

PENGEMBANGAN BAGAN KENDALI *TRIPLE HOMOGENEOUSLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* DALAM MENINGKATKAN DETEKSI PERGESERAN RATA-RATA PROSES

DEVELOPMENT OF THE *TRIPLE HOMOGENEOUSLY WEIGHTED MOVING AVERAGE* CONTROL CHART IN ENHANCING DETECTION OF PROCESS MEAN SHIFTS



SARLIANI

H062222016



**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

**PENGEMBANGAN BAGAN KENDALI *TRIPLE HOMOGENEOUSLY
WEIGHTED MOVING AVERAGE* DALAM MENINGKATKAN DETEKSI
PERGESERAN RATA-RATA PROSES**

SARLIANI

H062222016



**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

**PENGEMBANGAN BAGAN KENDALI *TRIPLE HOMOGENEOUSLY
WEIGHTED MOVING AVERAGE* DALAM MENINGKATKAN DETEKSI
PERGESERAN RATA-RATA PROSES**

Tesis
sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

Program Studi Magister Statistika

Disusun dan diajukan oleh

SARLIANI
H062222016

Kepada

**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

TESIS

PENGEMBANGAN BAGAN KENDALI *TRIPLE*
HOMOGENEOUSLY WEIGHTED MOVING AVERAGE DALAM
MENINGKATKAN DETEKSI PERGESERAN RATA-RATA
PROSES

SARLIANI
H062222016

telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Magister pada 16 Agustus
2024 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

pada

Program Studi Magister Statistika
Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar

Mengesahkan:

Pembimbing Utama

Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.
NIP. 19750429 200003 2 001

Pembimbing Pendamping

Prof. Dr. Nurfitri Sunusi, S.Si., M.Si.
NIP. 19720117 199703 2 002

Ketua Program Studi
Magister Statistika

Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.
NIP. 19750429 200003 2 001

Dekan Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin

Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.
NIP. 19720515 199702 1 002

**PERNYATAAN KEASLIAN TESIS
DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA**

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul "Pengemangan Bagan Kendali *Triple Homogeneously Weighted Moving Average* Dalam Meningkatkan Deteksi Pergeseran Rata-Rata Proses" adalah benar karya saya dengan arahan dari tim pembimbing (Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. dan Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.). Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi manapun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari tesis ini akan dipublikasikan di *Statistica Neerlandica* sebagai artikel dengan judul "*New Extended Triple Homogeneously Weighted Moving Average Control Chart*".

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 16 Agustus 2024



UCAPAN TERIMA KASIH

Segala puji dan syukur hanya milik Allah Subhanahu Wa Ta'ala atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya yang tak terhingga. Shalawat dan salam tercurah kepada Rasulullah Shallallahu 'Alaihi Wa Sallam, beserta keluarga, para sahabat, dan seluruh umat yang mengikuti jejaknya hingga hari kiamat. Dengan berkat rahmat dan kemudahan dari Allah Subhanahu Wa Ta'ala, penulis dapat menyelesaikan tesis berjudul "Pengembangan Bagan Kendali Triple Homogeneously Weighted Moving Average dalam Meningkatkan Deteksi Pergeseran Rata-Rata Proses" sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar magister pada Program Studi Magister Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa penyelesaian tesis ini tidak terlepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Ibu Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si., sebagai pembimbing utama, dan Ibu Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si., sebagai pembimbing pertama, yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pikirannya di tengah kesibukannya. Panduan, dorongan, motivasi, dan kemudahan yang diberikan sangat berarti bagi penulis dalam menyelesaikan tesis ini. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada Ibu Prof. Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si., Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si., dan Bapak Dr. Nirwan, M.Si., sebagai tim penguji, yang telah memberikan kritikan konstruktif dan arahan berharga dalam penyempurnaan tesis ini, serta meluangkan waktunya.

Penulis dengan tulus menyampaikan rasa terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada kedua orang tua penulis, Bapak La Ode Asyhari dan Ibu Ramliati, atas dukungan dan doa yang tiada henti. Terima kasih juga kepada Wa Ode Lisa, Asri, Hawa dan Kak Uji atas dorongan dan dukungan yang tiada henti selama proses ini sangat berarti bagi penulis, serta keluarga besar penulis atas doa dan dukungannya selama ini. Spesial terima kasih kepada sepupu penulis, Kak Tora dan Sahabat baik, Dili atas waktu dan dukungan yang diberikan. Terima kasih pula untuk semua bantuan, arahan, nasihat, dan motivasi yang telah diberikan selama perkuliahan dan penyusunan tesis ini, serta untuk kebersamaan yang penuh suka dan duka. Kepada teman-teman seperjuangan di Program Studi Magister Statistika Angkatan 7, Dayah, Hikmah, Nola, Lili, Ikka, Mega, Isra, Nurul, Cici, Nuge, Rifka, Haura, Miftah, Fira, dan lainnya terima kasih atas bantuan, dukungan, dan kebersamaannya selama ini. Dan untuk semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, terima kasih atas segala bantuan yang telah diberikan.

Penulis menyadari bahwa tesis ini masih memiliki banyak kekurangan. Dengan segala kerendahan hati, penulis memohon maaf atas segala kekurangan dan kesalahan yang ada.

Makassar, 16 Agustus 2024

Sarliani

ABSTRAK

SARLIANI. **Pengembangan Bagan Kendali *Triple Homogeneously Weighted Moving Average* Dalam Meningkatkan Deteksi Pergeseran Rata-Rata Proses** (dibimbing oleh Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. dan Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.)

Latar Belakang. Bagan kendali merupakan alat penting dalam pemantauan kualitas proses, dan berbagai metode telah dikembangkan untuk meningkatkan efektivitas deteksi pergeseran. Di antaranya, bagan kendali CUSUM (*Cumulative Sum Control Chart*), Bagan kendali EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) dan bagan kendali HWMA (*Homogeneously Weighted Moving Average*) dirancang untuk mendeteksi pergeseran kecil dalam rata-rata proses. Salah satu bagan kendali sering digunakan adalah Bagan kendali *Homogeneously Weighted Moving Average* (HWMA). Bagan kendali HWMA adalah bagan tipe memori yang sangat populer dan juga efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil dalam proses rata-rata. Beberapa modifikasi bagan HWMA, seperti bagan *Double HWMA* (DHWMA) dan *Triple* (THWMA) telah dikembangkan untuk meningkatkan kinerjanya dalam mendeteksi pergeseran kecil. **Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk mengusulkan bagan kendali *Quadruple HWMA* (QaHWMA) dan bagan kendali *Quintuple HWMA* (QiHWMA) untuk lebih meningkatkan kemampuan deteksi bagan HWMA dan merupakan pengembangan bagan kendali THWMA. **Metode.** Adapun metode yang digunakan pada penelitian ini adalah HWMA dengan empat dan lima tahap pembobotan dan *Average Run Length* (ARL) dengan melakukan simulasi *Monte Carlo*. **Hasil.** Hasil penelitian menunjukkan bahwa bagan kendali QaHWMA dan QiHWMA memiliki nilai ARL yang lebih kecil sehingga lebih sensitive dalam mendeteksi perubahan kecil dalam rata-rata proses dibandingkan bagan kendali sebelumnya. **Kesimpulan.** Dari hasil penelitian, bagan kendali usulan QaHWMA dan QiHWMA lebih efektif dalam mendeteksi perubahan kecil dalam proses.

Kata kunci: *average run length*; DHWMA; HWMA; THWMA, QaHMW_a; QiHWMA

ABSTRACT

SARLIANI. **Development of the Triple Homogeneously Weighted Moving Average Control Chart in Enhancing Detection of Process Mean Shifts** (supervised by Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si. and Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.).

Background. Control charts are essential tools in process quality monitoring, and various methods have been developed to enhance the effectiveness of shift detection. Among them, the CUSUM (Cumulative Sum Control Chart), EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) control chart, and HWMA (Homogeneously Weighted Moving Average) control chart are designed to detect small shifts in the process mean. One of the commonly used control charts is the Homogeneously Weighted Moving Average (HWMA) control chart. The HWMA control chart is a memory-type chart that is very popular and effective in detecting small shifts in the process mean. Several modifications of the HWMA chart, such as the Double HWMA (DHWMA) and Triple HWMA (THWMA) charts, have been developed to improve its performance in detecting small shifts. **Objective.** This study aims to propose the Quadruple HWMA (QaHWMA) and Quintuple HWMA (QiHWMA) control charts to further enhance the detection capability of the HWMA chart, representing an advancement of the THWMA control chart. **Method.** The method used in this study is the HWMA with four and five weighting stages and Average Run Length (ARL) through Monte Carlo simulation. **Results.** The results of the study indicate that the QaHWMA and QiHWMA control charts have smaller ARL values, making them more sensitive in detecting small changes in the process mean compared to previous control charts. **Conclusion.** From the results of the study, the proposed QaHWMA and QiHWMA control charts are more effective in detecting small changes in the process.

Keywords: average run length; DHWMA; HWMA; THWMA; QaHWMA; QiHWMA

DAFTAR ISI

	halaman
HALAMAN JUDUL	ii
PERNYATAAN PENGAJUAN.....	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TESIS.....	v
UCAPAN TERIMA KASIH	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah.....	3
1.3. Batasan Masalah.....	3
1.4. Tujuan Penelitian.....	3
1.5. Manfaat Penelitian.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1. Bagan Kendali	5
2.1.1. Bagan Kendali Variabel.....	5
2.1.2. Bagan Kendali Atribut	5
2.2. Bagan Kendali <i>Exponentially Weighted Moving Average</i>	6
2.3. Bagan Kendali <i>Homogeneosly Weighted Moving Average</i>	7
2.4. Bagan Kendali <i>Double Homogenously Weighted Moving Average</i>	9
2.5. Bagan Kendali <i>Triple Homogeneously Weighted Moving Average</i>	10
2.7. Uji Normalitas	11
2.8. Deskripsi Data	12
2.9. Penelitian Terdahulu.....	13
2.10. Kerangka Konseptual	14
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	15
3.1. Sumber Data	15
3.2. Deskripsi Data	15
3.3. Analisis Data	15
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	18

4.2. Penentuan Batas Kendali Bagan Kendali <i>Double Homogenously Weighted Moving Average</i>	22
4.3. Penentuan Batas Kendali Bagan Kendali <i>Triple Homogeneously Weighted Moving Average</i>	24
4.4. Bagan Kendali usulan <i>Quadruple Homogeneously Weighted Moving Average</i>	25
4.5. Bagan Kendali usulan <i>Quintuple Homogeneously Weighted Moving Average</i>	27
4.6. Analisis Kinerja Bagan Kendali	28
4.6.1. Kinerja ARL bagan kendali HWMA.....	28
4.6.2. Kinerja Bagan Kendali DHWMA.....	29
4.6.3. Kinerja Bagan Kendali THWMA.....	30
4.6.4. Kinerja Bagan Kendali Usulan QaHWMA	31
4.6.4. Kinerja Bagan Kendali Usulan QiHWMA	32
4.6.5. Grafik Kinerja Bagan Kendali	33
4.6.6. Perbandingan ARL Bagan Kendali Pada $\lambda = 0.05$	34
4.7. Penerapan Bagan Kendali Usulan <i>Quadruple Homogeneously Weighted Moving Average</i> dan <i>Quintuple Homogeneously Weighted Moving Average</i>	36
4.7.1. Uji Normalitas Data	36
4.7.2. Penentuan Rata-rata dan Variansi	37
4.7.3. Bagan Kendali HWMA untuk $0.02 \leq \lambda \leq 0.9$	38
4.7.3. Bagan Kendali DHWMA untuk $0.02 \leq \lambda \leq 0.9$	41
4.7.4 Bagan Kendali THWMA untuk $0.02 \leq \lambda \leq 0.9$	44
4.7.4. Bagan Kendali QaHWMA untuk $0.02 \leq \lambda \leq 0.9$	47
4.7.5. Bagan Kendali QiHWMA untuk $0.02 \leq \lambda \leq 0.9$	50
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	54
5.1. Kesimpulan.....	54
5.2. Saran	55
DAFTAR PUSTAKA	56
LAMPIRAN.....	59

DAFTAR TABEL

nomor	halaman
1. Penelitian Terdahulu.....	14
2. Deskripsi Data.....	15
3. Nilai ARL HWMA	30
4. Nilai ARL DHWMA	31
5. Nilai ARL THWMA.....	32
6. Nilai ARL QaHWMA	33
7. Nilai ARL QiHWMA.....	34
8. Nilai ARL Bagan Kendali pada	36
9. Uji <i>Kolmogorov Smirnov</i>	38

DAFTAR GAMBAR

nomor	halaman
1. Tipe Bagan Kendali	5
2. Ladang Angin Dumat al-Jandal.....	14
3. Kerangka Konseptual	15
4. Grafik ARL.....	35
5. Grafik Perbandingan Bagan Kendali pada	37
6. Bagan Kendali HWMA	41
7. Bagan Kendali DHWMA	44
8. Bagan Kendali THWMA	47
9. Bagan Kendali QaHWMA	50
10. Bagan Kendali QiHWMA	53

DAFTAR LAMPIRAN

nomor	halaman
1. Data Pemantauan Daya Harian Ladang Angin.....	91
2. Uji <i>Kolmogorov Smirnov</i>	62
3. Nilai Bagan Kendali HWMA	63
4. Nilai Bagan Kendali DHWMA	69
5. Nilai Bagan Kendali THWMA	75
6. Nilai Bagan Kendali QaHWMA	81
7. Nilai Bagan Kendali QiHWMA	87
8. Riwayat Hidup Peneliti	91

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Kualitas adalah kemampuan suatu produk atau layanan untuk memenuhi kebutuhan klien, sehingga menjadi kebutuhan yang sangat penting dalam dunia industri maupun manufaktur. Perbedaan kualitas produk atau layanan cenderung karena adanya variabilitas dalam produk. Sehingga menyebabkan produk tidak menghasilkan *output* yang sama (Montgomeri., 2009). Metode statistik yang digunakan dalam pengendalian kualitas produksi adalah *Statistical Process Control* (SPC).

SPC digunakan untuk memantau proses produksi dari waktu ke waktu untuk mendeteksi perubahan dalam kinerja proses, salah satu alat yang efisien diantaranya bagan kendali (Riaz dkk., 2022). Bagan kendali digunakan untuk memantau suatu proses (*process monitoring*) dan mengidentifikasi penyebab-penyebab variasi yang tidak umum (Letshedi dkk., 2022). Dalam penerapan metode statistik pada bagan kendali untuk pemantauan proses dapat diklasifikasikan kedalam bagan kendali variabel dan bagan kendali atribut. Bagan kendali variabel digunakan untuk memantau karakteristik kualitas yang dapat diukur secara langsung dalam bentuk numerik atau kontinu, sedangkan bagan kendali atribut digunakan untuk memantau karakter kualitas yang dapat diukur dalam bentuk kualitas biner atau diskrit (Adeoti dkk., 2022).

Bagan kendali pertama kali diperkenalkan oleh DR. Walter A. Shewhart dari *Bell Telephone Laboratories*, Amerika Serikat tahun 1924. Bagan kendali Shewhart banyak digunakan dalam proses manufaktur karena mudah digunakan. Namun dalam proses produksi bagan kendali Shewhart hanya efektif dalam mendeteksi pergeseran besar. Hal ini karena bagan kendali Shewhart menggunakan informasi tentang proses yang terkandung dalam titik yang terakhir dan mengabaikan setiap informasi yang diberikan oleh seluruh barisan titik sebelumnya, bagan kendali ini biasa disebut bagan kendali tanpa memori (*memory-less control chart*). Pergeseran dikatakan kecil jika besarnya pergeseran kurang dari 1.5σ (Montgomery., 2009). Sehingga dibutuhkan bagan kendali yang dapat mengatasi masalah data dengan pergeseran yang kecil tersebut yaitu bagan kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) salah satu merupakan alternatif yang dapat digunakan.

Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) diperkenalkan oleh Roberts pada tahun 1959. Bagan kendali EWMA merupakan alternatif yang tepat untuk mendeteksi pergeseran kecil dalam parameter proses yang merusak stabilitas proses produksi. Bagan kendali EWMA menggunakan informasi masa kini dan masa lalu, bagan kendali ini biasa disebut bagan kendali memori (*memory-type control chart*). Sehingga pergeseran kecil terus-menerus terakumulasi dengan memberi bobot secara menurun sesuai dengan urutan proses. Sehingga proses terbaru mendapat bobot yang paling besar, dan proses yang sudah lama mendapat bobot yang paling kecil, yaitu bobot berkurang secara eksponensial diantara informasi sampel (Abbas, 2018). Kekurangan dari bagan kendali EWMA adalah statistic plot EWMA memberikan lebih banyak bobot pada pengamatan saat ini daripada pengamatan sebelumnya (Rasheed dkk., 2021). Kemudian, Abbas (2018) mengusulkan bagan

kendali tipe memori baru yang merupakan pengembangan dari bagan kendali EWMA yaitu bagan kendali *Homogeneously Weighted Moving Average* (HWMA) yang efektif untuk mendeteksi pergeseran sedang hingga kecil dengan efektif dan mengurangi variasi parameter pembobot.

HWMA merupakan teknik pembuatan bagan kendali rata-rata bergerak tertimbang homogen (HWMA) dengan mengalokasikan bobot spesifik (λ) pada nilai proses terbaru dan bobot sisanya ($1 - \lambda$) dialokasikan secara homogen (merata) diantar rata-rata seluruh sisa observasi sebelumnya. Bagan kendali ini memiliki kemampuan yang lebih baik dalam mendeteksi pergeseran dalam proses rata-rata dibandingkan grafik pesaingnya (Abid dkk., 2020). Kemudian, Abid dkk (2020) dan Alevizakos dkk (2021) mengusulkan bagan kendali baru yaitu *Double Homogeneously Weighted Moving Average* (DHWMA). Bagan kendali DHWMA merupakan metode gabungan dua bagan kendali HWMA menggunakan nilai parameter pembobot yang sama. Kemudian, Riaz dkk (2021) dan Khan dkk (2023) mengembangkan bagan kendali THWMA berdasarkan bagan kendali yang telah dibuat sebelumnya oleh Alevizakos dkk untuk mendeksi pergeseran kecil dengan cepat dan berkelanjutan secara efektif. Ada beberapa ukuran untuk mengevaluasi kinerja bagan kendali. Salah satu yang paling populer digunakan untuk evaluasi kinerja bagan kendali yang yakni, *Average Run Length* (ARL). ARL merupakan rata-rata jumlah titik yang harus diplot sebelum satu titik sampel menunjukkan kondisi *out of control* (OOC) (Montgomery., 2013).

Bagan kendali diharapkan mampu untuk meningkatkan kinerja untuk mencapai tujuan ini, banyak peneliti telah mengusulkan modifikasi bahkan kembangan dari bagan kendali HWMA. Abid dkk, (2020) menyajikan bagan kendali *double* HWMA (DHWMA), namun tidak mengikuti teknik DEWMA seperti yang diusulkan oleh Shamma dan Shamma., (1992). Bagan kendali DHWMA tersebut memiliki kesamaan struktur dengan bagan kendali HWMA dimana parameter pembobot telah diganti dengan kuadratnya. Adeoti dan Koleoso, (2020) mengusulkan bagan kendali *hybrid* baru dengan menggabungkan dua bagan kendali HWMA. Statistik HHWMA menggunakan dua parameter pembobot λ_1 dan λ_2 . Hasil penelitian ini bahwa grafik bagan kendali HHWMA efektif dibandingkan bagan kendali yang ada. Riaz dkk, (2020) mengusulkan bagan kendali baru HWMA yang efektif mendeteksi pergeseran kecil dalam proses disperse. Berdasarkan nilai *Run-Length* (RL) menunjukkan bahwa bagan kendali yang diusulkan memiliki kinerja yang lebih baik. Alevizakos et al, (2021) mengusulkan pengembangan dari bagan kendali HWMA yaitu DHWMA menggunakan metode DEWMA untuk lebih meningkatkan kemampuan deteksi bagan kendali HWMA. Bagan kendali DHWMA yang disajikan kemudian dibandingkan dengan bagan kendali yang ada dan ditemukan bagan kendali DHWMA lebih efektif untuk pergeseran rata-rata proses yang kecil hingga sedang.

Riaz dkk, (2021) mengusulkan bagan kendali kembangan yaitu bagan kendali *Triple* HWMA dan hasil analisis menunjukkan bahwa bagan kendali Triple HWMA lebih efisien dibandingkan bagan kendali sebelumnya. Malela-Majika dkk, (2021) membahas perhitungan variansi bagan kendali hybrid HWMA (HHWMA) dan hasilnya menunjukkan bahwa varians yang salah mempunyai dampak yang signifikan terhadap sensitivitas (atau kinerja) bagan kendali HHWMA. Zhang dkk, (2022) mengusulkan

bagan kendali THWMA nonparametrik di bawah uji peringkat bertanda Wilcoxon dengan teknik pengambilan sampel peringkat untuk lebih meningkatkan pemantauan lokasi proses. Riaz dkk, (2022) meneliti Kembali kinerja bagan kendali HWMA dengan menganalisis perbandingan bagan kendali HWMA terhadap bagan kendali EWMA secara terperinci dengan batas waktu yang bervariasi. Hasilnya menunjukkan bahwa bagan kendali HWMA lebih efektif dibandingkan bagan kendali EWMA untuk beberapa ukuran pergeseran dibawah nol dan mampu mempertahankan dominasinya jika proses mengalami penundaan pergeseran. Khan dkk, (2023) mengusulkan bagan kendali *triple* HWMA untuk proses pemantauan dispersi untuk mendeteksi kerusakan proses dan hasilnya bagan kendali THWMA ini lebih unggul daripada bagan kendali pembandingnya. Sehingga semakin kecil nilai parameter pembobot dalam bagan kendali Homogenously ini maka semakin baik dalam membuat bagan kendali yang efektif untuk mendeteksi pergeseran kecil hingga sedang.

Berdasarkan latar belakang diatas, peneliti tertarik untuk mengkaji perluasan bagan kendali *triple homogeneously weighted moving average* (THWMA). Hal tersebut kemudian dinyatakan dalam tugas akhir ini dengan judul **“Pengembangan Bagan Kendali *Triple Homogeneously Weighted Moving Average* dalam Meningkatkan Deteksi Pergeseran Rata-Rata Proses”**.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan bagan kendali usulan *quadruple* HWMA (QaWHMA) dan *quintuple* HWMA (QiHWMA)?
2. Bagaimana perbandingan struktur bagan kendali usulan *quadruple* HWMA (QaWHMA) dan *quintuple* HWMA (QiHWMA) dengan bagan kendali HWMA, DHWMA, dan THWMA?
3. Bagaimana mengevaluasi kinerja bagan kendali terbaik dalam mendeteksi pergeseran menggunakan ARL dari bagan kendali usulan *quadruple* HWMA (QaWHMA) dan *quintuple* HWMA (QiHWMA)?

1.3. Batasan Masalah

Batasan permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini difokuskan pada pengembangan bagan kendali usulan *quadruple* HWMA (QaWHMA) dan *quintuple* HWMA (QiHWMA).
2. Nilai pembobot yang digunakan untuk pengujian awal yaitu $\lambda = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.3, 0.7, \text{ dan } 0.9$.

1.4. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan bagan kendali usulan *quadruple* HWMA (QaWHMA) dan *quintuple* HWMA (QiHWMA).
2. Memperoleh struktur bagan kendali terbaik dari struktur bagan kendali usulan *quadruple* HWMA (QaWHMA) dan *quintuple* HWMA (QiHWMA), HWMA, DHWMA, dan THWMA.

3. Mengevaluasi kinerja bagan kendali terbaik dalam mendeteksi pergeseran menggunakan ARL dari bagan kendali usulan *quadruple* HWMA (QaWHMA) dan *quintuple* HWMA (QiHWMA).

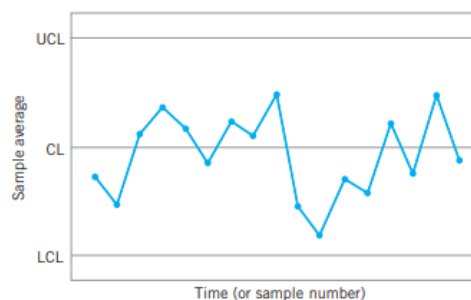
1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah memberikan pemahaman dan pengetahuan kepada pembaca khususnya penulis mengenai bagan kendali usulan QaWHMA, QiHWMA dan keunggulannya terhadap bagan kendali lain. Serta diharapkan bagan kendali QiHWMA dapat menjadi masukan atau usulan untuk mendeteksi pergeseran *mean* proses.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Bagan Kendali

Bagan kendali merupakan salah satu teknik utama *Statistical Process Control* (SPC). Bagan kendali umum ditunjukkan pada Gambar 1. Bagan kendali adalah tampilan grafik dari karakteristik kualitas yang diukur atau dihitung dari suatu sampel berdasarkan jumlah atau waktu sampel. Bagan kendali berisi garis tengah yang mewakili nilai rata-rata karakteristik kualitas yang sesuai dengan keadaan terkendali (*in control*). Dua garis horizontal disebut *Upper Control Limit* (UCL) dan *Lower Control Limit* (LCL), juga ditampilkan pada grafik. Batas kendali ini dipilih agar ketika proses terkendali maka hampir semua titik sampel akan berada di antara garis UCL dan LCL. Proses diasumsikan terkendali selama titik-titik sampel berada dalam batas kendali, sehingga tidak ada tindakan yang diperlukan. Namun jika titik yang plotnya berada diluar batas kendali maka dapat dikatakan proses tersebut diluar kendali (*out of control*) sehingga tindakan korektif diperlukan untuk menemukan dan menghilangkan penyebab proses OOC (Montgomery., 2013). Secara umum bagan kendali dapat diklasifikasikan kedalam dua jenis, yaitu bagan kendali variable dan bagan kendali atribut.



Gambar 1. Tipe Bagan Kendali (Sumber: Montgomery 2009)

2.1.1. Bagan Kendali Variabel

Bagan kendali variabel merupakan bagan kendali untuk karakteristik kualitas hasil produksi yang dapat diukur dan dinyatakan dalam angka. Ada beberapa bagan kendali variabel yaitu sebagai berikut (Putri., 2011):

- a. Bagan kendali \bar{X} , yaitu bagan kendali untuk mengontrol *mean* proses.
- b. Bagan kendali X , yaitu bagan kendali individual, bagan kendali ini digunakan untuk melihat spesifikasi produk atau layanan sesuai atau tidak.
- c. Bagan kendali R , merupakan bagan kendali untuk mengontrol variabilitas proses.
- d. Bagan kendali S , merupakan bagan kendali yang digunakan untuk mengontrol variabilitas proses.

2.1.2. Bagan Kendali Atribut

Bagan kendali atribut yaitu bagan kendali untuk karakteristik kualitas hasil produksi yang dikelompokkan berdasarkan spesifikasi hasil produksi yaitu data jumlah

cacat pada produk (*defect*) dan data jumlah produk cacat (*defective*). Ada beberapa bagan kendali atribut yaitu sebagai berikut (Putri., 2011):

- Bagan kendali p , yaitu bagan kendali atribut yang digunakan jika data yang digunakan merupakan data jumlah produk cacat (*defective*) dan besar subgroup sampel tidak konstan.
- Bagan kendali np , yaitu bagan kendali yang digunakan jika data yang digunakan merupakan data jumlah produk cacat (*defective*) dan besar subgroup sampel konstan untuk jumlah produksi yang ditolak.
- Bagan kendali c , yaitu bagan kendali atribut yang digunakan pada sata jumlah cacat produk (*defect*) dan besar subgroup sampel konstan.
- Bagan kendali u , yaitu peta kendali atribut yang digunakan jika data merupakan data jumlah cacat pada produk (*defect*) dan besar subgroup sampel tidak konstan.

2.2. Bagan Kendali *Exponentially Weighted Moving Average*

Bagan kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) diperkenalkan pertama kali oleh Robert pada tahun 1956 dan digunakan untuk memantau adanya pergeseran terus menerus dalam suatu proses. EWMA merupakan bagan kendali alternatif yang baik untuk mendeteksi pergeseran nilai rata-rata kecil dalam suatu proses (Montgomery., 2009). Bagan kendali EWMA didasarkan pada pemb pembagian bobot pada data sehingga observasi terbaru mendapat bobot yang lebih besar dan observasi sebelumnya bobotnya berkurang secara eksponensial seiring dengan berkurangnya observasi terkini. Sehingga bagan kendali EWMA dapat didefinisikan sebagai berikut (Riaz dkk., 2022).

$$Z_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad (1)$$

dengan:

Z_i : Nilai EWMA pada pengamatan ke- i

λ : Nilai pembobot ($0 < \lambda \leq 1$)

\bar{X}_i : Nilai pada pengamatan ke- i (Abbas, 2018)

i : Jumlah Pengamatan (1, 2, 3, ...)

Z_{i-1} : Nilai EWMA sebelumnya

μ : Nilai rata-rata

Z_0 : nilai awal Z_i yang terkadang dapat diperoleh dari nilai rata-rata hasil pengamatan seperti Perasaan (2)

$$Z_0 = \mu = \bar{X} \quad (2)$$

Sehingga dapat diketahui rata-rata dan variansi EWMA masing-masing adalah:

$$E(Z_i) = Z_i = \mu$$

dan

$$Var(Z_i) = \frac{\sigma_{\bar{X}}^2}{n} \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} (1 - (1 - \lambda)^{2i}) \right)$$

Sehingga batas kendali yang terdiri dari *Center Line* (CL), *Upper Control Limit* (UCL) dan *Lower Control Limit* (LCL) dari bagan kendali EWMA berdasarkan mean dan variansi dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 UCL_i &= \mu - L \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} (1 - (1-\lambda)^{2i})} \\
 CL_i &= \mu \\
 LCL_i &= \mu + L \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} (1 - (1-\lambda)^{2i})}
 \end{aligned} \tag{3}$$

dengan:

μ : Rata-rata

L : Lebar batas kendali

i : Pengamatan ke- i

Sebagai catatan, apabila nilai i semakin meningkat seiring banyaknya pengamatan ($i \rightarrow \infty$), maka nilai LCL dan UCL akan bergerak mendekati kestabilan dan dapat dituliskan:

$$\begin{aligned}
 UCL &= \mu + L \sqrt{\frac{\mu\lambda}{2-\lambda}} \\
 LCL &= \mu - L \sqrt{\frac{\mu\lambda}{2-\lambda}}
 \end{aligned}$$

2.3. Bagan Kendali *Homogeneously Weighted Moving Average*

Bagan kendali *Homogeneously Weighted Moving Average* (HWMA) merupakan bagan kendali yang diusulkan oleh Nasir Abbas pada tahun 2018 sebagai skema kembangan dari bagan kendali EWMA. Bagan kendali HWMA digunakan untuk memantau adanya pergeseran pada lokasi proses dengan memberikan bobot (λ) pada observasi terbaru dan bobot $(1-\lambda)$ yang sama (homogen) pada observasi sebelumnya (Abbas, 2018).

Misalkan $X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{ij}, \dots, X_{nj}$ dimana n adalah variabel acak proses normal identik yang *independent*, i. e., $X_{ij} \sim N(\mu, \sigma^2)$ dimana $i = 1, 2, 3, \dots$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$. Kemudian mempertimbangkan kedua parameter populasi μ dan σ yang harus diketahui yaitu $\mu = \mu_0$ dan $\sigma^2 = \sigma_0^2$. Sehingga bagan kendali HWMA dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$H_i = \lambda \bar{X}_i + (1-\lambda) \bar{X}_{i-1} \tag{4}$$

dengan:

H_i : Nilai HWMA pada pengamatan ke- i

λ : Nilai pembobot atau parameter sensitivitas ($0 < \lambda \leq 1$)

\bar{X}_i : Rata-rata sampel untuk tiap pengamatan $i = 2, 3, 4, \dots, m$

\bar{X}_{i-1} : Rata-rata dari rata-rata sampel sebelumnya ($i-1$)

Nilai rata-rata dari rata-rata sampel sebelumnya ($i-1$) di dapatkan dari persamaan berikut ini:

$$\bar{X}_{i-1} = \frac{\sum_{k=1}^{i-1} \bar{X}_k}{i-1} \quad (5)$$

Dimana nilai dari \bar{X}_0 ditetapkan sama dengan rata-rata X yaitu μ . Sehingga H_i dapat ditulis kembali sebagai berikut:

$$H_i = \lambda \bar{X}_i + \left(\left(\frac{1-\lambda}{i-1} \right) \bar{X}_{i-1} + \left(\frac{1-\lambda}{i-1} \right) \bar{X}_{i-2} + \dots + \left(\frac{1-\lambda}{i-1} \right) \bar{X}_1 \right) \quad (6)$$

Alasan statistik yang diberikan pada persamaan (6) adalah untuk memeberikan bobot λ pada sampel saat ini dan sisa bobot $(1-\lambda)$ homogen didistribusikan ke semua sampel sebelumnya. Batas kendali untuk bagan kendali HWMA dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} UCL_i &= E(H_i) + L\sqrt{Var(H_i)} \\ CL &= E(H_i) \\ LCL_i &= E(H_i) - L\sqrt{Var(H_i)} \end{aligned} \quad (7)$$

Kemudian nilai rata-rata H_i yaitu $E(H_i)$ untuk situasi *in-control* (IC) dapat dituliskan Persamaan (9) berikut:

$$\begin{aligned} Var(H_i) &= Var(\lambda \bar{X}_i + (1-\lambda)\bar{X}_{i-1}) \\ &= \frac{\lambda^2 \sigma^2}{n} + (1-\lambda)^2 \frac{\sigma^2}{n(i-1)} \end{aligned} \quad (9)$$

Atau dapat dinyatakan dalam Persamaan (10) berikut:

$$Var(H_i) = \begin{cases} \frac{\lambda^2 \sigma^2}{n} & i = 1 \\ \frac{\lambda^2 \sigma^2}{n} + (1-\lambda)^2 \frac{\sigma^2}{n(i-1)} & i > 1 \end{cases} \quad (10)$$

Berdasarkan persamaan (7) dengan menggunakan nilai rata-rata dan nilai variansi (H_i) yang telah didapatkan maka batas kendali dari bagan kendali HWMA dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} UCL_i &= \begin{cases} \mu + L\sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma^2}{n}} & i = 1 \\ \mu + L\sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma^2}{n} + (1-\lambda)^2 \frac{\sigma^2}{n(i-1)}} & i > 2 \end{cases} \\ CL &= \mu \\ LCL_i &= \begin{cases} \mu - L\sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma^2}{n}} & i = 1 \\ \mu - L\sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma^2}{n} + (1-\lambda)^2 \frac{\sigma^2}{n(i-1)}} & i > 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

Dalam kasus dimana proses dianggap telah berjalan dalam jangka waktu yang cukup lama yaitu $i \rightarrow \infty$ maka $(1-\lambda)^2 \frac{\sigma^2}{n(i-1)}$ akan menuju 0 sehingga batas kendali HWMA pada persamaan (11) dalam kondisi *steady state* menjadi (Majika dkk., 2024):

$$UCL = \mu + L \sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma^2}{n}} \quad (12)$$

$$LCL = \mu - L \sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma^2}{n}} \quad (13)$$

2.4. Bagan Kendali *Double Homogenously Weighted Moving Average*

Bagan kendali *Double Homogeneously Weighted Moving Average* (DHWMA) merupakan perluasan dari bagan kendali HWMA yang dikembangkan pertama kali oleh Abid dkk, (2019) dan Alevizakos dkk, (2021) untuk mendeteksi pergeseran secara efisien terutama dalam pergeseran kecil dalam rata-rata proses. Sehingga persamaan bagan kendali DHWMA dapat ditulis sebagai berikut:

$$DH_i = \lambda H_i + (1 - \lambda) \bar{\bar{X}}_{i-1} \quad (14)$$

Berdasarkan $H_i = \lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda) \bar{\bar{X}}_{i-1}$ dari persamaan (4) dan disubstitusikan pada persamaan (15), statistik bagan kendali DHWMA lebih tepat dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} DH_i &= \lambda(\lambda \bar{X}_i + (1 - \lambda) \bar{\bar{X}}_{i-1}) + (1 - \lambda) \bar{\bar{X}}_{i-1}, \\ &= \lambda^2 \bar{X}_i + \lambda(1 - \lambda) \bar{\bar{X}}_{i-1} + (1 - \lambda) \bar{\bar{X}}_{i-1}, \end{aligned}$$

$$DH_i = \lambda^2 \bar{X}_i + (1 - \lambda^2) \bar{\bar{X}}_{i-1} \quad (15)$$

Pada Persamaan (16), λ^2 menampilkan bobot yang dialokasikan pada pengukuran terkini dalam proses observasi. Nilai rata-rata dari bagan kendali DHWMA adalah sebagai berikut:

$$E(DH_i) = \mu \quad (16)$$

Nilai variansi bagan kendali DHWMA dalam proses *in-control* adalah sebagai berikut:

$$Var(DH_i) = Var(\lambda^2 \bar{X}_i + (1 - \lambda^2) \bar{\bar{X}}_{i-1})$$

$$= \frac{\sigma^2}{n} \left(\lambda^4 + \frac{(1 - \lambda^2)^2}{(i - 1)} \right)$$

Atau dapat dinyatakan dalam Persamaan (17) berikut:

$$Var(DH_i) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\sigma^2}{n} \lambda^4 & i = 1 \\ \frac{\sigma^2}{n} \left[\lambda^4 + \frac{(1 - \lambda^2)^2}{(i - 1)} \right] & i > 1 \end{array} \right\} \quad (17)$$

Berdasarkan nilai rata-rata dan nilai variansi, batas kendali DHWMA dapat dituliskan sebagai berikut pada Persamaan (18) berikut:

$$UCL_i = \begin{cases} \mu + L \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \lambda^4} & i = 1 \\ \mu + L \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left[\lambda^4 + \frac{(1 - \lambda^2)^2}{(i - 1)} \right]} & i \geq 2 \end{cases}$$

$$CL = \mu \quad (18)$$

$$LCL_i = \begin{cases} \mu - L \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \lambda^4} & i = 1 \\ \mu - L \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left[\lambda^4 + \frac{(1 - \lambda^2)^2}{(i - 1)} \right]} & i \geq 2 \end{cases}$$

2.5. Bagan Kendali *Triple Homogeneously Weighted Moving Average*

Bagan kendali *Triple Homogeneously Weighted Moving Average* (THWMA) merupakan bagan kendali lanjutan dari bagan kendali DHWMA untuk meningkatkan kinerja bagan kendali dalam memantau pergeseran proses yang terus-menerus secara efisien. Bagan kendali THWMA pertama kali dikembangkan oleh Riaz dkk, 2021.

Misalkan karakteristik kualitas observasi X_{ij} mempunyai $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_i$ urutan rata-rata observasi yang berdistribusi sama dan independen sesuai dengan setiap urutan sampel sehingga persamaan statistic dari bagan kendali THWMA dapat ditulis pada Persamaan (19) berikut:

$$TH_i = \lambda DH_i + (1 - \lambda) \bar{X}_{i-1} \quad (19)$$

Berdasarkan $DH_i = \lambda^2 \bar{X}_i + (1 - \lambda^2) \bar{X}_{i-1}$ dari (15) dan disubstitusikan dalam Persamaan (19), statistik THWMA lebih tepat dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} TH_i &= \lambda(\lambda^2 \bar{X}_i + (1 - \lambda^2) \bar{X}_{i-1}) + (1 - \lambda) \bar{X}_{i-1} \\ &= \lambda^3 \bar{X}_i + \lambda(1 - \lambda^2) \bar{X}_{i-1} + (1 - \lambda) \bar{X}_{i-1} \\ TH_i &= \lambda^3 \bar{X}_i + \lambda(1 - \lambda^3) \bar{X}_{i-1} \end{aligned} \quad (20)$$

Dimana $TH_1, TH_2, TH_3, \dots, TH_i$ adalah urutan statistik bagan kendali THWMA sesuai dengan setiap urutan sampel. Rata-rata dari bagan kendali THWMA adalah sebagai berikut:

$$E(TH_i) = \mu \quad (21)$$

Nilai variansi bagan kendali THWMA adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Var(TH_i) &= Var(\lambda^3 \bar{X}_i + \lambda(1 - \lambda^3) \bar{X}_{i-1}) \\ &= \frac{\sigma^2}{n} \left[\lambda^6 + \frac{(1 - \lambda^3)^2}{(i - 1)} \right] \end{aligned}$$

Atau dapat dinyatakan dalam Persamaan (22) berikut:

$$Var(TH_i) = \begin{cases} \frac{\sigma^2}{n} \lambda^6 & i = 1 \\ \frac{\sigma^2}{n} \left[\lambda^6 + \frac{(1 - \lambda^3)^2}{(i - 1)} \right] & i > 1 \end{cases} \quad (22)$$

Berdasarkan nilai rata-rata dan nilai varians, batas kendali THWMA dapat dituliskan sebagai berikut:

$$UCL_i = \begin{cases} \mu - L\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\lambda^6 & i = 1 \\ \mu - L\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\left[\lambda^6 + \frac{(1-\lambda^3)^2}{(i-1)}\right] & i \geq 2 \end{cases}$$

$$CL = \mu \tag{23}$$

$$UCL_i = \begin{cases} \mu + L\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\lambda^6 & i = 1 \\ \mu + L\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\left[\lambda^6 + \frac{(1-\lambda^3)^2}{(i-1)}\right] & i \geq 2 \end{cases}$$

2.6. Average Run Length

Average Run Length (ARL) merupakan jumlah rata-rata titik sampel yang harus diplot pada bagan kendali sebelum titik menunjukkan keadaan tak terkendali (Wijayanti dkk, 2020). ARL adalah ukuran yang paling sering digunakan dalam pengendalian kualitas statistik untuk mengevaluasi dan membandingkan kinerja berbagai bagan kendali (Han dkk, 2009) ARL juga dapat digunakan untuk membandingkan akurasi untuk lebih dari satu jenis bagan kendali pada suatu distribusi. Hal ini dilakukan dengan menilai tingkat sensitivitas bagan kendali untuk mendeteksi keadaan *in control* (dalam kendali) maupun *out of control* (luar kendali). Pada keadaan diluar kendali, ARL yang semakin kecil menunjukkan akurasi atau sensitivitas dalam mendeteksi keadaan di luar kendali yang lebih baik. Sebaliknya, dalam keadaan terkendali, ARL yang semakin besar menunjukkan akurasi atau sensitivitas dalam mendeteksi keadaan terkendali yang lebih baik.

ARL dapat ditentukan dengan 3 pendekatan yaitu simulasi, integral, dan *Marcov Chain*. Penentuan ARL pada kendali HWMA menggunakan metode simulasi. Simulasi merupakan metode komputasi numerik yang melibatkan pengambilan sampel eksperimen dengan bilangan random (Dewi, 2011). Nilai ARL yang diperoleh dengan pendekatan hasil simulasi yang didefinisikan sebagai rata-rata *Run Length* (RL) dari semua replikasi dalam simulasi. RL merupakan jumlah titik pengamatan hingga ditemukannya *out of control* yang pertama untuk masing-masing replikasi. Sehingga nilai ARL yang dihasilkan semakin kecil, maka sampel yang dibutuhkan untuk memberikan sinyal perubahan proses pun semakin kecil atau dengan kata lain semakin kecil nilai ARL maka semakin cepat pula bagan kendali dapat mendeteksi perubahan proses, sehingga bagan kendali tersebut semakin efektif untuk mendeteksi perubahan proses (Delsen & Talakua, 2016)

2.7. Uji Normalitas

Uji Normalitas adalah sebuah uji yang dilakukan dengan tujuan untuk menilai sebaran data pada sebuah kelompok data atau variabel, apakah sebaran data tersebut berdistribusi normal atau tidak (Hakam., 2020). Jika jumlah data cukup banyak dan penyebarannya tidak 100% normal (tidak normal sempurna), maka kesimpulan yang ditarik kemungkinan akan salah (Usmadi., 2020). Salah satu uji

asumsi distribusi normal yang banyak digunakan adalah uji *Kolmogorov Smirnov*. Uji ini memiliki kelebihan yaitu sederhana dan tidak menimbulkan perbedaan persepsi di antara satu pengamat dengan pengamat yang lain, yang sering terjadi pada uji normalitas dengan menggunakan grafik (Pratiwi & Wibawati., 2020). Berikut uji *Kolmogorov Smirnov*.

Hipotesis:

H_0 : data berdistribusi normal

H_1 : data berdistribusi tidak normal

Statistik uji:

$$D_{hitung} = \max\{|F_s(x_i) - F_0(x_i)|\} \quad (24)$$

dengan

$$F_s(x_i) = \frac{f_{kum}}{n}$$

dengan:

D_{hitung} : Deviasi maksimum

$F_0(x_i)$: Fungsi peluang kumulatif yang dihipotesiskan

$F_s(x_i)$: Fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari sampel

f_{kum} : Frekuensi kumulatif ke- i

n : Jumlah sampel

Kriteria pengujian: Tingkat kesalahan dalam pengambilan keputusan ditetapkan jika $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ (Nilai $\alpha = 0.05$), maka H_0 diterima yang berarti data sampel berdistribusi normal.

2.8. Deskripsi Data

Dunia kini beralih dari bahan bakar fosil ke energi terbarukan karena emisi CO_2 yang dihasilkan oleh pengoperasian bahan bakar fosil. Arab Saudi juga serta dalam gerakan ini. Selain itu, peningkatan permintaan energi mendorong eksplorasi sumber energi alternatif yang lebih ekonomis. Penggunaan energi terbaru seperti angin dan matahari membantu memenuhi kebutuhan energi di daerah terpencil dan memberikan kontribusi besar terhadap jaringan nasional. Data angin dari berbagai ladang angin di Arab Saudi telah banyak dipelajari, namun ini adalah aplikasi pertama dalam konteks diagram kontrol. Data kecepatan angin diperoleh dari berbagai sumber di Arab Saudi, termasuk Saudi Arabian Oil Company (Saudi Aramco), Administrasi Meteorologi dan Perlindungan Lingkungan, serta King Fahd University of Petroleum and Minerals (KFUPM). Tenaga angin adalah penggunaan aliran udara melalui turbin angin untuk menghasilkan energi listrik. Parameter penting yang mempengaruhi laju energi yang dihasilkan di ladang angin meliputi kecepatan angin, arah angin, suhu udara, dan radiasi matahari global. Data meteorologi per jam dikumpulkan dari stasiun pemantauan meteorologi di Provinsi Timur Arab Saudi (Riaz dkk, 2020). Berikut adalah gambar ladang angin Dumat Al-Jandal.



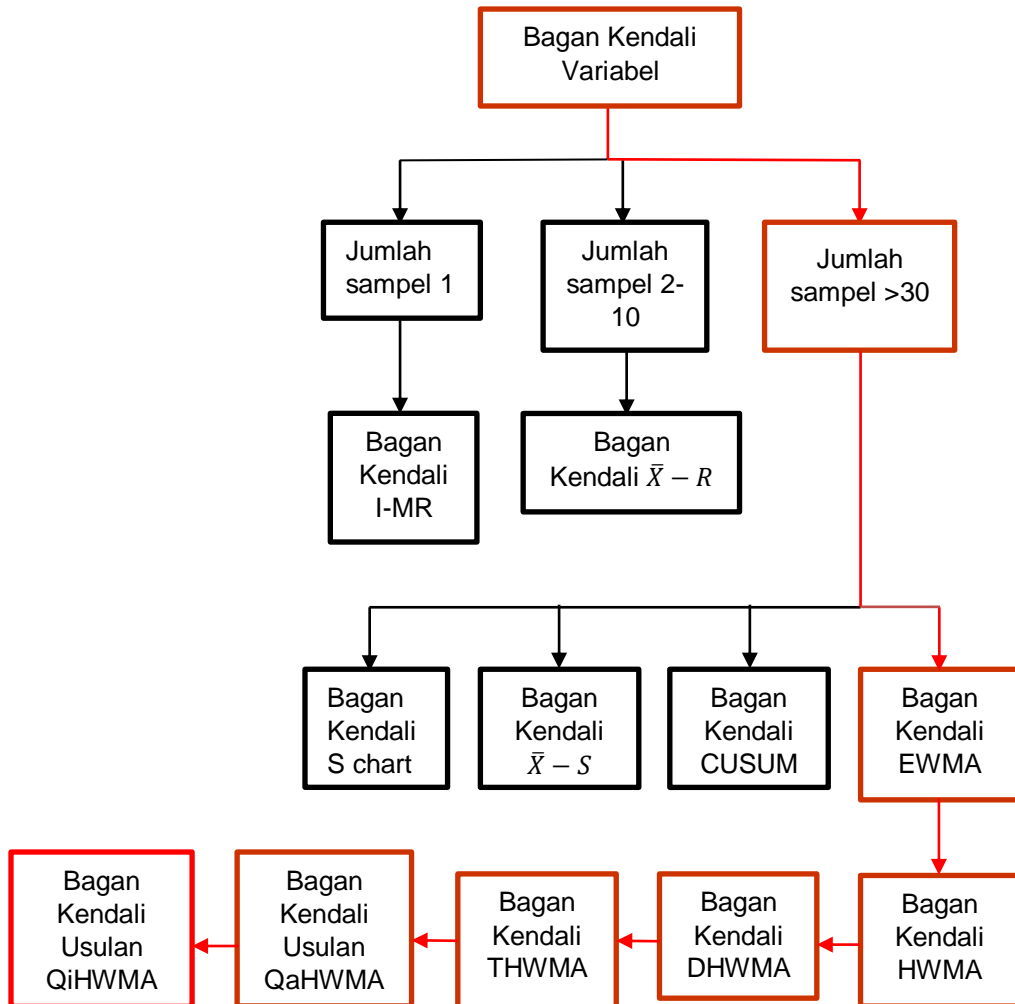
Gambar 2. Ladang Angin Dumat al-Jandal (Sumber: Riaz, 2020)

2.9. Penelitian Terdahulu

Tabel 1. Penelitian Terdahulu

Nama Peneliti	Tahun	Judul
Nasir Abbas.	2018	<i>Homogeneously weighted moving average control chart with an application in substrate manufacturing process</i>
Muhammad A, Arossa S, Hafiz Z.N, Rehan A.K.S, Muhammad R.	2019	<i>A double homogeneously weighted moving average control chart for monitoring of the process mean</i>
Vasileios A, Kashinath C, Christos K.	2020	<i>The extended homogeneously weighted moving average control chart</i>
Muhammad R, Zameer A, Hafiz Z.N, Muhammad A.	2021	<i>On the Development of Triple Homogeneously Weighted Moving Average Control Chart</i>
Muhammad R, Shabbir A, TahirM, Nassir A.	2022	<i>On Reassessment of the HWMA Chart for Process Monitoring</i>
Majid K, Zahid R, Syed M. A, Jimmy J. N	2023	<i>Triple Homogeneously Weighted Moving Average Chart for Monitoring Process Dispersion</i>

2.10. Kerangka Konseptual



Gambar 3. Kerangka Konseptual