

**APLIKASI METODE *WAVELET THRESHOLDING* DENGAN
MAXIMAL OVERLAP DISCRETE WAVELET TRANSFORM
PADA DATA EKSPOR NONMIGAS INDONESIA**

*APPLICATION OF THE WAVELET THRESHOLDING
METHOD WITH MAXIMAL OVERLAP DISCRETE WAVELET
TRANSFORM ON INDONESIAN NON-OIL AND GAS
EXPORT DATA*

NURFAUZUL AKBAR



**PROGRAM STUDI STATISTIKA
SEKOLAH PASCASARJANA
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2024

**APLIKASI METODE *WAVELET THRESHOLDING* DENGAN
MAXIMAL OVERLAP DISCRETE WAVELET TRANSFORM PADA
DATA EKSPOR NONMIGAS INDONESIA**

Tesis

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

Program Studi Statistika

Disusun dan diajukan oleh

NURFAUZUL AKBAR

H062212001

kepada

**PROGRAM MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

TESIS

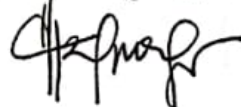
APLIKASI METODE WAVELET THRESHOLDING DENGAN MAXIMAL OVERLAP DISCRETE WAVELET TRANSFORM PADA DATA EKSPOR NONMIGAS INDONESIA

NURFAUZUL AKBAR
H062212001

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka
Penyelesaian Studi Program Magister Statistika Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
pada tanggal 02 Februari 2024
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama



Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.
NIP. 19750429 200003 2 001

Pembimbing Pendamping



Prof. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.
NIP. 19620926 198702 2 001



PERNYATAAN KEASLIAN TESIS DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul Aplikasi Metode *Wavelet Thresholding* Dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* Pada Data Ekspor Nonmigas Indonesia adalah benar karya saya dengan arahan dari komisi pembimbing (Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si dan Prof. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si) karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi manapun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari isi tesis ini telah dipublikasikan di Jurnal (The Seybold Report Journal (TSRJ) sebagai artikel dengan judul *Wavelet Method Application Thresholding With Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform*.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, Januari 2024

menyatakan.



..... uzul Akbar

NIM. H062212001

UCAPAN TERIMA KASIH

Alhamdulillah puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT, berkat rahmat dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini. Penulisan tesis ini dibuat sebagai persyaratan, guna memperoleh gelar magister Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa dalam tesis ini masih terdapat banyak kekurangan, baik dari segi isi maupun cara penyampaiannya. Namun itulah yang terbaik yang dapat penulis berikan. Untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis menyampaikan permohonan maaf dan mengharapkan kritikan yang membangun dari pembaca.

Dalam penulisan tesis ini banyak mengalami hambatan dan tantangan, namun berkat adanya petunjuk, bimbingan dan bantuan baik berupa moril maupun materil dari berbagai pihak sehingga tesis ini dapat diselesaikan. Dibalik terselesaikannya tesis ini ada banyak pihak yang telah membantu dan bekerja sama dengan penulis. Melalui pengantar ini penulis menghaturkan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada dosen pembimbing, Ibu **Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si** dan Ibu **Prof. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si** yang telah berkenan memberikan waktu luang, arahan, serta bimbingan dengan penuh kesabaran meneliti setiap kata demi kata dalam tesis ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada dosen-dosen penguji, yakni Ibu **Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si**, Bapak **Dr. Nirwan Ilyas, M.Si** dan Ibu **Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si** yang telah memberikan saran serta kritik yang membangun untuk penelitian ini.

Maka sepatutnyalah penulis menyampaikan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin.

2. **Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam beserta seluruh jajarannya.
3. **Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si** selaku Ketua Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
4. **Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si** selaku Ketua Program Studi Magister Statistika.
5. Teruntuk kedua orang tua tercinta, Ayah tercinta **M. Arqam Nur Islam, S.Pd** dan Ibu tercinta **Dra. Jumriah** terima kasih yang tak tertepi untuk tiada henti-hentinya memberikan kasih sayang yang tulus dan menghantarkan do'a demi kesuksesan dan kebaikan penulis.
6. Teruntuk kakakku tersayang **Dr. St. Zulaiha Nurhajarurahmah, S.Pd., M.Pd.** dan Adikku tersayang **Nur Aulia Liwaulhamdiah** yang senantiasa memberikan semangat dan dukungan kepada penulis.
7. Teman-teman seperjuangan serta sahabatku tercinta **Ahmad Rifad Riadhi, S.Stat, A. Ainun Nurfajrin S, S.Stat., M.Si, Firawati, S.Stat., M.Si, Aliyah Az-zahra Ibrahim, S.Stat., M.Si, Thesya Atarezcha Pangruruk, S.Stat., M.Si,** dan **Nalto Batty Mangiri, S.Stat** dan **Nurwan, S.Stat.** yang setia menemani dan memberikan dukungan kepada penulis.
8. Teristimewa untuk diri saya sendiri, terima kasih telah melewati berbagai rintangan dan cobaan selama ini dan masih bertahan hingga saat ini.
9. Semua pihak yang telah membantu penulis yang tidak bisa disebutkan satu per satu terima kasih atas doa serta dukungannya.

Semoga bantuan, dorongan dan motivasi yang diberikan bernilai ibadah disisi-Nya. Demikian tesis ini yang telah penulis susun, semoga dapat bermanfaat.

Makassar, Januari 2024

Yang Menyatakan,

Nurfauzul Akbar

NIM. H062212001

ABSTRAK

NURFAUZUL AKBAR. **Aplikasi Metode *Wavelet Thresholding* Dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* Pada Data Ekspor Nonmigas Indonesia** (dibimbing oleh Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si dan Prof. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.)

Ekspor nonmigas mempunyai kecenderungan untuk mempengaruhi laju pertumbuhan ekonomi di Indonesia dan mempunyai peranan penting bagi investor dalam mengambil keputusan pada setiap transaksi perdagangan ekspor nonmigas di masa yang akan datang. Data ekspor nonmigas merupakan data time series seperti peramalan. Metode peramalan yang dapat digunakan pada data time series stasioner, non stasioner, dan nonlinier adalah wavelet ambang batas dengan menggunakan transformasi MODWT. Thresholding wavelet dapat menghasilkan estimasi yang halus dengan mengurangi interferensi sehingga dapat menjelaskan informasi yang baik dalam memprediksi data. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui penggunaan parameter terbaik dalam peramalan data nonmigas di Indonesia menggunakan metode wavelet Thresholding dengan MODWT dan untuk mengetahui hasil peramalan pada periode berikutnya. Parameter yang digunakan adalah parameter minimax ambang batas, ambang batas universal dan ambang batas adaptif dengan filter Haar dan filter Daubechies 4. Parameter terbaik menggunakan parameter ambang batas minimax dari fungsi hard ambang batas pada tingkat resolusi pertama pada filter Haar dengan nilai MSE sebesar 98407.84 dan hasil peramalan diperoleh dengan membandingkan data aktual sehingga diperoleh nilai minimum pada periode Januari 2022 sebesar 18544.65, sedangkan nilai maksimum yang diperoleh pada data prakiraan nonmigas pada periode Agustus 2022 sebesar 25745.80.

Kata kunci: MODWT, Wavelet Thresholding, Mean Square Error.

ABSTRACT

NURFAUZUL AKBAR. Application Of The Wavelet Thresholding Method With Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform On Indonesian Non-Oil And Gas Export Data (supervised by Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si and Prof. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si.)

Non-oil and gas exports have a tendency to influence the rate of economic growth in Indonesia and have an important role for investors in making decisions on every non-oil and gas export trade transaction in the future. Non-oil and gas export data is time series data such as forecasting. The forecasting method that can be used on stationary, non-stationary and nonlinear time series data is wavelet thresholding using the MODWT transformation. Wavelet thresholding can produce smooth estimates by reducing interference so that it can explain good information in predicting data. The aim of this research is to determine the use of the best parameters in forecasting non-oil and gas data in Indonesia using the wavelet thresholding method with MODWT and to find out the forecasting results in the following period. The parameters used are the minimax threshold, universal threshold and adaptive threshold parameters with the Haar filter and Daubechies filter 4. The best parameters use the minimax threshold parameters from the hard threshold function at the first resolution level on the Haar filter with an MSE value of 98407.84 and the forecast results are obtained by comparing actual data so that the minimum value obtained in the January 2022 period is 18544.65, while the maximum value obtained in the non-oil and gas forecast data is in the August 2022 period of 25745.80.

Keywords: MODWT, Wavelet Thresholding, Mean Square Error.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN KEASLIAN	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Batasan Masalah.....	5
1.4 Tujuan Penelitian.....	6
1.5 Manfaat Penelitian.....	6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Analisis Runtun Waktu.....	7
2.2 Peramalan	8
2.3 Wavelet	10
2.4 Transformasi Wavelet.....	11
2.5 Maximal Overlap Descrete Wavelet Transform.....	12
2.5.1 filter Wavelet dan Skala MODWT	13
2.5.2 algoritma Piramida MODWT.....	15
2.6 Wavelet Thresholding	17
2.7 Fungsi Thresholding.....	19
2.8 Estimasi Nilai σ	20
2.9 Pemilihan Parameter Thresholding	21
2.10 Mean Square Error	25

2.11 Kerangka Konseptual.....	26
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	27
3.1 Sumber Data	27
3.2 Analisis Data	27
3.3 Diagram Alir	29
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	30
4.1 Deskriptif Data	30
4.2 Analisis Menggunakan wavelet thresholding dengan MODWT	31
4.3 Analisis wavelet thresholding pada filter haar dengan parameter minimax threshold.....	32
4.4 Analisis wavelet thresholding pada filter daubechies 4 dengan parameter minimax threshold.....	33
4.5 Analisis wavelet thresholding pada filter haar dan daubechies 4 dengan parameter universal threshold	35
4.6 Analisis wavelet thresholding pada filter haar dengan parameter adaptive threshold.....	39
4.7 Analisis wavelet threhsold pada filter daubechies 4 dengan parameter adaptive threshold.....	41
4.8 Pemilihan model terbaik.....	43
4.9 Peramalan data nonmigas	44
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	46
5.1 Kesimpulan	46
5.2 Saran	46
DAFTAR PUSTAKA.....	47
LAMPIRAN.....	49

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Sumber Data	10
Tabel 2.2 Nilai Minimax Threshold	17
Tabel 4.1 Nilai Minimax Threshold	24
Tabel 4.2 Nilai Mse Pada Filter Haar Menggunakan Minimax Threshold	25
Tabel 4.3 Nilai Mse Pada Filter D4 Menggunakan Minimax Threshold	26
Tabel 4.4 Uji Normalitas Menggunakan Wavelet Threshold Dengan Parameter Universal Threshold	28
Tabel 4.5 Uji Independensi Residual Menggunakan Wavelet Threshold Dengan Parameter Universal Threshold	28
Tabel 4.6 Uji Homogenitas Variansi Menggunakan Wavelet Threshold Dengan Parameter Universal Threshold	30
Tabel 4.7 Nilai Adaptive Threshold Pada Filter Haar	31
Tabel 4.8 Nilai Mse Pada Filter Haar Menggunakan Adaptive Threshold	32
Tabel 4.9 Nilai Adaptive Threshold Pada Filter D4	33

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Pola Data Horizontal	8
Gambar 2.2 Pola Data Musiman	8
Gambar 2.3 Pola Data Siklis	8
Gambar 2.4 Pola Data Trend	8
Gambar 2.5 Contoh Ilustrasi Wavelet Haar Dan D4	11
Gambar 3.1 Kerangka Konseptual	19
Gambar 3.2 Flowchart Tahapan Penelitian	22
Gambar 4.1 Plot Data Time Series Data Ekspor Nonmigas Di Indonesia	23
Gambar 4.2 Plot Minimax Threshold Dari Filter Haar Dengan Fungsi <i>Soft</i> Threshold Pada Level 1-8	26
Gambar 4.3 Plot Minimax Threshold Dari Filter Haar Dengan Fungsi <i>Hard</i> Threshold Pada Level 1-8	26
Gambar 4.4 Plot Minimax Threshold Dari Filter Daubechies Dengan Fungsi <i>Soft</i> Threshold Pada Level 1-8	32
Gambar 4.5 Plot Minimax Threshold Dari Filter Daubechies Dengan Fungsi <i>Hard</i> Threshold Pada Level 1-8.....	34
Gambar 4.6 Plot Adaptive Threshold Dari Filter Haar Dengan Fungsi <i>Soft</i> Threshold Pada Level 1-8.....	36
Gambar 4.7 Plot Adaptive Threshold Dari Filter Daubechies Dengan Fungsi <i>Soft</i> Threshold Pada Level 1-8	36
Gambar 4.8 Plot Ramalan Nonmigas Di Indonesia	36

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Data runtun waktu atau *time series* merupakan jenis data yang dikumpulkan berdasarkan urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu. Runtun waktu dianalisa untuk mendapatkan ukuran yang dapat digunakan untuk membuat keputusan masa kini, peramalan dan perencanaan dimasa yang akan datang. Peramalan merupakan proses secara sistematis tentang apa yang akan terjadi di masa yang akan datang berdasarkan informasi masa lalu dan masa sekarang, dengan harapan selisih antara hasil peramalan dan apa yang terjadi di masa yang akan datang dapat diminimalisir sekecil mungkin. Peramalan membutuhkan data runtun waktu yang cukup panjang dan informasi data yang cukup banyak untuk mendapatkan hasil ramalan yang baik, sehingga dari hasil analisis tersebut dapat diketahui faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi data tersebut (Soejoeti, 1987).

Runtun waktu merupakan himpunan pengamatan yang dibangun secara beruntun dalam waktu. Analisis data runtun waktu dapat menggunakan beberapa metode, yaitu berupa metode analisis domain waktu seperti ARIMA dan juga dapat menggunakan metode analisis domain frekuensi seperti Wavelet. Wavelet diperkenalkan sepanjang tahun 1980-an hingga awal tahun 1990-an yang awalnya *Wavelet* populer sebagai literatur untuk analisis gelombang. Kata Wavelet sendiri diberikan oleh Jean Morlet dan Alex Grossmann, dan kata ini berasal dari bahasa Prancis *ondelette* yang memiliki arti gelombang kecil. Istilah Wavelet dalam pemodelan matematis mengandung arti fungsi dasar yang dapat melakukan rekonstruksi sinyal seperti halnya fungsi sinus dan cosinus yang dapat merekonstruksi sinyal dalam bentuk deret Fourier. Sebagai fungsi pembangun, Wavelet mampu merekonstruksi sinyal mulus dan tak mulus termasuk sinyal dengan lompatan, atau titik runcing. Pada tahun 1990-an transformasi Wavelet diperkenalkan oleh Morlet dan Grossman sebagai fungsi matematis untuk merepresentasikan data atau fungsi sebagai alternatif sebagai transformasi-transformasi matematika untuk menangani masalah resolusi. Sebuah Wavelet merupakan gelombang singkat (*small wave*) yang energinya terkonsentrasi pada suatu selang waktu untuk memberikan kemampuan analisis

transien, ketidakstasioneran, atau fenomena berubah terhadap waktu (*time varying*). Karakteristik dari Wavelet antara lain adalah bersosialisasi singkat, translasi (pergeseran), dan dilatasi (skala) (Percival & Walden, 2000).

Sebelum dikembangkan Wavelet, para ilmuwan menggunakan barisan dan transformasi fourier untuk menganalisa kelakuan fungsi gelombang dan menganalisa fungsi-fungsi tersebut. Kemudian dikarenakan tuntutan dunia terapan antara lain penganalisaan gelombang bunyi, elektromagnetik dan lain-lain yang umumnya bukan gelombang periodik sederhana tetapi gelombang lokal sehingga tidak mudah dan tidak efektif untuk menggunakan deret fourier dikarenakan membutuhkan banyak koefisien fourier. Metode Wavelet merupakan suatu metode yang relatif lebih baru dan lebih efektif dari deret fourier karena basis dalam Wavelet mampu menangani masalah-masalah lokal yang tidak dapat dilakukan oleh fourier, karena basis Wavelet ditentukan oleh letak dan skalanya (Percival & Walden, 2000).

Seiring berkembangnya ilmu pengetahuan, *Wavelet* berkembang di berbagai cabang ilmu statistika seperti analisis survival, analisis runtun waktu, analisis regresi, dan stabilisasi variansi. Wavelet memiliki gender yaitu Wavelet ibu dan Wavelet ayah. Pada umumnya jika tidak menyebutkan gendernya maka hal tersebut merujuk pada Wavelet ibu. Wavelet ayah kadang kala disebut juga sebagai fungsi skala. Wavelet memiliki keturunan, yaitu bentuk translasi dan dilatasi dari Wavelet ibu atau Wavelet ayah yang dimana disebut dengan Wavelet *haar*, *daubechies*, *coiflets*, *syntles*, *discrete meyer*, dan *morlet* (Daubechies, 1992).

Keluarga Wavelet tertua pertama yaitu Wavelet haar yang merupakan tipe Wavelet paling sederhana yang telah dikembangkan oleh Haar sejak tahun 1910. Wavelet ini merupakan Wavelet ortogonal pertama yang mempunyai support kompak tetapi tidak mulus, bahkan tidak kontinu, dan merupakan satu-satunya Wavelet kompak ortogonal yang simetris. Kemudian keluarga Wavelet tertua kedua yaitu Wavelet daubechies, yang ditemukan dan dikembangkan oleh Ingrid Daubechies. Wavelet ini merupakan tipe pertama dari Wavelet ortogonal kontinu yang *support* nya kompak (Percival & Walden, 2000).

Dalam analisis runtun waktu, kestasioneran data merupakan salah satu faktor yang harus dipenuhi. Ketika data *time series* mengalami fluktuasi yang mana terdapat nilai ekstrim, dan menjadikannya tidak stasioner, maka

mengakibatkan analisis menggunakan ARIMA sulit untuk dilakukan. Oleh karena itu, diperlukan metode yang bebas dari asumsi tersebut, yaitu dengan transformasi Wavelet. Salah satu transformasi Wavelet yaitu *Discrete Wavelet Transform* (DWT). Di dalam DWT hanya diberlakukan aturan dimana DWT dapat dilakukan pada ukuran sampel 2^j untuk suatu bilangan bulat positif j . Maka untuk mengatasi masalah ukuran sampel yang terbatas pada DWT dilakukan pengembangan lebih lanjut, yang lebih dikenal dengan *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT). Estimasi Wavelet *linier* dapat didekati dengan menggunakan analisis multiresolusi (MRA), sedangkan untuk estimator Wavelet non-liner dapat dianalisis dengan menggunakan *Wavelet Thresholding*.

Wavelet Thresholding merupakan metode yang menggunakan sejumlah koefisien yang lebih besar dari suatu nilai tertentu yang diambil, sedangkan koefisien selebihnya diabaikan karena dianggap nol. Nilai tertentu tersebut dinamakan nilai *threshold* (nilai ambang). Metode *Wavelet Thresholding* merupakan metode alternatif dalam analisis runtun waktu karena dianggap mampu menghasilkan estimasi yang mulus dengan mereduksi noise. Tingkat kemulusan estimasi ditentukan oleh pemilihan fungsi Wavelet, jenis *Thresholding*, level resolusi dan parameter *threshold*. Kriteria paling dominan ditentukan parameter *threshold* yang optimal (Odgen, 1997). Terdapat dua kategori pemilihan parameter yaitu memilih salah satu harga *threshold* untuk level resolusi (pemilihan secara global) yaitu *universal threshold* dan *minimax threshold*.

Seringnya terdapat kesenjangan waktu antara kesadaran akan peristiwa atau kebutuhan mendatang dengan peristiwa itu sendiri menjadi alasan utama bagi perencanaan dan peramalan (Makridakis, 1991). Kebutuhan akan peramalan saat ini semakin meningkat, hal ini dikarenakan untuk mengurangi ketergantungan pada hal-hal yang belum pasti. Peramalan runtun waktu merupakan metode kuantitatif untuk pendugaan berdasarkan data masa lalu dari suatu variable yang telah dikumpulkan secara teratur. Tujuan metode peramalan runtun waktu adalah menentukan pola pada deret data historis dan mengekstrapolasikan pola tersebut ke masa depan (Hendikawati, 2015).

Proses peramalan akan suatu nilai tertentu erat kaitannya dengan pemodelan data runtun waktu tersebut. Harapannya, dengan model yang akan diperoleh nanti dapat ditindak lanjuti seperti peramalan. Menurut Makridakis

(1991), dengan mendeteksi pola dan kecenderungan data runtun waktu kemudian memformulasikannya dalam suatu model maka dapat digunkn untuk memprediksi data di masa mendatang. Prediksi inilah yang nantinya dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam mengambil keputusan.

Berdasarkan dari uraian diatas bahwasanya metode wavelet lebih mengutamakan data berfluktuasi yang memiliki nilai ekstrim dan tidak stasioner agar lebih mudah digunakan. Sehingga data yang cocok untuk di olah pada penelitian ini yaitu data ekspor migas dan non-migas. Migas atau sering disebut dengan minyak dan gas bumi mempunyai suatu lembaga/ institusi yang bernama perusahaan migas, yang bergerak di bidang pertambangan, pengolahan, pembuatan, dan pengeboran bahan bakar minyak yang berasal dari bumi. Dimana pengertian minyak bumi menurut UU No.22 Tahun 2001 adalah gas bumi merupakan hasil proses alami berupa hidrokaron yang dalam kondisi tekanan dan temperatur atmosfer berupa fasa gas yang diperoleh dari proses penambangan minyak dan gas bumi. Sedangkan non-migas merupakan barang hasil perkebunan, perikanan, industri, dan barang tambang selain migas.

Ekspor dan impor mengambil peranan penting dalam kestabilan perekonomian suatu negara, karena secara langsung akan mempengaruhi jumlah devisa suatu negara. Ekspor dan impor berhubungan erat dengan kepabeanan dari negara pengirim maupun negara penerima, sehingga ekspor dan impor berguna untuk meningkatkan Kerjasama antar negara dalam perdagangan internasional dan membawa pengaruh yang besar bagi perluasan pasar barang dan jasa suatu negara (Pradini, 2013).

Ekspor merupakan kegiatan mengeluarkan barang dari wilayah suatu negara, baik bersifat komersial maupun bukan komersil (barang hibah, sumbangan, hadiah), serta barang yang akan diolah di luar negeri dan hasilnya dimasukkan kembali ke negara tersebut secara legal. Sektor ekspor di luar gas dan minyak bumi mencakup pertanian, industri pengolahan, pertambangan dan lainnya. Perkembangan ekspor non migas (komoditi) menampilkan nilai ekspor sektor non migas Indonesia berdasarkan BTKI 2017 menggunakan HS 2 digit atau HS 6 digit yang diurutkan nilai ekspor terbesar tahun terakhir. Naiknya harga beberapa komoditas unggulan Indonesia, seperti batu bara dan minyak sawit membuat nilai ekspor nonmigas melonjak tajam pada tahun 2021. BPS mencatat, nilai ekspor nonmigas Indonesia mencapai US\$120,45 miliar atau

setara Rp 1,72 kuadriliun sepanjang 2021. Nilai tersebut tumbuh 58,33% dibanding tahun sebelumnya yang hanya mencapai US\$ 76,07 miliar.

Salah satu penelitian sebelumnya dilakukan oleh Selma pada tahun 2018 yang berjudul "*Speech Enhancement using Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform*". Pada penelitian tersebut menunjukkan penerapan MODWT dalam denoising sinyal suara. Performa MODWT dalam proses denoising dievaluasi dengan membandingkan hasil *signal-to-noise ratio* (SNR) dan *Mean Square Error* (MSE) dengan metode estimasi threshold. Kemudian pengaruh keluarga Wavelet yang berbeda pada metode estimasi ambang berbasis MODWT dievaluasi dengan hasil eksperimen. Hasilnya mengungkapkan bahwa metode berbasis MODWT mengungguli metode ambang batas konvensional sambil memberikan hampir hingga 24% peningkatan nilai SNR.

Proyeksi nilai ekspor nonmigas mendatang dapat diketahui, salah satunya dengan mempelajari pola data runtun waktu pada data yang diamati. Sehingga diperlukan penelitian untuk membentuk model runtun waktu yang dapat menggambarkan sifat-sifat data yang diamati agar peramalan di masa mendatang dapat dilakukan. Maka dari itu, dalam penelitian kali ini dibahas menggunakan metode *Wavelet Thresholding* dengan MODWT untuk menganalisis data runtun waktu bulanan ekspor migas-nonmigas di Indonesia. Estimasi *Wavelet Thresholding* menggunakan *soft* dan *hard Thresholding*. Sedangkan parameter Wavelet optimal yang digunakan adalah minimax dan *adaptive threshold*. Sebagai penentu model terbaik digunakan nilai *Means Square Error* (MSE) dengan memilih nilai MSE terkecil.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana menentukan parameter terbaik menggunakan minimax, universal dan adaptive threshold pada data ekspor nonmigas indonesia.
2. Bagaimana meramalkan data ekspor nonmigas indonesia menggunakan metode wavelet thresholding dengan MODWT.

2.1 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka diberikan Batasan-batasan penelitian ini sebagai berikut:

1. Keluarga wavelet yang digunakan pada kasus ini adalah wavelet Haar dan Db4
2. Transformasi wavelet yang digunakan adalah *maximal overlap discrete wavelet transform*
3. Parameter wavelet yang digunakan adalah minimax, universal dan adaptive threshold.
4. Digunakan nilai MSE untuk mengukur error dalam estimasi model time series terbaik
5. Data yang digunakan dalam simulasi adalah data ekspor migas-nonmigas indonesia tahun periode januari 1999-desember 2021.

2.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan parameter terbaik menggunakan minimax, universal dan adaptive threshold pada data ekspor nonmigas indonesia.
2. Meramalkan data ekspor nonmigas indonesia menggunakan metode wavelet thresholding dengan MODWT

2.3 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian, manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui penggunaan metode MODWT dalam mengestimasi suatu model runtun waktu non stasioner dengan jumlah data tidak terbatas.
2. Memberikan informasi tentang perkembangan metode dalam analisis model runtun waktu dengan hasil yang semakin akurat.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Runtun Waktu

Data runtun waktu merupakan hasil pengamatan atas sebuah variable yang terjadi dalam kurun waktu tertentu berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap (konstan). Jika runtun waktu aslinya kontinu, maka masih dapat diperoleh runtun waktu diskrit dengan mengambil observasi pada waktu-waktu tertentu. Cara lain dapat digunakan adalah dengan mengakumulasi observasi untuk suatu periode waktu tertentu (Soejoeti, 1987).

Runtun waktu dapat dibedakan atas runtun waktu deterministik dan runtun waktu stokastik. Runtun waktu deterministik merupakan runtun waktu dimana nilai observasi yang akan datang dapat diramalkan dengan pasti. Runtun waktu deterministik tidak memerlukan penyelidikan lebih lanjut. Berbeda dengan runtun waktu stokastik yang memiliki keadaan sebaliknya, yaitu nilai observasi yang lalu hanya dapat menunjukkan struktur probabilistik nilai observasi yang akan datang.

Runtun waktu stokastik merupakan suatu realisasi dari suatu proses stokastik maka tidak mungkin memperoleh realisasi yang lain, dengan kata lain tidak dapat mengulang Kembali keadaan untuk memperoleh himpunan observasi serupa seperti yang pernah dikumpulkan (Soejoeti, 1987). Model runtun waktu dapat berupa model stasioner (seperti model *white noise*, *Moving Average*, *Autoregressive Moving Average* (ARMA)) dan model nonstasioner (seperti *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), *seasonal ARIMA* (SARIMA), dan model ARIMAX), model heteroskedastik ARCH/GARCH, dsb).

Menurut makridakis (1991), Langkah penting dalam memilih suatu metode runtun waktu yang tepat adalah dengan mempertimbangkan jenis pola data, sehingga metode yang paling tepat dengan pola tersebut dapat diuji. Pola data dapat dibedakan menjadi empat jenis sebagai berikut:

1. Pola horizontal

Pola horizontal terjadi apabila nilai data berfluktuasi rata-rata yang konstan. Sebagai contoh suatu produk yang penjualannya tidak meningkat atau menurun selama waktu tertentu.

2. Pola musiman

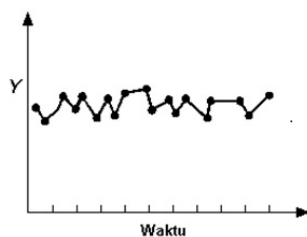
Pola musiman terjadi apabila suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman, misalnya; kuartalan tahun tertentu, bulanan, atau hari-hari pada minggu tertentu. Dan juga sebagai contoh lain seperti penjualan dari produk es krim, minuman ringan, dan bahan bakar pemanas ruangan.

3. Pola siklis

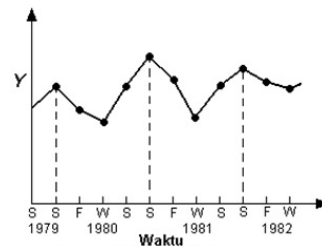
Pola siklis terjadi apabila datanya dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka Panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis. Penjualan produk seperti mobil, baja, dan peralatan utama lainnya.

4. Pola trend

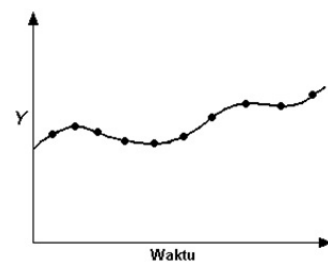
Pola trend terjadi apabila terdapat kenaikan atau penurunan sekuler jangka Panjang dalam data tersebut. Sebagai contoh, penjualan banyak perusahaan, produk bruto nasional, dan berbagai indikator bisnis atau ekonomi lainnya mengikuti pola trend.



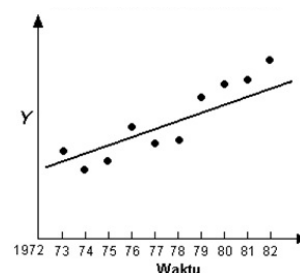
Gambar 2.1. Pola Data Horizontal



Gambar 2.2 Pola Data Musiman



Gambar 2.3. Pola Data Siklis



Gambar 2.4. Pola Data Trend

2.2 Peramalan

Peramalan adalah salah satu unsur yang penting dalam pengambilan keputusan, sebab efektif atau tidaknya suatu keputusan umumnya tergantung pada beberapa faktor yang tidak dapat dilihat pada waktu keputusan itu diambil

(Soejoeti,1987). Peramalan merupakan alat bantu yang penting dalam perencanaan yang efisien dan efektif. Adanya selang waktu (*time lag*) antara kesadaran akan peristiwa atau kebutuhan mendatang dengan peristiwa itu sendiri merupakan alasan utama bagi perencanaan dan peramalan.

Berdasarkan pada situasi peramalan yang sangat beragam, Makridakis (1991) membagi Teknik peramalan menjadi dua kategori utama, yaitu:

1. Metode kuantitatif

Metode kuantitatif dapat dibagi ke dalam deret berkala dan metode kausal. Peramalan model deret berkala adalah pendugaan masa depan yang dilakukan berdasarkan pada nilai masa lalu dari suatu variabel dan atau kesalahan masa lalu. Tujuan dari metode peramalan deret berkala ini adalah menemukan pola dalam deret data historis dan mengekstrapolasi pola dalam deret data historis tersebut ke masa depan.

Model kausal di pihak lain mengasumsikan bahwa faktor yang diramalkan menunjukkan suatu hubungan sebab akibat dengan satu atau lebih variabel bebas. Maksud dari model kausal adalah menemukan bentuk dari hubungan tersebut dan menggunakannya untuk meramalkan nilai dari variabel tak bebas.

Peramalan kuantitatif dapat diterapkan apabila terdapat tiga kondisi, yaitu tersedianya informasi tentang masa lalu, kemudian informasi tersebut dikuantitatifkan dalam bentuk data numerik, dan dapat diasumsikan bahwa beberapa aspek pola masa lalu akan terus berlanjut di masa mendatang. Apabila data yang diperlukan tersedia dan memenuhi kondisi tersebut, suatu hubungan peramalan dapat dihipotesiskan baik sebagai fungsi dari waktu atau sebagai fungsi dari variabel bebas.

2. Metode kualitatif

Metode peramalan kualitatif tidak memerlukan data. Metode kualitatif terbagi dalam dua bagian, yaitu metode eksploratori dan normative. Metode eksploratori dimulai dari masa lalu dan masa kini sebagai titik awalnya dan bergerak ke arah masa depan secara heuristik, seringkali dengan melihat semua kemungkinan yang ada. Metode normative dimulai dengan

menetapkan sasaran dan tujuan yang akan datang, kemudian bekerja mundur untuk melihat apakah hal ini dapat dicapai, berdasarkan kendala, sumber daya, dan teknologi yang tersedia.

2.3 Wavelet

Wavelet adalah sebuah nama untuk gelombang kecil yang naik turun pada periode tertentu. Wavelet juga mempunyai peranan penting dan memiliki dampak yang substansial dalam tiga bidang aplikasi umum, yaitu wavelet berperan dalam pemrosesan sinyal, analisis gambar, dan kompresi data. Wavelet memiliki karakteristik jika fungsinya diintegrasikan pada interval $(-\infty, \infty)$ hasilnya nol dan integral dari fungsi kuadratnya sama dengan 1, atau dapat dikatakan:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0 \text{ dan } \int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(t)dt = 1.$$

Fungsi wavelet merupakan fungsi dekomposisi dari wavelet ayah dan wavelet ibu. Wavelet ayah mempunyai sifat *smooth* sedangkan wavelet ibu mempunyai sifat detail yang mengakibatkan data dapat dipisahkan dalam komponen yang berbeda, sehingga dapat menghasilkan estimasi yang lebih mulus dan dapat mengurangi gangguan atau *noise*.

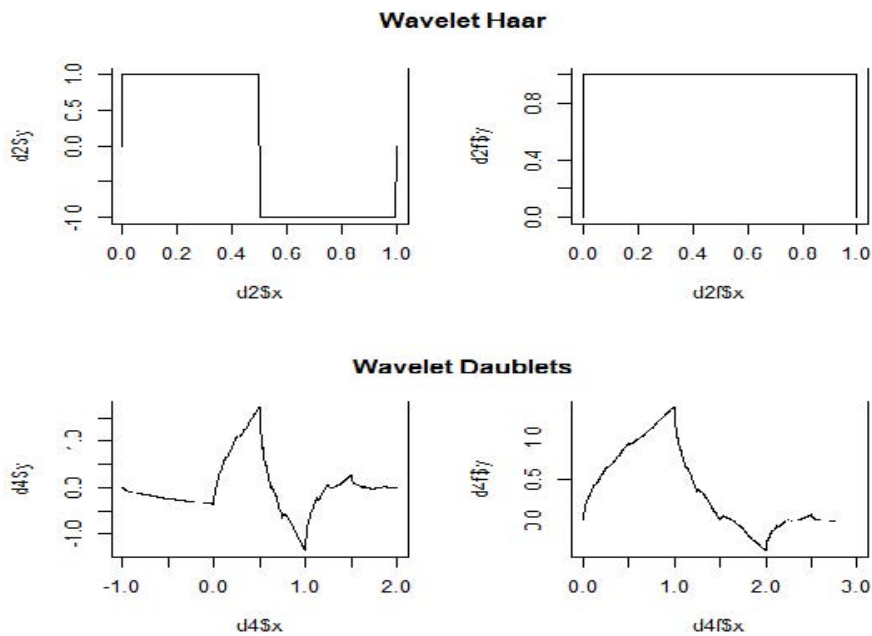
Selanjutnya akan dituliskan jenis-jenis wavelet dalam Tabel 2.1 seperti dibawah ini:

Tabel 2.1 Jenis Wavelet

Tipe	Nama Wavelet
Haar	"haar"
Daubechies	"d4" "d6" "d8" "d10" "d14" "d16" "d18" "d20"

Pada Tabel 2.1 menjelaskan bahwa Huruf pertama dari Wavelet mengindikasikan nama, yaitu d untuk daubechies 4. Nomor dari Wavelet mengindikasikan panjang support (*width*) dan kehalusan (*smoothness*). Wavelet dengan nomor besar d20 relatif lebar dan halus, sedangkan Wavelet dengan nomor kecil seperti d4 kurang halus dan lebih sempit.

Berikut adalah contoh wavelet yang meliputi wavelet Haar dan Daublets. Kolom pertama menunjukkan wavelet ibu dan kolom kedua menunjukkan wavelet ayah.



Gambar 2.5. Contoh ilustrasi Wavelet haar dan daubechies

2.4 Transformasi Wavelet

Fungsi Wavelet merupakan suatu fungsi matematika yang mempunyai sifat-sifat tertentu diantaranya berosilasi disekitar nol (seperti fungsi sinus dan cosinus) dan terlokalisasi dalam domain waktu dan frekuensi serta membentuk basis ortonormal dalam $L^2\mathbb{R}$ (Percival, 2000). Representasi fungsi menggunakan Wavelet menjadi lebih efisien karena fungsi Wavelet terlokalisasi dalam domain waktu, artinya pada saat nilai domain relative besar, fungsi Wavelet bernilai nol. Selain itu, Wavelet juga mampu mempresentasikan fungsi-fungsi yang bersifat tidak mulus. Hal ini karena dalam Wavelet ditentukan oleh letak dan skala (translasi dan dilatasi). Representasi Wavelet pada bagian fungsi yang tidak mulus akan menggunakan Panjang support yang sempit dan pada bagian fungsi yang mulus akan menggunakan support yang lebih lebar. Dengan demikian fungsi Wavelet mempunyai Panjang support yang bersifat adaptif secara lokal sehingga metode Wavelet sangat cocok untuk memodelkan data-data berfluktuasi (Percival, 2000).

Secara garis besar transformasi wavelet terbagi menjadi dua, yaitu:

1. Continue Wavelet Transform (CWT) yang digunakan untuk sebuah fungsi yang berdomain bilangan real atas sumbu x . cara kerja CWT adalah dengan menghitung konvolusi sebuah sinyal dengan sebuah fungsi wavelet pada setiap waktu dengan setiap skala yang digunakan.
2. Discrete Wavelet Transform DWT dapat dibedakan menjadi dua, yaitu (Daubechies, 1992):
 - 1.) Maximum overlap discrete wavelet transform (MODWT)
 - 2.) Wavelet basis ortonormal

2.5 Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT)

MODWT (Maximal Overlapping Discrete Wavelet Transform) adalah suatu bentuk dari transformasi gelombang diskrit yang dapat digunakan untuk menganalisis sinyal atau deret waktu secara lebih detail. MODWT mempertahankan struktur data waktu asli dan memungkinkan analisis frekuensi di berbagai resolusi.

Pemfilteran dengan DWT tidak dapat dilakukan jika sampel sampel yang diamati berukuran sebarang yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk 2^J dengan J bilangan bulat positif, yang pada umumnya data runtun waktu tidak selalu memiliki banyak data kelipatan dua. Sebagai alternatif, perhitungan koefisien $d_{j,k}$ dan $c_{j,k}$ dapat dilakukan dengan MODWT. Keuntungan MODWT adalah dapat mengeliminasi reduksi data menjadi setengahnya sehingga dalam setiap level akan terdapat koefisien Wavelet dan skala sebanyak Panjang data (Pervical, 2000). Tujuan MODWT adalah mendefinisikan transformasi untuk menghindari kesensitifan yang dimiliki oleh DWT dalam pemilihan titik awal dalam satuan runtun waktu. Sensitifan ini adalah down sampling dari output filter wavelet dan filter skala pada masing-masing tahap dari algoritma piramida.

MODWT merupakan perluasan dari Discrete Wavelet Transform (DWT). DWT membagi sinyal menjadi komponen aproksimasi dan detail pada berbagai skala resolusi. Namun, DWT memiliki kekurangan karena menyusutkan panjang sinyal, yang dapat menyulitkan interpretasi dalam domain waktu. MODWT memecahkan masalah ini dengan mempertahankan panjang sinyal.

Cara Kerja MODWT yaitu, MODWT mengoperasikan sinyal pada berbagai skala dengan menggunakan filter tipe wavelet dan filter skala, MODWT membagi sinyal menjadi sub-bands pada setiap tingkat resolusi, yang mewakili kontribusi dari berbagai frekuensi, dan MODWT mempertahankan panjang sinyal dengan memperkenankan tumpang tindih (*overlapping*) antara sub-bands di berbagai level resolusi. Tumpang tindih (*overlapping*) dalam MODWT memungkinkan analisis frekuensi yang lebih baik pada berbagai tingkat resolusi. Setiap level MODWT memberikan informasi frekuensi dengan resolusi yang berbeda, dan tumpang tindih memastikan bahwa tidak ada informasi yang hilang dalam proses transformasi. MODWT dapat digunakan untuk menganalisis sinyal waktu dan deret waktu, seperti data keuangan, meteorologi, atau biomedis. Aplikasi umumnya melibatkan identifikasi pola, penghilangan noise, atau pemodelan sinyal.

Keuntungan MODWT yaitu mempertahankan panjang sinyal dan struktur waktu, tumpang tindih memungkinkan analisis frekuensi yang lebih baik pada setiap level resolusi, dan cocok untuk analisis deret waktu non-stasioner. Dengan kombinasi keunggulan-keunggulan di atas, MODWT menjadi pilihan yang berguna dalam analisis sinyal dan deret waktu, khususnya ketika mempertahankan struktur waktu asli dari data menjadi penting.

2.5.1 Filter Wavelet Dan Skala MODWT

Dalam MODWT terdapat dua jenis filter yang digunakan, yaitu filter wavelet (*wavelet filter*) dan filter skala (*scaling filter*). Filter ini berperan penting dalam proses transformasi gelombang diskrit. Berikut adalah penjelasan singkat tentang keduanya:

1. Filter Wavelet:

Filter wavelet digunakan untuk mengekstrak detail frekuensi tinggi dari sinyal atau deret waktu. Filter ini memungkinkan MODWT untuk menangkap perubahan cepat atau detail kecil dalam sinyal. Dalam implementasi, filter wavelet direpresentasikan sebagai sebuah vektor yang digunakan dalam konvolusi dengan sinyal untuk menghasilkan komponen detail pada berbagai tingkat resolusi.

2. Filter Skala:

Filter skala berfungsi untuk mengekstrak komponen frekuensi rendah atau aproksimasi dari sinyal atau deret waktu. Filter ini membantu MODWT dalam merekonstruksi bagian dasar atau komponen frekuensi rendah dari sinyal. Sama seperti filter wavelet, filter skala juga direpresentasikan sebagai vektor yang digunakan dalam konvolusi dengan sinyal.

Hubungan antara Filter Wavelet dan Skala adalah Filter wavelet dan filter skala bekerja bersama-sama dalam transformasi gelombang untuk membagi sinyal ke dalam sub-bands yang merepresentasikan berbagai tingkat resolusi. Filter skala membantu mengekstrak komponen frekuensi rendah dari sinyal, sedangkan filter wavelet membantu mengekstrak detail frekuensi tinggi. Hubungan antara filter wavelet dan skala bergantung pada jenis wavelet yang digunakan dalam transformasi. Sebagai contoh, dalam transformasi Daubechies (DWT), filter wavelet dan skala dapat ditemukan dengan hubungan tertentu. Filter wavelet dan filter skala diimplementasikan sebagai vektor koefisien. Dalam proses transformasi MODWT, sinyal dimasukkan ke dalam konvolusi dengan filter wavelet dan filter skala pada setiap level resolusi.

Filter wavelet dan skala berperan kunci dalam menentukan bagaimana sinyal akan dipecah menjadi komponen aproksimasi dan detail pada setiap tingkat resolusi dalam MODWT. Pemilihan filter ini bergantung pada aplikasi dan sifat-sifat sinyal yang sedang diolah. Beberapa contoh filter yang sering digunakan dalam konteks MODWT termasuk filter Daubechies, filter Coiflet, filter Symlet, dan lainnya

a) Koefisien filter *Wavelet* haar

$$h_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, h_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Koefisien skala filter *Wavelet* haar

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, g_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

b) Koefisien filter daubechies 4

$$h_0 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_1 = \frac{-3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_2 = \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, h_3 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$$

Koefisien filter skala daubechies 4

$$g_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, g_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, g_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, g_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$$

Pada MODWT koefisien wavelet pada setiap level selalu sama sehingga lebih sesuai untuk pemodelan pada time series dibandingkan dengan DWT. Prediksi data time series satu langkah kedepan dimodelkan secara linear berdasarkan koefisien wavelet hasil dekomposisi pada waktu-waktu sebelumnya. Pada pemodelan wavelet untuk proses ini (Renaud, 2003), menyusun prosedur penentuan lag lag yang menjadi variabel input untuk prediksi multiskala autoregresif.

2.5.2 Algoritma Piramida MODWT

Modifikasi Piramida MODWT adalah algoritma yang memungkinkan transformasi gelombang diskrit pada sinyal atau deret waktu dengan mempertahankan panjang sinyal. Algoritma ini menghasilkan representasi piramida yang memperlihatkan sinyal pada berbagai tingkat resolusi. Berikut adalah langkah-langkah umum algoritma Piramida MODWT:

1. Input Sinyal; Ambil sinyal atau deret waktu sebagai input yang akan diolah.
2. Tentukan Jumlah Tingkat Resolusi (Level): Pilih jumlah tingkat resolusi atau level yang diinginkan untuk transformasi. Setiap tingkat resolusi memberikan informasi pada frekuensi yang berbeda.
3. Inisialisasi Filter Wavelet dan Filter Skala: Pilih filter wavelet dan filter skala yang sesuai untuk proses transformasi. Filter ini digunakan untuk mengekstrak komponen frekuensi tinggi (detail) dan frekuensi rendah (aproksimasi).
4. Iterasi Melalui Tingkat Resolusi: Mulai dari tingkat resolusi terendah, iterasi dilakukan hingga tingkat resolusi tertinggi.
5. Konvolusi dengan Filter Skala dan Wavelet: Lakukan konvolusi sinyal dengan filter skala untuk mendapatkan komponen frekuensi rendah (aproksimasi) pada tingkat resolusi tersebut, Lakukan konvolusi sinyal

dengan filter wavelet untuk mendapatkan komponen frekuensi tinggi (detail) pada tingkat resolusi tersebut.

6. Subsampling (*Downsampling*): Subsampling dilakukan pada kedua komponen hasil konvolusi untuk mengurangi panjang sinyal, Subsampling dapat dilakukan dengan mengambil setiap nilai ke-n dari hasil konvolusi.
7. Rekonstruksi Sinyal: Pada setiap tingkat resolusi, hasil konvolusi dan subsampling dapat digunakan untuk merekonstruksi sinyal aproksimasi dan detail pada tingkat resolusi tersebut.
8. Penyimpanan Hasil Transformasi: Simpan hasil transformasi pada setiap tingkat resolusi untuk analisis lebih lanjut atau rekonstruksi.
9. Iterasi ke Tingkat Resolusi Berikutnya: Lanjutkan iterasi ke tingkat resolusi berikutnya hingga mencapai tingkat resolusi tertinggi.
10. Output: Output dari algoritma adalah representasi piramida sinyal, di mana setiap tingkat resolusi memberikan informasi frekuensi pada skala yang berbeda

Algoritma Piramida MODWT memungkinkan analisis sinyal pada berbagai tingkat resolusi tanpa kehilangan panjang sinyal. Hal ini membuatnya berguna dalam konteks di mana mempertahankan struktur waktu asli dari data menjadi kritis. Implementasi algoritma ini dapat dilakukan menggunakan berbagai perpustakaan komputasi atau bahasa pemrograman seperti Python dengan modul PyWavelets.

Algoritma piramida digunakan untuk proses komputasi pada level j.

1. Algoritma level pertama

$$\mathcal{P}_1 X = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_1 \\ \mathcal{V}_1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_1 X \\ \mathcal{V}_1 X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

$$X = \mathcal{P}_1^T \begin{bmatrix} W_1 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

$$X = [\mathcal{W}_1^T \quad \mathcal{V}_1^T] \begin{bmatrix} W_1 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

$$X = \mathcal{W}_1^T W_1 + \mathcal{V}_1^T V_1$$

$$X = D_1 + S_1$$

2. Algoritma level kedua

$$\mathcal{P}_1 V_1 = \begin{bmatrix} \mathcal{B}_1 \\ \mathcal{A}_1 \end{bmatrix} V_1 = \begin{bmatrix} W_2 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Misalkan $\mathcal{B}_1 = \mathcal{W}_1$ dan $\mathcal{A}_1 = \mathcal{V}_1$, maka $W_2 = \mathcal{B}_2 V_1 = \mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1$ dan $V_2 = \mathcal{A}_2 V_1 = \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1$, sehingga

$$X = \mathcal{W}_1^T W_1 + \mathcal{V}_1^T \mathcal{B}_2^T W_2 + \mathcal{V}_1^T \mathcal{A}_2^T V_2$$

Atau

$$X = \mathcal{B}_1^T W_1 + \mathcal{A}_1^T \mathcal{B}_2^T W_2 + \mathcal{A}_1^T \mathcal{A}_2^T V_2$$

$$X = D_1 + S_1$$

$$X = D_1 + (D_2 + S_1)$$

3. Algoritma level ke-j

$$X = \mathcal{W}^T W = \sum_{j=1}^{J_0} \mathcal{W}_j^T W_j + \mathcal{V}_{J_0}^T V_{J_0}$$

atau

$$X = D_1 + S_1$$

$$= D_1 + (D_2 + S_2)$$

$$= D_1 + D_2 + (D_3 + S_3)$$

$$= D_1 + D_2 + \dots + D_{(J_0)-1} + (D_{J_0} + S_{J_0})$$

$$X = \sum_{j=1}^{J_0} D_j + S_{J_0}$$

2.6 Wavelet Thresholding

Wavelet thresholding adalah salah satu teknik pengolahan sinyal dan citra yang menggunakan transformasi gelombang (wavelet) untuk menghilangkan atau mengurangi noise dalam data. Metode ini sangat berguna dalam meningkatkan kualitas sinyal atau citra dengan mempertahankan informasi penting sambil mengurangi gangguan.

Wavelet thresholding adalah salah satu teknik pengolahan sinyal dan citra yang menggunakan transformasi gelombang (wavelet) untuk menghilangkan atau mengurangi noise dalam data. Metode ini sangat berguna dalam meningkatkan kualitas sinyal atau citra dengan mempertahankan informasi penting sambil mengurangi gangguan.

Tujuan utama dari wavelet thresholding adalah mengurangi noise atau gangguan dalam sinyal atau citra. Noise sering kali hadir dalam data dan dapat mengganggu analisis atau interpretasi informasi yang sebenarnya. Dengan menggunakan wavelet thresholding, kita dapat mengidentifikasi dan menghilangkan komponen-komponen kecil atau noise yang tidak signifikan, sambil mempertahankan informasi penting.

Proses wavelet thresholding melibatkan beberapa langkah:

a. Transformasi Gelombang

Sinyal atau citra awal diubah ke dalam domain wavelet menggunakan transformasi gelombang.

b. Pengukuran Koefisien Gelombang

Koefisien gelombang mengukur kontribusi setiap komponen gelombang terhadap sinyal atau citra.

c. Penerapan Ambang Batas (Threshold)

Ambang batas ditentukan sebagai suatu nilai tertentu. Koefisien gelombang yang memiliki magnitudo di bawah ambang batas ini dianggap sebagai noise dan dihilangkan atau diset ke nol.

d. Rekonstruksi Sinyal atau Citra

Sinyal atau citra yang telah melalui proses thresholding direkonstruksi ke dalam domain asal.

Keuntungan Wavelet Thresholding yaitu Wavelet thresholding memungkinkan pemrosesan sinyal atau citra dengan efisien, menghilangkan noise, dan meningkatkan ketajaman atau resolusi informasi yang relevan. Dengan menggunakan wavelet thresholding, kita dapat meraih keseimbangan antara mempertahankan informasi utama dan mengurangi noise, sehingga meningkatkan kualitas analisis atau pengolahan data. Untuk estimatornya dapat dituliskan

$$\hat{f}_\lambda(u) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} I_{\{|W_{j,k}^{(n)}| > \lambda\}} W_{j,k}^{(n)} \psi_{j,k}(u) \quad (2.1)$$

Dari persamaan di atas λ merupakan nilai threshold dimana I_A merepresentasikan fungsi indikator dari himpunan A. Estimator pada persamaan

diatas dapat dianggap sebagai operator *nonlinear* pada vektor koefisien yang menghasilkan vektor' dari estimasi koefisien. Karena *thresholding* dirancang untuk membedakan antara koefisien Wavelet empiris yang masuk dan keluar dari rekontruksi Wavelet, sedangkan untuk membuat keputusan faktor yang mempengaruhi estimator yaitu ukuran sampel n dan tingkat *noise* σ^2 , maka setiap koefisien Wavelet merupakan calon yang kuat untuk masuk di dalam rekontruksi Wavelet jika ukuran sampel besar atau tingkat *noise* kecil.

Untuk estimator thresholding adalah

$$\hat{\theta}_{j,k} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \delta\lambda \left(\frac{\sqrt{nw_{j,k}^{(n)}}}{\sigma} \right)$$

Dengan $\delta\lambda$ adalah fungsi thresholding, dan λ adalah parameter thresholding.

2.7 Fungsi Thresholding

Fungsi thresholding adalah teknik dasar dalam pengolahan citra yang digunakan untuk memisahkan objek dari latar belakang dengan cara mengubah nilai intensitas piksel berdasarkan suatu ambang tertentu. Terdapat beberapa jenis thresholding, dan dua jenis umum yang sering dibahas adalah *hard* thresholding dan *soft* thresholding.

Dalam pemilihan fungsi thresholding, menurut Odgen (1997) terdapat dua jenis yaitu *hard* thresholding dan *soft* thresholding.

1. *Hard* Thresholding

Pada *hard* thresholding, nilai intensitas piksel yang lebih rendah dari ambang akan diatur menjadi nilai nol, sementara nilai yang lebih tinggi dari ambang tetap tidak berubah. Ini menghasilkan gambar biner di mana piksel dianggap hitam atau putih, tergantung pada apakah intensitas aslinya di bawah atau di atas ambang.

Dimana koefisien thresholding $W^{(t)}$ menjadi $W^{(ht)}$ dengan elemennya:

$$W_{j,l}^{(ht)} = \begin{cases} W_{j,l} & \text{jika } |W_{j,l}| > \lambda \\ 0 & \text{W}_{j,l} \text{ yang lain} \end{cases}$$

2. Soft Thresholding

Soft thresholding melibatkan penyesuaian nilai intensitas piksel berdasarkan ambang dengan menggunakan fungsi non-linear (biasanya fungsi "*shrinkage*"). Proses ini menghasilkan efek yang lebih halus dibandingkan dengan *hard* thresholding, dan dapat membantu dalam mempertahankan beberapa detail di sekitar ambang.

Dimana koefisien thresholding $W^{(t)}$ menjadi $W^{(st)}$ dengan elemennya:

$$W_{j,l}^{(st)} = \text{sign}\{W_{j,l}\}f(|W_{j,l}| - \lambda)$$

dengan

$$\text{sign}\{W_{j,l}\} = \begin{cases} +1 & \text{jika } \text{sign } W_{j,l} > 0 \\ 0, & \text{jika } W_{j,l} = 0; f(x) = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ 0 & \text{jika } x < 0 \end{cases} \\ -1 & \text{jika } W_{j,l} < 0 \end{cases}$$

λ merupakan parameter threshold (Percival & Walden, 2000). Kedua fungsi tersebut sering digunakan untuk melakukan estimasi thresholding. Fungsi *hard thresholding* dikenal karena memiliki diskontinu dalam fungsi *thresholding* sehingga nilai x yang berada di atas λ diabaikan. Fungsi *soft thresholding* biasa digunakan karena selalu kontinu, yang artinya nilai x yang berada di atas *threshold* λ ikut dimasukkan dalam proses estimasi. Prinsip dalam fungsi *soft thresholding* bahwa setiap *noise* mempengaruhi semua koefisien Wavelet (Percival & Walden, 2000)

2.8 Estimasi Nilai σ

Wavelet thresholding diberlakukan aturan dimana setidaknya untuk mengestimasi nilai σ , karena nilai biasanya tidak diketahui. Dimana nilai standart deviasi dari observasi: $X_1, X_2, X_3, \dots, Y_n$. Dalam mengestimasi nilai σ , koefisien Wavelet $w_{j-i,k}^{(n)}$ memiliki nilai $\theta_{j,k}$ saling berkorespondansi varian $\frac{\sigma}{n}$ dan koefisien independent digunakan Wavelet ortogonal. Menurut Donoho dan Jonstone (1995) mengusulkan $\sigma =$ berdasarkan koefisien Wavelet empiris pada level

resolusi tertinggi. Karena pada level resolusi tertinggi dari suatu koefisien biasanya terdapat banyak noise. Menurut Odgen (1997), Estimasi MAD (Median of Absolute Deviation) adalah suatu metode untuk mengestimasi dispersi atau sebaran data dalam suatu sampel. MAD mengukur seberapa jauh data individu tersebar dari nilai median sampel. Berbeda dengan varians yang menggunakan deviasi kuadrat, MAD menggunakan deviasi mutlak. estimasi MAD (*Median of Absolute Deviation*) untuk mengestimasi nilai σ sebagai berikut:

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median} \left(\left| w_{j-i,k}^{(n)} - \text{median}(w_{j-i,k}^{(n)}) \right| \right)}{0.6745} \quad (2.2)$$

dengan $J = \log_2(n)$, karena koefisien $w_{j-1,k}$, $k = 0, 2^{j-1}$ mendekati nol, maka dapat digantikan nilai median ($w_{j-i,k}^{(n)}$) diatas dengan nol (Odgen, 1997).

2.9 Pemilihan Parameter Thresholding

Dalam konteks pemilihan parameter pada metode thresholding, terdapat dua pendekatan umum yang dapat dipertimbangkan: global thresholding dan level-dependent thresholding. Kedua pendekatan ini memiliki karakteristik yang berbeda dan dapat dipilih tergantung pada sifat data dan tujuan aplikasi. Berikut adalah penjelasan singkat tentang keduanya dalam pemilihan parameter yaitu global thresholding dan level dependent thresholding (Odgen, 1997):

1. Global Thresholding:

Pada global thresholding, satu nilai ambang (threshold) diterapkan untuk seluruh citra atau sinyal. Semua piksel atau nilai sinyal yang lebih besar dari ambang akan dianggap sebagai bagian dari objek, sedangkan yang lebih kecil dari ambang akan dianggap sebagai latar belakang. Keuntungannya adalah Sederhana dan mudah diimplementasikan. Adapun kekurangannya adalah tidak efektif untuk citra atau sinyal yang memiliki variasi intensitas yang signifikan atau ketika bagian dari data memiliki karakteristik yang berbeda.

Global thresholding berarti memilih satu parameter threshold yang digunakan untuk seluruh level resolusi. Terdapat dua pemilihan threshold yang

bergantung pada banyaknya data pengamatan N yaitu, *minimax threshold* diperoleh berdasarkan ukuran sampel N .

Donoho dan Johnstone (1994) dalam buku Odgen (1997) menabelkan sebagai berikut:

Tabel 2.2 Nilai *Minimax threshold*

n	λ_n^*	$(2 \log n)^{1/2}$	Λ_n^*	$2 \log n + 1$
64	1.474	2.884	3.124	8.3178
128	1.669	3.115	3.755	9.704
256	1.86	3.33	4.442	11.09
512	2.048	3.532	5.182	12.477
1024	2.232	3.723	5.976	13.863
2048	2.414	3.905	6.824	15.249
4096	2.594	4.079	7.728	16.635
8192	2.773	4.245	8.691	18.022
16384	2.952	4.405	9.715	19.408
32768	3.131	4.56	10.8	20.794
65536	3.31	4.71	11.95	22.181

Sumber: *Donoho and Johnstone (1994)*

Keterangan:

λ_n^* : nilai terbesar yang di capai oleh Λ_n

Λ_n^* : inferensi $\sup \frac{P_{St}(\lambda, \mu)}{n^{-1} + \min(\mu^2, 1)}$

Untuk $n \rightarrow \infty$ maka $\Lambda_n^* \sim 2 \log n$, $\lambda_n^* \sim (2 \log n)^{\frac{1}{2}}$, dengan n jumlah data. Dan yang kedua *Universal thresholding* yang memiliki kelebihan menghasilkan MSE yang kecil dari sampel yang ada. Universal thresholding menggunakan persamaan $\lambda^U = \sigma \sqrt{2 \log n}$. Persamaan tersebut merupakan alternatif lain dari minimax untuk setiap nilai tertentu dari n , yang nantinya akan menghasilkan rekonstruksi yang koefisiennya lebih kecil dan hasil yang lebih halus dari pada estimasi minimax.

2. Level-Dependent Thresholding (Adaptive Thresholding):

Level-dependent thresholding, atau adaptive thresholding, mempertimbangkan variasi lokal dalam citra atau sinyal. Sebuah ambang ditentukan untuk setiap wilayah kecil atau blok citra, tergantung pada sifat intensitas di sekitarnya. Pendekatan ini memungkinkan penyesuaian ambang secara lokal, sehingga lebih cocok untuk data yang memiliki variasi intensitas yang signifikan. Keuntungannya yaitu lebih efektif untuk citra dengan variasi

intensitas lokal yang signifikan. Adapun kekurangannya yaitu memerlukan komputasi yang lebih kompleks dan dapat menjadi lebih lambat tergantung pada implementasinya.

Pemilihan antara kedua pendekatan jika data memiliki karakteristik homogen dan tidak ada variasi intensitas yang signifikan. Global thresholding dapat memberikan hasil yang baik dan sederhana. Jika data memiliki variasi intensitas yang signifikan atau struktur lokal yang berbeda. Level-dependent thresholding mungkin lebih efektif untuk mengatasi variasi lokal dan mendapatkan hasil yang lebih baik. Pemilihan metode tergantung pada konteks aplikasi dan karakteristik data yang dihadapi. Terkadang, kombinasi dari kedua metode ini atau pendekatan adaptif yang lebih canggih dapat memberikan hasil yang lebih baik, terutama dalam situasi di mana perubahan intensitas tidak homogen di seluruh citra atau sinyal.

Pada estimasi wavelet thresholding, tingkat kemulusan estimator paling dominan ditentukan parameter threshold λ . Nilai λ yang terlalu kecil akan memberikan estimasi fungsi yang sangat tidak mulus, sedangkan nilai λ yang terlalu besar memberikan estimasi yang sangat mulus. Oleh karena itu perlu dipilih parameter threshold yang optimal untuk mendapatkan estimasi fungsi yang optimal.

Level-dependent thresholding yaitu menentukan parameter di tiap level resolusi. Ada beberapa cara *Level-dependent thresholding* diantaranya yaitu threshold adaptive dan threshold top. Fungsi thresholding yang digunakan pada adaptive threshold adalah *soft* thresholding. Threshold adaptive didasarkan pada prinsip untuk meminimalkan *Stein Unbiased Risk Estimator* (SURE) pada suatu level resolusi. Estimasinya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$SURE(\lambda; x) = n - 2 \cdot \#\{i; |W_{j,1}| \leq \lambda\} + \sum_{i=1}^d (|x_i| \wedge \lambda)^2$$

Dimana :

n = jumlah koefisien wavelet

λ = parameter threshold

$W_{j,1}$ = koefisien wavelet

= untuk setiap

Λ = nilai terkecil

3. *Universal threshold*

Universal threshold adalah suatu ambang yang diusulkan untuk digunakan dalam proses thresholding, khususnya dalam konteks denoising atau reduksi noise pada citra menggunakan teknik thresholding wavelet. Metode ini terkait dengan estimasi deviasi standar (variasi) dari noise dalam citra dan memberikan suatu ambang yang dapat secara efektif memisahkan sinyal yang signifikan dari noise.

Pendekatan universal threshold diperkenalkan oleh David Donoho dan lain Johnstone pada tahun 1994 sebagai bagian dari upaya mereka untuk mengembangkan metode thresholding adaptif untuk denoising citra menggunakan transformasi wavelet. Pendekatan ini terutama digunakan dalam konteks thresholding daerah gelombang atau daerah level dari dekomposisi wavelet.

Berikut adalah langkah-langkah untuk menggunakan Universal Threshold:

1. Dekomposisi Wavelet, terapkan transformasi wavelet pada citra untuk mendapatkan koefisien gelombang di berbagai level.
2. Estimasi Deviasi Standar Noise, Estimasi deviasi standar dari noise dalam citra. Beberapa metode dapat digunakan untuk mengestimasi deviasi standar ini, dan salah satu yang umum digunakan adalah menggunakan nilai median dari deviasi absolut setiap piksel dari citra atau bagian citra yang dianggap sebagai noise.
3. Hitung Universal Threshold, Universal threshold dihitung menggunakan rumus yang terkait dengan deviasi standar noise yang diestimasi. Salah satu formula yang umum digunakan adalah $\sigma\sqrt{2\log(n)}$, di mana σ adalah deviasi standar noise dan (n) adalah jumlah piksel dalam citra atau bagian citra yang dianggap sebagai noise.
4. Thresholding, Terapkan thresholding pada koefisien wavelet. Koefisien yang memiliki magnitudo lebih kecil dari nilai universal threshold diatur menjadi nol, sedangkan yang lebih besar dibiarkan tidak berubah.

Pendekatan universal threshold didasarkan pada asumsi bahwa koefisien gelombang kecil umumnya mewakili noise, sementara koefisien gelombang besar mewakili sinyal yang signifikan. Dengan menggunakan nilai universal threshold, kita dapat menghapus atau mengurangi koefisien gelombang yang dianggap sebagai noise tanpa mengurangi informasi sinyal yang penting.

Metode ini telah terbukti cukup efektif dalam banyak aplikasi denoising citra wavelet. Namun, perlu dicatat bahwa pemilihan metode estimasi deviasi standar noise dapat mempengaruhi performa metode ini, dan beberapa variasi dapat digunakan bergantung pada kebutuhan aplikasi.

2.10 Mean Square Error (MSE)

Mean Square Error (MSE) adalah suatu metrik yang digunakan untuk mengukur seberapa besar perbedaan antara dua set data. Secara khusus, MSE sering digunakan untuk mengukur seberapa baik suatu model atau prediksi memetakan suatu data ke data yang diobservasi atau seberapa baik suatu metode atau model merangkum suatu data.

Secara matematis nilai MSE didefinisikan sebagai berikut:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Z_t - \hat{Z}_t)^2 \quad (2.3)$$

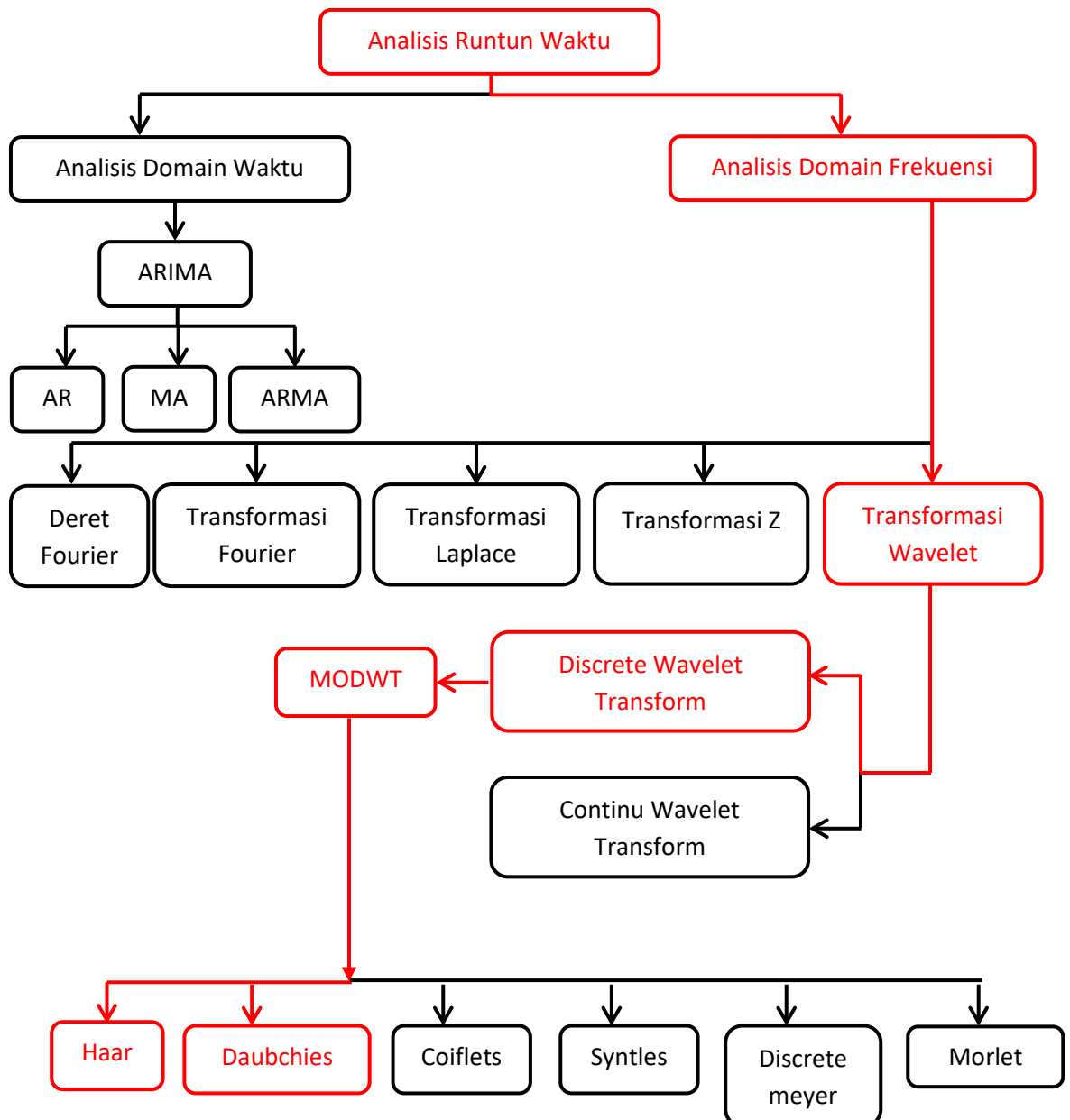
dimana Z_i merupakan nilai aktual dan \hat{Z}_i merupakan nilai prediksi. Semakin kecil nilai MSE yang dihasilkan, maka semakin baik pula yang digunakan.

MSE mengukur rata-rata kuadrat dari selisih antara nilai sebenarnya dan nilai yang diperkirakan. Semakin kecil MSE, semakin baik model atau prediksi tersebut. Kuadrat dalam rumus mengakibatkan perbedaan besar menjadi lebih ditekankan dalam perhitungan. Oleh karena itu, outlier atau perbedaan besar dapat memiliki dampak yang signifikan pada nilai MSE. MSE tidak memiliki batas atas, dan nilainya selalu non-negatif. Namun, karena memasukkan kuadrat, MSE mungkin sulit diinterpretasikan dalam satuan yang sama dengan data asli.

Akar kuadrat dari MSE, dikenal sebagai Root Mean Square Error (RMSE), memberikan hasil dalam satuan yang sama dengan data asli dan dapat lebih mudah diinterpretasikan. MSE sering digunakan dalam evaluasi model statistik

dan machine learning, di mana kita ingin mengukur seberapa baik model tersebut memetakan data pelatihan atau data pengujian ke nilai yang diobservasi. Semakin kecil nilai MSE, semakin akurat modelnya.

2.11 Kerangka konseptual



Gambar 2.6 Kerangka Konseptual