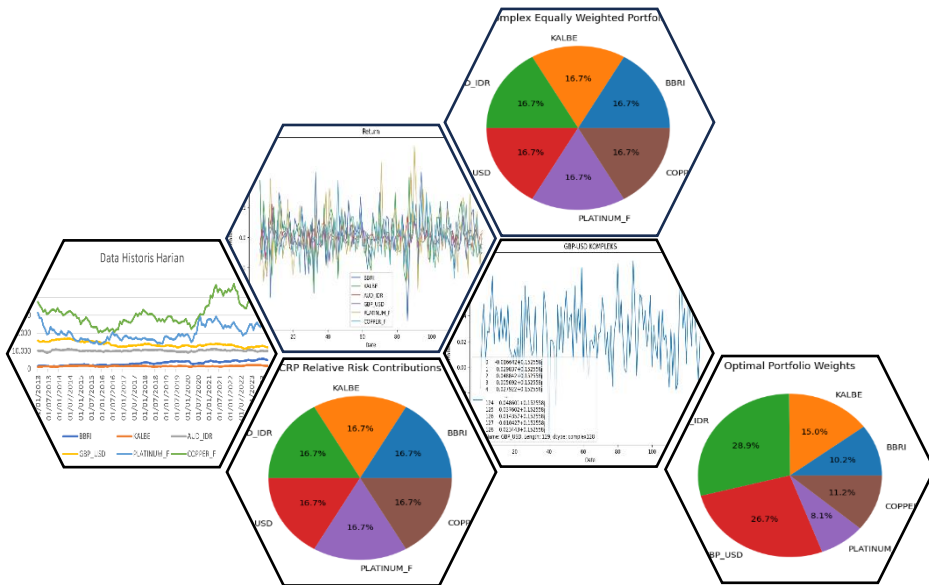


OPTIMASI ALOKASI PORTOFOLIO *RISK PARITY* BERBASIS BILANGAN KOMPLEKS



APRILIA PRATIWI S.

H022221003



PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN IPA

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2024

**OPTIMASI ALOKASI PORTOFOLIO *RISK PARITY* BERBASIS BILANGAN
KOMPLEKS**

APRILIA PRATIWI S.

H022221003



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

MAKASSAR

2024

**OPTIMASI ALOKASI PORTOFOLIO *RISK PARITY* BERBASIS BILANGAN
KOMPLEKS**

*COMPLEX NUMBER-BASED RISK PARITY PORTFOLIO ALLOCATION
OPTIMIZATION*

TESIS

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

APRILIA PRATIWI S.

H022221003



**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2024

**OPTIMASI ALOKASI PORTOFOLIO *RISK PARITY* BERBASIS BILANGAN
KOMPLEKS**

APRILIA PRATIWI S.

H022221003

TESIS

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar magister

Program Studi Magister Matematika

Pada

**PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

TESIS
OPTIMASI ALOKASI PORTOFOLIO *RISK PARITY* BERBASIS BILANGAN
KOMPLEKS

APRILIA PRATIWI S.

NIM: H022221003

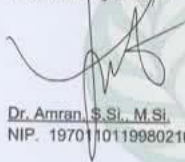
Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian Magister pada tanggal 6 Agustus
2024 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Pada

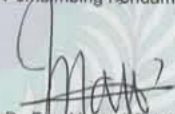
Program Studi Magister Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar

Mengesahkan:

Pembimbing Utama


Dr. Amran, S.Si., M.Si.
NIP. 197011011998021001


Pembimbing Pendamping


Prof. Dr. Eng. Maward Bahri, S.Si., M.Si.
NIP. 197012311998021001

Ketua Program Studi
Magister Matematika


Dr. Muhammad Zakir, M.Si.
NIP. 196402071991031013

Dekan Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam


Dr. Eng. Amiruddin, S.Si., M.Si.
NIP. 197205151997021002

**PERNYATAAN KEASLIAN TESIS
DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA**

Dengan ini saya menyatakan bahwa, tesis berjudul "Optimasi Alokasi Portofolio *Risk Parity* Berbasis Bilangan Kompleks" adalah benar karya saya dengan arahan dari tim pembimbing (Dr. Amran, S.Si., M.Si, dan Prof. Dr. Eng. Mawardi Bahri, S.Si., M.Si.). Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka tesis ini. Sebagian dari isi tesis ini telah dipublikasikan di Jurnal (Pakistan Journal Of Statistics And Operation Research) sebagai artikel dengan judul "*Complex Valued Risk Parity Portfolio Optimization*". Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan tesis ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa tesis ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 06 Agustus 2024



APRILIA PRATIWI S.
NIM H022221003

UCAPAN TERIMA KASIH

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillahirabbil'alamin, kalimat pertama yang penulis ucapkan kepada-Nya sebagai rasa syukur yang dalam. Allah *Subhanahu Wata'ala*, Maha Pemberi, yang menggerakkan hati dan pikiran serta menggelorakan semangat dalam diri Hamba-Nya. Shalawat dan salam kepada baginda Rasulullah, Nabi Muhammad *Shallallahu 'Alaihi Wasallam* yang membimbing umatnya menuju kebaikan dan kebenaran.

Penulis telah menyelesaikan tesis yang berjudul "**Optimasi Alokasi Portofolio Risk Parity Berbasis Bilangan Kompleks**". Tujuan utama penulisan karya ini untuk memenuhi persyaratan akademik dalam rangka memperoleh gelar magister pada Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin.

Penulis sangat sadar bahwa penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bantuan banyak pihak. Oleh sebab itu, penulis menyampaikan terima kasih yang setulusnya kepada orang tua tercinta **Ayahanda Suling, SE** serta **Ibunda Patmawati (Almarhumah Rahimahullah)** dan **Ibunda Innawati Aryani, SE**. atas setiap bait doa yang tidak pernah putus serta kasih sayang yang tiada henti mengalir dalam merawat, mendidik, dan membesarkan penulis dengan sabar dan ikhlas. Terima kasih atas segala aspek dukungan yang tidak terkira nilainya. Semoga Allah *Subhanahu Wata'ala* memberikan balasan atas segala kebaikan orang tua penulis.

Penghargaan dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya juga penulis ucapkan kepada:

1. Bapak **Dr. Amran, S.Si., M.Si.**, selaku pembimbing utama untuk segala ilmu, nasehat, beserta kesabaran dalam membimbing dan mengarahkan penulis, serta bersedia meluangkan waktunya mendampingi penulis sehingga karya ini dapat terselesaikan.
2. Bapak **Prof. Dr. Eng. Mawardi Bahri, S.Si., M.Si.**, selaku pembimbing pertama untuk segala ilmu, nasehat, beserta kesabaran dalam membimbing dan mengarahkan penulis, serta bersedia meluangkan waktunya mendampingi penulis sehingga karya ini dapat terselesaikan.
3. Bapak **Dr. Muhammad Zakir, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Program Studi Magister Matematika dan sebagai tim penguji yang senantiasa meluangkan waktu semangat dan pikiran dalam memberikan saran sekaligus arahan dalam penyusunan tesis ini
4. Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.** selaku Kepala Departemen Matematika dan Sebagai tim penguji yang telah bersedia untuk meluangkan waktu dan pikiran dalam memberikan saran sekaligus arahan dalam penyusunan tesis ini.

5. Ibu **Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S.**, selaku tim penguji yang telah bersedia untuk meluangkan waktu dan pikiran dalam memberikan saran sekaligus arahan dalam penyusunan tesis ini.
6. Rektor Universitas Hasanuddin dan Direktur Program Pascasarjana beserta staf yang telah memberikan layanan administrasi baik selama penulis menempuh pendidikan di Universitas Hasanuddin.
7. Dekan FMIPA Universitas Hasanuddin, seluruh dosen, dan staf administrasi pada Program Studi S2 Matematika Universitas Hasanuddin yang telah memberikan layanan akademik maupun layanan administrasi selama penulis menempuh pendidikan di Universitas Hasanuddin.
8. Kepada adik tersayang **Muhammad Adiamsyah S.**, yang terus menjadi pemacu bagi penulis untuk semakin giat berusaha.
9. Kepada Keluarga besar **Latalli Kr Romo** dan **Sauri Dg. Ngondang** yang tidak pernah berhenti memberikan do'a dan motivasi secara moral dan spiritual serta dukungan kepada penulis semasa kuliah hingga sekarang.
10. Teman-teman dekat penulis dan seperjuangan dalam proses pengerjaan tesis ini kepada saudari **Izza Anis Majidah, S.Mat., M.Si.**, saudara **Aswal Aryadi Pangga., S.Mat., M.Si.** dan **Weldi Trianto., S.Si. M.Si.** yang telah menemani penulis dari awal perkuliahan di Magister S2 Matematika Universitas Hasanuddin, meluangkan waktu untuk mendengarkan keresahan dan memberi nasehat serta dukungan sehingga penulis bisa berada di penyelesaian tugas akhir ini.
11. Teman-teman seperjuangan **S2 Matematika 2022-1 (Lemma 22) Balqis, Uly, Kak Pia, Kak Nia, Abdillah, Kak Maryam, Kak Devvy, Fitri, Fika, Ilmi, Ilma, Kak Grace, Fatimah, Imanuel, Mu,adz, Kak Ulil dan Kak Syam**, yang telah membantu penulis, senantiasa kebersamai dan menyayangi.
12. Teman-teman S2 atau Penghuni Ruangan S2 **Naurah dkk, Kakak-kakak dan Adik-adik** yang telah menemani dan menyemangati penulis.
13. Teman-teman Angkatan 2017 "PH17AGORAS" UIN Alauddin Makassar yang selalu memberikan semangat dan doa terhadap penulis.

Serta semua pihak yang telah banyak membantu penulis dan tak sempat penulis tuliskan satu persatu. Semoga segala bantuan beserta kebaikan kepada penulis mendapatkan balasan yang terbaik dari Allah SWT. Mudah-mudahan tulisan ini memberi manfaat kepada para pembaca dan seluruh pihak yang membutuhkan terutama untuk penulis sendiri.

Makassar, 06 Agustus 2024

Penulis

Aprilia Pratiwi S.

ABSTRAK

APRILIA PRATIWI S. **Optimasi Alokasi Portofolio *Risk Parity* Berbasis Bilangan Kompleks** (dibimbing oleh Amran dan Mawardi Bahri).

Latar Belakang. Optimasi keuntungan pada suatu portofolio adalah masalah yang sering ditemui dalam suatu kegiatan investasi. Alokasi modal yang tepat di setiap aset dapat memberikan keuntungan portofolio yang optimum. Salah satu metode optimasi portofolio adalah metode *Risk Parity* (RP) berbasis *return* bilangan riil. Selain itu, beberapa peneliti menggunakan *return* bilangan kompleks dalam diversifikasi risiko. Namun, belum ada penelitian yang menerapkan *return* berbasis bilangan kompleks pada metode RP. **Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan konstruksi portofolio optimum menggunakan metode RP berbasis bilangan kompleks dan pengukuran kinerjanya. **Metode.** Penelitian ini mengusulkan pengembangan metode RP dengan menggunakan transformasi Hilbert diskrit untuk mendapatkan *return* bilangan kompleks yang dinamakan metode *Complex Number Based Risk Parity* (CNBRP). *Return* bilangan kompleks hasil Transformasi Hilbert digunakan untuk membuat matriks varians kovarians, yang kemudian digunakan untuk mendapatkan bobot aset yang mengoptimalkan *return* portofolio. Kinerja metode CNBRP dibandingkan dengan metode RP menggunakan nilai volatilitas, *expected return*, dan *Sharpe ratio*. **Hasil.** Penelitian menggunakan enam aset keuangan menunjukkan bahwa kinerja CNBRP memiliki nilai *Expected return* sebesar 0,022810 sedangkan RP 0,0213141 hal ini menunjukkan bahwa CNBRP memiliki keuntungan yang lebih besar. *Sharpe ratio* sebesar 0,6273981 lebih dari *Sharpe ratio* metode RP sebesar 0,5807066 artinya portofolio CNBRP memiliki performa yang paling baik dibandingkan RP. Selain itu, metode CNBRP juga memiliki volatilitas yang lebih rendah sebesar 0,0320382 dibanding metode RP 0,1114185 yang menunjukkan bahwa CNBRP memiliki risiko yang lebih rendah. **Kesimpulan.** Kinerja metode CNBRP yang diusulkan lebih baik dari kinerja metode RP. Hal ini disebabkan karena *return* bilangan kompleks lebih detail menggambarkan pola *return* aset dibandingkan dengan metode RP.

Kata kunci: Portofolio; *Risk Parity*; *Complex Number Based Risk Parity*.

ABSTRACT

APRILIA PRATIWI S. **Complex Number-Based Risk Parity Portfolio Allocation Optimization** (Supervised by Amran and Mawardi Bahri)

Background. Profit optimization on a portfolio is a problem that is often encountered in an investment activity. Proper capital allocation in each asset can provide optimum portfolio returns. One of the portfolio optimization methods is the Risk Parity (RP) method based on real number returns. In addition, some researchers use complex number returns in risk diversification. However, there is no research that applies complex number-based returns to the RP method. **The purpose** of this research is to obtain the optimum portfolio construction using the complex number-based RP method and its performance measurement. **Methods** This research proposes the development of RP method by using discrete Hilbert transform to obtain complex number return called Complex Number Based Risk Parity (CNBRP) method. The complex number return from the Hilbert Transformation is used to create a covariance variance matrix, which is then used to obtain asset weights that optimize portfolio returns. The performance of the CNBRP method is compared with the RP method using the volatility value, expected return, and Sharpe ratio. **The results** of the study using six financial assets show that the performance of CNBRP has an expected return value of 0.022810 while RP is 0.0213141 which shows that CNBRP has a greater profit. Sharpe ratio of 0.6273981 is more than the RP method's sharpe ratio of 0.5807066. In addition, the CNBRP method also has a lower volatility of 0.0320382 than the RP method of 0.1114185 which indicates that CNBRP has a lower risk. **Conclusion** The performance of the proposed CNBRP method is better than the performance of the RP method. This is because the complex number return is more detailed in describing the asset return pattern compared to the RP method.

Key Words: Portfolio; Risk Parity; Complex *Number* based Risk Parity.

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL.....	i
PERNYATAAN PENGAJUAN.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN TESIS	iv
UCAPAN TERIMA KASIH.....	vii
ABSTRAK	ix
ABSTRACT	x
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
DAFTAR SINGKATAN DAN LAMBANG	xvi
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Manfaat.....	3
1.5 Batasan Masalah	3
1.6. Teori.....	3
1.6.1 Portofolio.....	3
1.6.2 <i>Risk Parity Portfolios</i>	4
1.6.2.1 Return	4
1.6.2.2 Kovarians Matrix untuk <i>Return</i> Portofolio	5
1.6.2.3 Variansi Portofolio	5
1.6.2.4 Volatilitas.....	6
1.6.2.5 Jumlah Kontribusi masing-masing aset.....	6
1.6.3 Bilangan Kompleks	7
1.6.4 Transformasi Hilbert.....	8
1.6.5 Sharpe Rasio	9
BAB 2 METODOLOGI PENELITIAN	10
2.1 Jenis Penelitian.....	10

2.2 Jenis dan Sumber Data.....	10
2.3 Lokasi dan Waktu Penelitian.....	10
2.4 Variabel Penelitian.....	10
2.5 Langkah Analisis.....	10
2.6 Diagram Alur Penelitian.....	12
BAB 3 HASIL SIMULASI DAN PEMBAHASAN.....	14
3.1 Hasil Simulasi.....	14
3.1.1. Deskripsi Data.....	14
3.1.2. Perhitungan Return.....	16
3.1.3. Membentuk Matriks Varians Kovarians <i>Risk Parity Portfolio</i> dan Matriks Varians-Kovarians <i>Risk Parity Portfolio</i> menggunakan transformasi Hilbert...	17
3.1.4. Portofolio <i>Equal-weight</i> (EW).....	18
3.1.5. Risk Parity Portfolio.....	20
3.1.6. Analisis Perbandingan Hasil Portofolio.....	22
3.2. Pembahasan.....	24
BAB 4 KESIMPULAN DAN SARAN.....	27
4.1. Kesimpulan.....	27
4.2. Saran.....	27
DAFTAR PUSTAKA.....	28
LAMPIRAN.....	30

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Daftar aset, nama, tipe, dan definisi aset portofolio	14
Tabel 2. Data historis bulanan setiap aset.....	15
Tabel 3. Hasil perhitungan return	16
Tabel 4. Statistika deskriptif indeks pasar saham penutupan bulanan	17
Tabel 5. Alokasi portofolio dan relative risk contribution.....	18
Tabel 6. Bobot dan kontribusi risiko risk parity portfolio.....	20
Tabel 7. Perbandingan varians portofolio	22
Tabel 8. Perbandingan volatilitas portofolio	23
Tabel 9. Perbandingan expected return.....	23
Tabel 10. Perbandingan sharpe rasio portofolio	23

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Pergerakan Return semua aset setiap bulan	16
Gambar 2. Alokasi portofolio EW	18
Gambar 3. Relative risk contribution EW.....	19
Gambar 4. Alokasi portofolio CBEW	19
Gambar 5. Relative risk contribution CBEW.....	19
Gambar 6. Bobot optimal RP	20
Gambar 7. Relative risk contribution RP	21
Gambar 8. Bobot optimal RP	21
Gambar 9. Relative risk contribution RP	22

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data harga setiap aset.....	30
Lampiran 2. Return Harga saham setiap aset	33
Lampiran 3. Program software Phytion Risk Parity Portfolio (RPP).....	37
Lampiran 4. Program software Kompleks-Based Risk Parity Portfolio (RPP)	39

DAFTAR SINGKATAN DAN LAMBANG

Lambang/ Singkatan	Arti dan penjelasan
r_t	Nilai <i>return</i> pada waktu ke- t
P_t	Harga saham pada waktu ke- t
P_{t-1}	Harga saham pada waktu ke- $(t-1)$
Σ	Matriks Kovarians
C	Matriks Kovarias dari return
w	vector bobot aset dalam portofolio
$V(w)$	Volatilitas
w^T	transpose dari setiap bobot
$v_i(w)$	kontribusi risiko dari aset ke- i .
w_i	bobot aset ke- i dalam portofolio.
$\frac{\partial V(w)}{\partial w_i}$	turunan parsial standar deviasi portofolio terhadap bobot aset ke- i . ini mengukur seberapa besar perubahan standar deviasi portofolio yang disebabkan oleh perubahan bobot aset ke- i .
RC_i	kontribusi risiko dari aset ke- i .
RRC_i	<i>relative risk contribution</i> (RRC) aset (i)
z	Bilangan kompleks
i	imajiner
x	bagian nyata (real)
y	bagian khayal atau imajiner dari z
$\mathcal{H}[x(t)]$	Hasil dari transformasi Hilbert dari fungsi sinyal $x(t)$ dalam domain waktu. Hasilnya adalah fungsi lain dalam domain waktu yang menangkap sifat-sifat kompleks dari sinyal asli. Ini sering digunakan dalam analisis sinyal dan memproses sinyal.
$x(t)$	Fungsi sinyal dalam domain waktu yang ingin dianalisis atau diproses. Ini adalah variabel yang menggambarkan bagaimana sinyal berfluktuasi seiring waktu.
$\frac{1}{\pi}$	Konstanta yang digunakan dalam rumus untuk memastikan bahwa transformasi Hilbert mengikuti konvensi matematis yang benar. Konstanta ini memastikan bahwa hasilnya memiliki amplitude yang sesuai.
$x(\tau)$	Nilai dari fungsi sinyal $x(t)$ pada waktu τ . Dalam operasi ini, fungsi sinyal $x(t)$ dinilai pada titik waktu τ .
$(t - \tau)$	Perbedaan antara waktu saat ini (t) dan waktu τ . Ini digunakan dalam pembilang integral untuk menggambarkan kontribusi dari setiap waktu τ ke transformasi Hilbert pada waktu t .
$d\tau$	Elemen diferensial dalam operasi integral, yang mengindikasikan bahwa kita mengintegrasikan terhadap variabel waktu τ .
$\mathcal{H}_D[x_k]$	Operator transformasi Hilbert untuk deret waktu diskrit.
x_k	Deret waktu diskrit yang menjadi masukan untuk transformasi Hilbert.
$-i$	Bilangan kompleks imajiner, yaitu akar kuadrat dari -1 , dan digunakan dalam ekspresi matematis untuk transformasi Hilbert.

$\text{sgn} \left(k - \frac{N}{2} \right)$	Fungsi tanda (signum) yang mengembalikan 1 jika $k > \frac{N}{2}$, -1 jika $k < \frac{N}{2}$, dan 0 jika $k = \frac{N}{2}$. Fungsi ini menggantungkan tanda pada perbedaan antara indeks saat ini k dan setengah panjang deret waktu diskrit $\left(\frac{N}{2}\right)$.
N	Banyaknya Data
k	Banyaknya Aset
n	Banyaknya Observasi $n = 0 \cdots N - 1$
x_n	Elemen dari deret waktu diskrit asli yang diindeks oleh n .
$e^{i\frac{2\pi n}{N}}$	Rumus eksponensial kompleks yang digunakan dalam proses transformasi Hilbert. Ini melibatkan bilangan kompleks (i) dan $\frac{2\pi n}{N}$, di mana n adalah indeks waktu diskrit saat ini, dan N adalah panjang deret waktu diskrit.
zt	Sinyal analitik yang dihasilkan. Sinyal analitik adalah representasi sinyal kompleks dari sinyal real
C_z	Nilai <i>return</i> kompleks
R_f	suku bunga bebas risiko
RP	<i>Risk parity</i>
CNBRP	<i>Complex Number Based Risk Parity</i>

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Portofolio merupakan istilah yang sering digunakan dalam bidang keuangan dan investasi. Portofolio adalah Kumpulan investasi yang dimiliki individual atau organisasi sebagai alat untuk mengelola dan mendiversifikasi investasi. Portofolio dapat mencakup saham, obligasi reksa dana, real estat, dan jenis investasi lainnya. Salah satu aspek strategis penting dalam pembentukan portofolio yang terdiversifikasi dengan baik ialah penentuan strategi alokasi aset. Tujuan dari portofolio adalah menyebarkan risiko dan memaksimalkan keuntungan, portofolio yang terdiversifikasi dengan baik dapat membantu meminimalkan dampak fluktuasi pasar dan mengurangi risiko yang terkait dengan investasi. Oleh karena itu kesalahan dalam menentukan alokasi aset berpotensi membawa dampak signifikan pada pencapaian tujuan investasi.

Pemilihan portofolio kuantitatif telah menjadi fokus banyak investor dan peneliti selama beberapa dekade. Meskipun pengelolaan dana dan optimalisasi portofolio telah dipelajari secara ekstensif dalam literatur. Keputusan paling penting yang diambil investor sebelum memilih manajer atau sekuritas adalah alokasi aset portofolio. Pasar yang penuh tantangan khususnya ekuitas, telah meningkatkan minat investor terhadap *Risk Parity Portfolio* (RPP). Salah satu tujuan dari pendekatan RPP yaitu memberikan kontribusi yang sama terhadap risiko dari semua kelas aset dalam portofolio. Kekurangan dari RPP adalah dalam menghadapi risiko waktu pasar karena risiko atau volatilitas aset yang diinvestasikan mungkin tidak selalu konstan. Oleh karena itu, memungkinkan risikonya melampaui batas dari yang ditentukan, dan manajer portofolio tidak dapat menarik investasi dengan segera.

Berbagai penelitian yang berhubungan dengan RPP adalah pendekatan optimasi portofolio oleh Markowitz yang berkaitan dengan pemilihan bobot setiap aset dengan risiko yang bersesuaian dengan tingkat *return* yang diharapkan. Kemudian Markowitz pada tahun 1959 mengembangkan pendekatan optimasi portofolio menjadi *Modern Portfolio Theory* (MPT). Metode MPT menggunakan teknik statistik untuk menentukan batas efisien yang menghasilkan risiko terendah untuk tingkat *return* tertentu. Metode MPT menggabungkan beberapa aset dalam portofolio berdasarkan pengukuran statistik seperti standar deviasi dan korelasi. Maillard, dkk (2010) menyebut pendekatan tersebut sebagai portofolio *Equal Risk Contribution* (ERC) dengan menganalisisnya pada setiap siklus ekonomi. Berbeda dengan sebelumnya, *equivalent portfolio beta* diperkenalkan oleh Lee (2011) RPP dicapai Ketika Salah satu pendekatan alokasi aset berbasis risiko dianggap mampu untuk menjawab kelemahan pendekatan alokasi aset tradisional serta menjawab kebutuhan manajer investasi tersebut adalah pendekatan RPP. Konsep RPP berawal dari strategi *bridgewater associate* dalam mengelola dana kelolaannya di tahun 1990-an. Awalnya, alokasi aset suatu portofolio dikatakan "parity" Ketika bobot disesuaikan dengan volatilitas tiap kelas aset. Definisi awal dari RPP ini tidak memasukkan unsur korelasi, meskipun konsep tersebut diterapkan pada lebih dari

dua kelas asset. Definisi RPP lebih lengkap mencakup aspek korelasi dilakukan oleh Qian (2005) yang memperkenalkan konsep *risk budget* Dimana bobot disesuaikan antar tiap kelas asset sehingga menghasilkan kontribusi risiko portofolio yang sama dan menemukan bahwa *risk parity* (RP) adalah portofolio yang memperhitungkan risiko masing-masing asset yang ada di dalamnya. Pendekatan ini memungkinkan investor untuk memperoleh diversifikasi portofolio yang lebih baik dan mengurangi risiko yang tidak perlu.

Maillard et al. (2010) dan Palomar (2015), menghasilkan bahwa RPP *dapat* mengatasi kelemahan portofolio Markowitz dengan mencoba mengurangi ketergantungan pada parameter estimasi yang tidak jelas yang dapat membuat optimasi tidak akurat dalam mengandalkan estimasi *return* aset yang tidak dapat diandalkan. Optimalisasi RPP menghilangkan seluruh keuntungan yang diharapkan dari model. Model tersebut membandingkan kontribusi risiko setiap aset dengan aset lainnya dan mencapai nilai objektif yang menunjukkan semua kontribusi risiko adalah sama.

Uchiyama,dkk (2019) pertama kali mengusulkan metode portofolio diversifikasi risiko kompleks yang memasukkan informasi aset dinamis dalam optimalisasi portofolio yang dinamakan *Complex Valued Risk Diversification* (CVRD) Dalam praktiknya mengubah periode waktu untuk memperkirakan matriks kovarian atau mengubah batasan kontruksi portofolio yang memungkinkan portofolio yang lebih optimal bagi investor.

Choi dan Chen (2022) mengusulkan beberapa metode numerik yang dapat menyelesaikan RPP dalam menyelesaikan alokasi portofolio. Metode yang diusulkan adalah metode *Cyclical Coordinate Descent* (CCD) dan newton. Hasil menunjukkan bahwa metode CCD yang ditingkatkan melakukan yang terbaik dalam hal kecepatan dan stabilitas.

Penulis mencoba menggunakan metode RP dalam menyelesaikan alokasi portofolio Menggunakan pendekatan kompleks transformasi Hilbert yang dinamakan *Complex Number Based Risk Parity* (CNBRP).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang adapun rumusan masalah pada penelitian ini adalah

1. Bagaimana hasil alokasi bobot setiap aset portofolio menggunakan *risk parity portofolio* berbasis bilangan kompleks?
2. Bagaimana perbedaan kinerja setiap aset portofolio menggunakan pendekatan *risk parity portofolio* dibandingkan dengan pendekatan *Complex number-based risk parity*?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah Adapun tujuan pada penelitian ini adalah

1. Mendapatkan hasil penyelesaian alokasi bobot setiap aset portofolio berbasis bilangan kompleks.

2. Mendapatkan hasil kinerja setiap aset portofolio menggunakan pendekatan *risk parity portfolio* dibandingkan dengan *pendekatan Complex number-based risk parity*.

1.4 Manfaat

Adapun manfaat pada penelitian ini adalah

1. Bagi Perusahaan dan investor, dapat dijadikan sebagai acuan dalam menghitung atau pun mengestimasi risiko perusahaan sehingga dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam berinvestasi oleh para investor.
2. Penelitian ini juga dapat dijadikan referensi dan bacaan yang dapat menambah ilmu pengetahuan untuk penelitian selanjutnya.

1.5 Batasan Masalah

Adapun Batasan masalah pada penelitian ini adalah jumlah investasi yang termasuk di dalam portofolio ada enam, yang terdiri dari tiga tipe investasi saham yaitu 2 tipe indeks saham Bank Rakyat Indonesia Persero dan Kalbe Farma TBK PT yang termasuk LQ45 (indeks pasar saham di Bursa Efek Indonesia (BEI) yang terdiri dari 45 perusahaan yang memenuhi kriteria tertentu), 2 tipe komoditas Platinum Future dan Copper Future, dan dua tipe mata uang Australian Dollar Indonesian Rupiah dan British Pound Us Dollar. Optimasi portofolio dapat dilakukan dengan pendekatan *mean variance* dan *risk parity*. Penelitian ini menggunakan pendekatan *risk parity* karena memiliki kinerja yang lebih stabil dan dapat memberikan return yang kompetitif dibandingkan dengan portofolio yang dioptimalkan berdasarkan *mean-variance*.

1.6. Teori

1.6.1 Portofolio

Portofolio merupakan kombinasi gabungan atau sekumpulan aset, baik berupa aset riil maupun aset finansial yang dimiliki oleh investor. Jika kita memiliki N aset untuk dipilih, portofolio yang terdiri dari aset-aset tersebut dapat dinyatakan sebagai vektor $w = (w_1, w_2, \dots, w_N)$ di mana setiap w_i mewakili fraksi portofolio yang terdiri dari aset i . oleh karena itu $\sum_{i=1}^N w_i = 1$.

Hingga saat ini, untuk portofolio yang terdiri dari N aset, memiliki besaran berikut:

- a. Sebuah vektor $w = (w_1, w_2, \dots, w_N)$ adalah bobot.
- b. Sebuah vektor $R = (R_1, R_2, \dots, R_N)$ adalah rata-rata imbal hasil setiap aset. Untuk mempermudah penyebutan R_i .
- c. Vektor $V = (V_1, V_2, \dots, V_N)$ adalah volatilitas dari setiap aset (Marcader,2021).

Hakikat pembentukan portofolio adalah untuk mengurangi risiko dengan cara diversifikasi, yaitu mengalokasikan sejumlah dana investor pada berbagai alternatif investasi yang berkorelasi negatif agar dana yang dikeluarkan oleh investor dapat menghasilkan pengembalian yang optimal. Dalam teori portofolio adalah bagaimana melakukan pemilihan portofolio dari sekian banyak aset, untuk memaksimalkan

return yang diharapkan pada tingkat risiko tertentu yang bersedia ditanggung investor (Astuti dkk, 2020).

1.6.2 Risk Parity Portfolios

Risk parity portfolio (RPP) adalah rangkaian portofolio yang mengalokasikan risiko pasar secara merata di seluruh kelas aset, termasuk saham, obligasi, dan komoditas. Pendekatan investasi untuk RPP berbeda dengan alokasi aset tradisional, hal ini memberikan diversifikasi nyata yang membatasi dampak kerugian masing-masing komponen terhadap keseluruhan portofolio. Dengan menggunakan pendekatan ini, RPP diharapkan menghasilkan imbal hasil yang unggul pada tingkat target tertentu. Selain itu RPP dapat dikombinasikan seperti alokasi aset taktis dan pemilihan keamanan untuk mencapai pengembalian total yang lebih tinggi (Qian, 2005). Dalam bentuk yang paling sederhana RPP berupaya menyeimbangkan kontribusi terhadap total risiko portofolio dari setiap kelas aset yang membentuk portofolio yang terdiversifikasi (Lee dkk, 2011).

1.6.2.1 Return

Return saham adalah selisih harga jual dan harga beli saham ditambah dengan pendapatan dividen. Hasil dari kalkulasi ini akan menunjukkan dua kemungkinan yaitu positif (*capital gain*) dan negative (*capital loss*). Jika hasil kalkulasi *return* saham menunjukkan *capital gain*, artinya investor tersebut mendapatkan keuntungan dari penjualan saham itu. Tapi, jika ternyata hasilnya adalah *capital loss*, maka artinya ia rugi.

Return saham dibedakan menjadi dua yakni *return* realisasi (*realized return*) dan *expected return*. *Realized return* merupakan *return* yang terjadi dan perhitungannya menggunakan data histori yang berguna untuk mengukur kinerja perusahaan. *Return* realisasi atau disebut juga *return* historis berguna juga untuk menentukan *return* ekspektasi (*expected return*) dan risiko di masa yang akan datang. *Return* ekspektasi adalah *return* yang diharapkan akan diperoleh oleh para investor di masa yang akan datang (Riadi, 2022). Nilai *return* dapat dihitung menggunakan persamaan (1)

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1)$$

dengan:

r_t : Nilai *return* pada waktu ke- t

P_t : Harga saham pada waktu ke- t

P_{t-1} : Harga saham pada waktu ke- $(t-1)$

Selanjutnya, *expected return* portofolio diperoleh sebagai:

$$R_t = \sum_{m=1}^M w_m r_t \quad (2)$$

Di mana $\{w_m\} 1 \leq m \leq M$

Expected return dalam portofolio: (Uchiyama, 2019)

$$E[R_t] = \sum_{m=1}^M w_m E[r_t], \quad (3)$$

1.6.2.2 Kovarians Matrix untuk Return Portofolio

Matriks kovarians sering digunakan dalam berbagai metode konstruksi portofolio. Matriks kovarians juga bisa disebut matriks varians-kovarian karena merupakan perkalian antara kedua matriks. Kovarians portofolio digunakan untuk meningkatkan diversifikasi aset. Ketika aset dengan kovarians negatif ditambahkan ke portofolio, akan ada lebih sedikit risiko keseluruhan dalam portofolio. Berikut ini adalah definisi matriks kovarians dengan banyak dimensi x dalam persamaan (4).

$$\begin{aligned} \Sigma &= E[(x - E[x])(x - E[x])^T] \quad (4) \\ &= \begin{bmatrix} \text{Var}(x_1) & \cdots & \text{Cov}(x_1, x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(x_n, x_1) & \cdots & \text{Var}(x_n) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Matriks kovarians dari *return* portofolio didefinisikan oleh:

$$C = E[(r_t - E[r_t])(r_t - E[r_t])^T] \quad (5)$$

Di mana komponen dari r_t adalah return dari setiap aset $(.)^T$ tanda dari transpose dari vektor. Dengan penggunaan matriks kovarians dalam persamaan dapat diperoleh varians portofolio.

1.6.2.3 Variansi Portofolio

Variansi portofolio adalah nilai statistik yang menilai derajat dispersi pengembalian portofolio. Ini adalah konsep penting dalam teori investasi modern. Meskipun ukuran statistik dengan sendirinya mungkin tidak memberikan wawasan yang signifikan, kita dapat menghitung standar deviasi dari sudut pandang statistik, standar deviasi dari suatu kumpulan data adalah ukuran besarnya deviasi antara nilai-nilai pengamatan yang terdapat dalam portofolio menggunakan variansi portofolio.

Perhitungan variansi portofolio dapat dapat dipresentasikan sebagai persamaan (6),

$$\sigma_t^2 = w^T C w. \quad (6)$$

dengan:

- σ_t^2 : Varians portofolio
- w^T : transpose dari setiap bobot
- C : matriks kovarians aset dalam portofolio

w : vector bobot aset dalam portofolio

1.6.2.4 Volatilitas

Portofolio aset N yang diinvestasikan dengan bobot (w) memiliki volatilitas pengembalian pada (7) berikut:

$$V(w) = \sqrt{w^T C w}. \quad (7)$$

dengan:

$V(w)$: Volatilitas

1.6.2.5 Jumlah Kontribusi masing-masing aset

Jumlah kontribusi masing-masing aset dalam *risk parity portfolio* dapat dihitung dengan menggunakan konsep *risk contribution* atau *contribution to risk*. Tujuan dari strategi *risk parity* adalah untuk memastikan bahwa setiap aset dalam portofolio memberikan kontribusi yang seimbang terhadap risiko keseluruhan portofolio. Dalam hal ini, risiko biasanya diukur dalam hal volatilitas atau dari hasil *return* portofolio.

Berdasarkan Euler's *homogeneous function*, volatilitas $V(w)$ dapat diuraikan dalam menghitung kontribusi risiko dari aset ke- i dalam portofolio *risk parity* adalah sebagai berikut: (Choi dan Chen, 2022)

$$V(w) = \sum_i v_i(w) \text{ di mana } v_i(w) = w_i \frac{\partial V(w)}{\partial w_i} = \frac{w_i (Cw)_i}{V(w)}. \quad (8)$$

dengan:

$v_i(w)$ adalah kontribusi risiko dari aset ke- i .

w_i adalah bobot aset ke- i dalam portofolio.

$v(w)$ adalah standar deviasi (volatilitas portofolio).

$\frac{\partial V(w)}{\partial w_i}$ adalah turunan parsial standar deviasi portofolio terhadap bobot aset ke- i . ini mengukur seberapa besar perubahan standar deviasi portofolio yang disebabkan oleh perubahan bobot aset ke- i .

Marginal risk contribution (MRC) dari aset ke- i terhadap risiko total $V(w)$ didefinisikan sebagai

$$MRC_i = \frac{\partial V(w)}{\partial w_i} = \frac{(Cw)_i}{V(w)}. \quad (9)$$

MRC: Ini adalah ukuran risiko yang sangat berguna ketika menilai risiko portofolio. Pada dasarnya, MRC mengukur jumlah risiko tambahan yang dikontribusikan oleh satu aset individu terhadap risiko keseluruhan (Bai dkk, 2016). Untuk menentukan seberapa sensitif volatilitas portofolio terhadap bobot aset ke- i . Kontribusi risiko (RC) dari aset ke- i terhadap risiko $V(w)$ didefinisikan sebagai

$$\sum_{i=1}^N RC_i = V(w); RC_i = w_i \frac{\partial V(w)}{\partial w_i} = \frac{w_i (Cw)_i}{V(w)}. \quad (10)$$

Di mana, RC_i adalah kontribusi risiko dari aset ke- i .

Rasio *relative risk contribution* (RRC) terhadap risiko portofolio

$$RRC_i = \frac{RC_i}{V(w)} = \frac{w_i (Cw)_i}{w^T C w}. \quad (11)$$

Dimana, RRC_i adalah *relative risk contribution* (RRC) aset (i) terhadap total risiko portofolio sehingga $\sum_{i=1}^N RRC_i = 1$.

RRC mengukur kontribusi yang dinormalisasi dari setiap aset terhadap total risiko portofolio Bellini et al, (2021). Hal ini memastikan bahwa risiko setiap aset dipertimbangkan dengan tepat saat membangun portofolio yang terdiversifikasi. Dalam masalah ini, kombinasi bobot w_i yang mengurangi kesalahan kuadrat di antara kontribusi risiko aktual dan kontribusi risiko yang diinginkan RRC_i .

Kontrol yang diberikan adalah bahwa bobot harus berjumlah satu, yang mengindikasikan bahwa mengelola portofolio dengan total alokasi yang konstan. Ini berarti total kontribusi risiko relatif dari semua aset sama dengan satu. Dengan kata lain, setiap aset menanggung bagian yang sama dari total risiko. Mercader (2021) Konsep RRC membantu kita memahami kontribusi setiap aset terhadap risiko portofolio secara lebih mendalam.

Dalam praktiknya, dapat menggunakan persamaan (11) untuk mengoptimalkan alokasi bobot portofolio berdasarkan kontribusi risiko relatif setiap aset (Bessler, 2021). Untuk mendistribusikan bobot dengan cara yang "menyamakan" risiko dengan memastikan bahwa setiap aset menanggung tingkat risiko yang sama (Chaves, 2011).

Equal risk portfolio (ERP) dan *Risk parity portfolio* (RPP) menyeimbangkan kontribusi risiko.

$$RC_i = V(w)/N. \quad (12)$$

atau

$$RRC_i = 1/N. \text{ Untuk semua } i \quad (13)$$

Perhatikan paralelitasnya dengan portofolio dengan bobot yang sama (EWP):

$$w_i = 1/N.$$

Sementara EWP menyamakan $w_i = 1/N$ sedangkan RPP menyamakan alokasi risiko $RRC_i = 1/N$.

1.6.3 Bilangan Kompleks

Bilangan kompleks z adalah pasangan terurut (x, y) dari bilangan nyata x dan y , dituliskan sebagai (Hasugian, 2006):

$$z = (x, y) = x + iy \quad (14)$$

$$i = \sqrt{-1} = (0,1) \quad (15)$$

i disebut sebagai imajiner, x disebut sebagai bagian nyata (real) dan y disebut sebagai bagian khayal atau imajiner dari z , dituliskan sebagai:

$$x = \text{Re } z, y = \text{Im } z$$

dengan mengacu pada definisi tersebut, maka dua buah bilangan kompleks adalah sama jika dan hanya jika kedua bilangan nyata adalah sama dan kedua bilangan imajiner juga sama

1.6.4 Transformasi Hilbert

Transformasi Hilbert adalah suatu fungsi riil ke-bilangan kompleks yang di konvolusi dengan fungsi kernel Cauchy. Transformasi Hilbert digunakan untuk menghitung sinyal “analitik”. Sinyal analitik yang dihasilkan dinilai kompleks, oleh karena itu dapat diungkapkan dalam notasi eksponensial (Sugitomo, 2020).

Transformasi Hilbert dari sinyal nyata $x(t)$ pada $t \in [0, \infty)$ didefinisikan sebagai:

$$\mathcal{H}[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (16)$$

dengan:

$\mathcal{H}[x(t)]$: Hasil dari transformasi Hilbert dari fungsi sinyal $x(t)$ dalam domain waktu. Hasilnya adalah fungsi lain dalam domain waktu yang menangkap sifat-sifat kompleks dari sinyal asli. Ini sering digunakan dalam analisis sinyal dan memproses sinyal.

$x(t)$: Fungsi sinyal dalam domain waktu yang ingin dianalisis atau diproses. Ini adalah variabel yang menggambarkan bagaimana sinyal berfluktuasi seiring waktu.

$\frac{1}{\pi}$: Konstanta yang digunakan dalam rumus untuk memastikan bahwa transformasi Hilbert mengikuti konvensi matematis yang benar. Konstanta ini memastikan bahwa hasilnya memiliki amplitude yang sesuai.

$x(\tau)$: Nilai dari fungsi sinyal $x(t)$ pada waktu τ . Dalam operasi ini, fungsi sinyal $x(t)$ dinilai pada titik waktu τ .

$(t - \tau)$: Perbedaan antara waktu saat ini (t) dan waktu τ . Ini digunakan dalam pembilang integral untuk menggambarkan kontribusi dari setiap waktu τ ke transformasi Hilbert pada waktu t .

$d\tau$: Elemen diferensial dalam operasi integral, yang mengindikasikan bahwa kita mengintegrasikan terhadap variabel waktu τ .

Dimana integral tak wajar dipahami dalam pengertian nilai utama Cauchy. Dalam praktiknya, deret waktu empiris dicatat pada laju pengembalian sampel tertentu Δt , yang memperkenalkan waktu diskrit $t_n = n\Delta t$, dengan n sebagai bilangan bulat. Transformasi Hilbert untuk deret waktu diskrit diberikan oleh.

$$\mathcal{H}_D[x_k] = -i \operatorname{sgn} \left(k - \frac{N}{2} \right) \sum_{n=0}^{N-1} x_{n,k} e^{i \frac{2\pi n}{N}}, \quad (17)$$

dengan:

$\mathcal{H}_D[x_k]$: Operator transformasi Hilbert untuk deret waktu diskrit.

- x_k : Vektor observasi pada waktu ke- k .
- $-i$: Bilangan kompleks imajiner, yaitu akar kuadrat dari -1 , dan digunakan dalam ekspresi matematis untuk transformasi Hilbert.
- $\text{sgn} \left(k - \frac{N}{2} \right)$: Fungsi tanda (signum) yang mengembalikan 1 jika $k > \frac{N}{2}$, -1 jika $k < \frac{N}{2}$, dan 0 jika $k = \frac{N}{2}$. Fungsi ini menggantungkan tanda pada perbedaan antara indeks saat ini k dan setengah panjang deret waktu diskrit $\left(\frac{N}{2} \right)$.
- $x_{n,k}$: data deret waktu diskrit yang diindeks oleh n pada waktu ke k
- $e^{i \frac{2\pi n}{N}}$: Bentuk eksponensial dari bilangan kompleks yang digunakan dalam proses transformasi Hilbert. Ini melibatkan bilangan kompleks i dan $\frac{2\pi n}{N}$, di mana n adalah indeks waktu diskrit, dan N adalah panjang deret waktu diskrit.

Di sini kita menerapkan transformasi Hilbert dalam persamaan (17) kemudian mendapatkan sinyal analitik sebagai.

$$z_{k,t} = r_{k,t} + i\mathcal{H}_D[r_t]. \quad (18)$$

dengan:

- z_t : Sinyal analitik yang dihasilkan. Sinyal analitik adalah representasi sinyal kompleks dari sinyal real
- r_t : Nilai return real pada periode waktu ke t

1.6.5 Sharpe Rasio

Sharpe Rasio adalah besaran yang digunakan untuk mengevaluasi kinerja dari suatu portofolio. Rasio ini mengukur imbal hasil yang diberikan perunit risiko dan didefinisikan sebagai

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{R_t - R_f}{\sigma_p} \quad (19)$$

R_f adalah suku bunga bebas risiko, yang berarti pengembalian yang dapat diperoleh dari investasi yang hampir tidak memiliki risiko (Marcader, 2021).

BAB 2 METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini merupakan penelitian terapan.

2.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder. Data tersebut diperoleh dari dokumen-dokumen tertulis dengan mempelajari bermacam tulisan, buku-buku, jurnal-jurnal serta internet yang berkaitan untuk menunjang penelitian ini. Data yang diperlukan adalah data harga saham yang diperoleh dari www.investing.com

2.3 Lokasi dan Waktu Penelitian

Lokasi penelitian dilakukan di lingkungan Universitas Hasanuddin. Waktu yang digunakan dalam penelitian ini terhitung sejak April 2023 hingga Juli 2024.

2.4 Variabel Penelitian

Variabel pada penelitian yang digunakan adalah *return* 2 tipe indeks saham Bank Rakyat Indonesia Persero dan Kalbe Farma TBK PT, 2 tipe komoditas Platinum Future dan Copper Future, dan dua tipe mata uang Australian Dollar Indonesian Rupiah dan British Pound Us Dollar.

2.5 Langkah Analisis

Adapun tahapan analisis yang digunakan pada penelitian ini adalah:

1. Identifikasi aset dan data historis: pilih aset-aset yang akan dimasukkan ke dalam portofolio kompleks *risk parity* dalam hal ini 2 tipe komoditas Platinum Future dan Copper Future, dan dua tipe mata uang Australian Dollar Indonesian Rupiah dan British Pound Us Dollar.
2. Menghitung nilai *realized return* setiap aset

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

dengan:

r_t : Nilai *return* pada waktu ke- t

P_t : Harga saham pada waktu ke- t

P_{t-1} : Harga saham pada waktu ke- $(t - 1)$

3. Mentransformasi *realized return* menjadi *realized return* berbentuk kompleks menggunakan transformasi Hilbert.

$$\mathcal{H}_D[r_t] = -i \operatorname{sgn} \left(k - \frac{N}{2} \right) \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{i \frac{2\pi n}{N}},$$

dengan:

$\mathcal{H}_D[x_{rt}]$: Operator transformasi Hilbert

x_{rt} : Deret waktu diskrit

$-i$: Bilangan kompleks imajiner, yaitu akar kuadrat dari -1

- $\text{sgn} \left(k - \frac{N}{2} \right)$: Fungsi tanda (signum) yang mengembalikan 1 jika $k > \frac{N}{2}$, -1 jika $k < \frac{N}{2}$, dan 0 jika $k = \frac{N}{2}$. Fungsi ini menggantungkan tanda pada perbedaan antara indeks saat ini k dan setengah panjang deret waktu diskrit $\left(\frac{N}{2} \right)$.
- x_n : Elemen dari deret waktu diskrit asli yang diindeks oleh n .
- $e^{i \frac{2\pi n}{N}}$: Rumus eksponensial kompleks yang digunakan dalam proses transformasi Hilbert. Ini melibatkan bilangan kompleks (i) dan $\frac{2\pi n}{N}$, di mana n adalah indeks waktu diskrit saat ini, dan N adalah panjang deret waktu diskrit.

Selanjutnya didapatkan *return complex*

$$z_t = r_t + i\mathcal{H}_D[r_t].$$

4. Hitung matriks varians kovarians.

$$C_Z = E[(z_t - E[z_t])(z_t - E[z_t])^T]$$

Di mana komponen dari z_t adalah return kompleks dari setiap aset $(.)^T$ tanda dari transpose dari vektor.

5. Memasukkan bobot awal untuk masing-masing aset dalam portofolio. Dihitung dengan membagi nilai aset dengan total nilai portofolio bobot aset ke- i .

$$b_i = \frac{1}{N}, i = 1, 2, \dots, N$$

b_i : bobot awal (Equal Weight)

6. Menghitung variansi portofolio

$$\sigma_i^2 = w^T C_Z w.$$

dengan:

σ_i^2 : Varian portofolio

w^T : transpose dari setiap bobot

C_Z : matriks varians covarians complex

w : vector bobot aset dalam portofolio

7. Menghitung volatilitas portofolio dengan mengalikan vektor bobot dengan matriks varian-kovarians dan transpose vektor bobot.

$$V(w) = \sqrt{w^T C_Z w}.$$

$V(w)$: Volatilitas

w^T : Transpose dari setiap bobot

C_Z : Matriks kovarians aset dalam portofolio

w : Vector bobot aset dalam portofolio

8. Menghitung kontribusi marjinal setiap aset

$$MRC_i = \frac{\partial V(w)}{\partial w_i} = \frac{(C_Z w)_i}{V(w)}$$

MRC_i : kontribusi marjinal dari aset ke- i

$V(w)$: Total volatilitas

C_Z : Matriks kovarians aset dalam portofolio

w : Vector bobot aset dalam portofolio

9. Menghitung kontribusi risiko setiap aset

$$RC_i = w_i \frac{\partial V(w)}{\partial w_i} = \frac{w_i (C_Z w)_i}{V(w)}$$

RC_i adalah kontribusi risiko dari aset ke- i

10. Menghitung relatif kontribusi risiko dengan bobot optimal

$$RRC_i = \frac{RC_i}{V(w)} = \frac{w_i (C_Z w)_i}{w^T C w}$$

Dengan $\sum_{i=1}^N RRC_i = 1$.

RRC_i adalah relatif kontribusi risiko dari aset ke- i

$$RRC_i = 1/N.$$

11. Menghitung sharpe rasio

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{R_t - R_f}{V(w)}$$

R_t : Expected Return

R_f : suku bunga bebas risiko

σ_p : Volatilitas portofolio

2.6 Diagram Alur Penelitian

Dalam penelitian ini, digunakan alur penelitian untuk memudahkan dalam melakukan penelitian, Adapun alur penelitiannya sebagai berikut.

