

**PERBANDINGAN METODE JUMAN-HOQUE DAN SUMATHI-SATHIYA  
DALAM MEMINIMUMKAN BIAYA DISTRIBUSI AIR MINUM DALAM  
KEMASAN**



**SULFINA EKA RAHAYU**

**H011201046**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**2024**

**PERBANDINGAN METODE JUMAN-HOQUE DAN SUMATHI-SATHIYA  
DALAM MEMINIMUMKAN BIAYA DISTRIBUSI AIR MINUM DALAM  
KEMASAN**

**SULFINA EKA RAHAYU**

**H011201046**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2024**

**PERBANDINGAN METODE JUMAN-HOQUE DAN SUMATHI-SATHIYA  
DALAM MEMINIMUMKAN BIAYA DISTRIBUSI AIR MINUM DALAM  
KEMASAN**

**SULFINA EKA RAHAYU**

**H011201046**

Skripsi

sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar sarjana

Program Studi Matematika

pada

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2024**

**SKRIPSI**  
**PERBANDINGAN METODE JUMAN-HOQUE DAN SUMATHI-SATHIYA**  
**DALAM MEMINIMUMKAN BIAYA DISTRIBUSI AIR MINUM DALAM**  
**KEMASAN**

**SULFINA EKA RAHAYU**

**H011201046**

Skripsi,

telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Sarjana Sains pada tanggal 11  
Juni 2024 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan  
pada

Program Studi Matematika  
Departemen Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Hasanuddin  
Makassar

Mengesahkan:

Pembimbing tugas akhir,



Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc  
NIP. 19680114 199412 1 001

Mengetahui:

Ketua Program Studi



Dr. Firman, S.Si, M.Si  
NIP. 19680429 200212 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa, skripsi berjudul "Perbandingan Metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya dalam Meminimumkan Biaya Distribusi Air Minum dalam Kemasan" adalah benar karya saya dengan arahan dari Bapak Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc. sebagai Pembimbing. Karya ilmiah ini belum diajukan dan tidak sedang diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka skripsi ini. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini adalah karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut berdasarkan aturan yang berlaku.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta (hak ekonomis) dari karya tulis saya berupa skripsi ini kepada Universitas Hasanuddin.

Makassar, 11 Juni 2024



Sulfina Eka Rahayu  
NIM H011201046

## UCAPAN TERIMA KASIH

Segala puji dan syukur kehadirat Allah Swt. atas segala karunia kesehatan dan keselamatan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Perbandingan Metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathlya dalam Meminimumkan Biaya Distribusi Air Minum dalam Kemasan" dengan baik. Penulis menyadari penyelesaian skripsi ini tidak dapat terlepas dari bantuan dan bimbingan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya, terutama kepada kedua orang tua penulis yang senantiasa memberikan dukungan, cinta, kasih sayang, dan doa yang tiada hentinya. Dalam kesempatan ini pula, penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih kepada:

1. Bapak **Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc.** selaku Rektor Universitas Hasanuddin, Bapak **Dr. Eng Amiruddin, S.Si., M.Si.** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, serta Bapak **Dr. Firman, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Departemen Matematika.
2. Seluruh **Dosen** dan **Staf** Departemen Matematika yang telah memberikan ilmunya kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika.
3. Bapak **Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.** selaku dosen pembimbing utama atas kesedian dan kesabarannya dalam membimbing dan memberikan arahan kepada penulis, serta meluangkan banyak waktu sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
4. Bapak **Prof. Dr. Jeffry Kusuma, Ph.D.** selaku penasehat akademik sekaligus dosen penguji serta Ibu **Prof. Aidawayati Rangkuti, M.S.** selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
5. Pihak perusahaan **CV Matahari Terbit** yang telah melayani penulis dengan baik selama proses pengambilan data penelitian.
6. Sahabat penulis **Lisa, Mona, Wulan, Ica, dan Ummul** yang senantiasa menjadi pendengar seluruh keluh kesah dan bersedia membantu penulis dalam hal apapun.
7. Teman-teman **Matematika 2020** dan **MIPA 2020** yang telah mendukung dan berjuang bersama selama masa perkuliahan.
8. Seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, yang telah membantu dan memberikan dukungan dalam bentuk apapun.

Akhir kata, penulis berharap semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan bernilai ibadah dan mendapat balasan dari Allah Swt. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi siapa saja yang membacanya.

Penulis,



Sulfina Eka Rahayu

## ABSTRAK

Distribusi merupakan proses penyaluran barang atau jasa dari sumber (produsen) ke suatu tujuan (konsumen). Proses ini membutuhkan perencanaan yang baik, untuk menghindari pengeluaran biaya yang tidak perlu. Solusi terbaik yang diketahui untuk meningkatkan efisiensi sekaligus meminimumkan biaya adalah dengan menggunakan metode transportasi. Metode transportasi merupakan metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama ke berbagai daerah tujuan secara optimal. Untuk memperoleh biaya distribusi minimum masalah transportasi, dimulai dengan penentuan solusi awal yang dilanjutkan dengan menentukan solusi optimal. Pada penelitian ini dilakukan perbandingan antara dua metode penentuan solusi awal yaitu metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya yang dilanjutkan dengan menentukan solusi optimal dengan metode *Modified Distribution*. Tujuan dari penelitian ini untuk memperoleh biaya distribusi minimum serta untuk mengetahui metode yang memberikan hasil lebih baik dalam penyelesaian masalah transportasi Air Minum dalam Kemasan pada CV Matahari Terbit. Dari hasil perhitungan diperoleh total biaya minimum yang diperoleh dengan menggunakan metode Juman-Hoque adalah sebesar Rp 7.302.000 dan metode Sumathi-Sathiya adalah sebesar Rp 7.232.500. Dalam masalah transportasi pada CV Matahari Terbit metode Sumathi-Sathiya memberikan biaya distribusi yang lebih minimum dibandingkan metode Juman-Hoque.

Kata kunci: metode transportasi; metode Juman-Hoque; metode Sumathi-Sathiya

## ABSTRACT

*Distribution is the process of channeling goods or services from a source (producer) to a destination (consumer). This process requires good planning, to avoid unnecessary costs. The best known solution to improve efficiency while minimizing costs is to use transportation methods. The transportation method is a method used to optimally organize the distribution of sources that provide the same product to various destination areas. To obtain the minimum distribution cost of transportation problems, starting with determining the initial solution followed by determining the optimal solution. In this study, a comparison was made between two methods of determining the initial solution, namely the Juman-Hoque and Sumathi-Sathiya methods followed by determining the optimal solution using the Modified Distribution method. The purpose of this study is to obtain the minimum distribution cost and to find out which method gives better results in solving the problem of bottled drinking water transportation at CV Matahari Terbit. From the calculation results, the total minimum cost obtained using the Juman-Hoque method is Rp 7.302.000 and the Sumathi-Sathiya method is Rp 7.232.500. In the transportation problem at CV Matahari Terbit, the Sumathi-Sathiya method provides a minimum distribution cost compared to the Juman-Hoque method.*

*Keywords: transportation method; Juman-Hoque method; Sumathi-Sathiya method*



## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	ii
PERNYATAAN PENGAJUAN.....	iii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iv
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI DAN PELIMPAHAN HAK CIPTA.....	v
UCAPAN TERIMA KASIH.....	vi
ABSTRAK .....	vii
ABSTRACT .....	viii
DAFTAR ISI .....	ix
DAFTAR TABEL .....	xi
DAFTAR GAMBAR .....	xii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan Penelitian .....	2
1.4 Batasan Masalah .....	2
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Landasan Teori.....	3
1.6.1 Riset Operasi .....	3
1.6.2 Program Linear .....	4
1.6.3 Metode Transportasi.....	5
1.6.4 Metode Juman-Hoque .....	9
1.6.5 Metode Sumathi-Sathiya .....	10
1.6.6 <i>Modified Distribution</i> (MODI) .....	11
BAB II METODOLOGI PENELITIAN .....	13

2.1 Jenis Penelitian .....	13
2.2 Jenis dan Sumber Data .....	13
2.3 Teknik Analisis Data .....	13
2.4 Alur Kerja .....	15
<b>BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>16</b>
3.1 Hasil Penelitian .....	17
3.1.1 Penyelesaian dengan Metode Juman-Hoque.....	21
3.1.2 Penyelesaian dengan Metode Sumathi-Sathiya.....	27
3.2 Pembahasan .....	40
<b>BAB IV KESIMPULAN .....</b>	<b>41</b>
4.1 Kesimpulan.....	41
4.2 Saran .....	41
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>42</b>

## DAFTAR TABEL

Nomor Urut	Halaman
1. Tabel Transportasi .....	7
2. Rata-rata Persediaan AMDK per Bulan .....	17
3. Rata-rata Permintaan Konsumen AMDK per Bulan .....	18
4. Data Biaya Distribusi AMDK per Kardus (Rp) .....	18
5. Tabel Transportasi Pendistribusian AMDK .....	19
6. Identifikasi Biaya Terkecil Setiap Kolom .....	21
7. Pengalokasian Awal .....	21
8. Identifikasi Baris Terpenuhi .....	22
9. Selisih Biaya Terkecil .....	22
10. Transfer kuantitas pada kolom 1 .....	23
11. Identifikasi Kembali Baris Tak Terpenuhi .....	23
12. Tabel Transportasi Awal dengan Metode Juman-Hoque .....	25
13. Tabel Transportasi Awal .....	27
14. Jumlah Biaya Setiap Baris dan Kolom .....	28
15. Jumlah Biaya Terkecil .....	28
16. Iterasi 1 .....	29
17. Iterasi 2 .....	29
18. Iterasi 3 .....	29
19. Iterasi 4 .....	30
20. Iterasi 5 .....	30
21. Iterasi 6 .....	31
22. Iterasi 7 .....	31
23. Iterasi 8 .....	32
24. Iterasi 9 .....	32
25. Iterasi 10 .....	32
26. Iterasi 11 .....	33
27. Iterasi 12 .....	33
28. Hasil Iterasi Metode Sumathi-Sathiya .....	34
29. Penentuan nilai Xij dan Yij .....	34
30. Hasil Pengalokasian dengan Metode Sumathi-Sathiya .....	35
31. Tabel Transportasi Awal dengan Metode Sumathi-Sathiya .....	36
32. Alokasi Perbaikan pada I23 .....	37
33. Hasil Perbaikan pada I23 .....	38
34. Perbandingan Metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya .....	40

**DAFTAR GAMBAR**

Nomor urut	Halaman
1. Transportasi dari Sumber ke Tujuan.....	6
2. Alur Kerja Penelitian.....	15
3. Peta Tujuan Pendistribusian AMDK.....	16
4. Alur Pendistribusian .....	19

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Distribusi diartikan sebagai proses penyaluran barang atau jasa dari sumber (produsen) ke suatu tujuan (konsumen) (Ibnas *et al.*, 2019). Dalam proses penyaluran ini, terdapat biaya yang dikeluarkan baik itu untuk alat transportasi maupun biaya operasional dalam proses pendistribusian. Proses ini memiliki dampak yang cukup signifikan dalam keseluruhan operasional perusahaan, sehingga membutuhkan perencanaan yang baik, untuk menghindari pengeluaran biaya yang tidak perlu.

Perencanaan pendistribusian sering kali hanya mengandalkan penilaian dan pengalaman pribadi, sehingga pendekatan ini dianggap tidak optimal karena bersifat subjektif dan dapat menimbulkan adanya perbedaan pendapat (Rangkuti, A. 2022). Beberapa keterbatasan dari metode ini meliputi kurang mampu dalam mengatasi kasus yang lebih kompleks, serta tidak adanya pencegahan munculnya suatu masalah, biasanya hanya mampu menangani masalah yang mungkin saja memerlukan biaya yang lebih besar lagi. Pemanfaatan teknologi dan matematika dalam melakukan pendistribusian dapat memberikan hasil lebih efektif dan efisien. Solusi terbaik yang diketahui untuk meningkatkan efisiensi sekaligus mengurangi atau meminimalkan biaya adalah dengan menggunakan metode transportasi (Sumathi & Bama, 2019).

Menurut Febriansah & Prasajo (2018) metode transportasi merupakan metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama (komoditas tunggal) ke berbagai daerah tujuan secara optimal dengan biaya termurah. Karena biaya yang dikeluarkan dalam pengiriman barang dari suatu sumber tertentu ke tujuan tertentu tidak sama, maka pengiriman barang harus diatur sedemikian rupa agar biaya distribusi dapat lebih minimum. Untuk menyelesaikan masalah transportasi ini terdapat beberapa model penyelesaian, yang masing-masing memiliki tujuan untuk mengoptimalkan nilai minimum maupun nilai maksimum. Untuk memperoleh biaya distribusi minimum masalah transportasi, dimulai dengan menentukan solusi awal (*initial feasible solution*). Dengan demikian, solusi layak awal bertindak sebagai fondasi bagi teknik solusi biaya distribusi minimum untuk masalah ini (Juman & Hoque, 2015). Penyelesaian solusi awal dapat menggunakan beberapa metode seperti *North West Corner* (NWC), biaya terendah (*Least Cost*), *Vogel's Approximation Method* (VAM). Sedangkan untuk memperoleh solusi optimal dapat menggunakan metode *Stepping Stone* dan metode *Modified Distribution* (MODI).

Pada 2015, Juman dan Hoque mengusulkan suatu metode untuk mendapatkan solusi awal yang memberikan hasil lebih optimal, dengan nama metode Juman-Hoque. Indrawan *et al.*, (2021) menerapkan metode tersebut dan menemukan bahwa solusi awal dengan metode Juman-Hoque cenderung mendekati bahkan sama dengan nilai

solusi optimal setelah dilakukan uji optimalitas dengan metode uji potensial. Selain itu, pada 2019 P. Sumathi dan C.V.Sathiya Bama juga mengusulkan suatu metode penentuan solusi awal yang kemudian dikenal dengan nama metode Sumathi-Sathiya. Penelitian terkait metode tersebut dilakukan Alfian *et al.*, (2023) yang memperoleh solusi awal dengan Sumathi-Sathiya memberikan solusi yang lebih minimum dibandingkan dengan metode lainnya setelah dioptimalkan dengan MODI. Berdasarkan penelitian, metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya, keduanya memberikan hasil yang mendekati solusi optimal. Untuk itu, dilakukan perbandingan antara kedua metode tersebut untuk mengetahui metode yang memberikan biaya distribusi paling minimum dalam penyelesaian masalah transportasi. Kemudian dilakukan uji optimal dengan menggunakan metode *Modified Distribution* untuk memastikan solusi yang diperoleh dari kedua metode tersebut.

Berdasarkan uraian tersebut, maka dilakukan penelitian untuk mencari biaya distribusi minimum dengan metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya dalam satu penelitian yang membahas tentang pendistribusian Air Minum dalam Kemasan (AMDK). Penelitian ini akan dituangkan dalam Tugas Akhir berjudul **“Perbandingan Metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya dalam Meminimumkan Biaya Distribusi Air Minum dalam Kemasan”**

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas menimbulkan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana penerapan metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya dalam meminimumkan biaya distribusi AMDK pada CV Matahari Terbit?
2. Berapa perbandingan total biaya minimum yang dihasilkan dari metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya dalam menyelesaikan masalah transportasi pada CV Matahari Terbit?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Menerapkan metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya untuk meminimumkan biaya distribusi AMDK pada CV Matahari Terbit.
2. Memperoleh hasil perbandingan total biaya minimum dengan menggunakan metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya dalam meminimumkan biaya distribusi AMDK pada CV Matahari terbit

## 1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini menggunakan data pendistribusian rata-rata produk AMDK pada CV Matahari Terbit dalam kurun waktu satu bulan.

2. Uji optimal dengan metode *Modified Distribution* (MODI).
3. Analisis perbandingan yang digunakan pada metode ini berdasarkan total biaya minimum yang dihasilkan.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Tugas akhir ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi peneliti, dapat meningkatkan pengetahuan dan pemahaman tentang penerapan metode transportasi dalam pengoptimalan biaya distribusi, khususnya dengan menggunakan metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya.
2. Bagi pembaca, dapat digunakan sebagai sumber informasi, referensi, dan bahan perbandingan untuk penelitian lain yang sejenis.
3. Bagi perusahaan, dapat digunakan sebagai informasi tambahan dan masukan dalam pengoptimalan biaya distribusi untuk mendapatkan keuntungan maksimum.

## 1.6 Landasan Teori

### 1.6.1 Riset Operasi

Riset operasi pertama kali diperkenalkan di Inggris tepatnya di Bowsdey pada tahun 1940 oleh Mc Closky dan Treffthen sebagai hasil studi operasi militer selama Perang Dunia II. Riset Operasi berkembang dengan cepat di Amerika Serikat setelah terjadinya Perang Dunia II. Hal ini terjadi karena adanya beberapa ahli yang berkontribusi dalam pemecahan masalah riset operasi secara matematis dan muncul beberapa peralatan riset operasi standar yaitu metode simpleks untuk memecahkan masalah program linear (Meflinda & Mahyarni, 2011).

Secara harfiah, riset operasi terdiri dari dua kata yaitu riset dan operasi. *Research* (riset) diartikan sebagai suatu proses yang terorganisasi dalam mencari kebenaran akan masalah, sedangkan *operations* (operasi) diartikan sebagai tindakan-tindakan yang diterapkan pada suatu masalah. Terdapat beberapa ahli yang telah mendefinisikan riset operasi, sebagai berikut:

- 1) Morse dan Kimball (1951), mendefinisikan riset operasi sebagai metode ilmiah yang memungkinkan para manajer mengambil keputusan mengenai kegiatan yang mereka tangani dengan dasar kuantitatif.
- 2) Churchman, Arkoff, dan Arnoff (1957) mengemukakan pengertian riset operasi sebagai aplikasi metode-metode, teknik-teknik, dan peralatan-peralatan ilmiah dalam menghadapi masalah-masalah yang timbul di dalam operasi perusahaan dengan tujuan ditemukannya pemecahan yang optimum masalah-masalah tersebut.
- 3) Miller dan M.K. Star (1960) mengartikan riset operasi sebagai peralatan manajemen yang menyatukan ilmu pengetahuan, matematika, dan logika dalam

kerangka pemecahan masalah-masalah yang dihadapi sehari-hari, sehingga akhirnya permasalahan tersebut dapat dipecahkan secara optimal.

Dari definisi tersebut, dapat disimpulkan bahwa riset operasi merupakan suatu sistem yang digunakan dalam pengambilan keputusan optimal dalam penyusunan model dari sistem-sistem baik *deterministic* maupun *probabilistic* yang berasal dari kehidupan nyata (Meflinda & Mahyarni, 2011).

Menurut Khurdi, et al., (2024) langkah-langkah dalam memecahkan masalah riset operasi adalah sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah  
Penyelesaian suatu masalah selalu dimulai dengan mendefinisikan atau merumuskan permasalahan. Hal ini harus dilakukan dengan baik, jika tidak demikian akan menyebabkan tidak adanya penyelesaian masalah ataupun penyelesaian menjadi tidak tepat.
2. Pembentukan model  
Pembentukan model harus model yang paling cocok untuk mewakili sistem yang bersangkutan. Model tersebut menjadi ekspresi kuantitatif dari tujuan dan batasan-batasan persoalan dalam bentuk variabel keputusan. Biasanya menggunakan model analitik yang merupakan model matematik yang menghasilkan persamaan, namun jika situasi yang dihadapi rumit maka dikembangkan model simulasi.
3. Pemecahan model  
Penyelesaian suatu model merupakan penerapan dari satu atau lebih teknik-teknik terhadap model. Seringkali, solusi terhadap model merupakan nilai-nilai variabel keputusan yang mengoptimalkan salah satu tujuan dengan nilai fungsi tujuan lain yang dapat diterima.
4. Validasi model  
Model dikatakan valid jika dengan input yang serupa dapat menghasilkan kembali hasil seperti sebelumnya. Metode yang biasa digunakan untuk menguji validitas dari suatu model adalah dengan membandingkan kinerjanya dengan data masa lalu yang tersedia.
5. Implementasi hasil akhir  
Tahap akhir adalah mengimplementasikan hasil model yang telah diuji. Hal ini membutuhkan penjelasan yang hati-hati mengenai solusi yang digunakan dan hubungannya dengan realitas.

### 1.6.2 Program Linear

Menurut Syaifuddin (2011), program linear merupakan suatu teknik yang dapat digunakan untuk membantu pengambilan keputusan alokasi sumber daya-sumber daya yang terbatas dan langka secara optimum. Program linear di antara setiap bidang



memiliki perbedaan, namun ada empat hal secara umum yang dimiliki oleh semua program linear yaitu:

- 1) Tujuan dari setiap masalah adalah maksimisasi atau minimisasi
- 2) Memiliki *constraint* (fungsi batasan) untuk mencapai tujuan yang diinginkan (fungsi tujuan)
- 3) Terdapat alternatif untuk penyelesaian masalah
- 4) Hubungan matematis adalah linear (Syaifuddin, 2011).

Untuk memecahkan masalah-masalah dengan teknik program linear maka digunakan bentuk dan susunan yang disebut model program linear. Model program linear mempunyai tiga unsur utama, yaitu:

- 1) Variabel keputusan (*decision variables*), yaitu variabel persoalan yang berpengaruh pada nilai tujuan yang akan dicapai.
- 2) Fungsi tujuan (*objective function*), yaitu fungsi yang menjadi tujuan dalam penyelesaian masalah program linear, berkaitan dengan cara mengatur sumber daya yang ada agar optimal untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimum. Disimbolkan dengan  $Z$  dan hanya ada dua kemungkinan, yaitu:
  - a. Maksimumkan  $Z = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$
  - b. Minimumkan  $Z = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- 3) Fungsi batasan atau kendala (*construction function*), yaitu bentuk penyajian batasan kapasitas yang ada dan akan dialokasikan ke berbagai tujuan secara optimal dalam bentuk yang matematis (Meflinda & Mahyarni, 2011).

### 1.6.3 Metode Transportasi

Rangkuti, A. (2022) menyebutkan bahwa persoalan dasar transportasi pada mulanya dikembangkan oleh F. L. Hitchcock pada tahun 1941 dalam studinya yang berjudul: *The distribution of a product from several source to numerous locations*. Kemudian disusul oleh T. C. Koopmans pada awal tahun 1947, yang secara terpisah menerbitkan suatu hasil studi mengenai: *Optimal utilization of the transportation system*.

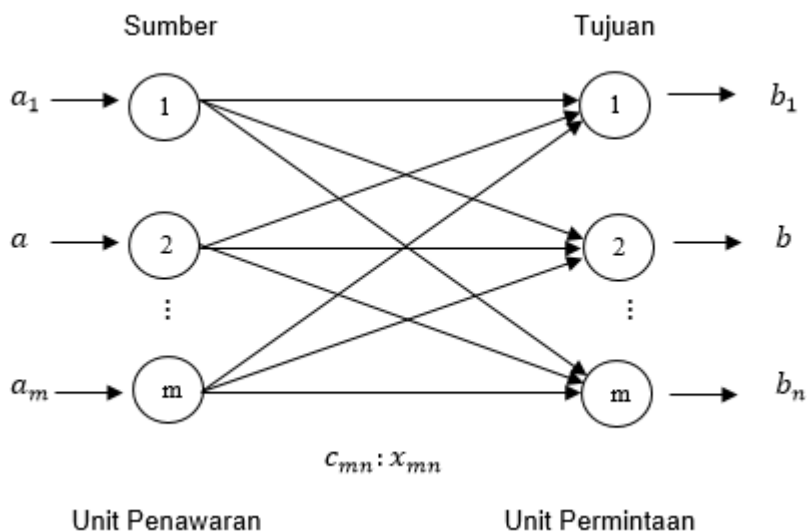
Metode transportasi (*Transportation*) merupakan salah satu bagian dari program linear. Metode transportasi ini membahas tentang bagaimana mengalokasikan pengiriman dari tempat asal ke berbagai tempat tujuan agar biaya distribusi minimum. Karakteristik metode transportasi, yaitu:

- 1) Pемindahan barang dari beberapa sumber ke tempat tujuan dengan biaya semimumimum mungkin
- 2) Setiap sumber dapat mengirimkan barang dengan jumlah tetap dan setiap tujuan mempunyai permintaan yang tetap (harus memenuhi permintaan setiap sumber tanpa melebihi kapasitas produksi) (Meflinda & Mahyarni, 2011).

Persyaratan yang perlu dipenuhi dalam penggunaan metode transportasi, yaitu:

- 1) Tempat asal, berupa pabrik, kapasitas produksi, karyawan, sumber dana, dan sebagainya sesuai dengan masalah yang dihadapi.
- 2) Tempat tujuan, berupa gudang wilayah pemasaran, skedul permintaan, pekerjaan, proyek, dan sebagainya.
- 3) Kapasitas tempat asal dan tempat tujuan.
- 4) Biaya dari tempat asal ke tempat tujuan.
- 5) Adanya keseimbangan kapasitas tempat asal dan tempat tujuan (Meflinda & Mahyarni, 2011).

Berikut proses transportasi antara permintaan (*demand*) dan penawaran (*supply*) dapat dilihat pada gambar 2.1 berikut



**Gambar 1.** Transportasi dari Sumber ke Tujuan

Gambar 1 memperlihatkan jaringan dengan sumber ( $m$ ) dan tujuan ( $n$ ) yang merupakan sebuah model transportasi. Sebuah *node* mewakili sumber dan tujuan, kemudian sumber dan tujuan ini dihubungkan dengan busur (Rangkuti, A. 2022).

- 1) Masing-masing sumber mempunyai kapasitas  $a_i, i = 1, 2, 3, \dots, m$
- 2) Masing-masing tujuan mempunyai kapasitas  $b_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$
- 3)  $x_{ij}$  : jumlah satuan unit yang dikirim dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$
- 4)  $c_{ij}$  : biaya pengiriman per unit dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$  (Rangkuti, A. 2022).

Secara umum, model dalam permasalahan transportasi dapat digambarkan dalam suatu tabel yang menunjukkan sisi penawaran (asal) dan sisi permintaan (tujuan), kapasitas penawaran dan jumlah permintaan serta biaya distribusi dari masing-masing sumber ke masing-masing tujuan, sebagaimana dalam tabel 1 berikut

**Tabel 1.** Tabel Transportasi

Dari \ Ke		Tujuan						Supply (Penawaran)
		1	2	...	j	...	n	
Sumber	1	$X_{11}$	$X_{12}$	...	$X_{1j}$	...	$X_{1n}$	$a_1$
	2	$X_{21}$	$X_{22}$	...	$X_{2j}$	...	$X_{2n}$	$a_2$
	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
	i	$X_{i1}$	$X_{i2}$	...	$X_{ij}$	...	$X_{in}$	$a_i$
	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
	m	$X_{m1}$	$X_{m2}$	...	$X_{mj}$	...	$X_{mn}$	$a_m$
Demand (Permintaan)		$b_1$	$b_2$	...	$b_j$	...	$b_n$	$\sum a_i = \sum b_j$

Menurut Meflinda & Mahyarni (2011) formulasi model transportasi adalah sebagai berikut:

- 1) Fungsi tujuan  $Z$  : mewakili total biaya distribusi untuk setiap rute
- 2) Fungsi kendala I : mewakili *supply*
- 3) Fungsi kendala II : mewakili *demand*

Permasalahan transportasi tersebut dapat dirumuskan dalam bentuk matematika, sebagai berikut:

Fungsi tujuan:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \quad (1)$$

Dengan batasan:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \text{ untuk semua } i \text{ dan } j$$

Dimana:

$Z$  = biaya total distribusi

$X_{ij}$  = jumlah barang yang harus diangkut dari  $i$  ke  $j$

$C_{ij}$  = biaya angkut per unit barang dari  $i$  ke  $j$

$a_i$  = banyaknya barang yang tersedia di tempat asal  $i$

$b_j$  = banyaknya permintaan barang di tempat tujuan  $j$

$m$  = jumlah tempat asal

$n$  = jumlah tempat tujuan

Dari persamaan (2.2) ditetapkan bahwa jumlah pengiriman dari suatu sumber tidak dapat melebihi penawarannya. Dengan demikian persamaan (2.3) mengharuskan bahwa jumlah pengirim ke sebuah tujuan tidak dapat melebihi permintaannya. Jadi, batasan tersebut menyiratkan bahwa penawaran total sama dengan permintaan total (Rangkuti, A. 2022).

Dalam penyelesaian masalah transportasi, terdapat suatu kasus dimana jumlah *supply* dan *demand* tidak sama atau biasa dinamakan dengan ketidakseimbangan *supply* dan *demand*. Karena jumlah *supply* dan *demand* harus sama, maka perlu ditambahkan baris atau kolom *dummy*. *Dummy* pada tabel transportasi ini pada dasarnya adalah buatan (tidak riil). Sehingga, biaya distribusi dari *dummy* ini adalah nol (Rangkuti, A. 2022).

Menurut Rangkuti, A. (2022) penyelesaian masalah transportasi pada umumnya terdiri atas 4 tahapan, yaitu:

- 1) Menerjemahkan permasalahan ke bentuk tabel
- 2) Menentukan solusi awal (*initial fisible value*).
- 3) Melakukan perbaikan pada solusi awal hingga kemungkinan perbaikan tidak mungkin dilakukan lagi (solusi optimal telah tercapai)
- 4) Mengidentifikasi dan mengevaluasi solusi akhir.

Menurut (Rangkuti, A. 2022) dalam situasi praktik, aplikasi metode transportasi dapat menghadapi dua kasus, yaitu ketidakseimbangan *supply* dan *demand* serta *degeneracy*.

a) Ketidakseimbangan *Supply* dan *Demand*

Bila *supply* lebih besar daripada *demand*, persoalan ini diselesaikan dengan menyeimbangkan *supply* dan *demand* dengan cara menetapkan *dummy* pada

tujuan (kolom) yang memiliki *demand* sebesar  $\sum a_i - \sum b_j$ . *Dummy* pada kolom tabel transportasi pada dasarnya buatan (tidak riil). Dengan demikian, biaya distribusi dari sumber ke *dummy* ini adalah nol. Jika *supply* lebih kecil daripada *demand*, maka harus diseimbangkan kembali *supply* dan *demand* dengan menetapkan *dummy* sumber yang memiliki *supply* sebesar kelebihan *demand* atas *supply*  $\sum b_j - \sum a_i$ . *Dummy* sumber pada baris tabel transportasi pada dasarnya adalah sumber buatan (tidak riil). Dengan demikian, biaya distribusi dari *dummy* ke tujuan ini adalah nol.

b) Kasus *Degeneracy*

Kasus *degenerate* dalam metode transportasi terjadi jika jumlah sel yang mendapat alokasi (*basis cell*) dalam tabel transportasi kurang dari jumlah baris ditambah jumlah kolom dikurangi satu ( $m + n - 1$ ). Akibat dari kasus *degeneracy* ini adalah metode batu loncatan (*stepping stone*) dan metode *danzing* (*modified distribution*) tidak dapat diaplikasikan, sehingga perlu prosedur tambahan untuk menyelesaikan persoalan *degeneracy* ini. Prosedur yang dimaksud adalah dengan menetapkan salah satu dari sel kosong dan menempatkan alokasi bernilai nol pada sel tersebut sehingga persyaratan jumlah sel yang mendapat alokasi sebanyak  $m + n - 1$  terpenuhi. Pemilihan sel dilakukan secara sembarang sepanjang evaluasi dengan metode batu loncatan (*stepping stone*) dan *danzing* (*modified distribution*) dapat dilakukan. Selanjutnya diasumsikan sel yang telah terpilih ini sebagai sel yang mendapatkan alokasi. Kasus *degeneracy* bisa terjadi setelah tabel transportasi awal diperoleh. Hal ini karena adanya eliminasi dua sel pada aplikasi metode batu loncatan (*stepping stone*). Akibatnya, jumlah sel yang mendapatkan alokasi tidak sesuai dengan aturan  $m + n - 1$ . Solusi atas persoalan ini pada hakekatnya adalah sama dengan prosedur yang digunakan sebelumnya.

Dalam menyelesaikan solusi awal (*initial fisible value*) terdapat beberapa metode yang dapat digunakan, diantaranya *North West Corner* (NWC), biaya terendah (Least Cost), *Vogel's Approximation Method* (VAM), dan lain sebagainya. Setelah solusi awal ditemukan, selanjutnya adalah menentukan solusi optimal, yang dapat menggunakan metode *Stepping Stone* dan metode *Modified Distribution* (MODI). Namun, dalam penelitian ini menggunakan suatu metode yang berbeda yaitu metode Juman-Hoque dan Sumathi-Sathiya untuk menemukan solusi awal dan metode MODI untuk memperoleh solusi optimalnya.

#### 1.6.4 Metode Juman-Hoque

Metode Juman-Hoque merupakan suatu metode yang digunakan untuk mencari solusi awal. Metode ini dapat digunakan dalam penyelesaian masalah transportasi yang seimbang ataupun tidak seimbang. Ciri khas dari metode ini ada pada proses pengalokasian awal yang dimulai pada sel dengan biaya terkecil dalam masing-masing kolom sebanyak kuantitas permintaan. Setelah itu, pada setiap baris dilakukan pengidentifikasian terpenuhi atau tidak terpenuhi dengan melihat jumlah alokasi pada setiap baris terhadap kuantitas masing-masing persediaan (Indrawan *et al.*, 2021).

Menurut Indrawan *et al.*, (2021), langkah-langkah pada metode Juman-Hoque untuk menentukan solusi awal adalah sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi sel dengan biaya terendah pada setiap kolom, kemudian alokasikan setiap permintaan ke sel yang teridentifikasi.
2. Mengidentifikasi apakah baris terpenuhi atau tidak dengan memperhatikan jumlah alokasi pada setiap baris.
3. Mengidentifikasi kolom dengan selisih paling kecil, yaitu dengan menghitung selisih antara biaya terkecil dan biaya terkecil kedua pada setiap kolom.
4. Melakukan transfer maksimum dari persediaan yang berlebih pada sel unit biaya terkecil ke sel unit biaya terkecil berikutnya dalam kolom, berdasar pada baris yang teridentifikasi sampai tidak ada lagi kelebihan persediaan di baris tersebut.
5. Menghapus baris terpenuhi, setelahnya lakukan hal yang sama hingga setiap baris terpenuhi.
6. Hitung total biaya distribusi dalam tabel akhir.

### 1.6.5 Metode Sumathi-Sathiya

Metode Sumathi-Sathiya adalah salah satu metode yang digunakan untuk mendapatkan solusi awal untuk menemukan biaya optimum dari suatu masalah transportasi. Metode dilakukan dengan memilih nilai biaya minimum pada setiap baris dan kolom dengan tujuan mendapatkan solusi layak awal. Nama metode Sumathi-Sathiya sendiri diambil dari nama penulis jurnal yang membuat metode tersebut, yaitu P.Sumathi dan C.V.Sathiya Bama. (Alfian *et al.*, 2023)

Adapun langkah-langkah pada metode Sumathi-Sathiya untuk menentukan solusi awal menurut Muhtarulloh *et al.*, (2022) adalah sebagai berikut:

1. Membuat tabel transportasi dari masalah yang ada. Periksa apakah jumlah persediaan sama dengan jumlah permintaan ( $\sum a_i = \sum b_j$ ), jika seimbang maka lanjutkan pada langkah selanjutnya. Jika tidak sama, maka tambahkan *dummy* dengan biaya distribusi 0.
2. Jumlahkan nilai total untuk setiap baris dan kolom kemudian letakkann di sisi tabel.
3. Pilih jumlah biaya terkecil sesuaikan baris dan kolom kemudian simpan di samping nilai yang ditempatkan.
4. Periksa apakah jumlah biaya dan sel dengan biaya terkecil bernilai tunggal atau tidak, jika tunggal maka lanjutkan pada langkah selanjutnya. Jika tidak tunggal maka hitung selisih *demand* dan *supply* kemudian pilih jumlah dan sel biaya yang memiliki selisih paling minimum.
5. Alokasikan sel biaya terkecil dengan memaksimalkan biaya alokasi yang memungkinkan.
6. Pilih  $X_{ij}$  = biaya terkecil dari sel kosong pada baris ke  $i$  kolom ke  $j$ ,  $Y_{ij} = C_{ij}$  dari biaya alokasi maksimum yang ditempatkan.

7. Perhatikan nilai biaya  $X_{ij}$  dan  $Y_{ij}$ . Jika nilai biaya  $X_{ij} < Y_{ij}$ , maka tukarkan nilai  $X_{ij}$  ke nilai  $Y_{ij}$ . Jika nilai  $X_{ij} > Y_{ij}$  maka pilih nilai maksimum berikutnya yang memenuhi  $X_{ij} < Y_{ij}$ .
8. Tentukan biaya distribusi sebagai solusi layak awal.

### 1.6.6 Modified Distribution (MODI)

Metode *Modified Distribution* merupakan suatu metode yang digunakan untuk memperoleh solusi optimal dalam menentukan biaya distribusi. Metode MODI mengubah pengalokasian produk dengan menggunakan indeks yang diperhalus berdasarkan nilai tiap baris dan tiap kolom untuk mendapatkan pengalokasian yang optimal (Kurnia *et al.*, 2021). Perbedaan dari kedua metode ini yaitu pada langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan yang mana terdapat jejak tertutup yang akan ditelusuri. Metode ini menghitung indeks yang akan ditingkatkan tanpa menggambarkan semua jejak tertutup, cukup menelusuri satu saja jejak tertutup (Soplanit *et al.*, 2019).

Adapun langkah-langkah pada metode MODI untuk menentukan solusi optimal menurut Soplanit *et al.*, (2019) adalah sebagai berikut:

1. Menguji degenerasi, yaitu dengan menguji apakah  $(m + n - 1)$  sama dengan jumlah sel yang terisi. Apabila jumlah sel yang terisi sama, maka bukan degenerasi. Tapi jika berbeda maka terjadi degenerasi dan penyelesaiannya dilakukan seperti *Stepping Stone*.
2. Menghitung harga indeks baik indeks baris ( $U_i$ ) maupun indeks kolom ( $V_j$ ). Hal ini dilakukan dengan menitikberatkan pada sel yang sudah terisi, dan berlaku rumus

$$U_i + V_j = C_{ij}, i, j = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Dimana:

$U_i$  = indeks baris

$V_j$  = indeks kolom

$C_{ij}$  = harga dari setiap sel  $(i, j)$  yang terisi

3. Menghitung indeks yang ditingkatkan atau sel yang tidak terisi. Dilakukan setelah harga baris dan kolom sudah dihitung menggunakan sel yang sudah terisi. Langkah ini dapat dilakukan dengan menggunakan rumus

$$I_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j \quad (5)$$

Dimana:

$I_{ij}$  = indeks yang akan ditingkatkan untuk tiap sel yang belum terisi

$C_{ij}$  = biaya pada baris ke  $i$  dan kolom ke  $j$

$U_i$  = baris ke  $i$

$V_j$  = kolom ke  $j$

4. Pilih variabel non basis yang memiliki nilai  $I_{ij}$  paling negatif yang dapat memberikan penurunan biaya paling besar. Kemudian alokasikan sesuai dengan jalur *stepping stone*.
5. Ulangi langkah tersebut hingga semua nilai  $I_{ij}$  nol atau tidak ada yang negatif.
6. Maka solusi optimal telah dicapai.