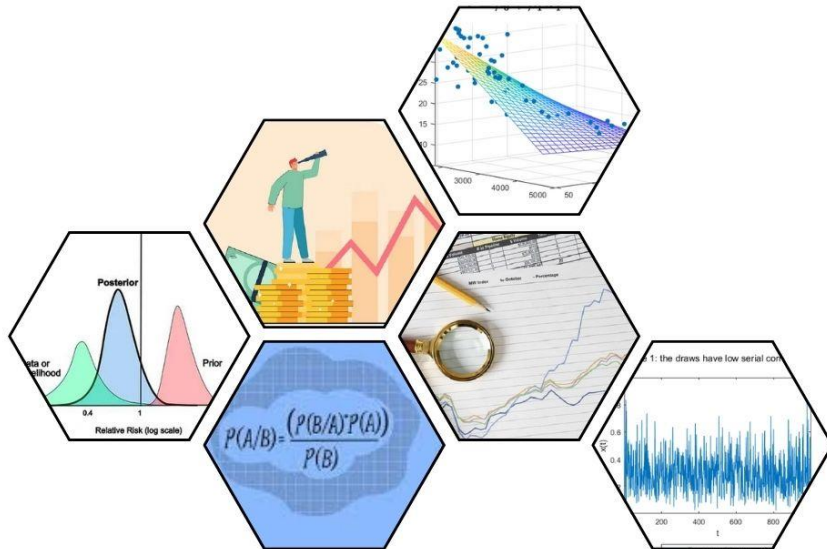


**MODEL REGRESI LINEAR MENGGUNAKAN METODE BAYESIAN PADA
DATA PRODUK DOMESTIK REGIONAL BRUTO DI INDONESIA**

**LINEAR REGRESSION MODEL USING BAYESIAN METHOD ON GROSS
REGIONAL DOMESTIC PRODUCT DATA IN INDONESIA**



NURUL FADHILAH

H062201007



**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

**MODEL REGRESI LINEAR MENGGUNAKAN METODE BAYESIAN PADA
DATA PRODUK DOMESTIK REGIONAL BRUTO DI INDONESIA**

NURUL FADHILAH

H062201007



**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

**MODEL REGRESI LINEAR MENGGUNAKAN METODE BAYESIAN PADA
DATA PRODUK DOMESTIK REGIONAL BRUTO DI INDONESIA**

Tesis
sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

Program Studi Magister Statistika

Disusun dan diajukan oleh

NURUL FADHILAH
H062201007

Kepada

**PROGRAM STUDI MAGISTER STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

TESIS

**MODEL REGRESI LINEAR MENGGUNAKAN METODE BAYESIAN PADA
DATA PRODUK DOMESTIK REGIONAL BRUTO DI INDONESIA**

**NURUL FADHILAH
H062201007**

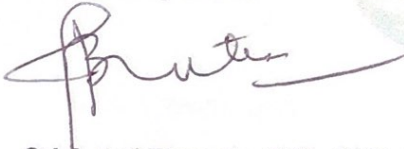
telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Magister pada 1 Agustus 2024
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

pada

Program Studi Magister Statistika
Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar

Mengesahkan:

Pembimbing Utama




Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D.
NIP. 19740713 199903 2 001

Pembimbing Pendamping



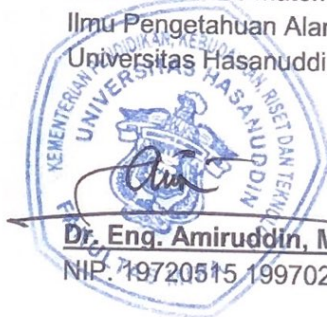

Prof Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.
NIP. 19720117 199703 2 002

Ketua Program Studi
Magister Statistika




Dr. Erna Tri Herdiani, S.Si., M.Si.
NIP. 19750429 200003 2 001

Dekan Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin

Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.
NIP. 19720515 199702 1 002

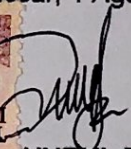
**PERNYATAAN KEASLIAN TESIS
DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA**

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul "Model Regresi Linear menggunakan Metode *Bayesian* Pada Data Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia" adalah benar karya saya dengan arahan dari tim pembimbing (Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D. dan Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.). Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apapun kepada perguruan tinggi manapun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari tesis ini akan dipublikasikan di *Cogent Economic & Finance* sebagai artikel dengan judul "*Implementation of Linear Regression Models Using Bayesian Methods in Gross Regional Domestic Product Data in Indonesia*".

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 1 Agustus 2024




NURUL FADHILAH
NIM. H062201007

UCAPAN TERIMA KASIH

Segala puji hanya milik Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala* atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya kepada penulis. Shalawat dan salam turunkan kepada Rasulullah *Shallallahu 'Alaihi Wa sallam*, keluarganya, *tabi'in, tabi'ut tabi'in*, serta orang-orang sholeh yang haq hingga kadar Allah berlaku atas diri mereka. *Alhamdulillahirobbil'aalamiin*, berkat rahmat dan kemudahan dari Allah *Subhanallahu Wa Ta'ala*, penulis dapat menyelesaikan tesis berjudul "Model Regresi Linear menggunakan Metode *Bayesian* Pada Data Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia" sebagai salah satu syarat memperoleh gelar magister pada Program Studi Magister Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa penyelesaian tesis ini tidak lepas dari bantuan dan dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Ibu Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D selaku pembimbing utama dan Ibu Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si., selaku pembimbing pertama yang dengan sabar telah menyisihkan waktu dan pikirannya di tengah berbagai kesibukan dan prioritasnya, selalu memberikan panduan, dorongan, motivasi, dan kemudahan kepada penulis dalam menyelesaikan tesis ini. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada Ibu Dr. Erna Tri Hardiani, S.Si., M.Si., Ibu Prof. Dr. Dr. Georgina Maria Tinungki, M.Si., dan Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si., selaku tim penguji yang telah memberikan kritikan membangun, arahan dalam penyempurnaan penyusunan tesis ini, serta waktu yang telah diluangkan untuk penulis.

Penulis haturkan rasa terima kasih yang setulus-tulusnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya untuk kedua orang tua penulis, Bapak Drs. Fakhruddin dan Ibu Susi Darsiah, S.Pd yang telah memberikan dukungan penuh. Kakak penulis, terima kasih telah memberikan dorongan dan dukungan untuk penulis serta untuk keluarga besar penulis, terima kasih atas doa dan dukungannya selama ini. Teman seperjuangan di Program Studi Magister Statistika Angkatan 2, Mita, Alfi dan lainnya terima kasih atas bantuan, dukungan, dan kebersamaannya selama ini. Serta kepada pihak yang tidak dapat penulis tuliskan satu-persatu, terimakasih atas bantuannya.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam tesis ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati, penulis memohon maaf.

Makassar, 1 Agustus 2024

Nurul Fadhilah

ABSTRAK

NURUL FADHILAH. **Model Regresi Linear menggunakan Metode Bayesian Pada Data Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia** (dibimbing oleh Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D. dan Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.)

Latar Belakang. Produk Domestik Regional Bruto dapat menggambarkan dan menjadi tolak ukur bagaimana pertumbuhan dan pembangunan suatu wilayah. Model regresi linear digunakan untuk mendapatkan suatu bentuk hubungan antara variabel dependen dan variabel independen yang dipengaruhi oleh parameter yang tidak diketahui oleh model. Pembentukan model regresi linear dilakukan dengan mengestimasi parameter pada model regresi linear. Salah satu metode estimasi yang dapat digunakan disebut metode *Bayesian*. Keunggulan menggunakan metode bayesian dapat menentukan bentuk distribusi awal (prior) dan distribusi posterior untuk menyelesaikan estimasi parameter. **Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk membangun model dan mengetahui variabel yang berpengaruh pada variabel Produk Domestik Regional Bruto di Indonesia pada tahun 2021 pada model Regresi Linear menggunakan Metode *Bayesian*. **Metode.** Adapun metode yang digunakan pada penelitian ini adalah metode *Bayesian* dengan iterasi Gibbs Sampling. **Hasil.** Hasil penelitian menunjukkan bahwa variabel Kepadatan Penduduk, Indeks Pembangunan Manusia, Penanaman Modal Dalam Negeri, dan Upah Minimum Provinsi yang digunakan dalam penelitian berpengaruh terhadap Produk Domestik Regional Bruto. **Kesimpulan.** Dari hasil penelitian, tidak terdapatnya nilai nol dalam credible interval 95% untuk setiap taksiran parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3,$ dan β_4 dapat disimpulkan bahwa Kepadatan Penduduk (X_1), Indeks Pembangunan Manusia (X_2), Penanaman Modal Dalam Negeri (X_3), dan Upah Minimum Provinsi (X_4) berpengaruh terhadap Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) (Y).

Kata Kunci: markov chain monte carlo; metode bayesian; produk domestik regional bruto; regresi linear berganda

ABSTRACT

NURUL FADHILAH. **Linear Regression Model Using Bayesian Method On Gross Regional Domestic Product Data In Indonesia** (supervised by Sri Astuti Thamrin, S.Si., M.Stat., Ph.D. and Prof. Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.).

Background. Gross regional domestic product can serve as a benchmark for the growth and development of a region. The linear regression model is used to establish the relationship between the dependent variable and the independent variable, influenced by parameters unknown to the model. The formation of a linear regression model involves estimating these parameters. One estimation method that can be used is the Bayesian method. The advantage of using the Bayesian method is that it can determine the shape of the initial distribution (prior) and posterior distribution to complete parameter estimation. **Objective.** This research aims to build a model and identify the variables that influence the gross regional domestic product in Indonesia in 2021 within a linear regression model using the Bayesian method. **Method.** The method used in this research is the Bayesian method with Gibbs sampling iteration. **Results.** The research results show that the variables Population Density, Human Development Index, Domestic Investment, and Provincial Minimum Wage have an effect on Gross Regional Domestic Product. **Conclusion.** From the research results, there is no zero value in the 95% credible interval for each estimated parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3,$ dan β_4 . It can be concluded that population density (X_1), human development index (X_2), domestic investment (X_3), and provincial minimum wage (X_4) influence gross regional domestic product (GRDP) (Y).

Keywords: bayesian method; markov chain monte carlo; multiple regression analysis; gross regional domestic product

DAFTAR ISI

	halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
PERNYATAAN PENGAJUAN.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN TESIS.....	iv
UCAPAN TERIMA KASIH.....	v
ABSTRAK.....	vi
ABSTRACT.....	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Batasan Masalah.....	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Teori.....	4
1.6.1 Analisis Regresi.....	4
1.6.2 Metode Bayesian.....	4
1.6.3 Fungsi Likelihood.....	5
1.6.4 Distribusi Prior.....	5
1.6.5 <i>Non-Infomative</i> Prior dari distribusi Normal.....	6
1.6.6 <i>Metode Jeffrey</i>	7
1.6.7 Distribusi Posterior.....	7
1.7 Distribusi Normal.....	8
1.7.1 Komputasi Bayesian.....	8
1.7.2 Validasi Taksiran Bayes.....	10
1.7.3 Uji Signifikansi Model.....	10
1.7.4 Produk Domestik Regional Bruto.....	10

BAB II METODOLOGI PENELITIAN.....	12
2.1 Sumber Data.....	12
2.2 Variabel Penelitian	12
2.3 Defenisi Operasional.....	12
2.4 Metode Analisis.....	13
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	15
3.1 Deskripsi Data.....	15
3.2 Pembentukan Fungsi <i>Likelihood</i>	16
3.3 Pembentukan Distribusi Prior Non-Informatif	17
3.4 Pembentukan Distribusi Posterior dari Distribusi Prior Non-Informatif	19
3.4.1 Peluang Bersyarat β terhadap σ^2	19
3.4.2 Peluang Bersyarat σ^2 terhadap β	20
3.5 Penerapan Model Analisis Regresi Linear menggunakan Metode Bayesian	21
3.5.1 Estimasi Parameter Regresi Linier Berganda dengan Pendekatan Bayesian	21
3.5.2 Validasi Taksiran Bayes	21
3.5.3 Uji Signifikan Model Regresi Regresi Linier dengan Pendekatan Bayesian	22
3.5.4 Interpretasi Model Regresi Linear Berganda Metode Bayesian	23
Bab IV KESIMPULAN DAN SARAN.....	24
4.1 Kesimpulan	24
4.2 Saran	25
DAFTAR PUSTAKA.....	26

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Variabel Penelitian	12
Tabel 2. Definisi Operasional.....	12
Tabel 3. Sampel Data Penelitian.....	15
Tabel 4. Statistik Deskriptif	15
Tabel 5. Estimasi Parameter Model Regresi Linear Bayesian	21
Tabel 6. Credible Interval 95% parameter model Regresi Linear Metode Bayesian	22

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. <i>Trace plot</i> setiap parameter	21
Gambar 2. Density Plot.....	22

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Model regresi adalah model yang digunakan untuk mendapatkan suatu bentuk hubungan antara variabel dependen dan variabel independen yang dipengaruhi oleh parameter yang tidak diketahui dalam model (Saputro et al., 2018). Terdapat dua jenis model regresi linier yaitu regresi linier sederhana dan regresi linier berganda. Pembentukan model regresi dilakukan dengan mengestimasi parameter model regresi, sehingga akan menghasilkan koefisien regresi untuk setiap variabel independen (Permai & Tanty, 2018)

Ada beberapa prosedur dalam estimasi, prosedur yang tergantung pada sejumlah sampel disebut metode klasik, yang mengasumsikan distribusi populasi diketahui. Metode yang digunakan untuk menaksir nilai parameter bila distribusi populasi diketahui adalah maksimum *likelihood*, metode ini hanya berdasarkan inferensinya pada sampel. Prosedur lainnya yang tergantung pada informasi sebelumnya disebut metode *Bayesian*. Pada metode ini perlu diketahui distribusi awal (*prior*) dan populasi. Informasi ini kemudian digabungkan dari informasi dari sampel untuk digunakan dalam mengestimasi parameter populasi yang disebut *posterior* (Thamrin et al., 2018). Distribusi *posterior* dipengaruhi oleh pemilihan distribusi *prior* (Amalia et al., 2018).

Metode *Bayesian* adalah bagian dari analisis statistika yang pengambilan keputusannya didasarkan pada informasi terbaru dari data yang diamati dan pengetahuan sebelumnya (Wong et al., 2005). Dalam penelitian (Oddiraju, 2020) menganalisis pertumbuhan pendapatan perusahaan layanan perangkat lunak yaitu MongoDB menggunakan inferensi *Bayesian* dan menggunakan model normal normal untuk estimasi pertumbuhan pendapatan. (Hamada, 2019) menyatakan, model Bayesian menunjukkan fleksibilitas dalam memfasilitasi integrasi model matematika terkait distribusi pendapatan. (Setiawan, Santi Puteri Rahayu, 2017) melakukan pemodelan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) dengan menggunakan pendekatan *Bayesian Spatial Durbin Model (SDM)* hasilnya menunjukkan bahwa penerapan *SDM* dengan pendekatan *Bayesian* pada kasus pertumbuhan ekonomi memberikan hasil yang lebih akurat dalam mencari pengaruh terhadap pertumbuhan ekonomi. Pada penelitian (Putra dkk., 2020) mendapatkan hasil pengujian yang telah dilakukan bahwa sistem yang digunakan untuk memprediksi tingkat pendapatan dengan rata-rata akurasi 90% menggunakan metode Monte Carlo sehingga memudahkan pemilik usaha dalam memilih strategi usaha yang tepat untuk meningkatkan pendapatan. Penelitian (Krisandi, 2021) menggunakan teori probabilitas *Bayesian* dan Monte Carlo untuk analisis statistiknya yang menunjukkan efek kausal terhadap variabel yang mempengaruhi pertumbuhan ekonomi Indonesia.

Kombinasi pendekatan Bayesian dan simulasi Markov Chain Monte Carlo (MCMC) dapat diterapkan dan digunakan untuk estimasi parameter pada

pertumbuhan ekonomi (Intapan et al., 2019). (Bobaşu, 2015) menggunakan pendekatan *Bayesian* untuk mengetahui pertumbuhan ekonomi di Rumania dengan menguji 5 variabel yaitu pengeluaran pemerintah, pendapatan pemerintah, PDB riil dan nilai tukar, dimana pada variabel pengeluaran dan pendapatan pemerintah memiliki dampak yang kecil terhadap pertumbuhan ekonomi. (Smith et al., 2017) menyimpulkan, menggunakan pendekatan *Bayesian* untuk memprediksi pertumbuhan perkotaan menghasilkan perkiraan potensi pertumbuhan secara eksplisit dimasa yang akan datang. Dalam penelitian (Eckernkemper & Gribisch, 2021) mengatakan estimasi bayesian menggunakan teknik MCMC sangat menarik untuk distribusi pendapatan, karena secara tidak langsung memberikan informasi yang valid untuk fungsi non linear dan distribusi parameter. Hal serupa juga dilakukan oleh (Susanto et al., 2019) mengestimasi menggunakan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) pada inferensi Bayesian terhadap pendapatan rumah tangga. (Lubrano & Ndoye, 2016) dalam penelitiannya menggunakan *Bayesian* dan gibbs sampler dapat meningkatkan hasil inferensi ketimpangan pendapatan secara terstruktur. (Surianti et al., 2021) dalam penelitiannya menunjukkan bahwa metode Bayesian MCMC jauh lebih baik dibanding dengan metode Ordinary Least Square (OLS).

Metode *Bayesian* dapat menentukan bentuk distribusi awal dan distribusi posterior untuk menyelesaikan estimasi pertumbuhan ekonomi (Diana, 2016) Metode *Bayesian* adalah metode analisis statistika yang tidak mempertimbangkan ukuran sampel dalam data, sehingga analisis ini dapat digunakan ketika data yang dimiliki berukuran kecil atau besar. Kinerja *Bayesian* berdasarkan pada distribusi pada data yaitu distribusi peluang posterior yang diperoleh dari perkalian antara fungsi *likelihood* (didasarkan pada data pengamatan) dan distribusi prior (yang didasarkan atas informasi data masa lalu). Parameter model pada pendekatan bayesian dipandang sebagai variabel acak (random) dalam ruang parameter model (Gelman et.al., 1995).

Keunggulan utama penggunaan Metode Bayesian adalah penyederhanaan dari cara Metode Klasik dengan integral untuk memperoleh model Estimasi. Dalam metode Bayesian dapat memberikan hasil pendugaan yang lebih baik dari pada pendugaan Metode Klasik, Karena Metode Klasik parameternya hanya berdasarkan informasi dari data sampel, dimana ukuran sampel sangat berpengaruh terhadap hasil pendugaan (Katianda et al., 2020). Metode Bayesian dikatakan terbaik karena sebelum menarik sampel dari populasi terkadang diperoleh informasi mengenai parameter yang akan diestimasi jika informasi tersebut ingin dimasukkan data dalam analisis data, maka estimasi parameter regresi dengan Metode Klasik tidak memungkinkan untuk memasukkan data informasi, sehingga diperlukan Metode Bayes untuk menyelesaikan permasalahan. Selain memiliki keunggulan diantaranya memiliki kekurangan yaitu waktu yang dibutuhkan dalam memproses data lebih lama dari pada metode *maximum likelihood estimation* (MLE) (Adiatma, 2015). Estimasi pertumbuhan ekonomi menggunakan pendekatan *Bayesian* membawa informasi tambahan ke dalam model dengan menetapkan prioritas sehingga analisis lebih akurat dan informasi tambahan data membantu membentuk distribusi posterior (Bobasu, 2015).

Dari uraian yang telah dipaparkan, terlihat bahwa pendekatan *Bayesian* dapat digunakan untuk memodelkan Produk Domestik Regional Bruto. Oleh karena itu, dalam tesis ini akan dikaji model regresi linier dengan menggunakan metode *Bayesian*. Selanjutnya, akan diaplikasikan pada data Produk Domestik regional Bruto (PDRB). Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) adalah jumlah nilai tambah dari kegiatan perekonomian di suatu daerah secara keseluruhan baik berupa jumlah dari nilai tambah barang dan jasa.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana membangun model Regresi Linier menggunakan metode *Bayesian* terhadap data produk domestik regional bruto di Indonesia?
2. Variabel apa saja yang berpengaruh signifikan terhadap produk domestik regional bruto di Indonesia melalui model Regresi Linier menggunakan metode *Bayesian*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas maka tujuan penelitian ini adalah :

1. Membangun model Regresi Linier menggunakan metode *Bayesian* terhadap data produk domestik regional bruto di Indonesia.
2. Mengetahui variabel yang berpengaruh signifikan terhadap produk domestik regional bruto di Indonesia melalui model Regresi Linier dengan menggunakan metode *Bayesian*.

1.4 Batasan Masalah

Agar tidak menimbulkan penafsiran yang lebih luas, beberapa asumsi diberikan sebagai batasan masalah dari penelitian ini yaitu data yang digunakan merupakan data produk domestik regional bruto Indonesia tahun 2021. Variabel respon dalam penelitian ini adalah PDRB, sedangkan variabel prediktor adalah faktor-faktor ekonomi yaitu kepadatan penduduk, indeks pembangunan manusia, penanaman modal dalam negeri dan upah minimum provinsi. Metode komputasi *Bayesian* yang digunakan adalah metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dengan algoritma *Gibbs sampling*.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian diharapkan dapat memberi pemahaman secara teoritis tentang metode estimasi menggunakan regresi linier *Bayesian* untuk memodelkan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB). Selain itu, penelitian ini juga dapat menambah informasi tentang algoritma *Gibbs sampling* yang digunakan pada pendekatan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC).

1.6 Teori

1.6.1 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan analisis yang mempelajari bagaimana membentuk sebuah hubungan fungsional dari data untuk dapat menjelaskan atau meramalkan suatu fenomena alami atas dasar fenomena yang lain. Analisis regresi memiliki peranan yang penting dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan. Kebanyakan analisis regresi bergantung pada metode kuadrat terkecil untuk mengestimasi parameter-parameternya dalam model regresi. Regresi berganda adalah suatu teknik analisis statistik yang mempelajari hubungan antara sebuah variabel terikat (dependent variable) dengan beberapa variabel bebas (independent variable) melalui suatu persamaan statistik (statistical equation), yang sering juga disebut dengan model statistik (statistical model) yang berdasarkan prinsip hubungan atau fungsi statistik (SETYOWATI et al., 2021). Bentuk dasar dari model regresi berganda adalah sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i \quad (1)$$

Dengan:

- y_i : variabel respon pada pengamatan ke- i , untuk $i = 1, 2, \dots, n$.
- x_{ij} : pengamatan ke- i dari variabel bebas ke- j , untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, p$
- $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$: parameter koefisien regresi
- ε_i : galat untuk pengamatan ke- i yang diasumsikan berdistribusi normal yang saling bebas dan identik dengan rata-rata 0 (nol) dan variansi σ^2 atau dituliskan sebagai $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Jika dalam bentuk matriks, persamaan regresi secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

dengan \mathbf{y} merupakan vektor variabel respon, \mathbf{X} merupakan matriks variabel bebas. $\boldsymbol{\beta}$ merupakan vektor parameter dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ merupakan vektor galat atau kesalahan regresi yang diasumsikan independen dan identik berdistribusi $N(0, \sigma^2)$.

1.6.2 Metode Bayesian

Dalam metode *Bayesian*, data digunakan sebagai informasi untuk mengestimasi suatu parameter dan digolongkan kedalam dua kelompok, yaitu data pengamatan saat ini yang bersifat sesaat selama studi dan data yang bersifat *long memory* histogram yang dikumpulkan di masa lampau (Irawan, 2021). Metode *Bayesian* memandang parameter sebagai variabel random yang memiliki distribusi yang disebut sebagai distribusi prior. Distribusi prior selanjutnya dipadukan dengan pengamatan yang diperoleh dan dapat ditentukan distribusi posterior sehingga diperoleh estimator *Bayesian*. Hal ini merupakan kelebihan dari metode *Bayesian* yang terletak pada kemampuannya dalam mengakomodasikan informasi awal yang dimiliki oleh peneliti. Kesimpulan akhir dari nilai estimasi parameter distribusi didasarkan tidak hanya pada informasi dari sampel saja melainkan juga didasarkan

atas informasi awal dari peneliti. Metode *Bayesian* adalah suatu pendekatan statistik yang berlandaskan pada ide-ide (Diana, 2016).

Dalam estimasi parameter dengan menggunakan metode *Bayesian* diperlukan distribusi prior, fungsi *likelihood* dan distribusi posterior. Distribusi prior dan fungsi *likelihood* digunakan untuk membentuk posterior dan distribusi posterior diperlukan untuk mengestimasi nilai parameter (Thamrin et.al., 2018). Dalam menentukan distribusi prior yang berkaitan dengan parameter pada pola distribusi, terdapat dua cara yaitu prior informatif dan prior *non-informative*. Ketika pemilihan prior menjadi sulit dikarenakan tidak adanya informasi dari data sebelumnya atau distribusi priornya yang tidak mengandung informasi tentang parameter maka banyak peneliti yang memilih untuk menggunakan prior *non-informative* (Thamrin et al., 2018).

1.6.3 Fungsi Likelihood

Dalam Bayesian fungsi *Likelihood* $l(\theta|y)$ memiliki peran penting, yaitu untuk memodifikasi pengetahuan tentang prior θ dan dapat dikatakan sebagai perwujudan dari informasi tentang θ yang berasal dari data. Fungsi *Likelihood* merupakan fungsi dari $p(y|\theta)$ yang diakui sebagai fungsi dari θ untuk y tetap (Box dan Tiao, 1773). Prinsip *Likelihood* adalah sampel yang diberikan, untuk setiap dua model peluang $p(y|\theta)$ yang memiliki fungsi *Likelihood* yang sama, akan menghasilkan inferensi distribusi θ yang sama (Santoso, 2018).

1.6.4 Distribusi Prior

Permasalahan utama dalam metode *Bayesian* adalah pemilihan distribusi prior $p(\theta)$ untuk suatu parameter. Prior menunjukkan ketidakpastian tentang parameter prior θ yang tidak diketahui. Distribusi prior sangat penting dalam metode *Bayesian* karena distribusi prior memengaruhi bentuk posterior yang akan digunakan untuk mengambil keputusan (Irawan, 2020).

Distribusi prior dikelompokkan menjadi dua kelompok berdasarkan bentuk fungsi *likelihoodnya* (Box & Tiao, 1992).

1. Berkaitan dengan bentuk distribusi hasil identifikasi pola datanya
 - a. Distribusi prior konjugat (*conjugate*), mengacu pada acuan analisis model terutama dalam pembentukan fungsi *likelihood* sehingga dalam menentukan prior konjugat selalu diperkirakan mengenai penentuan polanya yang mempunyai bentuk konjugat dengan fungsi densitas peluang pembangun *likelihood*.
 - b. Distribusi prior tidak konjugat (*non-conjugate*), bilamana pemberian prior pada suatu model tidak mengindahkan pola pembentuk fungsi *likelihoodnya*.
2. Berkaitan dengan penentuan masing-masing parameter pada pola distribusi prior
 - a. Distribusi prior *informative*, mengacu pada pemberian parameter dari distribusi prior yang telah dipilih baik distribusi prior konjugat atau tidak konjugat, pemberian nilai parameter pada distribusi prior akan sangat

mempengaruhi bentuk distribusi posterior yang akan didapatkan pada informasi data yang diperoleh.

- b. Distribusi *non-informative*, apabila pemilihan distribusi priornya tidak didasarkan pada informasi yang ada sebelumnya. Apabila pengetahuan tentang prior sangat lemah, maka dapat digunakan prior distribusi normal dengan rata-rata nol dan variansi besar.

Tidak menutup kemungkinan spesifikasi distribusi prior diberikan sebagai kombinasi diantara kategori prior di atas, misalnya prior didefinisikan sebagai prior *conjugate-informative*. Hal ini berarti bahwa distribusi prior sepola dengan *likelihood* datanya, tetapi parameter distribusi prior yang *conjugate* tersebut ditentukan berdasarkan informasi dari data yang telah dimiliki untuk membentuk *likelihood*. Seandainya *conjugate* prior-nya adalah normal, maka parameter normal ditentukan dengan rata-rata dan variansi dari data yang dimiliki, sedangkan jika diinginkan distribusi prior-nya tetap *conjugate* tetapi tidak mempunyai informasi terbaru tentang datanya, maka dikatakan sebagai prior *conjugate-non-informative*. Sebagai contoh, seandainya *conjugate* prior-nya adalah normal, maka parameter distribusi Normal ditentukan dengan rata-rata NOL dan variansi sangat besar (Irawan dkk., 2020).

1.6.5 Non-Informative Prior dari distribusi Normal

Distribusi *non-informative* prior $f(\vartheta)$ dimana $\vartheta = (\theta, \sigma^2)$, diasumsikan bahwa θ dan σ^2 adalah independen sehingga $f(\vartheta) = f(\theta)f(\sigma^2)$. Menentukan distribusi *non-informative* $f(\sigma^2)$

$$f(X; \theta, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\theta}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$\log f(X; \theta, \sigma^2) = -\frac{1}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log \sigma^2 - \frac{(X-\theta)^2}{2\sigma^2}$$

Jika $\mu = \sigma^2$ maka

$$\log f(X; \theta, \sigma^2) = -\frac{1}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log \sigma^2 - \frac{(X-\theta)^2}{2u^2}$$

$$\frac{d \log f(X; \theta, \mu)}{du} = -\frac{1}{2u} + \frac{(X-\theta)^2}{2u^2}$$

$$\frac{d^2 \log f(X; \theta, \mu)}{du^2} = -\frac{1}{2\sigma^4} + \frac{(X-\theta)^2}{\sigma^6}$$

$$I(\sigma^2) = -E\left[\frac{d^2 \log f(X; \theta, \mu)}{du^2}\right]$$

$$= \frac{1}{2\sigma^2}$$

$$f(\sigma^2) = \sqrt{I(\sigma^2)}$$

$$\propto \frac{1}{\sigma^2}$$

Sedangkan nilai *Non-informatifve* prior untuk $f(\vartheta) = c$ (konstan) diperoleh (Box dkk, 1973)

$$f(\vartheta) \propto \frac{1}{\sigma^2} \quad (3)$$

1.6.6 Metode Jeffrey

Salah satu bentuk pendekatan dari prior *Non-Informative* adalah dengan menggunakan metode *Jeffrey*. Metode ini menyatakan bahwa distribusi prior $f(\theta)$ merupakan akar kuadrat dari informasi *Fisher* yang dinyatakan sebagai $I(\theta)$. Distribusi prior $f(\theta)$ dikatakan distribusi *Non-Informative* dari parameter θ jika distribusi prior tersebut proporsional dengan akar dari informasi *Fisher* ((Box dan Tiao, 1992).

$$f(\theta) \propto \sqrt{I(\theta)} \quad (4)$$

Dengan informasi *Fisher* dari parameter θ untuk suatu peubah acak $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ didefinisikan dengan :

$$I(\theta) = -E \left[\frac{\partial^2}{\partial(\theta)^2} \log f(x; \theta) \right] \quad (5)$$

1.6.7 Distribusi Posterior

Distribusi posterior merupakan fungsi kepadatan bersyarat θ jika nilai observasi X diketahui yang dapat dituliskan:

$$f(\theta|x_i) = \frac{f(\theta, x_i)}{f(x_i)} \quad (6)$$

Apabila θ kontinu maka distribusi prior dan posterior θ dinyatakan dengan fungsi kepadatan. Fungsi kepadatan bersyarat satu variabel acak jika diketahui nilai variabel acak kedua adalah fungsi kepadatan bersama 2 variabel acak itu dibagikan dengan fungsi kepadatan marginal variabel acak kedua. Tetapi fungsi kepadatan bersama $f(\theta, x_i)$ dan fungsi kepadatan marginal $f(x_i)$ pada umumnya tidak diketahui, hanya distribusi prior dan fungsi *likelihood* yang biasanya dinyatakan (Rahmawati, 2011 dalam Sari, 2014).

Soejati dan Soebanar (1998) fungsi kepadatan bersama dapat ditulis dalam bentuk distribusi prior dan fungsi *likelihood* yang diberikan sebagai berikut ini:

$$f(\theta, x_i) = f(\theta)f(x_i; \theta), \quad (7)$$

diamana $f(\theta, x_i)$ merupakan fungsi *likelihood* dan $f(\theta)$ merupakan distribusi prior. Selanjutnya diketahui fungsi marginal sebagai berikut :

$$f(x_i) = \int_0^{\infty} f(\theta) f(x_i; \theta) d\theta, \quad (8)$$

sehingga fungsi kepadatan posterior untuk variabel acak kontinu dapat ditulis sebagai:

$$f(\theta, x_i) = \frac{f(\theta)f(x_i; \theta)}{\int_0^{\infty} f(\theta) f(x_i; \theta) d\theta} \quad (9)$$

Untuk variabel acak diskrit, fungsi kepadatan posterior diberikan sebagai:

$$f(\theta, x_i) = \frac{f(\theta)f(x_i; \theta)}{\sum f(\theta)f(x_i; \theta)}, \quad (10)$$

1.7 Distribusi Normal

Distribusi Normal merupakan salah satu distribusi yang sering digunakan dalam suatu ilmu pengetahuan terutama Statistika. Distribusi Normal berupa kurva berbentuk lonceng setangkup yang melebar tak berhingga pada kedua arah positif dan negatifnya. Distribusi Normal adalah distribusi dengan variabel acak kontinu atau sering disebut Gauss. Model probabilitas yang paling berguna atau digunakan untuk analisis data adalah distribusi normal. Ada beberapa alasan untuk ini, salah satunya adalah pusat teorema limit dan distribusi normal yang sederhana dengan parameter terpisah untuk rata-rata dan variansi populasi dua kuantitas yang sering menjadi perhatian utama (Hoff, 2009).

Suatu peubah acak X dikatakan memiliki distribusi Normal dengan nilai rata-rata μ dan variansi σ^2 jika memiliki fungsi kepadatan peluang dalam bentuk

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right), \quad (11)$$

Untuk $-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty$ dan $0 < \sigma < \infty$.

dengan:

π = bilangan konstan, bila ditulis hingga 4 desimal, $\pi = 3,1416$

e = bilangan konstan, bila ditulis hingga 4 desimal, $e = 2,7183$

μ = parameter, merupakan rata-rata untuk distribusi, $-\infty < \mu < \infty$

σ^2 = parameter, merupakan simpangan baku untuk distribusi, $\sigma^2 > 0$

Sifat-sifat penting dari distribusi Normal adalah:

- 1) Grafiknya selalu ada di atas sumbu datar X karena nilai $f(x; \mu, \sigma^2)$ adalah sebagai nilai probabilitas.
- 2) Bentuknya simetris berpusat di $X = \mu$.
- 3) Mempunyai 1 modus, dimana maksimum kurva tercapai pada di $x = \mu$.
- 4) Grafiknya mendekati (berasimtot) sumbu datar x di mulai dari $x = \mu + 3\sigma$ ke kanan dan $x = \mu - 3\sigma$ ke kiri.
- 5) Seluruh luas dibawah kurva di atas sumbu datar sama dengan 1.

Untuk setiap pasang μ dan σ^2 , sifat-sifat di atas akan selalu dipenuhi, hanya bentuk kurvanya saja yang berlainan, jika σ^2 makin besar, kurvanya makin rendah (*platykurtic*) dan untuk σ^2 makin kecil, kurvanya makin tinggi (*leptokurtik*). Selain itu perbedaan nilai μ ($\mu = 2$; $\mu = 0$; $\mu = -2$) menunjukkan pergeseran lokasi kurva (Santosa, 2018).

1.7.1 Komputasi Bayesian

Markov Chain Monte Carlo (MCMC) adalah suatu metode untuk membangkitkan variabel acak yang didasarkan pada Rantai Markov. Metode ini berkaitan dengan estimasi parameter pada inferensi *Bayesian*. Konsep utama dalam MCMC adalah membuat sampel pendekatan dari distribusi posterior parameter, dengan membangkitkan sebuah Rantai Markov yang memiliki distribusi limit yang mendekati distribusi posterior parameter (Meyers, 2015).

Pada MCMC terdapat beberapa macam algoritma diantaranya, yaitu Metropolis-Hasting dan *Gibbs Sampling*. Algoritma Metropolis-Hasting merupakan algoritma untuk membangkitkan barisan sampel menggunakan mekanisme penerimaan dan penolakan. Algoritma Metropolis-Hasting digunakan apabila terdapat satu parameter yang tidak diketahui. Algoritma *Gibbs Sampling* merupakan kasus khusus dari algoritma Metropolis-Hasting yang memerlukan semua distribusi bersyarat dari parameter yang dicari. Algoritma *Gibbs sampling* digunakan apabila terdapat lebih dari satu parameter yang tidak diketahui.

Gibbs Sampling diperkenalkan oleh Gelman dan German (1984). Gilks, *et al.*, (1996) menjelaskan bahwa salah satu algoritma MCMC yang digunakan untuk pengambilan sampel dan distribusi kompleks adalah *Gibbs Sampling*. *Gibbs sampling* adalah suatu teknik simulasi untuk membangkitkan variabel acak dari suatu distribusi tertentu secara langsung tanpa perlu menghitung densitasnya (Casella, *et.al.*, 1992) dalam (Thamrin, 2013). Dalam penelitian ini digunakan Algoritma *Gibbs Sampling*. Alasan menggunakan *Gibbs Sampling* karena pada setiap langkah, nilai acak harus dibangkitkan dari distribusi dimensi tunggal dimana alat-alat komputasi yang tersedia beragam jenisnya. Seringkali, distribusi bersyarat memiliki bentuk yang diketahui, sehingga sejumlah nilai acak dapat disimulasi dengan mudah menggunakan fungsi standar pada perangkat lunak statistik dan komputasi (Thamrin, 2013).

Menurut Gilks dan Wild (1995) *Gibbs Sampling* adalah Algoritma MCMC yang digunakan untuk pengambilan sampel dari distribusi kompleks berdimensi tinggi. Konsep utama dalam *Gibbs Sampling* adalah bagaimana menemukan bentuk distribusi bersyarat univariat, dimana dalam distribusi tersebut memuat semua variabel-variabel acak dengan satu variabel saja yang akan ditentukan nilainya.

Misalkan x adalah vektor koefisien yang akan diestimasi, himpunan distribusi bersyarat untuk x dinotasikan X dan didefinisikan sebagai $(f(X) = f(x_j|x_{-j})$ untuk $j = 1, \dots, p$, dimana notasi x_{-j} adalah bentuk parametrik dari X yang tidak mengandung koefisien x_j .

Algoritma *Gibbs Sampling* diberikan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tentukan nilai awal $X^0 = X_1^{(0)}, \dots, X_p^{(0)}$
2. Ulangi langkah untuk $j = 1, 2, \dots, M$
 - Bangkitkan $X_1^{(j+1)}$ dari $f_1(x_1|x_2^{(j+1)}, x_3^{(j)}, \dots, x_p^{(j)})$
 - Bangkitkan $X_2^{(j+1)}$ dari $f_2(x_2|x_1^{(j+1)}, x_3^{(j)}, \dots, x_p^{(j)})$
 - ⋮
 - Bangkitkan $X_p^{(j+1)}$ dari $f_p(x_p|x_2^{(j+1)}, \dots, x_{p-1}^{(j+1)})$
3. Lanjut nilai $\{x^1, x^2, \dots, x^M\}$
4. Membangkitkan x^M menjadi Rantai Markov sampai mendapatkan nilai yang konvergen.

M adalah ukuran sampel randomnya, j adalah iterasinya dan densitas f_1, f_2, \dots, f_p disebut distribusi bersyarat penuh (*fully conditional distribution*) atau densitas yang digunakan untuk simulasi, p adalah notasi *burn in period* yang merupakan jumlah iterasi yang diperlukan sebelum sampel random dari

distribusi yang ditentukan diperhitungkan, dalam *Gibbs Sampling* tidak ada mekanisme penerimaan dan penolakan semua hasil simulasi diterima.

1.7.2 Validasi Taksiran Bayes

Taksiran Bayes dikatakan valid jika sudah memenuhi asumsi konvergensi yang dapat dilihat melalui *trace plot* dan *Density plot* (Ntzoufras, 2008).

1. *Trace plot*

Trace plot merupakan plot dari iterasi terhadap nilai yang telah dibangkitkan. *Trace plot* sangat penting digunakan ketika algoritma MCMC dimulai dengan nilai-nilai parameter yang jauh dari pusat distribusi target. Pada kasus seperti itu, nilai-nilai simulasi dari data pada awal iterasi algoritma akan menyimpang dari daerah ruang parameter dimana distribusi target dipusatkan. Sebuah trend naik turun atau pola tidak random pada nilai parameter pada *trace plot* menunjukkan bahwa burn-in period belum tercapai atau dengan kata lain konvergensi nilai parameter tidak terpenuhi. Oleh karena itu, taksiran Bayes akan valid jika konvergensi trace plot terpenuhi.

2. *Density plot*

Memvisualisasikan distribusi posterior parameter menggunakan *density plot*, kita dapat memahami karakteristik distribusi dan memeriksa apakah model yang dihasilkan sesuai dengan data observasi. Validasi ini memastikan bahwa hasil analisis Bayesian dapat dipercaya dan memberikan wawasan yang akurat tentang parameter yang diestimasi.

1.7.3 Uji Signifikansi Model

Uji signifikansi model regresi linear metode bayesian dilakukan menggunakan Credible interval atau Credible Region (CR) untuk parameter yang diestimasi. Credible Interval merupakan variabel random. Credible interval pada bayesian memang terlihat sama dengan Confidence Interval (CI) pada metode *frequentist*, parameter θ adalah suatu nilai tetap (konstan) yang tidak diketahui dan data observasi merupakan variabel random, namun sebaliknya dalam bayesian dimana parameter θ adalah variabel random dan data observasi merupakan nilai yang tetap. Himpunan kredibel $100(1 - \alpha)\%$ untuk θ adalah himpunan bagian $C = (a, b)$ dari Θ sedemikian hingga (Gelman et al., 2013).

1.7.4 Produk Domestik Regional Bruto

Salah satu indikator penting untuk mengetahui kondisi ekonomi di suatu daerah dalam suatu periode tertentu adalah data Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) (Hartono et al., 2018). Peningkatan kapasitas itu sendiri ditentukan atau dimungkinkan oleh kemajuan permintaan yang ada. Pertumbuhan ekonomi adalah perubahan jangka panjang secara perlahan namun pasti yang terjadi melalui peningkatan pendapatan. Angka pertumbuhan ekonomi dapat diukur melalui Produk Domestik Regional Bruto (PDRB). PDRB merupakan nilai bersih barang dan jasa-jasa akhir yang dihasilkan oleh berbagai kegiatan ekonomi disuatu daerah dalam

periode tertentu. Pertumbuhan ekonomi merupakan salah satu indikator kinerja yang menggambarkan hasil-hasil pembangunan yang telah dicapai, khususnya dalam bidang ekonomi. Indikator tersebut penting karena dapat digunakan sebagai bahan evaluasi keberhasilan pembangunan ekonomi yang telah dicapai. Pengambilan kebijakan di masa yang akan datang juga berlandaskan pada pertumbuhan ekonomi. PDRB dipilih dikarenakan pertumbuhan ekonomi merupakan perkembangan kegiatan dalam perekonomian yang menyebabkan barang dan jasa yang diproduksi dalam masyarakat bertambah dapat diukur melalui perkembangan PDRB satu tahun dengan tahun sebelumnya yang dinyatakan dalam satuan persen (Romhadhoni et al., 2019).

BAB II METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS). Data dapat di akses melalui website: www.bps.go.id. Adapun aplikasi yang digunakan dalam pengolahan data yaitu menggunakan *software* R-Studio *version* 4.2.1. Variabel yang digunakan sebanyak 34 provinsi di Indonesia dalam periode 2021.

2.2 Variabel Penelitian

Variabel dalam penelitian yang digunakan terdiri dari satu variabel respon (y) dan tiga variabel prediktor (x). Variabel respon dalam penelitian ini adalah produk domestik regional bruto sedangkan variabel prediktor merupakan faktor-faktor yang mempengaruhi produk domestik regional bruto seperti pada tabel 1.

Tabel 1. Variabel Penelitian

Variabel penelitian	Kode	Nama Variabel
Variabel respon	y	Produk Domestik Regional Bruto
Variabel Prediktor	x_1	Kepadatan Penduduk
	x_2	Indeks Pembangunan Manusia
	x_3	Penanaman Modal Dalam Negeri
	x_4	Upah Minimum Provinsi

2.3 Defenisi Operasional

Definisi operasional merupakan definisi yang diberikan kepada suatu variabel dengan cara memberikan arti, atau menspesifikan kegiatan, ataupun memberikan suatu operasionalisasi yang diperlukan untuk mengukur variabel tersebut. Adapun definisi operasional variabel penelitian yang digunakan seperti pada tabel 3.2 berikut ini:

Tabel 2. Definisi Operasional

No	Indikator	Definisi Operasional
1.	Produk Domestik Regional Bruto	PDRB didefinisikan sebagai jumlah nilai tambah yang dihasilkan oleh seluruh unit usaha dalam suatu wilayah, atau merupakan jumlah seluruh nilai barang dan jasa akhir yang di hasilkan oleh seluruh unit ekonomi di suatu wilayah. Semakin tinggi pertumbuhan ekonomi

		suatu wilayah menandakan semakin baik kegiatan ekonomi daerah. Pertumbuhan ekonomi daerah tersebut ditunjukkan dari laju pertumbuhan PDRB atas dasar harga konstan
2.	Kepadatan Penduduk	Kepadatan penduduk merupakan suatu keadaan di mana semakin padat jumlah manusia pada suatu wilayah yang dihuni maka dapat mempengaruhi pertumbuhan ekonomi
3.	Indeks Pembangunan Manusia	IPM merupakan salah satu alat ukur yang dapat digunakan untuk mengukur kualitas pembangunan manusia. Indeks Pembangunan Manusia memiliki dampak yang signifikansi pada pertumbuhan ekonomii, tetapi hal ini tidak selalu terjadi pada perbandingan IndeksPembangunan Manusia terhadap laju partumbuhan ekonomi di Indonesia. Ketika Indeks Pembangunan Manusia mengalami kenaikan, maka pertumbuhan ekonomi juga mengalami kenaikan dalam suatu kurun waktu
4.	Penanaman Modal Dalam Negeri	Penanaman Modal Dalam Negeri (PMDN) adalah aliran dana dari pemerintah daerah/pusat yang diwujudkan dengan pengadaan barang publik, sarana kesehatan, sarana pendidikan, dan infrastruktur
5.	Upah Minimum Provinsi	Upah minimum yang berlaku di tiap provinsi

2.4 Metode Analisis

Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Mendiskripsikan data dengan menggunakan statistik deskriptif dari data.
2. Membentuk fungsi *likelihood* dari distribusi sampel yang berdistribusi Normal, diperoleh dengan mengalikan fungsi kepadatan peluangnya
3. Membentuk distribusi prior dengan menggunakan *Non-Informative prior* dengan metode Jeffrey's.
4. Menentukan distribusi posterior dengan perkalian distribusi prior dengan fungsi *likelihood*.
5. Pendugaan posterior menggunakan MCMC dengan Algoritma *Gibbs Sampling*
6. Melakukan validasi taksiran bayesian dengan melihat *trace plot* dan *Density plot*.

7. Melakukan pengujian signifikansi parameter dengan *credible interval*.
8. Melakukan pemodelan menggunakan variabel prediktor yang berpengaruh terhadap model.
9. Menginterpretasikan model regresi linear metode bayesian yang diperoleh.
10. Menarik kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan.