

**PENENTUAN NILAI AKUMULASI ANUITAS ASURANSI JIWA DWIGUNA
BERJANGKA N TAHUN DENGAN DISTRIBUSI GOMPERTZ
PADA STATUS HIDUP GABUNGAN**

**MUFIDAH MUMTAZAH
H011191059**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

**PENENTUAN NILAI AKUMULASI ANUITAS ASURANSI JIWA DWIGUNA
BERJANGKA N TAHUN DENGAN DISTRIBUSI GOMPERTZ
PADA STATUS HIDUP GABUNGAN**

**MUFIDAH MUMTAZAH
H011191059**

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana

Program Studi Matematika

Pada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2024**

SKRIPSI

**PENENTUAN NILAI AKUMULASI ANUITAS ASURANSI JIWA DWIGUNA
BERJANGKA N TAHUN DENGAN DISTRIBUSI GOMPERTZ
PADA STATUS HIDUP GABUNGAN**

MUFIDAH MUMTAZAH

H011191059

Skripsi,

Telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana Matematika
Pada 7 Agustus 2024 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Pada

Program Studi Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar

Mengesahkan:

Pembimbing Utama:

Pembimbing Pertama:

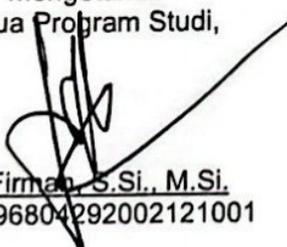


Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S.
NIP. 195707051985032001



Ainun Mawaddah Abdal, S.Si., M.Si.
NIP. 199301152021074001

Mengetahui:
Ketua Program Studi,



Dr. Firmah, S.Si., M.Si.
NIP. 196804292002121001



PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul "Penentuan Nilai Akumulasi Anuitas Asuransi Jiwa Dwiguna Berjangka N Tahun dengan Distribusi Gompertz pada Status Hidup Gabungan" adalah benar karya saya dengan arahan dari pembimbing (Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S. sebagai Pembimbing Utama dan Ainun Mawaddah Abdal, S.Si.,M.Si. sebagai Pembimbing Pertama). Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 7 Agustus 2024



Mufidah Mumtazah
H011191059

UCAPAN TERIMA KASIH

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT. Atas segala berkat limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW. sebagai Nabi yang telah menjadi suri tauladan bagi seluruh umatnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Penentuan Nilai Akumulasi Anuitas Asuransi Jiwa Dwiguna Berjangka n Tahun dengan Distribusi Gompertz pada Status Hidup Gabungan". Penulisan skripsi ini dilakukan sebagai syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains (S.Si) di Program Studi Matematika, Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin.

Saya menyadari bahwa tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi, penyusunan skripsi ini tak akan terselesaikan sebagaimana mestinya. Oleh karena itu, pada kesempatan ini dengan segala kerendahan hati penulis menyampaikan terima kasih dan penghargaan yang setulus-tulusnya kepada kedua orang tua penulis, Ayahanda **Alm. Ridwan Zakaria** dan Ibunda **Musyrifah**, sosok yang telah melahirkan, membesarkan dan mendampingi kehidupan penulis, sosok yang selalu memberikan dukungan baik secara materiil maupun moril kepada penulis, sosok yang senantiasa melantunkan nama penulis disetiap doa-doa yang mereka panjatkan, serta sosok yang akan selalu menjadi motivasi dan tujuan bagi penulis dalam menjalani kehidupannya. Terimakasih sebesar-besarnya juga saya sampaikan kepada saudara-saudara saya **Faiqah, Fadhilah, Imam, Nailah, dan Faiz**, serta seluruh keluarga yang telah memberikan doa serta dukungannya dalam penulisan skripsi ini. Penulis juga hendak menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. **Pimpinan Universitas Hasanuddin dan Pimpinan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin** beserta Bapak dan Ibu **Dosen Departemen Matematika** terutama pada Bapak dan Ibu **Dosen Program Studi Matematika** yang telah memberikan banyak ilmu dan pengetahuan kepada penulis selama menjadi mahasiswa.
2. Ibu **Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S.** selaku dosen Pembimbing Utama yang dengan sangat sabar dan ikhlas meluangkan waktu di tengah kesibukan untuk membimbing dalam penulisan skripsi ini, serta Ibu **Ainun Mawaddah Abdal, S.Si.,M.Si.** selaku dosen Pembimbing Pertama yang juga selalu sabar, teliti, dan meluangkan banyak waktu untuk membimbing dan memberi masukan kepada penulis. Penulis ucapkan terima kasih atas waktu yang telah diberikan dalam membimbing penulis menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak **Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.** selaku dosen Penguji sekaligus Penasehat Akademik selama penulis menempuh pendidikan S1 dan Ibu **Illuminata Wynnne, S.Si., M.Si.** selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan yang membangun terhadap penyempurnaan penulisan skripsi ini.
4. **Diri sendiri** yang telah berusaha untuk selalu berpikir positif dan bertahan hingga dapat mencapai titik ini. Terima kasih telah kuat dan tidak menyerah dari awal hingga akhir penyelesaian skripsi ini.
5. **Sahabat SinR (Dara, Dilong, Esse, Jija, Nisa, Pio, dan Qalbi)** yang selalu memberikan dukungan dan bantuan serta memberikan momen indah yang sangat berharga di masa perkuliahan kepada penulis.
6. **Yola dan Suho** yang telah menjadi sahabat penulis sejak SMP dan selalu memberikan motivasi serta dukungan mental kepada penulis sampai saat ini.
7. **Sakinah, Reski, Indah, dan Ferdi** yang selalu menjadi teman exploring saat penulis merasa jenuh dan membutuhkan waktu untuk rehat sejenak.

8. Sahabat **POL19ON** dan **Matematika 2019** terkasih yang telah mengisi hari-hari penulis selama menempuh pendidikan di jenjang perkuliahan, membantu dan memberikan pengalaman berharga yang tak terhingga nilainya.
9. Teman-teman **KKN 108** Maros Baru Desa Majannang yang selalu memberikan dukungan kepada penulis serta kenangan yang sangat berharga.
10. Seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan dukungan, doa serta motivasi bagi penulis sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini.

Akhir kata, semoga segala kebaikan yang telah diberikan bernilai ibadah dan mendapat balasan dari Allah *Subhanahu Waa Ta'ala*. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, 7 Agustus 2024

Mufidah Mumtazah

ABSTRAK

MUFIDAH MUMTAZAH. **Penentuan Nilai Akumulasi Anuitas Asuransi Jiwa Dwiguna Berjangka n Tahun dengan Distribusi Gompertz pada Status Hidup Gabungan** (dibimbing oleh Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S. dan Ainun Mawaddah Abdal, S.Si.,M.Si.)

Latar Belakang. Nilai akumulasi dari asuransi jiwa diperlukan oleh perusahaan asuransi untuk melakukan pengelolaan dana, perencanaan keuangan, penilaian risiko, dan mengembangkan produk asuransi yang lebih sesuai dengan kebutuhan pemegang polis. Selain itu, perusahaan asuransi juga dapat menghitung cadangan teknis, nilai manfaat, laba, dan premi secara akurat. **Tujuan.** Penelitian ini bertujuan untuk menentukan nilai akumulasi anuitas asuransi jiwa dwiguna berjangka pada status hidup gabungan. **Metode.** Penentuan nilai akumulasi anuitas dihitung dengan menggunakan metode Gompertz. **Hasil.** Nilai akumulasi anuitas dipengaruhi oleh nilai tunai anuitas yang dibayarkan peserta asuransi, usia, tingkat bunga, banyaknya pembayaran anuitas, dan jangka waktu pertanggungan asuransi. **Kesimpulan.** Berdasarkan data yang diperoleh dengan tingkat bunga 6%, maka besarnya nilai akumulasi anuitas asuransi jiwa dwiguna berjangka untuk $n = 10$ dan $n = 15$ tahun berdasarkan distribusi Gompertz pada status hidup gabungan berkisar pada interval 7,2713 sampai 14,852.

Kata kunci: akumulasi, anuitas, asuransi jiwa gabungan, asumsi Gompertz.

ABSTRACT

MUFIDAH MUMTAZAH. **Determination of Accumulated Annuity Value of n year Term Endowment Life Insurance with Gompertz Distribution on Joint Life Status** (supervised by Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S. and Ainun Mawaddah Abdal, S.Si.,M.Si.)

Background. The accumulation value of life insurance is needed by insurance companies to carry out fund management, financial planning, risk assessment, and develop insurance products that are suitable for customer needs. Insurance companies can also accurately calculate technical reserves, benefit values, profits, and premiums.

Aim. This research aims to determine the value of the annuity accumulation in the joint life value of endowment life insurance. **Methods.** The accumulated annuity value is calculated by using Gompertz method. **Result.** The accumulated annuity value is influenced by the present value of the annuity paid by the insurance participant, age, interest rate, the amount of annuity payments, and the term of insurance. **Conclusion.** Based on the data obtained with an interest rate of 6%, the amount of accumulated annuity value of endowment life insurance for $n = 10$ and $n = 15$ years based on the Gompertz distribution on joint life status is within the interval of 7,2713 to 14,852.

Keywords: accumulation, annuity, joint life insurance, Gompertz assumption.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN PENGAJUAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI	iv
UCAPAN TERIMA KASIH	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR NOTASI	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan dan Batasan Masalah.....	2
1.2.1 Rumusan Masalah	2
1.2.2 Batasan Masalah	2
1.3 Tujuan dan Manfaat Penelitian	3
1.3.1 Tujuan Penelitian	3
1.3.2 Manfaat Penelitian	3
1.4 Landasan Teori	3
1.4.1 Definisi Asuransi	3
1.4.2 Asuransi Jiwa	4
1.4.3 Asuransi Jiwa Dwiguna	4
1.4.4 Fungsi Asuransi Jiwa	4
1.4.5 Model Survival.....	4
1.4.6 Fungsi Survival.....	5
1.4.7 Peluang Kematian.....	5
1.4.8 <i>Force of Mortality</i>	6
1.4.9 Distribusi Gompertz.....	6
1.4.10 Anuitas Hidup.....	8
1.4.11 Nilai Akumulasi Anuitas Hidup	9

BAB II METODOLOGI PENELITIAN	10
2.1 Pendekatan dan Jenis Penelitian.....	10
2.2 Waktu dan Tempat Penelitian.....	10
2.3 Data dan Sumber Data	10
2.4 Tahapan Penelitian	10
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	12
3.1 Hasil	12
3.1.1 Estimasi Parameter Hukum Mortalita Gompertz	12
3.1.2 Persamaan <i>Force of Mortality</i> Berdasarkan Distribusi Gompertz:	12
3.1.3 Menentukan persamaan peluang hidup gabungan berdasarkan distribusi Gompertz.....	12
3.1.4 Menentukan persamaan nilai tunai anuitas hidup awal gabungan berdasarkan distribusi Gompertz	13
3.1.5 Menentukan persamaan nilai akumulasi anuitas hidup awal gabungan berdasarkan distribusi Gompertz	14
3.1.6 Studi Kasus	14
3.2 Pembahasan.....	18
BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	19
4.1 Kesimpulan	19
4.2 Saran	19
DAFTAR PUSTAKA.....	20
LAMPIRAN	21

DAFTAR GAMBAR

Nomor urut	Halaman
1. Alur Kerja Penelitian.....	11

DAFTAR TABEL

Nomor urut	Halaman
1. Profil Nasabah.....	15
2. Peluang Hidup berdasarkan distribusi Gompertz	15
3. Nilai Sekarang Anuitas dan Nilai Akumulasi Anuitas	16
4. Nilai Sekarang Anuitas Gabungan dan Nilai Akumulasi Gabungan	16
5. Total Nilai Akumulasi Premi Tunggal.....	17
6. Total Nilai Akumulasi Premi Gabungan	17

DAFTAR NOTASI

Notasi	Arti dan penjelasan
X	variabel acak kontinu untuk usia seseorang hingga terjadinya suatu kematian
T	variabel acak sisa usia
$F_X(x)$	fungsi distribusi kumulatif variabel acak usia kematian X
$S_X(x)$	fungsi survival
${}_tq_x$	peluang seseorang berusia x akan meninggal sebelum mencapai usia $x + t$
${}_tq_{xy}$	peluang gabungan dua orang berusia x dan y tahun akan meninggal dalam t tahun kemudian
${}_tp_x$	peluang seseorang berusia x akan bertahan hidup paling sedikit sampai t tahun
${}_tp_{xy}$	peluang gabungan dua orang berusia x dan y tahun akan bertahan hidup paling sedikit sampai t tahun
$f_X(x)$	fungsi kepadatan peluang variabel acak usia kematian X
μ_x	<i>force of mortality</i>
B	tingkat kematian secara umum
c	pertumbuhan spesifik tingkat kematian
x, y	usia tertanggung
g	parameter tingkat pertumbuhan eksponensial
Y	nilai sekarang dari variabel acak <i>present value</i>
v	faktor diskon
i	tingkat bunga
n	jangka waktu atau masa pertanggungan asuransi
$\ddot{a}_{x:n }$	nilai sekarang anuitas hidup awal dari seseorang berusia x tahun dalam jangka waktu n tahun
$\ddot{S}_{x:n }$	nilai akumulasi anuitas hidup awal dari seseorang berusia x tahun dalam jangka waktu n tahun
$\ddot{a}_{xy:n }$	nilai sekarang anuitas hidup awal gabungan untuk dua tertanggung berusia x dan y tahun dalam jangka waktu n tahun
$\ddot{S}_{xy:n }$	nilai akumulasi anuitas hidup awal gabungan untuk dua tertanggung berusia x dan y tahun dalam jangka waktu n tahun

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor urut	Halaman
1. Tabel Mortalitas Indonesia IV Tahun 2019	21
2. Tabel Peluang Hidup.....	22
3. Tabel Peluang Hidup Berdasarkan Distribusi Gompertz	23
4. Brosur BNI <i>Life Steady Protection+</i>	24
5. Riwayat Hidup	26

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Asuransi merupakan perjanjian antara dua pihak atau lebih, di mana pihak penanggung mengikatkan diri pada pihak tertanggung dengan cara menerima premi (Rangkuti & Sunusi, 2020). Perusahaan asuransi sebagai pihak penanggung adalah lembaga yang memberikan perlindungan kepada nasabahnya dari kerugian finansial, dengan kata lain nasabah memindahkan sebagian risiko kerugian finansial ke perusahaan asuransi. Ada berbagai produk asuransi yang dapat ditawarkan antara lain asuransi kesehatan, asuransi jiwa, asuransi kendaraan bermotor, asuransi properti dan lain-lain.

Asuransi jiwa adalah asuransi yang memberikan pembayaran sejumlah uang tertentu atas kematian tertanggung kepada anggota keluarga atau orang yang berhak menerimanya sesuai dengan ketentuan dalam polis asuransi. Jenis asuransi jiwa berdasarkan jangka waktu perlindungan yang diberikan antara lain asuransi jiwa seumur hidup, asuransi jiwa berjangka, dan asuransi jiwa dwiguna murni. Asuransi dwiguna (*endowment*) merupakan kombinasi atau gabungan dari asuransi jiwa berjangka n tahun dan asuransi jiwa dwiguna murni n tahun (Sertdemir, 2013).

Berdasarkan jumlah tertanggung, asuransi dibagi menjadi dua yaitu asuransi tunggal atau perseorangan (*single-life*) dan asuransi jiwa kelompok (*multiple-life*). Salah satu jenis dari asuransi jiwa kelompok adalah asuransi jiwa gabungan (*joint-life*). Asuransi jenis ini biasanya diikuti oleh dua individu atau pasangan suami istri yang bertujuan sebagai bentuk perlindungan masa tua jika salah satu meninggal, dimana manfaat (*benefit*) diberikan saat kematian pertama terjadi. Selain itu, asuransi ini juga diminati karena premi yang dibayarkan lebih murah dibandingkan membeli dua buah polis asuransi tunggal untuk jumlah santunan yang sama (Putra, 2014). Polis adalah perjanjian tertulis yang disepakati oleh nasabah dan perusahaan asuransi, sedangkan premi adalah suatu pembayaran yang dilakukan secara berkala dalam jumlah tertentu selama jangka waktu tertentu (Setiawati dkk., 2019). Sederetan pembayaran tersebut dikenal dengan istilah anuitas.

Anuitas didefinisikan sebagai suatu rangkaian pembayaran tetap yang dilakukan oleh pihak tertanggung (nasabah asuransi) kepada pihak penanggung (perusahaan asuransi) secara berkala dalam jumlah tertentu dan selama jangka waktu tertentu. Total nilai dari serangkaian pembayaran anuitas disebut dengan nilai akumulasi (Andiraja & Fadli, 2015).

Nilai akumulasi dari asuransi jiwa diperlukan oleh perusahaan asuransi untuk melakukan pengelolaan dana, perencanaan keuangan, penilaian risiko, dan mengembangkan produk asuransi yang lebih sesuai dengan kebutuhan pemegang polis. Selain itu perusahaan asuransi juga dapat menghitung cadangan teknis, nilai manfaat, laba, dan premi secara akurat.

Dalam perhitungan peluang dan *force of mortality* diperlukan suatu asumsi mortalitas. Asumsi mortalitas merupakan proyeksi statistika dari kematian-kematian di masa mendatang (Rubin, 2000). Salah satu asumsi mortalitas yang telah dikenal dan umum digunakan dalam perhitungan aktuarial adalah Hukum Mortalitas Gompertz.

Pada dasarnya, asumsi Gompertz digunakan untuk menentukan *force of mortality*. Namun, dari fungsi kepadatan peluangnya dapat juga ditentukan peluang hidup dan peluang kematian (Aditya dkk., 2014). Asumsi distribusi Gompertz dapat menghasilkan estimasi yang akurat mengenai probabilitas hidup dan mortalitas serta mudah diaplikasikan sehingga dapat membantu perusahaan asuransi dalam menghitung dan menentukan besarnya premi yang harus dibayarkan oleh nasabah.

Pada tahun 2014, Aditya dkk. telah meneliti mengenai premi asuransi jiwa gabungan berjangka dengan asumsi Gompertz. (Alfiana & Himayati, 2020) juga menggunakan metode Gompertz dalam penelitiannya untuk menentukan premi asuransi jiwa gabungan dwiguna dengan pengaruh nilai tukar terhadap tingkat bunga. Selain itu, Andiraja dan Fadli (2015) telah meneliti mengenai nilai akumulasi anuitas berjangka dengan distribusi Makeham pada status hidup gabungan. Setelah melakukan penelusuran literatur, peneliti memutuskan untuk mengkaji dan melakukan penelitian mengenai **Penentuan Nilai Akumulasi Anuitas Asuransi Jiwa Dwiguna Berjangka n Tahun Dengan Distribusi Gompertz Pada Status Hidup Gabungan.**

1.2 Rumusan dan Batasan Masalah

1.2.1 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana formulasi peluang hidup, *force of mortality*, nilai tunai anuitas hidup, dan nilai akumulasi asuransi jiwa dwiguna berjangka n tahun berdasarkan distribusi Gompertz pada status hidup gabungan?
2. Bagaimana hasil perhitungan nilai akumulasi anuitas asuransi jiwa dwiguna berjangka n tahun berdasarkan distribusi Gompertz pada status hidup gabungan?

1.2.2 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Kasus gabungan diasumsikan untuk dua orang/individu dalam satu polis.
2. Asumsi mortalitas yang digunakan berdasarkan hukum mortalitas Gompertz.
3. Tabel mortalitas yang digunakan adalah Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) IV tahun 2019.
4. Jangka waktu pertanggungan asuransi dibatasi untuk $n = 10$ dan $n = 15$ tahun.
5. Usia/peluang hidup tertanggung diasumsikan saling bebas.
6. Suku bunga yang digunakan adalah suku bunga tetap sebesar 6%.

1.3 Tujuan dan Manfaat Penelitian

1.3.1 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang telah dirumuskan, tujuan penelitian adalah sebagai berikut :

1. Merumuskan peluang kematian, *force of mortality*, nilai tunai anuitas hidup dan nilai akumulasi asuransi jiwa dwiguna berjangka n tahun berdasarkan distribusi Gompertz pada status hidup gabungan.
2. Menentukan nilai akumulasi anuitas asuransi jiwa dwiguna berjangka n tahun berdasarkan distribusi Gompertz pada status hidup gabungan.

1.3.2 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menambah pengetahuan dan wawasan penulis dan pembaca mengenai ilmu matematika khususnya pada implementasinya dalam bidang perasuransian.
2. Menambah keterampilan dalam menerapkan teori-teori yang telah diperoleh dalam perkuliahan maupun yang diperoleh dari studi mandiri.
3. Sebagai bahan referensi dalam kajian keilmuan matematika.

1.4 Landasan Teori

1.4.1 Definisi Asuransi

Asuransi merupakan salah satu cara umum yang dilakukan oleh individu atau sekelompok orang dengan tujuan mengurangi risiko tidak terduga yang dapat terjadi di masa yang akan datang. Perusahaan asuransi adalah lembaga yang memberikan perlindungan finansial kepada individu atau sekelompok orang melalui perjanjian tertulis yang disebut polis. Polis atau akta perjanjian memuat secara rinci kondisi dan persyaratan termasuk hak dan kewajiban yang harus dipenuhi kedua belah pihak (Suryanto, 2019).

Berdasarkan Undang-Undang RI Nomor 2 Tahun 1992 tentang usaha perasuransian, asuransi atau pertanggungan adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih yang pihak penanggung mengikatkan diri kepada tertanggung dengan menerima premi asuransi untuk memberikan penggantian kepada tertanggung karena kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin akan diderita tertanggung, yang timbul akibat suatu peristiwa yang tidak pasti, atau untuk memberikan suatu pembayaran yang didasarkan atas meninggal atau hidupnya seseorang yang dipertanggungkan. Yang dimaksud "penanggung" dalam definisi ini adalah suatu badan usaha asuransi yang memenuhi ketentuan UU No. 2 Tahun 1992.

1.4.2 Asuransi Jiwa

Asuransi jiwa merupakan jenis asuransi berbentuk kerja sama yang bertujuan menanggung atau mengurangi risiko berupa kerugian finansial yang tak terduga atas kematian tertanggung dengan memberikan pembayaran sejumlah uang tertentu sesuai dengan ketentuan dalam polis asuransi. Berdasarkan jumlah tertanggung, asuransi jiwa dibagi menjadi dua yaitu asuransi jiwa tunggal (*single-life*) dan asuransi jiwa kelompok (*multi-life*). Sedangkan jenis asuransi berdasarkan jangka waktu perlindungan yang diberikan yaitu, asuransi jiwa seumur hidup (*whole life insurance*), asuransi jiwa berjangka (*term life insurance*), asuransi jiwa dwiguna murni (*pure endowment insurance*), dan asuransi jiwa dwiguna (*endowment life insurance*) (Bowers et al., 1997).

1.4.3 Asuransi Jiwa Dwiguna

Asuransi jiwa dwiguna adalah jenis asuransi di mana ahli waris menerima santunan jika tertanggung meninggal dunia sebelum jangka waktu perlindungan berakhir. Namun, jika tertanggung tetap hidup selama waktu yang disepakati, tertanggung akan tetap menerima sejumlah uang santunan. Asuransi jiwa dwiguna merupakan gabungan antara asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna murni (Widuri & Sari, 2023).

1.4.4 Fungsi Asuransi Jiwa

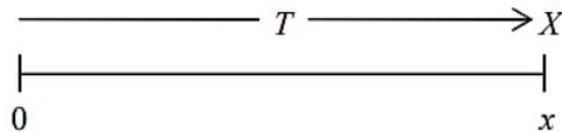
Menurut (Salim, 2007), fungsi asuransi jiwa adalah sebagai berikut:

1. Tujuan pertanggungans jiwa adalah mengadakan jaminan bagi masyarakat, yaitu mengambil alih semua beban risiko dari tiap-tiap individu. Bilamana ditanggung sendiri akan terlalu berat, maka lebih baik dipindahkan kepada perusahaan asuransi jiwa. Untuk mengambil alih risiko dari masyarakat yang mengikuti asuransi, oleh perusahaan asuransi dipungut suatu pembayaran yang relatif lebih rendah (pembayaran premi).
2. Dari sudut pembangunan, perusahaan asuransi mempunyai tugas lain yaitu sebagai lembaga yang mengumpulkan dana (*fund/premium*) dan dana tersebut dapat diinvestasikan dalam lapangan pembangunan ekonomi, seperti: industri-industri, perkebunan, dan lain-lain. Dengan jalan demikian, adanya asuransi bisa untuk membangun perekonomian nasional.
3. Dari sudut pekerjaan, perusahaan asuransi memberikan bantuan kepada publik, dengan memberikan kesempatan kepada buruh atau pegawai untuk memperoleh *income* guna kelangsungan hidup mereka sehari-hari.

1.4.5 Model Survival

Suatu model survival secara sederhana merupakan suatu distribusi peluang untuk tipe variabel acak tertentu. Misalkan X menotasikan variabel acak kontinu untuk usia seseorang hingga terjadinya kematian dari suatu kelahiran. Diasumsikan bahwa seseorang lahir pada usia nol (0), sehingga domain dari variabel acak X adalah $X > 0$. Variabel acak X disebut variabel acak usia kematian. Misalkan pula T menotasikan variabel acak kontinu untuk panjang waktu dari usia 0 sampai terjadinya kematian.

Variabel acak T disebut variabel acak sisa usia. Jika kematian terjadi tepat saat usia x , maka $X = x$ dan $T = x$ (Cunningham et al., 2006).



1.4.6 Fungsi Survival

Apabila fungsi distribusi kumulatif variabel acak usia kematian X adalah $F_X(x)$, yang berarti peluang seseorang akan meninggal sebelum mencapai usia x tahun, maka dapat dituliskan (Cunningham et al., 2006)

$$F_X(x) = \Pr(X \leq x), \quad x \geq 0. \quad (1.1)$$

Selanjutnya didefinisikan fungsi distribusi survival untuk variabel acak usia kematian X dinotasikan $S_X(x)$ sebagai suatu peluang yang menyatakan bahwa seseorang akan bertahan hidup mencapai usia x tahun, yaitu

$$S_X(x) = \Pr(X > x) = 1 - F_X(x), \quad x \geq 0. \quad (1.2)$$

Dengan asumsi peluang seseorang yang lahir kemudian meninggal pada usia 0 tahun adalah nol, yaitu $F_0(0) = 0$, maka diperoleh $s(0) = 1$ artinya peluang seseorang yang lahir dan akan tetap hidup pada usia 0 tahun adalah 1.

1.4.7 Peluang Kematian

Peluang bahwa seseorang yang baru lahir akan meninggal antara usia x dan t , dimana nilai $x < t$ menurut Cunningham et al., (2006) dapat dituliskan seperti berikut:

$$\Pr(x < X \leq t) = F_X(t) - F_X(x) \quad (1.3)$$

atau

$$\Pr(x < X \leq t) = S_X(x) - S_X(t). \quad (1.4)$$

Peluang bersyarat bahwa seseorang yang baru lahir akan meninggal antara usia x dan t dengan syarat orang tersebut masih hidup sampai usia x , maka persamaannya dapat dituliskan seperti (Bowers et al., 1997)

$$\Pr(x < X \leq t | X > x) = \frac{F_X(t) - F_X(x)}{1 - F_X(x)} \quad (1.5)$$

atau

$$\Pr(x < X \leq t | X > x) = \frac{S_X(x) - S_X(t)}{S_X(x)}. \quad (1.6)$$

Asumsikan seseorang berusia x tahun, dinotasikan (x) , dengan sisa usia $T(x) = X - x$. Peluang seseorang tersebut akan meninggal sebelum mencapai usia $x + t$, dinotasikan ${}_tq_x$ adalah (Gerber, 1997)

$${}_tq_x = \Pr(T(x) \leq t), \quad t \geq 0 \quad (1.7)$$

sehingga peluang seseorang berusia (x) tahun akan bertahan hidup mencapai usia $x + t$ tahun dinotasikan ${}_tp_x$ adalah

$${}_tp_x = 1 - {}_tq_x = 1 - \Pr(T \leq t) = \Pr(T > t). \quad (1.8)$$

Jika $t = 1$, maka

$${}_1q_x = \Pr(T \leq 1) \quad (1.9)$$

$$\text{dan } {}_1p_x = \Pr(T > 1). \quad (1.10)$$

1.4.8 Force of Mortality

Misalkan $f_X(x)$ menotasikan fungsi kepadatan peluang variabel acak usia kematian X dari fungsi distribusi $F_X(x)$, yaitu $f_X(x) = F'_X(x)$. Untuk setiap usia x , fungsi kepadatan peluang bersyarat dari X pada tepat usia x , dinotasikan μ_x , adalah (Bowers et al., 1997)

$$\mu_x = \frac{f_X(x)}{1 - F_X(x)} \quad (1.11)$$

$$\mu_x = \frac{-S'_X(x)}{S_X(x)} \quad (1.12)$$

dalam ilmu aktuaria μ_x disebut *force of mortality*.

1.4.9 Distribusi Gompertz

Asumsi distribusi Gompertz yang diperkenalkan oleh seorang matematikawan Inggris Benjamin Gompertz. Dalam menyatakan teorinya, Gompertz menggunakan *force of mortality* disimbolkan μ_x sebagai ukuran rentannya seseorang terhadap kematian, yaitu (Bowers et al., 1997)

$$\mu_x = Bc^x \quad (1.13)$$

Dengan $B > 0, c > 1, x \geq 0$, konstanta B mewakili tingkat kematian secara umum, c merupakan pertumbuhan spesifik tingkat kematian dan x merupakan usia. Asumsi Gompertz kemudian dikembangkan untuk membentuk suatu distribusi dengan mengikuti definisi (Koppelaar, 2000)

DEFINISI

Distribusi Gompertz $G(x|\mu, \sigma)$ dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ didefinisikan sebagai berikut

$$G(x|\mu, \sigma) = W\left(\frac{x-a}{b}\right)$$

Dimana $W(x) = 1 - e^{-e^x}$ dan konstanta a dan b memenuhi

$$\sigma = \frac{\pi}{\sqrt{6}} b \text{ dan } \mu = a - b\gamma$$

atau

$$b = \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{6} \text{ dan } a = \mu + b\gamma. \quad (1.14)$$

Kemudian dengan menggunakan fungsi komposisi maka,

$$G(x|\mu, \sigma) = W\left(\frac{x-a}{b}\right) = 1 - e^{-e^{\frac{x-a}{b}}} = 1 - (e^{-e^{\frac{-a}{b}}})e^{\frac{x}{b}} = 1 - (e^{-e^{\frac{-a}{b}}})e^{(\frac{1}{b})x}.$$

Dimana g adalah parameter tingkat pertumbuhan eksponensial dengan rumus

$$g = e^{-e^{\left(-\frac{a}{b}\right)}} \text{ dan } c = e^{\left(\frac{1}{b}\right)} \quad (1.15)$$

sehingga diperoleh

$$G(x|\mu, \sigma) = 1 - g^{c^x}.$$

Untuk menentukan peluang hidup distribusi Gompertz akan diuraikan menggunakan persamaan umum:

$${}_t p_x = e^{-\int_x^{x+t} \mu_s ds}. \quad (1.16)$$

Selanjutnya substitusikan persamaan (1.13) ke persamaan (1.16) dan diperoleh uraian persamaan berikut :

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= e^{-\int_x^{x+t} Bc^s ds} \\ {}_t p_x &= e^{-\frac{B(c^{x+t}-c^x)}{\ln c}} \\ {}_t p_x &= e^{\ln g(c^{x+t}-c^x)} \\ {}_t p_x &= e^{\ln g(c^x)(c^t-1)} \\ {}_t p_x &= g^{c^x(c^t-1)} \\ {}_t p_x &= g^{c^x(c^t-1)}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Hasil uraian persamaan di atas juga telah sesuai dengan penelitian (Aditya dkk., 2014) yang menuliskan peluang hidup distribusi Gompertz seperti persamaan (1.17). Kemudian dapat ditentukan peluang hidup gabungan dari dua orang yang berusia x dan y tahun dengan asumsi usia keduanya saling bebas akan hidup paling sedikit t tahun adalah (Futami, 1994):

$${}_t p_{xy} = {}_t p_x \times {}_t p_y$$

$${}_t p_{xy} = g^{c^x(c^t-1)} g^{c^y(c^t-1)}$$

$${}_t p_{xy} = g^{c^x(c^t-1)+c^y(c^t-1)}$$

$${}_t p_{xy} = g^{(c^x+c^y)(c^t-1)}. \quad (1.18)$$

Peluang seseorang berusia x tahun akan meninggal pada jangka waktu t tahun adalah:

$${}_t q_x = 1 - {}_t p_x = 1 - g^{c^x(c^t-1)} \quad (1.19)$$

sehingga untuk peluang kematian gabungan dari dua orang yang berusia x dan y adalah:

$${}_t q_{xy} = 1 - {}_t p_{xy} = 1 - g^{(c^x+c^y)(c^t-1)}. \quad (1.20)$$

1.4.10 Anuitas Hidup

Anuitas merupakan suatu rangkaian pembayaran tetap yang dilakukan oleh pihak tertanggung (nasabah asuransi) kepada pihak penanggung (perusahaan asuransi) secara berkala dalam jumlah tertentu dan pada jangka waktu tertentu. Atau dengan kata lain, anuitas adalah sederetan pembayaran premi yang dibayarkan oleh tertanggung. Anuitas dibagi menjadi dua berdasarkan sistem pembayarannya yaitu *annuity due*, dan *annuity immediate*. *Annuity due* adalah anuitas yang pembayarannya dilakukan di awal periode, sedangkan *annuity immediate* pembayarannya dilakukan di akhir periode. Total nilai dari serangkaian pembayaran anuitas disebut dengan nilai akumulasi (Andiraja & Fadli, 2015).

Anuitas hidup terdiri atas rangkaian pembayaran yang dilakukan ketika penerima manfaat masih hidup. Dengan demikian, anuitas hidup dapat direpresentasikan sebagai suatu anuitas pasti dengan jangka waktu bergantung pada waktu sisa hidup (Gerber, 1997).

Nilai sekarang dari variabel acak present value disimbolkan Y untuk anuitas hidup berjangka n -tahun sebesar 1 per tahun, dibayarkan secara kontinu selama (x) bertahan hidup sampai n tahun kemudian adalah (Bowers et al., 1997)

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{T|}, & 0 \leq T < n \\ \ddot{a}_{n|}, & T \geq n. \end{cases} \quad (1.21)$$

Actuarial present value untuk anuitas hidup berjangka n tahun adalah

$$\ddot{a}_{x:n|} = E[Y] = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x. \quad (1.22)$$

Dengan v melambangkan faktor diskon dan i merupakan tingkat bunga majemuk dapat dinyatakan dalam bentuk berikut (Bowers et al., 1997)

$$v = (1 + i)^{-1}. \quad (1.23)$$

Sehingga dapat diketahui nilai anuitas hidup gabungan untuk dua orang yang berusia x dan y tahun (Andiraja & Fadli, 2015)

$$\ddot{a}_{xy:n|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x {}_t p_y \quad (1.24)$$

$$\ddot{a}_{xy:n} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{xy}. \quad (1.25)$$

1.4.11 Nilai Akumulasi Anuitas Hidup

Menurut Andiraja & Fadli (2015) nilai akumulasi anuitas adalah total nilai dari serangkaian pembayaran pada waktu tertentu. Sementara nilai akumulasi anuitas hidup merupakan total nilai dari serangkaian pembayaran pada waktu tertentu dengan memperhitungkan peluang hidup seseorang. Nilai akumulasi anuitas awal asuransi dalam jangka waktu n tahun untuk usia tertanggung x dan tingkat bunga i , secara umum dinyatakan dengan:

$$\ddot{S}_{x:n} = (1+i)^n \cdot \ddot{a}_{x:n}. \quad (1.26)$$

Kemudian untuk nilai akumulasi anuitas hidup gabungan dari dua orang berusia x, y tahun adalah sebagai berikut

$$\ddot{S}_{xy:n} = (1+i)^n \cdot \ddot{a}_{xy:n}. \quad (1.27)$$

Penerapannya dapat digunakan untuk menghitung total nilai akumulasi premi untuk setiap nasabah dengan menggunakan rumus persamaan berikut:

$$\text{Total nilai akumulasi premi} = \text{premi per periode} \times \ddot{S}_{x:n} \quad (1.28)$$

dan untuk total nilai akumulasi premi untuk dua nasabah dengan menggunakan rumus berikut:

$$\text{Total nilai akumulasi premi} = \text{premi per periode} \times \ddot{S}_{xy:n}. \quad (1.29)$$

BAB II METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Pendekatan dan Jenis Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kuantitatif. Jenis penelitian yang digunakan adalah studi literatur, yaitu dengan mempelajari berbagai literatur terkait topik penelitian, dalam hal ini mengenai asuransi jiwa.

2.2 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan mulai dari Desember 2023. Tempat penelitian yaitu Laboratorium matematika terapan Departemen Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin.

2.3 Data dan Sumber Data

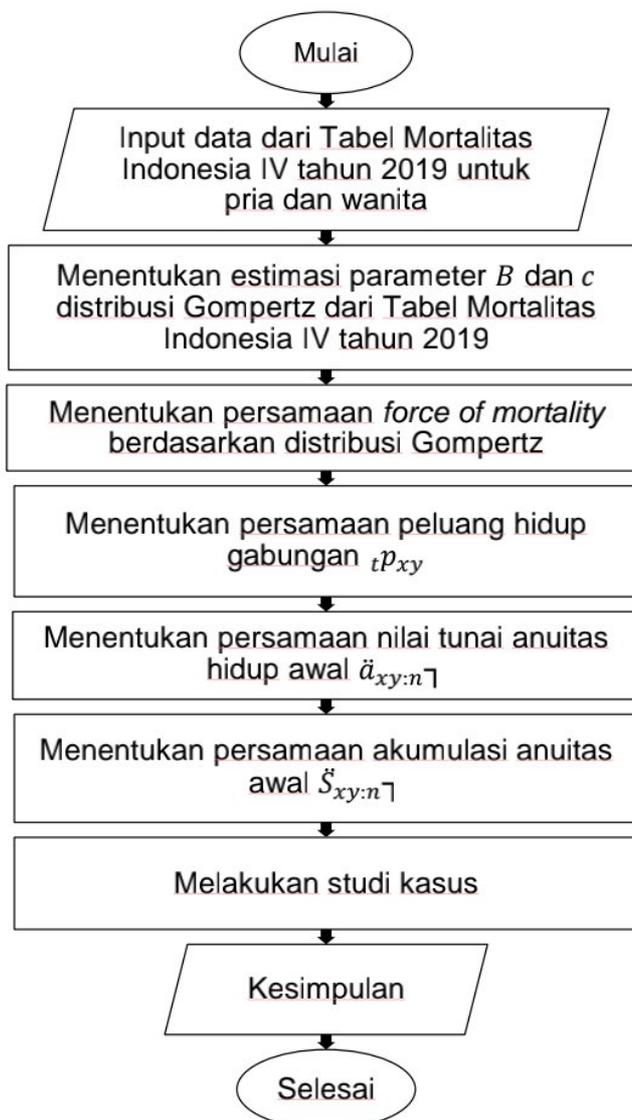
Penelitian ini akan menggunakan sumber data sekunder yaitu data yang diperoleh tidak langsung dari objek penelitian dan beberapa referensi. Data sekunder yang digunakan dalam penelitian ini diambil dari website Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) berupa Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) IV tahun 2019 dan data premi dari perusahaan asuransi jiwa BNI yang terdaftar dan diawasi oleh OJK. Suku bunga tetap sebesar 6% sesuai dengan hasil rapat Dewan Gubernur Bank Indonesia pada 20-21 Desember 2023 dari sumber website resmi Bank Indonesia <https://www.bi.go.id>.

2.4 Tahapan Penelitian

Adapun tahapan penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Input data dari Tabel Mortalitas Indonesia IV tahun 2019 untuk pria dan wanita.
2. Menentukan estimasi parameter B dan c distribusi Gompertz dari Tabel Mortalitas Indonesia IV tahun 2019.
3. Menentukan persamaan *force of mortality* berdasarkan distribusi Gompertz.
4. Menentukan persamaan peluang hidup gabungan berdasarkan distribusi Gompertz.
5. Menentukan persamaan nilai tunai anuitas hidup awal berdasarkan distribusi Gompertz.
6. Menentukan persamaan akumulasi anuitas awal berdasarkan distribusi Gompertz.
7. Melakukan studi kasus dengan menggunakan asuransi BNI *Life Steady Protection+* dengan mengasumsikan profil usia masuk minimal 35 tahun dan usia maksimal 60 tahun dengan masa asuransi selama 10 dan 15 tahun.

Langkah-langkah tahapan penelitian juga dapat dilihat pada alur kerja penelitian berikut ini:



Gambar 1. Alur Kerja Penelitian