ayahanda tercinta **Marzuki** dan ibunda tercinta **Muliana** atas semua dukungan, doa, pengorbanan, cinta dan kasih sayang yang telah diberikan kepada penulis. Ucapan terima kasih juga penulis haturkan kepada kakak-kakak tersayang penulis **Muallima** dan **Muaemana** yang senantiasa memberikan bantuan dan mendengarkan segala keluh kesah penulis. Terima kasih juga kepada adik tersayang penulis **Mutawali** serta keponakan-keponakan penulis **Misykah Syarafana Aras** dan **Maisyah Almasyirah Aras** yang selalu menghibur dan memberi semangat kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.



Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.**, sebagai Ketua Departemen Statistika yang telah membekali ilmu kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.
4. **Ibu Sitti Sahriman, S.Si., M.Si.**, selaku Penasehat Akademik sekaligus Pembimbing Utama yang dengan sabar telah meluangkan banyak waktunya dan pemikirannya untuk membimbing serta memberikan arahan dan dorongan semangat kepada penulis dari awal perkuliahan hingga selesainya penulisan tugas akhir ini.
5. **Bapak Andi Kresna Jaya, S.Si., M.Si.**, selaku Pembimbing Pertama penulis yang telah meluangkan waktu dan pemikirannya untuk memberikan masukan dan arahan dalam penulisan tugas akhir ini.
6. **Bapak Siswanto, S.Si., M.Si.** dan **Ibu Anisa, S.Si., M.Si.**, selaku Tim Penguji yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk memberikan saran dan kritikan yang membangun dalam penulisan tugas akhir ini.
7. Segenap Dosen Pengajar dan Staf Departemen Statistika yang telah memberikan banyak ilmu dan bantuan kepada penulis selama menempuh pendidikan sarjana di Departemen Statistika.
8. Sahabat tercinta penulis **Since 2013, Nur Aini, Dewi Husni, Darmawati** dan **Dahlia**, terima kasih telah menjadi sahabat dan saudara penulis yang selalu ada dalam keadaan suka maupun duka penulis. Terima kasih telah memberikan masukan dan semangat dalam menyelesaikan perkuliahan, serta senantiasa mendengarkan segala keluh kesah penulis dalam hal

apapun.



9. Sahabat terbaik penulis **Andi Syarifah Nurul Rifani**, terima kasih telah meluangkan waktunya untuk mendengar keluh kesah penulis, memberi semangat, dukungan dan menghibur penulis.
10. **Fachraeni Ulfiana, Rahma, Dian Ayu Permata Sari Rusdy, Refa Joyce Semida, dan Evlyn Pricilia Kondy** yang telah meluangkan waktunya untuk memberi bantuan kepada penulis menghadapi kendala dalam perkuliahan serta dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
11. Seluruh teman seperjuangan di **STATISTIKA 2019**. Terima kasih atas canda tawa, suka maupun duka yang telah kalian berikan selama perkuliahan.
12. Teman-teman **KKN 108 Posko 1 Desa Majannang**. Terima kasih untuk cerita suka dan duka perjuangannya.
13. **Keluarga Besar Himastat FMIPA Unhas dan Keluarga Besar Identitas Unhas**, terima kasih atas ilmu dan pengalamannya yang telah menjadi tempat belajar bagi penulis.
14. Kepada seluruh pihak yang tidak sempat penulis sebutkan satu persatu. Terima kasih atas semua dukungan, partisipasi, dan apresiasinya yang diberikan kepada penulis.

Penulis juga menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, namun ini hasil terbaik yang dapat diberikan oleh penulis pada penelitian ini. Oleh karena itu dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan permohonan maaf yang sebesar-besarnya. Akhir kata, semoga tulisan ini dapat memberikan manfaat untuk berbagai pihak.

Makassar, 15 Januari 2024



Marhama
NIM. H051191029



**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMIK**

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Marhama

NIM : H051191029

Program Studi : Statistika

Departemen : Statistika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non-eksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas tugas akhir saya yang berjudul:

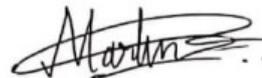
“Penggunaan Metode *Wavelet Thresholding* Dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* Pada Peramalan Curah Hujan”

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar, 15 Januari 2024

Yang Menyatakan,



MARHAMA
NIM. H051191029



ABSTRAK

Wavelet merupakan suatu fungsi transformasi yang secara otomatis memotong data ke dalam komponen berbeda yaitu *filter wavelet* dan *filter* skala. Salah satu transformasi *wavelet* yang dapat digunakan adalah *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Metode ini tidak mensyaratkan data harus stasioner, sehingga MODWT merupakan metode yang tepat untuk melakukan suatu peramalan yang menggunakan data *time series*. Pada implementasinya, MODWT mentransformasikan data *time series* menjadi koefisien-koefisien *wavelet* dan skala yang kemudian dilakukan proses estimasi *noise* atau gangguan per-level resolusi menggunakan *wavelet thresholding*. Terdapat beberapa estimasi pada *wavelet thresholding* yakni *soft thresholding* dan *hard thresholding* dengan masing-masing parameter *minimax*, *adaptive*, dan *universal*. Penelitian ini menggunakan data curah hujan bulanan di Kota Makassar dengan periode Januari 2011 hingga Desember 2022. Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu untuk memperoleh hasil peramalan curah hujan di Kota Makassar menggunakan *wavelet thresholding* dengan MODWT dan membandingkan hasil peramalan curah hujan di Kota Makassar menggunakan *filter Haar* dan *filter Daubechies*. Dari hasil peramalan dengan menggunakan dua jenis *wavelet* yaitu *filter Haar* dan *filter Daubechies* diperoleh bahwa nilai MAPE pada *filter Haar* dengan parameter *minimax hard thresholding* level 1 sebesar 1,82%, parameter *adaptive soft thresholding* level 1 sebesar 2,00%, sedangkan untuk parameter *universal* tidak memenuhi asumsi *white noise*. Nilai MAPE pada *filter Daubechies* dengan parameter *hard thresholding* level 1 diperoleh sebesar 2,42%, parameter *adaptive soft thresholding* level 1 sebesar 2,66%, sedangkan untuk parameter *universal* tidak memenuhi asumsi *white noise*. Sehingga hasil peramalan terbaik untuk curah hujan di Kota Makassar adalah *filter Haar* parameter *minimax* pada fungsi *hard thresholding* level ke-1.

Kata Kunci : Curah Hujan, *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform*, *Filter Haar*, *Filter Daubechies*.



ABSTRACT

Wavelet is a transformation function that automatically cuts data into different components, namely wavelet filters and scale filters. One wavelet transformation that can be used is the Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT). This method does not require the data to be stationary, so MODWT is an appropriate method for forecasting using time series data. In its implementation, MODWT transforms time series data into wavelet and scale coefficients, which then carries out the process of estimating noise or interference per level of resolution using wavelet thresholding. There are several estimates in wavelet thresholding, namely soft thresholding and hard thresholding with minimax, adaptive and universal parameters respectively. This research uses monthly rainfall data in Makassar City for the period January 2011 to December 2022. The aim of this research is to obtain rainfall forecasting results in Makassar City using wavelet thresholding with MODWT and compare the results of rainfall forecasting in Makassar City using the Haar filter and Daubechies filters. From the forecasting results using two types of wavelets, namely the Haar filter and the Daubechies filter, it was found that the MAPE value for the Haar filter with the minimax hard thresholding level 1 parameter was 1.82%, the adaptive soft thresholding level 1 parameter was 2.00%, while for the universal parameter does not meet the white noise assumption. The MAPE value for the Daubechies filter with hard thresholding level 1 parameters was 2.42%, adaptive soft thresholding level 1 parameters was 2.66%, while the universal parameters did not meet the white noise assumption. So the best forecasting result for rainfall in Makassar City is the Haar filter with minimax parameters on the 1st level hard thresholding function.

Keywords : *Rainfall, Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform, Haar, Daubechies.*



DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL i

HALAMAN JUDUL ii

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN iii

HALAMAN PENGESAHAN v

KATA PENGANTAR..... vi

HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI ix

ABSTRAK x

ABSTRACT xi

DAFTAR ISI xii

DAFTAR TABEL..... xiv

DAFTAR GAMBAR..... xvi

DAFTAR LAMPIRAN xvii

BAB I PENDAHULUAN 1

 1.1 Latar Belakang 1

 1.2 Rumusan Masalah 3

 1.3 Batasan Masalah 3

 1.4 Tujuan Penelitian 3

 1.5 Manfaat Penelitian 4

BAB II TINJAUAN PUSTAKA 5

 2.1 Stasioneritas Data 5

 2.2 *Wavelet* 5

 2.3 *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* 6

 2.4 *Filter Wavelet* dan *Filter Skala* 8

 2.5 Definisi dari Koefisien MODWT Level ke-*j* 10

 2.6 Algoritma Piramida 10

 2.7 Estimasi *Thresholding* 11

 2.8 Fungsi *Thresholding* 12

 2.9 Pemilihan Parameter *Thresholding* 13

 2.9.1 *Global Thresholding* 13

 2.9.2 *Level-dependent Thresholding* 15

Mean Absolute Percentage Error..... 15



2.11 Curah Hujan	16
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	17
3.1 Data	17
3.2 Metode Analisis	17
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	20
4.1 Deskripsi Data	20
4.2 <i>Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform</i>	21
4.2.1 <i>Filter Wavelet dan Filter Skala</i>	21
4.2.1.1 <i>Filter Haar</i>	22
4.2.1.2 <i>Filter Daubechies</i>	23
4.2.2 <i>Transformasi</i>	26
4.2.2.1 <i>Wavelet Haar</i>	26
4.2.2.2 <i>Wavelet Daubechies</i>	31
4.3 Proses Analisis Menggunakan <i>Wavelet Thresholding</i>	35
4.3.1 Analisis <i>Wavelet Thresholding</i> pada <i>Filter Haar</i> dengan Parameter <i>Minimax</i>	35
4.3.2 Analisis <i>Wavelet Thresholding</i> pada <i>Filter Daubechies</i> dengan Parameter <i>Minimax</i>	38
4.3.3 Analisis <i>Wavelet Thresholding</i> pada <i>Filter Haar</i> dan <i>Daubechies</i> dengan Parameter <i>Universal</i>	40
4.3.4 Analisis <i>Wavelet Thresholding</i> pada <i>Filter Haar</i> dengan Parameter <i>Adaptive</i>	45
4.3.5 Analisis <i>Wavelet Thresholding</i> pada <i>Filter Daubechies</i> dengan Parameter <i>Adaptive</i>	47
4.4 Pemilihan Estimasi Terbaik.....	49
4.5 Peramalan	50
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	52
5.1 Kesimpulan.....	52
5.2 Saran.....	53
R PUSTAKA	54
SARAN.....	57



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Perhitungan Lebar *Filter Wavelet* 9

Tabel 2.2 Nilai *Threshold* yang Optimal Pada *Minimax Threshold*..... 13

Tabel 4.1 Deskripsi Data 21

Tabel 4.2 Nilai Koefisien *Wavelet Filter Haar* Level ke-1 27

Tabel 4.3 Nilai Koefisien Skala *Filter Haar* Level ke-1 28

Tabel 4.4 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Filter Haar* Level ke-2 30

Tabel 4.5 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Filter Haar* Level ke-3 dan Level ke-4. 30

Tabel 4.6 Nilai Koefisien *Wavelet Filter Daubechies* Level ke-1 31

Tabel 4.7 Nilai Koefisien Skala *Filter Daubechies* Level ke-1 32

Tabel 4.8 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Filter Daubechies* Level ke-2 34

Tabel 4.9 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Filter Daubechies* Level ke-3 34

Tabel 4.10 Nilai MAPE pada *Filter Haar* Parameter *Minimax*. 37

Tabel 4.11 Nilai MAPE pada *Filter Daubechies* Parameter *Minimax*..... 40

Tabel 4.12 Uji Normalitas Menggunakan *Wavelet Thresholding* dengan *Universal Threshold*. 42

Tabel 4.13 Uji Independensi Residual Menggunakan *Wavelet Thresholding* dengan *Universal Threshold*..... 43

Tabel 4.14 Uji Homogenitas Variansi Menggunakan *Wavelet Thresholding* dengan *Universal Threshold*..... 45

Tabel 4.15 Nilai Parameter *Adaptive* pada *Filter Haar* di tiap Level Resolusi 46

Tabel 4.16 Nilai MAPE pada *Filter Haar* Parameter *Adaptive* Setiap Level 47

Tabel 4.17 Nilai Parameter *Adaptive* pada *Filter Daubechies* 47

Tabel 4.18 Nilai MAPE pada *Filter Daubechies* Parameter *Adaptive* 48

Tabel 4.19 Nilai MAPE dari Estimasi Terbaik 49



Tabel 4.20 Perbandingan Pengujian Korelasi Pearson Pada Data Aktual
dan Data Prediksi 50



DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1. Diagram Garis pada Data Curah Hujan Berdasarkan Tahun
 (a), *Scatterplot* pada Data Curah Hujan Berdasarkan Bulan
 (b) 20

Gambar 4.2. Perbandingan Data Aktual dan Data Estimasi pada *Filter Haar* Parameter *Minimax* dengan Fungsi *Soft Thresholding* ... 36

Gambar 4.3. Perbandingan Data Aktual dan Data Estimasi pada *Filter Haar* Parameter *Minimax* dengan Fungsi *Hard Thresholding*..... 37

Gambar 4.4. Perbandingan Data Aktual dan Data Estimasi pada *Filter Daubechies* Parameter *Minimax* dengan Fungsi *Soft Thresholding*..... 39

Gambar 4.5. Perbandingan Data Aktual dan Data Estimasi pada *Filter Daubechies* Parameter *Minimax* dengan Fungsi *Hard Thresholding*..... 39

Gambar 4.6. Perbandingan Data Aktual dan Data Estimasi pada *Filter Haar* dengan Fungsi Parameter *Adaptive*..... 46

Gambar 4.7. Perbandingan Data Aktual dan Data Estimasi pada *Filter Daubechies* dengan Parameter *Adaptive*. 48

Gambar 4.8. Peramalan Curah Hujan Bulanan Di Kota Makassar Menggunakan *Filter Haar* dan *Filter Daubechies*..... 51



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Curah Hujan Di Kota Makassar Periode 2011-2022..... 58

Lampiran 2 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Filter Haar* 59

Lampiran 3 Nilai Koefisien *Wavelet* dan Koefisien Skala *Filter Daubechies*..... 60

Lampiran 4 Uji Normalitas menggunakan *Wavelet Thresholding* dengan *Universal Threshold* pada *Filter Haar* dan *Filter Daubechies*... 61

Lampiran 5 Uji Indenpendensi Residual menggunakan *Wavelet Thresholding* dengan *Universal Thresholding* 63

Lampiran 6 Uji Homogenitas Variansi menggunakan *Wavelet Thresholding* dengan *Universal Thresholding* 70

Lampiran 7 Perbandingan Data Aktual dan Data Prediksi 74



BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Curah hujan merupakan salah satu fenomena alam yang terdapat dalam siklus hidrologi dan sangat dipengaruhi oleh perubahan iklim. Perubahan iklim disebabkan oleh pemanasan global sehingga terjadi pergeseran musim hujan dan musim kemarau yang tidak menentu serta meningkatkan frekuensi peristiwa cuaca ekstrem. Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG) menyebut curah hujan ekstrem seringkali terjadi di wilayah Kota Makassar yang dapat menyebabkan banjir. Pada akhir tahun 2022, cuaca ekstrem melanda sebagian wilayah Kota Makassar sehingga terjadi banjir di beberapa titik yang tingginya mencapai 2,5 meter. Peristiwa ini mengakibatkan 3.344 rumah terendam banjir dan lebih dari 9.000 warga terdampak (BBC, 2022). Oleh karena itu, diperlukan informasi cuaca yang akurat sehingga dapat digunakan untuk meminimalisir kerugian serta langkah awal dalam mitigasi bencana. Informasi tersebut dapat diperoleh dengan melakukan suatu peramalan (Soemarno dkk., 2022).

Peramalan merupakan metode untuk memperkirakan apa yang terjadi pada masa depan berdasarkan nilai sekarang dan masa lalu. Dalam implementasinya, proses peramalan menggunakan data *time series* (Makridakis, 1999). Pendekatan statistik yang umum digunakan dalam meramalkan suatu kejadian adalah *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Penggunaan metode ARIMA pada peramalan jangka pendek menghasilkan nilai yang akurat. Sedangkan untuk peramalan jangka panjang ketepatan peramalannya kurang baik. Adapun asumsi ARIMA yang harus dipenuhi adalah data harus stasioner. Jika terjadi ketidakstasioneran pada data maka dilakukan proses *differencing*. Namun, ketika melakukan *differencing* secara terus-menerus dapat mengurangi tingkat keakuratan data. Sebagai alternatif untuk menganalisis data serupa bisa menggunakan metode *wavelet* (Tusyakdiah, 2020).

Pada tahun 1980 hingga awal tahun 1990, *Wavelet* diperkenalkan dan digunakan pada bidang analisis gelombang. Namun, beberapa ilmuwan mengembangkan *wavelet* dalam bidang statistika (Nason, 2008). Dalam statistika, *wavelet* merupakan fungsi transformasi yang secara otomatis



memotong data ke dalam komponen berbeda dan mempelajari masing-masing komponen dengan resolusi yang sesuai dengan skalanya (Daubechies, 1992). Proses yang digunakan untuk menganalisis data tersebut adalah transformasi *wavelet*. Salah satu transformasi *wavelet* yang bisa digunakan adalah *Maximal overlap discrete wavelet transform* (MODWT)

Maximal overlap discrete wavelet transform (MODWT) merupakan metode tanpa harus memperhatikan data tersebut stasioner atau tidak. Kelebihan lainnya adalah dapat digunakan pada ukuran sampel N serta mampu mengatasi pengurangan data atau *downsampling* (Percival dan Waldon., 2000). Data didekomposisi menggunakan MODWT dengan *filter Haar* atau *filter Daubechies* hingga diperoleh koefisien *wavelet* dan koefisien skala. *Wavelet Haar* dan *Daubechies* memiliki kelebihan mendapatkan hasil yang lebih *smooth* ketika digunakan dalam kompresi data. Perhitungan matriks dengan suatu algoritma digunakan dalam dekomposisi MODWT yang disebut dengan algoritma piramida. Koefisien yang diperoleh digunakan untuk memodelkan data dengan *wavelet thresholding* untuk mendapatkan nilai peramalan (Prasetyaningsih, 2020).

Beberapa penelitian mengenai *wavelet* telah dilakukan. Diantaranya Bunga Aprilianti (2022) melakukan penelitian menggunakan metode MODWT ARIMA. Metode peramalan ini menggunakan MODWT sebagai *pre-processing* sedangkan ARIMA sebagai pembentuk model runtun dari data hasil MODWT. Azizah dan Hernadi (2020) juga mengembangkan metode peramalan yang menggabungkan penggunaan *wavelet* dalam *vector autoregressive* (VAR). Sedangkan, Risma Sari (2020) melakukan penelitian menggunakan transformasi *wavelet* diskrit *Daubechies*. Estimasi *thresholding* yang dilakukan ada 3 yaitu *soft thresholding* parameter *minimax*, *hard thresholding* parameter *minimax*, serta *soft thresholding* parameter *adaptive*. Didapatkan estimasi *thresholding* menggunakan *discrete wavelet transform* pada data Inflasi tiap bulan yang terbaik adalah *soft thresholding* parameter *minimax*.

Berdasarkan uraian tersebut maka penelitian ini berfokus pada peramalan curah hujan di Kota Makassar menggunakan metode *wavelet thresholding* MODWT. *Filter* yang digunakan adalah *filter Haar* dan *filter Daubechies*.



Sedangkan penentu parameter terbaik menggunakan *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka dibentuk rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu

1. Bagaimana hasil peramalan data curah hujan di Kota Makassar menggunakan metode *wavelet thresholding* dengan *maximal overlap discrete wavelet transform*?
2. Bagaimana hasil perbandingan peramalan data curah hujan di Kota Makassar dari *filter Haar* dan *filter Daubechies* menggunakan metode *wavelet thresholding* dengan *maximal overlap discrete wavelet transform*?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan pada penelitian skripsi ini adalah:

1. *Filter wavelet* yang digunakan adalah *Haar* ($L = 2$) dan *Daubechies* ($L = 4$).
2. Parameter yang digunakan adalah *adaptive threshold*, *universal threshold* dan *minimax threshold*.
3. Level resolusi yang digunakan pada *filter Haar* adalah 4 level dan untuk *filter Daubechies* adalah 3 level.
4. Fungsi yang digunakan adalah *soft thresholding*, dan *hard thresholding*.
5. Data yang digunakan adalah data curah hujan bulanan di Kota Makassar periode Januari 2011-Desember 2022.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Memperoleh hasil peramalan curah hujan di Kota Makassar menggunakan metode *wavelet thresholding* dengan *maximal overlap discrete wavelet transform*.
2. Memperoleh hasil perbandingan peramalan curah hujan di Kota Makassar dari *filter Haar* dan *filter Daubechies* menggunakan metode *wavelet thresholding* dengan *maximal overlap discrete wavelet transform*.



1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat sebagai pedoman dan acuan penelitian selanjutnya mengenai pengembangan ilmu statistika khususnya peramalan menggunakan *maximal overlap discrete wavelet transform*. Selain itu, dapat membantu pemerintah dalam mengambil tindakan pencegahan bencana banjir.



BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Stasioneritas Data

Stasioneritas adalah tidak adanya kenaikan atau penurunan data. Suatu data dapat dikatakan stasioner apabila pola data tersebut berada pada kesetimbangan di sekitar nilai rata-rata yang konstan dan variansi di sekitar rata-rata tersebut konstan selama waktu tertentu (Makridakis, 1999). Deret waktu dikatakan stasioner apabila rata-rata dan variansinya tetap. Pendeteksian kestasioneran dalam variansi dapat dilakukan dengan melihat plot Box-Cox data. Jika koefisien yang dihasilkan adalah satu atau mendekati satu, maka data dapat dikatakan stasioner dalam variansi (Box dan Cox., 1964). Sedangkan untuk memeriksa kestasioneran dalam rata-rata, dapat digunakan diagram deret waktu (*time series plot*) yaitu diagram pencar antara nilai variabel (X_t) dengan waktu (t). Jika diagram deret waktu berfluktuasi di sekitar garis yang sejajar sumbu waktu (t) maka dikatakan deret (*series*) stasioner dalam rata-rata (Aswi, 2006).

Pengujian stasioner dapat dilakukan dengan menggunakan uji akar unit (*unit root test*) yang dikembangkan oleh Dickey-Fuller dan kemudian dikenal dengan uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Uji ADF merupakan salah satu pengujian statistik yang digunakan untuk menguji kestasioneran data dalam rata-rata, yang berguna untuk mengakomodasi terjadinya korelasi pada residual dengan menambahkan *lag* dari variabel dependen X_t (Gujarati, 2003).

Umumnya sebagian besar data deret waktu bersifat tidak stasioner. Jika data tidak stasioner maka perlu dilakukan proses *differencing* agar data dapat stasioner. Namun, terdapat alternatif lainnya yaitu menggunakan transformasi *wavelet*.

2.2 Wavelet

Dalam Bahasa Prancis, *wavelet* biasa disebut dengan *ondelette* yang artinya gelombang kecil untuk sarana mengolah sinyal *seismic* oleh seorang geophysicist *de*“ yang berarti gelombang, kemudian diterjemahkan ke Bahasa Inggris *wave* lalu digabung dengan kata aslinya sehingga berbentuk kata *wavelet*?. Gelombang (*wave*) didefinisikan sebagai fungsi osilasi atas waktu atau



ruang dan periodik. *Wave* biasanya digunakan dalam bidang fisika, perluasan sinyal dan sebagainya. Fungsi *wavelet* merupakan fungsi matematika yang mempunyai sifat-sifat tertentu diantaranya berisolasi disekitar nol (seperti fungsi sinus dan cosinus) dan terlokalisasi dalam domain waktu dan frekuensi serta membentuk basis ortonormal dalam $L^2(R)$ (Layla, 2016). *Wavelet* mampu merepresentasikan fungsi-fungsi yang bersifat tidak mulus. Hal ini karena basis dalam *wavelet* ditentukan oleh translasi dan dilatasi. Representasi *wavelet* pada bagian fungsi yang tidak mulus menggunakan panjang support yang sempit dan pada bagian fungsi yang mulus menggunakan support yang lebih lebar. Dengan demikian fungsi *wavelet* mempunyai panjang support yang bersifat adaptif secara lokal sehingga metode *wavelet* sangat cocok untuk memodelkan data-data yang berfluktuasi (Percival dan Walden., 2000).

Terdapat beberapa jenis *wavelet* diantaranya *filter Haar* dan *filter Daubechies*. *Filter Haar* ditemukan oleh Alfred Haar pada tahun 1910. *Filter Haar* memiliki *support* kompak tetapi tidak mulus, bahkan tidak kontinu, dan merupakan satu-satunya *wavelet* kompak *orthogonal* yang simetris (Suparti dkk., 2008). Menurut Suparti dkk, lebar *filter* dalam *filter Haar* adalah 2 atau $L = 2$, dengan nilai *filter wavelet* (h_0) dan *filter* skala (g_0), yaitu:

$$h_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, h_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{2.1}$$

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, g_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{2.2}$$

Filter Daubechies merupakan salah satu jenis dari *wavelet* orthogonal. *Filter Daubechies* ini diambil dari nama belakang penemunya yaitu Ingrid Daubechies. Menurut Burrus dkk, *filter Daubechies* 4 atau disingkat D(4) memiliki lebar *filter* sebanyak 4 atau ($L = 4$) dengan nilai *filter wavelet* (h_0) dan *filter* skala (g_0), yaitu: (Burrus dkk., 1998)

$$h_0 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_1 = \frac{-3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_2 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_3 = \frac{-1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \tag{2.3}$$

$$g_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, g_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, g_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, g_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \tag{2.4}$$

Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform

Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT) merupakan variasi dari *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Berbeda dengan DWT yang



mensyaratkan data harus memenuhi kelipatan dua, MODWT dapat digunakan untuk ukuran sampel N . MODWT memiliki kelebihan yaitu mampu menghilangkan pengurangan data (*downsampling*) sehingga terdapat koefisien *wavelet* dan koefisien skala pada masing-masing levelnya. Tujuan MODWT adalah mendefinisikan transformasi untuk menghindari kesensitifan yang dimiliki DWT dalam pemilihan titik awal dalam suatu runtun waktu. Sensitifitas ini adalah *downsampling* dari output *filter wavelet* dan *filter* skala pada masing-masing tahap algoritma piramida (Percival dan Walden., 2000).

Level yang digunakan untuk MODWT bukanlah level maksimal melainkan level optimal. Percival dan Walden (2000) menyebutkan level yang sebaiknya digunakan untuk dekomposisi MODWT, yaitu :

$$j < \ln\left(\frac{N}{L-1} + 1\right) \tag{2.5}$$

Dengan N adalah besar sampel, dan L adalah lebar *filter* (Zhang dkk, 2016).

Dengan mendefinisikan \tilde{V} yang merupakan matriks $N \times N$ yang berisikan *filter* \tilde{g} dan \tilde{W} adalah matriks $N \times N$ yang berisikan *filter* \tilde{h} . Misalnya untuk level pertama dengan $L = 4$ didefinisikan \tilde{W}_1 sebagai matriks *filter wavelet* sehingga didapat :

$$\begin{bmatrix} \tilde{h}_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 \\ \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 \\ \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{h}_3 & \tilde{h}_2 & \tilde{h}_1 & \tilde{h}_0 \end{bmatrix}$$

sedangkan matriks *filter* skala \tilde{V}_1 strukturnya sama dengan \tilde{W}_1 namun \tilde{h}_l diganti dengan \tilde{g}_l . Sehingga langkah pertama dari MODWT dapat dituliskan dalam persamaan berikut (Percival dan Walden., 2000) :

$$\begin{bmatrix} \tilde{W}_1 \\ \tilde{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{W}_1 \\ \tilde{V}_1 \end{bmatrix} X \tag{2.6}$$

$$\tilde{W}_1 = \tilde{W}_1 X$$

$$\tilde{V}_1 = \tilde{V}_1 X$$



2.4 Filter Wavelet dan Filter Skala

Filter terbagi menjadi dua yaitu *filter wavelet* dan *filter skala*. Terdapat hubungan antara DWT dan MODWT dalam *filter wavelet* dan *filter skala* MODWT. Jika *filter wavelet* pada DWT dituliskan dengan $h = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]$, maka *filter wavelet* MODWT dapat dituliskan $\tilde{h} = [\tilde{h}_0, \tilde{h}_1, \dots, \tilde{h}_{L-1}]$ dengan L menyatakan lebar *filter* yang merupakan bilangan bulat. Demikian berlaku juga pada *filter skala* MODWT, jika *filter skala* pada DWT dituliskan dengan $g = [g_0, g_1, \dots, g_{L-1}]$, maka *filter skala* MODWT dapat dituliskan $\tilde{g} = [\tilde{g}_0, \tilde{g}_1, \dots, \tilde{g}_{L-1}]$ (Aprilianti dkk., 2022).

Masing-masing *filter* MODWT memiliki lebar $L_j = (L - 1)(2^j - 1) + 1$ dan dihasilkan sifat dasar *filter skala* MODWT yaitu (Andriyani dkk., 2019) :

$$\tilde{g}_{1,l} = \tilde{g}_l = (-1)^{l+1} \tilde{h}_{L-1-l} = g_l / \sqrt{2} \quad (2.7)$$

dan sifat *filter wavelet* MODWT

$$\tilde{h}_{1,l} = \tilde{h}_l = h_l / \sqrt{2} \quad (2.8)$$

syarat *filter wavelet* harus memenuhi persamaan :

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2} \text{ dan } \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \quad (2.9)$$

untuk semua bilangan bulat n bukan nol.

Syarat *filter skala* harus memenuhi persamaan :

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2} \text{ dan } \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0 \quad (2.10)$$

dengan :

\tilde{g}_l : *filter skala* MODWT

g_l : *filter skala* DWT

\tilde{h}_l : *filter wavelet* MODWT

h_l : *filter wavelet* DWT

L_j : lebar dari *filter wavelet* dan *filter skala* level ke- j



Terdapat perhitungan untuk beberapa *filter wavelet* pada Tabel 2.1 (Percival dan Walden., 2000) :

Tabel 2.1 Perhitungan Lebar *Filter Wavelet*

Level ke- j	Lebar filter ($L_j = (L - 1)(2^j - 1) + 1$)	
	<i>Haar</i> ($L = 2$)	<i>Daubechies 4</i> ($L = 4$)
1	2	4
2	4	10
...
J_0	$(2^{J_0} - 1) + 1$	$3(2^{J_0} - 1) + 1$

Wavelet Haar pada level pertama maka $j = 1$ dan $L_j = L = 2$. Untuk menghitung *filter wavelet Haar* dapat dituliskan:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0 \rightarrow \tilde{h}_0 + \tilde{h}_1 = 0 \tag{2.11}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2} \rightarrow \tilde{h}_0^2 + \tilde{h}_1^2 = \frac{1}{2} \tag{2.12}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \rightarrow \tilde{h}_0 \tilde{h}_2 + \tilde{h}_1 \tilde{h}_3 = 0 \tag{2.13}$$

Menghitung *filter wavelet Daubechies 4* dapat dituliskan:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0 \rightarrow \tilde{h}_0 + \tilde{h}_1 + \tilde{h}_2 + \tilde{h}_3 = 0 \tag{2.14}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2} \rightarrow \tilde{h}_0^2 + \tilde{h}_1^2 + \tilde{h}_2^2 + \tilde{h}_3^2 = \frac{1}{2} \tag{2.15}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \rightarrow \tilde{h}_0 \tilde{h}_2 + \tilde{h}_1 \tilde{h}_3 + \tilde{h}_2 \tilde{h}_4 + \tilde{h}_3 \tilde{h}_5 = 0 \tag{2.16}$$

Menghitung *filter Skala* pada *wavelet Haar* pada level $j = 1$ dapat dituliskan:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1 \rightarrow \tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 = 1 \tag{2.17}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2} \rightarrow \tilde{g}_0^2 + \tilde{g}_1^2 = \frac{1}{2} \tag{2.18}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0 \rightarrow \tilde{g}_0 \tilde{g}_2 + \tilde{g}_1 \tilde{g}_3 = 0 \tag{2.19}$$

Menghitung *filter skala* pada *wavelet Daubechies 4* dapat dituliskan:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1 \rightarrow \tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 = 1 \tag{2.20}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2} \rightarrow \tilde{g}_0^2 + \tilde{g}_1^2 + \tilde{g}_2^2 + \tilde{g}_3^2 = \frac{1}{2} \tag{2.21}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0 \rightarrow \tilde{g}_0 \tilde{g}_2 + \tilde{g}_1 \tilde{g}_3 + \tilde{g}_2 \tilde{g}_4 + \tilde{g}_3 \tilde{g}_5 = 0 \tag{2.22}$$



Koefisien *wavelet* di setiap level pada MODWT selalu sama sehingga lebih sesuai untuk pemodelan *time series* dibandingkan dengan DWT. Prediksi data *time series* dimodelkan secara linier berdasarkan koefisien *wavelet* hasil dekomposisi sebelumnya (Kusumaningrum dkk., 2017). Pemodelan *wavelet* untuk proses ini, Renaud dkk (2003) dan Murtagh dkk (2004) menyusun prosedur penentuan *lag* yang menjadi *variabel input* untuk prediksi multiskala *autoregresif*. Dalam hal ini, koefisien *wavelet* dan koefisien skala hasil transformasi MODWT yang dianggap mempunyai pengaruh untuk prediksi waktu $(t + 1)$ akan berbentuk $W_{j,t-2^j(t-1)}$ dan $V_{j,t-2^j(t-1)}$ (Prasetyaningsih, 2020).

2.5 Definisi dari Koefisien MODWT Level ke-j

Diketahui bahwa \tilde{W}_j dan \tilde{V}_j merupakan *filter wavelet* dan *filter* skala untuk suatu data runtun waktu (X_t) dengan sebarang ukuran sampel N , yang secara berurutan memiliki elemen :

$$\tilde{W}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l X_{t-1 \bmod N} \tag{2.23}$$

$$\tilde{V}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l X_{t-1 \bmod N}, \tag{2.24}$$

Untuk $t = 1, 2, \dots, T$. $\tilde{W}_{j,t}$ dinyatakan sebagai koefisien *wavelet* MODWT pada level ke- j dan pada waktu ke- t , $\tilde{V}_{j,t}$ dinyatakan sebagai koefisien skala MODWT pada level ke- j dan pada waktu ke- t (Farima, 2018).

2.6 Algoritma Piramida

Algoritma piramida digunakan untuk proses komputasi pada level j untuk koefisien *wavelet* (\tilde{W}_j) maupun skala (\tilde{V}_j). Suatu *filter wavelet* \tilde{h}_l dengan lebar $2^{j-1}(L - 1) + 1$ mempunyai deret seperti dibawah ini:

$$\tilde{h}_0, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1} - 1}, \tilde{h}_1, \underbrace{0, \dots, 0}_{2^{j-1} - 1}, \tilde{h}_{L-2}, \underbrace{0, \dots, 0, \tilde{h}_1}_{2^{j-1} - 1}, \tilde{h}_{L-1}$$

memiliki fungsi transform yang didefinisikan $\tilde{H}(2^{j-1}f)$. Elemen-elemen $\tilde{W}_{j,t}$ diperoleh dari $\tilde{V}_{j,t}$ dengan rumus:

$$\tilde{W}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{V}_{j-1,t-2^{j-1}l \bmod N}, t = 1, 2, \dots, T \tag{2.25}$$

rumus yang sama

$$\tilde{V}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{j-1,t-2^{j-1}l \bmod N}, t = 1, 2, \dots, T \tag{2.26}$$



Kedua persamaan diatas menjadi dasar algoritma piramida MODWT. Jika ditentukan $\tilde{V}_{0,t} = X_t$, maka dua persamaan diatas merupakan hasil koefisien *wavelet* dan koefisien skala pada level pertama. Invers MODWT dapat dihitung melalui invers dari algoritma piramida yaitu (Percival dan Walden., 2000).

$$\tilde{V}_{j-1} \sum_{l=0}^{L-1} h_l \tilde{W}_{j,t+2^{j-1}l \bmod N} + \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{j,t+2^{j-1}l \bmod N}, t = 0,1,2, \dots, N - 1$$

Kemudian dapat diperoleh algoritma piramida level pertama yang mana menghasilkan persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{0,t} &= \sum_{l=0}^{L-1} h_l \tilde{W}_{1,t+2^{j-1}l \bmod N} + \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{1,t+2^{j-1}l \bmod N} \\ \tilde{V}_{0,t} &= \sum_{l=0}^{L-1} h_l \tilde{W}_{1,t+1l \bmod N} + \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{1,t+1l \bmod N} \\ \tilde{V}_{0,t} &= \sum_{l=0}^{N-1} h_l \tilde{W}_{1,t+1l \bmod N} + \sum_{l=0}^{N-1} \tilde{g}_l \tilde{V}_{1,t+1l \bmod N} \\ \tilde{V}_{0,t} &= \tilde{W}_1^T \tilde{W}_j + \tilde{V}_1^T \tilde{V}_j \\ \tilde{V}_{0,t} &= \tilde{D}_1 + \tilde{S}_1 \end{aligned}$$

Jika $\tilde{V}_0 = X$, maka persamaan diatas dikenakan secara berulang hingga level ke J_0 , sehingga notasi matriknya dapat ditulis :

$$\begin{aligned} X &= \sum_{j=1}^{J_0} \tilde{W}_j^T \tilde{W}_j + \tilde{V}_{j_0}^T \tilde{V}_{j_0} \tag{2.27} \\ X &= \sum_{j=1}^{J_0} \tilde{D}_j + \tilde{S}_j \end{aligned}$$

2.7 Estimasi *Thresholding*

Wavelet thresholding adalah metode yang menekankan rekonstruksi *wavelet* dengan sejumlah koefisien terbesar, yaitu koefisien lebih besar dari nilai tertentu akan diambil, selebihnya akan diabaikan atau dianggap nol. Nilai tersebut dinamakan nilai *threshold*/nilai ambang. Tingkat kemulusan estimasi ditentukan oleh pemulihan fungsi *wavelet*, jenis fungsi *thresholding*, level resolusi dan parameter *threshold*. Untuk estimatornya dapat dituliskan :

$$\hat{f}_\lambda(u) = \sum_{j=0}^{j-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} I_{\{|w_{j,t}^{(n)}| > \lambda\}} w_{j,t}^{(n)} \Psi_{j,t}(u) \tag{2.28}$$

Dari persamaan diatas λ merupakan nilai *threshold* dimana I_A merepresentasikan fungsi indikator dari himpunan A. Estimator pada persamaan diatas dapat dianggap sebagai operator *nonlinear* pada vektor koefisien yang

hasilkan vektor $\hat{\theta}$ dari estimasi koefisien. Karena *thresholding* dirancang membedakan antara koefisien *wavelet* empiris yang masuk dan keluar dari aksi *wavelet*, sedangkan untuk membuat keputusan faktor yang



mempengaruhi estimator yaitu ukuran sampel n dan tingkat *noise* σ^2 , maka setiap koefisien *wavelet* merupakan calon yang kuat masuk di dalam rekonstruksi *wavelet* jika ukuran sampel besar atau *noise* kecil. Untuk estimator *thresholding* adalah

$$\hat{\theta}_{j,k} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \delta\lambda \left(\frac{\sqrt{nw_{j,k}^{(n)}}}{\sigma} \right) \tag{2.29}$$

dengan $\delta\lambda$ adalah fungsi *thresholding*, dan λ adalah parameter *thresholding*.

Wavelet thresholding diberlakukan aturan setidaknya untuk mengestimasi nilai σ , karena nilai biasanya tidak diketahui. Dimana nilai standart deviasi dari observasi : $X_1, X_2, X_3, \dots, Y_n$. Dalam mengestimasi nilai σ , koefisien *wavelet* $w_{j-1,k}^{(n)}$ memiliki nilai $\theta_{j,k}$ saling berkorespondasi varian $\frac{\sigma}{n}$ dan koefisien independent digunakan *wavelet* ortogonal. Menurut Donoho dan Johnstone (1994) mengusulkan estimasi σ berdasarkan koefisien *wavelet* empiris pada level resolusi tertinggi. Karena pada level resolusi tertinggi dari suatu koefisien biasanya terdapat banyak *noise*. Menurut Odgen (1997), estimasi MAD (*Median of Absolute Deviation*) untuk mengestimasi nilai σ sebagai berikut : (Odgen, 1997).

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}(|w_{j-1,t}^{(n)} - \text{median}(w_{j-1,t}^{(n)})|)}{0,6745} \tag{2.30}$$

2.8 Fungsi *Thresholding*

Fungsi *thresholding* terbagi menjadi dua yaitu *hard thresholding* dan *soft thresholding*.

a. *Hard Thresholding*

Fungsi *hard thresholding* dinyatakan sebagai berikut:

$$\delta_{\lambda}^h(x) = \begin{cases} x, & \text{jika } |x| > \lambda \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases} \tag{2.31}$$

b. *Soft Thresholding*

Fungsi *soft thresholding* dinyatakan sebagai berikut:

$$\delta_{\lambda}^s(x) = \begin{cases} x - \lambda, & \text{jika } x > \lambda \\ 0, & \text{jika } x \leq \lambda \\ x + \lambda & \text{jika } x < -\lambda \end{cases} \tag{2.32}$$

merupakan parameter *thresholding* (Wibowo dkk., 2012). Kedua fungsi sering digunakan untuk melakukan proses estimasi *thresholding*. Fungsi



hard thresholding dikenal karena memiliki diskontinu dalam fungsi *thresholding* sehingga nilai x yang berada diatas λ diabaikan. Fungsi *soft thresholding* biasa digunakan karena selalu kontinu, yang artinya nilai x yang berada diatas *thresholding* λ ikut dimasukkan dalam proses estimasi. Prinsip dalam fungsi *soft thresholding* bahwa setiap noise mempengaruhi semua koefisien *wavelet* (Prasetyaningsih, 2020).

2.9 Parameter Thresholding

Pada estimasi fungsi dengan metode *wavelet thresholding*, tingkat kemulusan estimator ditentukan oleh level resolusi j , fungsi *thresholding* $\delta\lambda$, dan parameter *threshold* λ . Namun, pemilihan j dan $\delta\lambda$ tidak sedominan λ . Nilai λ yang terlalu kecil memberikan estimasi fungsi yang tidak mulus (*under smooth*) sedangkan nilai λ yang terlalu besar memberikan estimasi yang sangat mulus (*over smooth*). Ada dua kategori dalam pemilihan parameter yaitu *global thresholding* dan *level-dependent thresholding*. Parameter yang digunakan dalam kategori *global thresholding* yaitu *minimax* dan *universal*. Sedangkan parameter yang termasuk dalam *level-dependent thresholding* adalah *adaptive threshold* (Prasetyaningsih, 2020).

2.9.1 Global Thresholding

Global thresholding berarti memilih satu parameter *threshold* yang digunakan untuk seluruh level resolusi. Dalam pemilihan *threshold* yang bergantung pada banyaknya data pengamatan N (Kusumaningrum dkk., 2017).

a. Minimax Threshold

Sebuah *threshold* optimal yang diperoleh berdasarkan ukuran sampel N disebut *minimax threshold* (λ^M) (Odgen, 1997). Nilai *threshold* sesuai ukuran sampel yang ditabelkan oleh Donoho dan Johnstone (1994) sebagai berikut :

Tabel 2.2 Nilai *Threshold* yang optimal pada *Minimax Threshold*

N	λ^M	N	λ^M
2	0	512	2.047
4	0	1.024	2.232



N	λ^M	N	λ^M
8	0	2.048	2.414
16	1.200	4.094	2.594
32	1.270	8.192	2.773
64	1.474	16.384	2.952
128	1.169	32.768	3.131
256	1.860	65.536	3.310

b. *Universal Threshold*

Donoho dan Johnstone (1994) menyarankan menggunakan parameter *universal threshold* jika residual (ε) berdistribusi normal (IID) multivariate dengan mean nol dan kovarian $\sigma^{2/N}$ atau $\varepsilon \sim N(0, \sigma^{2/N})$. e_t adalah vektor elemen ke- l dari residual ε berdistribusi normal dengan mean nol dan variansi konstan (σ^2) yaitu:

$$e_l \sim NID(0, \sigma^2) \text{ dan } cov\{e_l, e_{l'}\} = 0 \text{ ketika } l \neq l' \tag{2.33}$$

Parameter *universal* digunakan apabila residual memenuhi asumsi *white noise* sehingga perlu dilakukan uji normalitas, uji independensi residual dan uji homogenitas variansi. Uji normalitas dan independensi residual sama seperti pada materi ARIMA dan uji homogenitas variansinya digunakan Uji korelasi Pearson yaitu:

Uji Hipotesis:

H_0 : Variansi residual konstan

H_1 : Variansi residual tidak konstan

Taraf signifikansi : $\alpha = 5\%$

Statistik Uji:

$$r = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - (\sum_{i=1}^N x_i)(\sum_{i=1}^N y_i)}{\sqrt{(N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2)} \sqrt{(N \sum_{i=1}^N y_i^2 - (\sum_{i=1}^N y_i)^2)}} \tag{2.34}$$

an :
korelasi pearson



N : Ukuran sampel (Arikunto 1997)

jika residual (ϵ) dari hasil estimasi berdistribusi *white noise*, maka Donoho dan Jhonston dalam buku Percival dan Walden menyarankan *Universal Threshold* :

$$\lambda^U = \sigma\sqrt{2\ln(N)} \tag{2.35}$$

σ harus diestimasi dari data melalui fungsi median deviasi absolut (Percival dan Walden, 2000).

2.9.2 Level-dependent Thresholding

Threshold yang bergantung pada resolusi memiliki arti bahwa dalam memilih parameter λ_j bergantung pada level resolusi j . Pemilihan *threshold* ini dengan prinsip untuk meminimalkan *Stein Unbiased Risk Estimator* (SURE) pada suatu level resolusi. Dikenal sebagai parameter *Adaptive threshold* untuk himpunan koefisien detail $\tilde{w}_{j,l}$ yang beranggotakan L koefisien didefinisikan sebagai berikut (Nason, 2008):

$$\lambda^A = \arg \min_{0 \leq \lambda} SURE(\tilde{w}_{j,l}; \lambda) \tag{2.36}$$

dengan :

$$SURE(\tilde{w}_{j,l}; \lambda) = L - 2 \sum_{l=1}^L 1_{[|\tilde{w}_{j,l}| \leq \lambda]} + \sum_{l=1}^L \min_{(\tilde{w}_{j,l}/\sigma_j)^2, \lambda^2} \tag{2.37}$$

Keterangan :

L : jumlah koefisien wavelet

λ : parameter *threshold*

$\tilde{w}_{j,l}$: koefisien wavelet

2.10 Mean Absolute Percentage Error

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) merupakan suatu metode untuk mengukur akurasi dari suatu peramalan dengan menghitung rata-rata dari keseluruhan persentase kesalahan (selisih) antara data aktual dengan data hasil peramalan. Ukuran akurasi dicocokkan dengan data *time series*, dan ditunjukkan dalam persentase (Farah dkk., 2018). MAPE memiliki kelebihan yaitu menyatakan persentase kesalahan hasil peramalan terhadap data aktual selama

tertentu yang akan memberikan informasi persentase kesalahan terlalu atau terlalu rendah, sehingga akan lebih akurat (Danianty dkk., 2020). Matematis nilai MAPE didefinisikan sebagai : (Farah dkk., 2018)



$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right| 100\% \quad (2.38)$$

Kriteria nilai MAPE sebagai berikut (Triyunanto dkk, 2021):

- b. Tingkat akurasi sangat baik jika $MAPE < 10\%$
- c. Tingkat akurasi baik jika $10\% \leq MAPE < 20\%$
- d. Tingkat akurasi cukup baik jika $20\% \leq MAPE < 50\%$
- e. Tingkat akurasi buruk jika $MAPE > 50\%$

2.11 Curah Hujan

Hujan adalah proses mencairnya awan akibat pengaruh suhu udara tinggi berwujud cairan yang merupakan proses kondensasi uap air di atmosfer menjadi butir air yang cukup berat untuk jatuh dan biasanya tiba di daratan. Menurut Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG, 2020) hujan adalah suatu bentuk presipitasi atau endapan dari cairan atau zat pada yang berasal dari kondensasi yang jatuh dari awan menuju permukaan bumi. Hujan turun biasanya tidak lepas dari pengaruh kelembaban udara yang memacu jumlah titik-titik air yang terdapat pada udara (BMKG, 2023)..

Hujan memiliki pengaruh yang sangat besar bagi kehidupan manusia, karena dapat memperlancar atau malah menghambat kegiatan manusia. Oleh karena itu kualitas data curah hujan yang didapat haruslah bermutu dan memiliki keakuratan yang tinggi. Curah hujan adalah banyaknya air hujan yang jatuh pada permukaan bumi suatu daerah dalam kurun waktu tertentu. Curah hujan adalah ketinggian air hujan yang terkumpul dalam penakar hujan pada tempat yang datar, tidak menyerap, tidak meresap dan tidak mengalir (BMKG, 2020). Satuan yang digunakan untuk mengukur curah hujan adalah millimeter (mm). Curah hujan 1 (satu) mm ialah air hujan setinggi 1 (satu) mm yang jatuh (tertampung) pada tempat yang datar seluas $1 m^2$ dengan asumsi tidak ada yang menguap, mengalir, dan meresap (BMKG, 2023).

