

**OPTIMASI BIAYA TRANSPORTASI DALAM PENDISTRIBUSIAN
SEMEN TONASA MENGGUNAKAN METODE
NORTH WEST CORNER DENGAN UJI OPTIMAL STEPPING STONE
(Studi Kasus: PT. Semen Tonasa)**

SKRIPSI



SYAMSUL ALAMSYAH

H011181306

Program Studi Matematika Departemen Matematika

Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Hasanuddin

Makassar

2022

**OPTIMASI BIAYA TRANSPORTASI DALAM PENDISTRIBUSIAN SEMEN
TONASA MENGGUNAKAN METODE
NORTH WEST CORNER DENGAN UJI OPTIMAL STEPPING STONE
(Studi Kasus: PT. Semen Tonasa)**

SKRIPSI

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan
Ilmu pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**

SYAMSUL ALAMSYAH

H011181306

**Program Studi Matematika Departemen Matematika
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin**

Makassar

2022

HALAMAN PENGESAHAN

**OPTIMASI BIAYA TRANSPORTASI DALAM PENDISTRIBUSIAN
SEMEN TONASA MENGGUNAKAN METODE
NORTH WEST CORNER DENGAN UJI OPTIMAL STEPPING STONE
(Studi Kasus: PT. Semen Tonasa)**

Disusun dan diajukan oleh:

SYAMSUL ALAMSYAH

H011181306

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin pada tanggal 9 Desember 2022

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

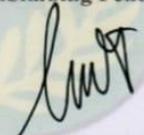
Menyetujui,

Pembimbing Utama,

Pembimbing Pendamping,

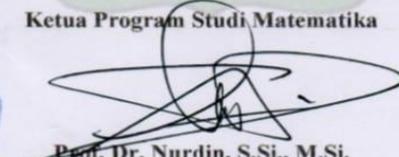

Prof. Dr. Jeffry Kusuma, Ph.D.

NIP. 196411121987031002


Dr. Muh Nur, S.Si., M.Si.

NIP. 198505292008121002

Ketua Program Studi Matematika


Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.

NIP. 197008072000031002



PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Syamsul Alamsyah
NIM : H011181306
Program Studi : Matematika
Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya yang berjudul

**Optimasi Biaya Transportasi Dalam Pendistribusian Semen Tonasa
Menggunakan Metode *North West Corner* Dengan Uji Optimal
Stepping Stone
(Studi Kasus: PT. Semen Tonasa)**

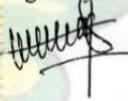
adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan saya

Makassar, 3 Desember 2022

Yang menyatakan,




Syamsul Alamsyah
NIM. H011181306

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT, karena atas berkat dan rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulisan skripsi ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains. Saya menyadari bahwa, tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak dari masa perkuliahan sampai pada penyusunan skripsi ini, saya tidak akan bisa berada di titik ini. Oleh karena itu, pada kesempatan ini dengan segala kerendahan hati penulis menyampaikan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Jeffry Kusuma., Ph.D selaku dosen pembimbing utama yang telah menyediakan banyak waktu, tenaga, dan pikiran untuk mengarahkan saya dalam penyusunan skripsi ini;
2. Bapak Dr. Muh. Nur., S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing pertama yang telah memberikan bimbingan, pencerahan, dan semangat kepada saya untuk menyelesaikan skripsi ini;
3. Ibu Dr. Kasbawati., S.Si., M.Si selaku dosen pembimbing akademik sekaligus orang tua saya di kampus yang senantiasa memberikan motivasi-motivasi kepada saya;
4. Pihak perusahaan PT. Semen Tonasa yang telah melayani saya dengan baik selama proses pengambilan data penelitian;
5. Ayahanda Suryadi Sangkala dan Ibunda Salmiah selaku orang tua saya yang tercinta yang selalu memberikan dukungan moral maupun material kepada saya tanpa adanya tekanan selama pengerjaan skripsi;
6. Saudari Fitri yang saat skripsi ini disusun merupakan calon istri saya yang tak henti-hentinya memberikan dukungan dan membuat saya tak berhenti bergerak dan berusaha;
7. Sahabat-sahabat saya Muh. Nasar, Integral 2018, Calz Angels (Aqiela, Afni, Nisa, Ayu, Gresye, Hije', & Nanna), Kido, dan Catur Brilliant Setiawan yang senantiasa kebersamai dalam proses penyelesaian studi saya, yang setidaknya membuat proses dalam penyelesaian skripsi ini menjadi lebih berwarna dan penuh dengan canda tawa;

8. Serta semua pihak yang secara tidak langsung membantu saya selama pengerjaan skripsi.

Akhir kata, saya berharap semoga Tuhan Yang Maha Esa berkenan membalas kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga skripsi ini dapat membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, 3 Desember 2022

Syamsul Alamsyah

ABSTRAK

Perusahaan yang memproduksi suatu barang tidak akan bisa lepas dari masalah pendistribusian. Masalah terbesar dalam pendistribusian barang adalah karena membutuhkan biaya transportasi yang besar dalam pelaksanaannya. Sehingga perlu skema pengantaran yang optimal agar menekan biaya distribusi menjadi lebih minimal. Seperti yang dialami oleh PT. Semen Tonasa, yang belum memperoleh biaya transportasi yang minimal terhadap skema pendistribusian semen di Wilayah Sulawesi Selatan yang berasal dari *Packing Plan 1 dan Packing Plan 2* untuk menuju ke masing-masing Gudang Perwakilan yang dalam hal ini terdapat 23 tujuan yakni Gowa, Makassar, Maros, Bantaeng, Takalar, Jenepono, Bulukumba, Sinjai, Pangkep, Barru, Pare-Pare, Sidrap, Pinrang, Wajo, Bone, Soppeng Luwu Utara, Luwu, Palopo, Tana Toraja, Toraja Utara, Luwu Timur, dan Enrekang. Dalam penelitian ini, untuk melakukan pengoptimalan biaya transportasi dalam pendistribusian Semen Tonasa akan digunakan metode *North West Corner* sebagai penentu solusi layak awal dan melakukan uji optimalitas dengan metode *Stepping Stone*. Dengan metode *North West Corner* dan uji optimalitas dengan metode *Stepping Stone*, diperoleh hasil dari perhitungan solusi optimal sebesar Rp. 5.345.428.149 sedangkan biaya yang harus dikeluarkan oleh PT. Semen Tonasa sebelumnya ialah sebesar Rp.5.376.011.999. maka berdasarkan perbandingan dari kedua nilai yang ada diatas maka pada pendistribusian Semen Tonasa pada bulan Agustus 2022, PT. Semen Tonasa dapat menghemat biaya transportasi sebesar Rp. 30.583.850 atau sebanyak 0,57% jika mengacu pada kondisi yang optimal.

Kata Kunci: Semen, PT. Semen Tonasa, Masalah Transportasi, Metode *North West Corner*, Metode *Stepping Stone*

Judul : Optimasi Biaya Transportasi Dalam Pendistribusian Semen Menggunakan Metode North West Corner dengan Uji Optimal Stepping Stone (Studi Kasus: PT. Semen Tonasa)

Nama : Syamsul Alamsyah

NIM : H011181306

Program Studi : Matematika

ABSTRACT

The company that produces an item is not gonna get away with distribution. The biggest problem with distributing goods is that it costs a lot of transportation for them to be carried out. Thus need an optimum delivery scheme to keep distribution costs down to a minimum. As it is experienced by PT. Semen Tonasa, That had not earned the minimum transport costs against a cement distribution scheme in South Sulawesi region that comes from packing plan 1 and packing plan 2 To go to each of these warehouses Which in this case contains the 23 objectives of Gowa, Makassar, Maros, Bantaeng, Takalar, Jeneponto, Bulukumba, Sinjai, Pangkep, Barru, Pare-Pare, Sidrap, Pinrang, Wajo, Bone, Soppeng Luwu Utara, Luwu, Palopo, Tana Toraja, Toraja Utara, Luwu Timur, dan Enrekang. In this research, to optimize transportation costs for distribution of Semen Tonasa will be used north west corner methods to assess initial worthy solutions and to conduct optimizing tests using the stepping stone method. The north west corner method And testing optimality with the stepping stone method, Obtained results from optimum solution calculations Rp. 5.345.428.149 Whereas the costs should be incurred by PT. Semen Tonasa before is Rp.5.376.011.999. So based on the comparison of the two values above, So at the distribution of Semen Tonasa Cement in August 2022, PT. Semen Tonasa Can save transportation costs as big as Rp. 30.583.850 Or saving 0.57% If it refers to the optimum condition.

Keywords: Cement, PT. Semen Tonasa, Transportation Problems,
North West Corner Method, Stepping Stone Method

Title : Optimization Transport Costs For The Distribution Of Semen
Tonasa Using North West Corner Method With Optimum
Stepping Stone Test (Case Study: PT. Semen Tonasa)
Name : Syamsul Alamsyah
Student ID : H011181306
Study Program : Matematika

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERNYATAAN KEOTENTIKAN	iii
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
HALAMAN PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS	viii
ABSTRAK	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB 1	
PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Asumsi-Asumsi	4
1.6 Manfaat Penelitian	5
BAB II	
TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 State of the Art	6
2.2 Riset Operasi (<i>operation research</i>).....	8
2.3 Pemrograman Linier	9
2.4 Masalah Transportasi	11

2.4.1	Metode North West Corner	16
2.4.2	Metode Stepping Stone	22
2.5	Variasi Masalah Transportasi	36
BAB III		
METODOLOGI PENELITIAN.....		38
3.1	Jenis Penelitian.....	38
3.2	Jenis dan Sumber Data	38
3.3	Waktu dan Tempat Penelitian.....	38
3.4	Prosedur Penelitian.....	39
3.5	Alur Kerja Penelitian.....	42
BAB IV		
HASIL DAN PEMBAHASAN.....		43
4.1	Data Pendistribusian Semen milik PT. Semen Tonasa	46
4.2	Model Transportasi Pendistribusian Semen Milik PT. Semen Tonasa .	51
4.3	Penerapan Metode North West Corner Sebagai Penentu Solusi	
Layak Awal dan Uji Optimal dengan metode Stepping Stone		54
4.3.1	Metode North West Corner	55
4.3.2	Uji Optimal dengan Metode Stepping Stone	58
BAB V		
KESIMPULAN		
5.1	Kesimpulan	107
5.2	Saran	107
DAFTAR PUSTAKA		109
LAMPIRAN		112

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Transportasi dari Sumber ke Tujuan.....	13
Gambar 4.1 Peta Tujuan Pendistribusian Semen Tonasa Wilayah Sulawesi Selatan.....	45
Gambar 4.2 Grafik Jumlah Permintaan Gudang Perwakilan	47
Gambar 4.3 Grafik Nilai Solusi Optimal	103
Gambar 4.4 Grafik Alokasi Jumlah Pendistribusian Optimal	103
Gambar 4.5 Grafik Perbandingan Alokasi Sebelum dan Sesudah Optimalisasi.....	103

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Model Umum Transportasi.....	14
Tabel 2.2 Biaya Distribusi Gandum (ton)	18
Tabel 2.3 Model Masalah Transportasi Distribusi Gandum di Midwest	19
Tabel 2.4 Hasil Akhir Metode North West Corner.....	21
Tabel 2.5 Perubahan Jumlah Pengiriman Pertama	27
Tabel 2.6 Kondisi Optimal Masalah Transportasi dengan Metode Stepping Stone	35
Tabel 4.1 Gudang Perwakilan Tujuan Distribusi Semen Tonasa Wilayah Sulawesi Selatan.....	44
Tabel 4.1.1 Data Jumlah Permintaan Semen Tonasa di Sulawesi Selatan.....	46
Tabel 4.1.2 Data Jumlah Persediaan Semen Tonasa	48
Tabel 4.1.3 Data Biaya Distribusi Semen Tonasa Per Ton (Rp).....	48
Tabel 4.1.4 Total Keseluruhan Kegiatan dan Biaya Pendistribusian Semen milik PT. Semen Tonasa Bulan Agustus 2022.....	49
Tabel 4.2.1 Tabel Masalah Transportasi Berdasarkan Data PT. Semen Tonasa	52
Tabel 4.3.1 Solusi Layak Awal Masalah Transportasi PT. Semen Tonasa	55
Tabel 4.3.2.1 Perubahan Jumlah Pengiriman Semen Tonasa	60
Tabel 4.3.2.2 Perbaikan Pertama Alokasi Pengiriman Semen Tonasa	62
Tabel 4.3.2.3 Perbaikan Kedua Alokasi Pengiriman Semen Tonasa.....	66
Tabel 4.3.2.4 Perbaikan Ketiga Alokasi Pengiriman Semen Tonasa	70
Tabel 4.3.2.5 Perbaikan Keempat Alokasi Pengiriman Semen Tonasa.....	74
Tabel 4.3.2.6 Perbaikan Kelima Alokasi Pengiriman Semen Tonasa	78
Tabel 4.3.2.7 Perbaikan Keenam Alokasi Pengiriman Semen Tonasa.....	82
Tabel 4.3.2.8 Perbaikan Ketujuh Alokasi Pengiriman Semen Tonasa	85
Tabel 4.3.2.9 Perbaikan Kedelapan Alokasi Pengiriman Semen Tonasa	89
Tabel 4.3.2.10 Perbaikan Kesembilan Alokasi Pengiriman Semen Tonasa	93
Tabel 4.3.2.11 Perbaikan Kesepuluh Alokasi Pengiriman Semen Tonasa	97
Tabel 4.3.2.12 Solusi Optimal.....	100

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 : Surat Permohonan Pengambilan Data.....	112
Lampiran 2 : Surat Persetujuan Permohonan Pengambilan Data.....	113
Lampiran 3 : Kartu Tanda Pengenal Peserta Penelitian di PT. Semen Tonasa	114
Lampiran 4 : Dokumentasi Pengambilan Data.....	115
Lampiran 5 : Data Primer PT. Semen Tonasa.....	116

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Selama perang dunia II, para ilmuwan serta militer Inggris dan Amerika bahu-membahu mengupayakan optimum alokasi bahan-bahan logistik yang jumlahnya terbatas untuk perang sehingga dapat memenuhi kebutuhan pasukan sekutu di daratan Eropa. Mereka yang terdiri dari ahli berbagai disiplin ilmu (teknik, matematika, sosiologi, psikologi, dan ahli perilaku atau *behavioral scientist*) menjadi pionir yang memprakarsai penggunaan Riset Operasi (RO) sebagai alat bantu dalam proses pengambilan keputusan yang berkaitan dengan perang dunia II. Yakni dengan prinsip bagaimana mengalokasikan sumber daya yang terbatas untuk disalurkan ke tempat kedudukan pasukan sekutu yang sedang bertempur dengan pasukan Jerman agar hasilnya optimal (Prawirosentono, 2021). Seiring dengan berakhirnya Perang Dunia II, riset operasi yang telah dikembangkan tersebut telah menarik perhatian dunia terutama di bidang industri. Hal itu dikarenakan penggunaan riset operasi dalam pendistribusian produk dan lain sebagainya dapat memperoleh optimalisasi dalam penggunaan sumber daya sehingga mendapat hasil akhir yang memuaskan dan keuntungan yang diperoleh menjadi lebih maksimal.

Salah satu penerapan metode riset operasi adalah pada model transportasi. Model ini mengoptimalkan biaya transportasi dalam pendistribusian suatu produk yang dihasilkan oleh perusahaan untuk disalurkan kepada konsumen. Hermansyah dkk. (2016) menjelaskan bahwa model transportasi adalah bagian dari "*research operation*" yang membahas tentang meminimumkan biaya transportasi dari suatu tempat ke tempat lain. Hal ini dilakukan tentu saja untuk memangkas biaya transportasi yang harus dikeluarkan dalam pendistribusian produk tersebut.

Suatu instansi atau perusahaan yang memproduksi suatu produk tidak akan bisa lepas dari masalah pendistribusian. Masalah terbesar dalam pendistribusian barang adalah karena membutuhkan biaya yang besar dalam pelaksanaannya. Berangkat dari masalah tersebut, maka perlunya perhitungan yang matang dalam

membentuk skema pengantaran yang optimal agar menekan biaya distribusi menjadi lebih minimal pula. Terdapat beberapa metode yang digunakan untuk mengoptimalkan masalah pendistribusian ini. salah satunya adalah dengan menggunakan metode *North West Corner* untuk menentukan solusi layak awal paling sederhana yang dapat mengetahui hasil biaya paling minimum terhadap alur distribusi barang saat melakukan transportasi. Akan tetapi metode *North West Corner* belum bisa dijadikan patokan untuk menjamin kondisi optimal dalam menghitung biaya transportasi. Sehingga dilakukan uji optimal (optimalisasi) dengan menggunakan metode *Stepping Stone* yang dapat memperoleh biaya transportasi yang paling minimum.

Penerapan metode riset operasi terhadap model transportasi dalam menghitung optimasi biaya distribusi barang telah dilakukan oleh beberapa peneliti seperti diantaranya Nteseo dkk (2021) yang menggunakan metode *North West Corner* dan uji *Stepping Stone* untuk mengoptimalkan biaya distribusi gas LPG 3 kg di kecamatan-kecamatan yang ada di Gorontalo. Terdapat juga Shafarida dkk (2019) yang mencari biaya minimum dalam distribusi jeruk di provinsi Bali dengan menggunakan metode VAM (*Vogel's Approximation Method*) dengan uji *Stepping Stone*. Ada juga Dimasuharto & Subagyo (2021) yang melakukan optimasi biaya terhadap pendistribusian gas silinder milik PT. Gemilang Putra Sejati dengan perbandingan 3 metode layak awal transportasi yakni metode *North West Corner*, metode VAM, dan metode Aproksimasi untuk memperoleh biaya paling minimum yang kemudian dilakukan uji optimalitas dengan metode *Stepping Stone*. Termasuk juga dengan Pang & Chandrashekar (2019) yang membandingkan beberapa metode solusi awal model transportasi yang dipasangkan dengan metode uji optimal satu sama lain dengan menggunakan studi kasus dari perusahaan XYZ. serta beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya.

Salah satu produksi perusahaan yang memerlukan optimasi dalam menghitung biaya distribusinya adalah semen. Pembangunan infrastruktur terjadi hampir setiap hari di seluruh penjuru negeri. Dan semen merupakan komponen yang wajib ada saat melakukan suatu pembangunan. Baik dari pembangunan dalam

skala kecil hingga mega proyek sekalipun. Hal ini membuat kebutuhan akan semen hampir merata di setiap pembangunan. Pada tahun 2021 saja, konsumsi semen dalam negeri sebesar 62,72 juta ton dan ekspor semen menembus 1,09 juta ton (Hardum, 2021). Dikarenakan kebutuhan semen sangat tinggi, membuat distribusi terhadap semen tentunya dilakukan hampir setiap waktu. sehingga perlu untuk mengetahui solusi optimal dalam pendistribusian produk semen tersebut untuk menekan biaya transportasi yang bisa berdampak pada stabilitas harga semen.

Dalam penelitian ini, metode *North West Corner* akan menjadi solusi layak awal yang digunakan untuk mengetahui hasil biaya minimum dalam pendistribusian semen milik PT. Semen Tonasa yang kemudian akan digunakan metode *Stepping Stone* untuk menguji hasil minimum yang telah diperoleh sebelumnya untuk menghasilkan biaya yang paling minimum/optimal dalam pendistribusian semen milik PT. Semen Tonasa.

Berdasarkan uraian tersebut, penulis tertarik untuk melakukan optimasi terhadap biaya transportasi yang dituangkan dalam judul **“Optimasi Biaya Transportasi Dalam Pendistribusian Semen Tonasa Menggunakan Metode North West Corner Dengan Uji Optimal Stepping Stone (Studi Kasus: PT. Semen Tonasa)”**.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini diuraikan sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan biaya minimum distribusi dengan menggunakan metode *North West Corner* dalam pendistribusian semen milik PT. Semen Tonasa?
2. Bagaimana mengoptimalkan biaya minimum distribusi menggunakan metode *Stepping Stone* pada pendistribusian semen milik PT. Semen Tonasa?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk menentukan biaya minimum distribusi dengan menggunakan metode *North West Corner* dalam pendistribusian semen milik PT. Semen Tonasa,
2. Untuk mengoptimalkan biaya minimum distribusi menggunakan metode *Stepping Stone* pada pendistribusian semen milik PT. Semen Tonasa.

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini merupakan studi kasus yang dilakukan di PT. Semen Tonasa di wilayah distribusi Sulawesi Selatan
2. Data yang diolah yaitu data pendistribusian PT. Semen Tonasa pada bulan Agustus 2022
3. Menghitung biaya transportasi yang minimum dan optimal dengan metode *North West Corner* sebagai solusi awal dan uji optimal dengan menggunakan metode *Stepping Stone* sebagai solusi akhir pada pendistribusian semen milik PT. Semen Tonasa.

1.5 Asumsi-Asumsi

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Seluruh data yang diterima dari perusahaan dianggap benar adanya.
2. Produk yang akan didistribusikan tersedia dalam jumlah yang tetap dan dapat diketahui.
3. Jumlah permintaan di pusat permintaan diketahui dalam jumlah tertentu dan tetap.
4. Diasumsikan harga Semen Tonasa konstan.
5. Biaya angkutan atau biaya pengiriman per unit diasumsikan tetap.

1.6 Manfaat Penelitian

Penelitian yang dilakukan ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Pemegang Kepentingan (Stakeholders)

Penelitian ini diharapkan memberikan tambahan informasi, kontribusi, dan masukan kepada pihak-pihak yang berkepentingan khususnya pada PT. Semen Tonasa dalam menetapkan biaya pendistribusian barang yang minimal sehingga dapat memperoleh laba yang optimal.

2. Peneliti

Penelitian ini memberikan pemahaman serta kemampuan analisis yang lebih baik mengenai cara menghitung biaya transportasi yang optimal dengan menggunakan metode North West Corner sebagai solusi awal dan dilanjutkan dengan uji optimal dengan metode Stepping Stone.

3. Peneliti Selanjutnya

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi bagi perkembangan ilmu pengetahuan serta dapat dipergunakan sebagai rujukan maupun sebagai tambahan alternatif untuk penelitian selanjutnya yang sejenis baik yang bersifat melanjutkan maupun melengkapi.

4. Bagi Universitas Hasanuddin

Dapat digunakan sebagai bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan, khususnya di Departemen Matematika, Universitas Hasanuddin.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 State of the Art

Dalam penelitian ini, penulis akan menyertakan beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya yang dianggap relevan dengan penelitian yang dilakukan oleh penulis. Telah terdapat banyak penelitian yang dilakukan mengenai model optimasi biaya transportasi untuk mencari solusi optimum dalam pendistribusian suatu produk dari suatu perusahaan dengan menggunakan metode riset operasi. Penelitian relevan tersebut antara lain:

1. Penelitian yang dilakukan oleh Pranati dkk. (2018) dengan judul “Optimalisasi Biaya Transportasi Pendistribusian Keramik Menggunakan Model Transportasi Metode *Stepping Stone* (Studi Kasus: PT. INDAH BANGUNAN)”. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah dengan solusi layak awal dengan metode VAM (*Vogel Aproximation Method*) yang kemudian dilanjutkan dengan uji optimal *stepping stone* terhadap distribusi keramik yang dilakukan oleh PT. INDAH BANGUNAN. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa terjadinya penghematan biaya distribusi keramik sebesar 8.370.000 atau penghematan sebesar 13% dari biaya sebelumnya.

2. Penelitian yang dilakukan oleh Sutriany dkk. (2021) dengan judul “Metode *North West Corner* Untuk Meminimumkan Biaya Dengan Uji Optimal *Stepping Stone* Pada Distribusi Tabung LPG 3 Kg”. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah dengan solusi layak awal dengan metode *North West Corner* yang kemudian dilanjutkan dengan uji optimal *Stepping Stone* terhadap distribusi LPG 3 Kg terhadap 9 Kecamatan yang ada di Gorontalo. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa terjadinya penghematan biaya distribusi LPG 3 Kg sebesar 1.609.016.420 dari dua perusahaan yang

berbeda yakni PT. Toyungo dan PT. Hasanah Inti Bumi Abadi atau terjadi penghematan biaya sebesar 58% dari biaya sebelumnya.

3. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Edhy Bastian (2017) dengan judul “Penerapan Model Transportasi Dalam Pendistribusian BBM di Provinsi Sulawesi Selatan”. Penulis pada penelitian ini membandingkan solusi layak awal metode VAM (*Vogel Aproximation Method*) dengan uji optimal dengan metode *Stepping Stone* terhadap distribusi BBM yang dilakukan oleh PT. PERTAMINA (PERSERO) di Sulawesi Selatan dari 3 depot yang dimiliki untuk disalurkan ke 21 kabupaten/kota yang ada. Hasil dari penelitian ini adalah kedua metode ini menunjukkan bahwa penggunaan metode *stepping stone* memberikan hasil biaya transportasi dalam pendistribusian BBM yang lebih optimal yakni Rp. 15.776.080.600 sedangkan metode VAM menunjukkan hasil Rp. 24.312.194.200. Maka berdasarkan hasil penelitian diatas, metode *Stepping Stone* memberikan hasil yang lebih optimal daripada hanya dengan menggunakan metode VAM.

Dari beberapa penelitian diatas, menunjukkan bahwa penerapan metode dalam riset operasi dalam upaya mengoptimalkan biaya transportasi dalam pendistribusian produk yang dihasilkan oleh suatu perusahaan untuk disalurkan ke tangan-tangan konsumen, dapat memberikan hasil yang sangat baik. Dengan diperolehnya rencana pendistribusian produk yang tepat dengan metode riset operasi yang ada, terjadi penghematan biaya transportasi yang harus dikeluarkan oleh perusahaan. Baik secara signifikan maupun kurang signifikan. Tentu saja hal ini tetap berdampak positif terhadap kinerja perusahaan itu sendiri. Sehingga dapat disimpulkan bahwa penerapan metode riset operasi khususnya dalam optimasi model transportasi sangat dibutuhkan dalam membantu perusahaan memasarkan produk yang mereka miliki.

Persamaan penelitian-penelitian diatas dengan penelitian yang akan dilakukan oleh penulis adalah terdapat pada metode penelitian yaitu sama-sama

menggunakan penelitian kualitatif. Dalam penelitian ini juga akan dilakukan observasi untuk melakukan pengumpulan data dari perusahaan agar dapat diolah dan mencari solusi optimal dalam aktivitas pendistribusian produk yang mereka lakukan. Teknik pengumpulan data yang dilakukan adalah dengan menggunakan cara wawancara serta dokumentasi terhadap perusahaan tersebut.

2.2 Riset Operasi (*operation research*)

Riset operasi adalah suatu penerapan metode ilmiah untuk mengatasi masalah-masalah rumit yang muncul dalam pengarahannya dan pengolahan dari suatu sistem besar berupa manusia, bahan dan uang dalam industri, mesin, pemerintah, pertahanan, maupun bisnis (Siswanto, 2007).

Adapun menurut beberapa ahli, definisi riset operasi antara lain:

1. Morse dan Kimball mendefinisikan riset operasi sebagai metode ilmiah yang memungkinkan para manajer mengambil keputusan mengenai kegiatan yang mereka tangani dengan dasar kuantitatif.
2. Churchman, Arkoff dan Arnoff pada tahun 1950-an mengemukakan definisi riset operasi sebagai aplikasi metode-metode, teknik-teknik dan peralatan-peralatan ilmiah dalam menghadapi masalah-masalah yang timbul di dalam operasi perusahaan dengan tujuan ditemukannya pemecahan yang optimum masalah-masalah tersebut.
3. Miller dan M.K. Starr mengartikan riset operasi sebagai peralatan manajemen yang menyatukan ilmu pengetahuan, matematika, dan logika dalam kerangka pemecahan masalah-masalah yang dihadapi sehari-hari, sehingga akhirnya permasalahan tersebut dapat dipecahkan secara optimal. (Aminuddin, 2005)

Berdasarkan beberapa definisi riset operasi yang ada di atas, maka dapat disimpulkan bahwa riset operasi dapat digunakan untuk mencari solusi dari suatu masalah yang dihadapi sehari-hari secara ilmiah yang diawali dengan observasi terlebih dahulu untuk mencari dan menganalisis esensi masalah yang sebenarnya.

lalu kemudian memodelkan masalah tersebut menjadi suatu kerangka masalah yang akan dicari solusi optimalnya dengan penerapan metode-metode ilmiah.

Adapun tahapan dalam riset operasi dalam memecahkan suatu masalah antara lain :

1. Mengidentifikasi masalah

Identifikasi masalah ini dilakukan dengan mencari jenis permasalahan yang dialami pada suatu perusahaan dan semacamnya. Masalah yang dihadapi harus dapat didefinisikan secara jelas.

2. Mengkonstruksi masalah tersebut ke dalam bentuk model

Mengkonstruksi model ini berdasarkan masalah yang telah diidentifikasi sebelumnya. Akan dibentuk masalah tersebut ke dalam model matematika yang membuat permasalahan tersebut terlihat lebih jelas dan saling berkaitan.

3. Menentukan model solusi masalah

Dalam menganalisis masalah dan menemukan solusi optimal pada permasalahan tersebut, maka akan digunakan metode analisis dalam riset operasi yang akan memecahkan masalah berdasarkan model matematika yang diperoleh

4. Validitas (keabsahan model)

Validitas model yang telah dibuat harus dicocokkan dengan teori sekaligus dengan perkembangan masalah yang akan dipecahkan. Hal ini dilakukan untuk memeriksa ketepatan penggunaan alat analisis dan kelengkapan data yang akan dianalisis.

5. Melaksanakan (implementasi) dari hasil pemecahan masalah

Dengan diperolehnya hasil pemecahan masalah, maka implementasi perlu dilakukan untuk mendapatkan hasil optimal serta untuk menguji keabsahan hasil tersebut. (Prawirosentono, 2021)

2.3 Pemrograman Linear

Menurut Rafflesia dan Widodo (2014) dalam bukunya menyatakan bahwa definisi sederhana dari pemrograman linier adalah suatu cara/teknik aplikasi

matematika untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber terbatas di antara beberapa aktivitas yang bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya yang dibatasi oleh batasan-batasan tertentu atau dikenal juga dengan teknik optimalisasi dan system kendala linier.

Adapun Rangkuti (2013) dalam bukunya menyatakan bahwa tujuan dari mempelajari pemrograman linear adalah:

1. Mampu membuat model matematika dan menguasai analisisnya
2. Memiliki wawasan dalam analisis untuk menentukan fungsi tujuan maksimal dan minimal dalam kendala yang ada
3. Mampu menganalisis fungsi tujuannya maksimal atau minimal apabila terjadi perubahan pada fungsi tujuan dan kendala yang dilakukan secara manual serta program Lindo.

Adapun formulasi model pemrograman linear antara lain:
(Meflinda dan Mahyarni, 2014).

1. Variabel Keputusan

Variabel Keputusan adalah variabel yang dapat menentukan keputusan-keputusan yang akan dibuat dalam pencapaian solusi optimal.

2. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan merupakan fungsi yang menggambarkan tujuan atau sasaran dalam permasalahan program linier yang berkaitan dengan pemanfaatan sumber daya secara optimal untuk memperoleh keuntungan maksimum atau untuk penggunaan biaya minimum.

3. Fungsi Kendala/Pembatas

Fungsi kendala/pembatas merupakan bentuk rumusan terhadap kendala yang dihadapi dalam mencapai tujuan. Kendala tersebut biasanya terkait keterbatasan sumber daya yang dimiliki di dalam mencapai tujuan yang telah dirumuskan di atas.

4. Batasan Variabel

Batasan variabel menggambarkan tentang wilayah variabel. Jumlah sumber daya yang tersedia untuk persoalan ini tidak boleh bernilai negatif.

$$x_{ij} \geq 0; \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n$$

Dalam pemecahan masalah optimasi, tidak semua dapat diselesaikan dengan metode program linear. Berikut beberapa prinsip utama yang mendasari penggunaan metode program linear antara lain:

1. Adanya sasaran. Sasaran dalam model matematika masalah program linear berupa fungsi tujuan yang akan dicari nilai optimalnya
2. Adanya tindakan alternatif, berupa metode yang digunakan untuk memperoleh nilai optimalnya.
3. Memiliki keterbatasan sumber daya berupa biaya, waktu, tenaga, bahan, dsb. Keterbatasan sumber daya disebut juga dengan fungsi kendala.
4. Masalah yang ada dapat dituangkan dalam bentuk model matematika
5. Adanya keterikatan antar variabel yang membentuk fungsi tujuan dan kendala. Artinya perubahan yang terjadi pada satu peubah akan mempengaruhi peubah lainnya.

(Ismail, 2022)

Maka berdasarkan prinsip tersebut diatas, maka dapat dikatakan dalam penyelesaian optimasi dengan program linear itu sendiri dapat dilakukan hanya dengan kondisi tertentu yang memenuhi beberapa prinsip diatas agar diperoleh hasil optimasi yang sesuai dengan esensi permasalahan yang sebenarnya sehingga diperoleh hasil yang maksimal.

2.4 Masalah Transportasi

Terdapat sejumlah persoalan program linier dapat dipecahkan dengan menggunakan prosedur perhitungan lain yang lebih efisien daripada metode simpleks. Salah satu diantaranya adalah metode transportasi (Rangkuti, 2013)

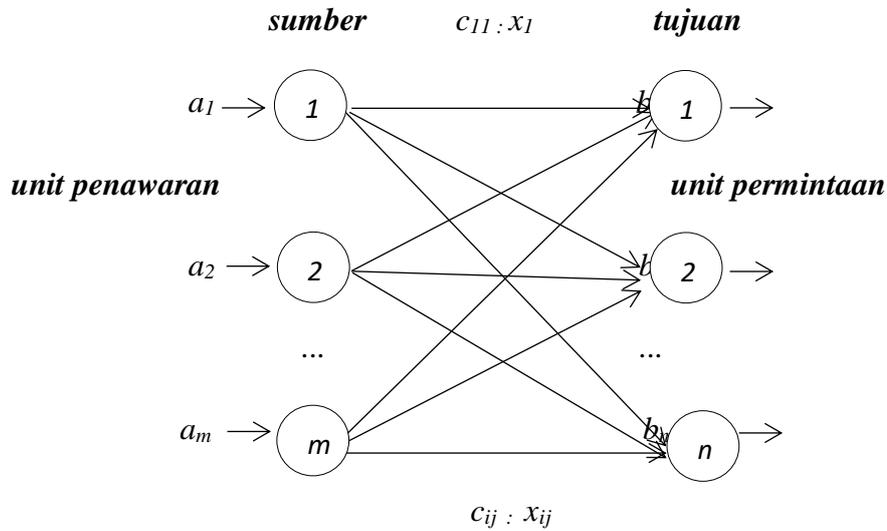
Dalam Rangkuti (2013) disebutkan bahwa persoalan dasar dalam transportasi mulanya dikembangkan oleh F.L.Hitchcock pada tahun 1941 dalam studinya yang berjudul: "The Distribution Of A Product From Several Source To Numerous

Locations”. Kemudian pada tahun 1947 disusul studi dari T.C.Koopmans yang berjudul: “Optimal Utilization Of the transportation system”.

Menurut Ali dalam Pranati (2018) Masalah transportasi membicarakan cara pendistribusian suatu barang dari sejumlah sumber (*origin*) ke sejumlah tujuan (*destination*). Sasarannya adalah mencari pola pendistribusian dan banyaknya barang yang diangkut dari masing-masing sumber ke masing-masing tujuan yang meminimalkan ongkos angkut secara keseluruhan dengan kendala-kendala yang ada. Sedangkan menurut Meflinda dan Mahyarni (2011) metode transportasi merupakan bagian dari topik program linier yang secara khusus membahas tentang alokasi dari tempat asal ke tempat tujuan agar biaya alokasi/distribusi minimum. Adapun menurut Trihudiyatmanto dalam Nteseo dkk (2021) metode transportasi merupakan suatu metode yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah transportasi atau distribusi barang dari beberapa sumber ke tempat tujuan yang membutuhkan dengan menghasilkan biaya yang paling optimal atau minimum.

Berdasarkan definisi model transportasi yang dikemukakan diatas, dapat disimpulkan bahwa tujuan daripada model transportasi adalah untuk meminimumkan biaya pendistribusian barang dari sumber ke tujuan. Maka diketahui bahwa pendistribusian barang adalah salah satu kunci utama dalam suatu produksi yang memerlukan solusi untuk diselesaikan. Dan adanya metode penyelesaian dalam model transportasi yang membahas tentang cara optimal dalam mendistribusikan barang-barang tersebut dari suatu sumber (*supply*) kepada sejumlah tujuan pengantaran (*demand*) agar diperoleh ongkos atau biaya pengiriman barang yang minimum akan berdampak langsung pada kepuasan konsumen serta membuat kinerja perusahaan menjadi lebih efektif dan efisien dalam kegiatan distribusi produk yang mereka miliki .

Gambaran umum dari model transportasi adalah suatu produk hendak dikirim dari beberapa tempat asal ke beberapa tempat tujuan, masing-masing dengan tingkat permintaan yang sudah diketahui. Dalam hal ini dapat digambarkan seperti pada **Gambar 2.1** berikut:



Gambar 2.1 Transportasi dari Sumber ke Tujuan

Keterangan :

- Masing-masing sumber mempunyai kapasitas $a_i, i = 1, 2, 3, \dots, m$
- Masing-masing tujuan mempunyai kapasitas $b_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$
- x_{ij} : jumlah satuan unit yang dikirim dari sumber i ke tujuan j
- c_{ij} : ongkos pengiriman per unit dari sumber i ke tujuan j

(Rangkuti, 2013)

Adapun Taha dalam Pranati (2018) mengatakan bahwa untuk memecahkan masalah diatas maka dirancang suatu model transportasi yang tepat dan efisien. Tujuan dari model transportasi ini adalah menentukan jumlah barang yang harus dikirimkan dari setiap sumber ke setiap tujuan sedemikian sehingga biaya transportasi total minimum.

Persyaratan yang perlu dipenuhi dalam penggunaan Metode model Transportasi:

1. Tempat asal, yang dapat berupa pabrik, kapasitas produksi, karyawan, sumber dana, dan sebagainya sesuai dengan masalah yang dihadapi.
2. Tempat tujuan, yang dapat berupa gudang wilayah pemasaran, skedul permintaan, pekerjaan, proyek, dan sebagainya.

3. Kapasitas tempat asal dan tempat tujuan.
4. Biaya dari tempat asal ke tempat tujuan.
5. Adanya keseimbangan kapasitas tempat asal dan tempat tujuan.
(Meflinda dan Mahyarni, 2011)

Secara umum, model dalam permasalahan transportasi dapat digambarkan ke dalam suatu tabel yang menunjukkan sisi penawaran (asal) dan sisi permintaan (tujuan), kapasitas penawaran dan jumlah permintaan serta biaya transportasi dari masing-masing sumber ke masing-masing tujuan. Sebagaimana yang diperlihatkan pada **Tabel 2.1** dibawah ini:

Tabel 2.1 Model Umum Transportasi

Sumber	Tujuan				s_i
	T_1	T_2	...	T_n	
S_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	s_1
S_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	s_2
\vdots
S_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	s_m
d_j	d_1	d_2	...	d_n	$\sum_{i=1}^m s_i \cong \sum_{j=1}^n d_j$

Keterangan :

- Z = Fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya
- S = Sumber produk berasal
- T = Tujuan pendistribusian produk
- x_{mn} = Jumlah alokasi produk tiap kolom

C_{mn} = Biaya transportasi dari sumber ke tujuan

s_i = Jumlah persediaan masing-masing sumber

d_j = Jumlah permintaan masing-masing tujuan

S_m = Sumber produk ke-m

T_n = Tujuan pendistribusian ke-n

s_m = Jumlah persediaan masing-masing sumber ke-m

d_n = Jumlah permintaan masing-masing tujuan ke-n

Adapun dalam menyelesaikan masalah transportasi, Meflinda dan Mahyarni (2011) dalam bukunya menuliskan bahwa terdapat formulasi yang digunakan. Formulasi model transportasi tersebut antara lain :

1. Fungsi tujuan (Z) : Mewakili total biaya transportasi untuk tiap rute.
2. Fungsi kendala 1 : Mewakili *supply*
3. Fungsi kendala 2 : Mewakili *demand*

Dalam bentuk matematika, permasalahan transportasi tersebut dapat dirumuskan dalam bentuk program linier sebagai berikut:

Fungsi Tujuan:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

Fungsi Kendala:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = S_i \quad \dots(1) \quad \text{untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = D_j \quad \dots(2) \quad \text{untuk } i = 1, 2, \dots, n$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ untuk semua } i \text{ dan } j$$

Dimana:

Z = Biaya total transportasi

X_{ij} = Jumlah barang yang harus diangkut dari i ke j

C_{ij} = Biaya angkut per unit barang dari i ke j

S_i = Banyaknya barang yang tersedia di tempat asal i

D_j = Banyaknya permintaan barang di tempat tujuan j

m = Jumlah tempat asal

n = Jumlah tempat tujuan.

Persamaan (1) menetapkan bahwa jumlah pengiriman dari sebuah sumber tidak dapat melebihi penawarannya. Demikian pula persamaan (2) mengharuskan bahwa jumlah pengiriman ke sebuah tujuan tidak dapat melebihi permintaannya. Jadi, batasan tersebut mensiratkan bahwa penawaran total sama dengan permintaan total (Rangkuti, 2013).

Dalam menyelesaikan masalah transportasi terdapat 2 tahapan pengerjaan. Langkah pertama yang harus dilakukan adalah memperoleh solusi layak awal. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk memperoleh solusi layak awal diantaranya adalah dengan menggunakan metode *North West Corner*, *Vogel Approximations Method* (VAM), Metode *Least Cost* dan lain sebagainya. Setelah solusi layak awal telah ditemukan, maka selanjutnya dicari solusi optimalnya. Baik dengan menggunakan metode *Stepping Stone*, ataupun menggunakan metode *Modified Distribution*. Dalam penelitian ini, penulis menggunakan metode *North West Corner* untuk menemukan solusi layak awal. Adapun untuk memperoleh solusi optimal, penulis menggunakan metode *Stepping Stone*.

2.4.1 Metode North West Corner

Metode *North West Corner* adalah metode yang paling sederhana diantara metode yang lain. Ciri dari metode ini adalah alokasi yang dilakukan tidak perlu memandang biaya transportasi. Langkah-langkah penyelesaiannya adalah :

1. Mulai dari pojok barat laut tabel yakni pada X_{11} , dialokasikan nominal paling maksimal tanpa menyimpang dari kendala penawaran atau permintaan (artinya X_{11} ditetapkan sama dengan nilai terkecil antara a_1 dan b_1)
2. Proses pertama akan menghabiskan penawaran pada sumber 1 atau permintaan pada tujuan 1. Akibatnya, tak ada lagi barang yang bisa dialokasikan pada baris atau kolom yang telah dihabiskan dan kemudian

baris dan kolom itu dihilangkan yang ditandai dengan pengalokasian nilai 0. Kemudian pengalokasian sebanyak mungkin dilakukan pada kotak di dekatnya pada baris atau kolom yang dapat dihilangkan. Jika kolom maupun baris telah dihabiskan, pindahkan secara diagonal ke kotak berikutnya.

3. Lanjutkan dengan cara yang sama sampai semua penawaran telah dihabiskan dengan keperluan permintaan telah dipenuhi. (Rangkuti, 2013)

Dengan melakukan langkah-langkah metode *North West Corner* diatas, maka akan diperoleh solusi layak awal yang merupakan salah satu pemecahan awal yang digunakan dalam menyelesaikan masalah transportasi. Untuk lebih jelasnya, akan coba diaplikasikan ke dalam contoh kasus sebagai berikut:

Contoh Kasus:

Gandum yang dipanen di Midwest, disimpan di dalam 3 cerobong butir gandum besar yang berlokasi di Kansas City, Omaha, dan Des Moines. Cerobong butir gandum ini memasok 3 (tiga) penggilingan tepung yang berlokasi di Kota Chicago, Louis, dan Cincinnati. Butir-butir gandum tersebut dikirim ke penggilingan dengan menggunakan gerbong kereta api yang tiap gerbongnya memuat satu ton gandum. Setiap bulannya, tiap cerobong butir gandum dapat memasok penggilingan sejumlah ton gandum berikut ini: (Meflinda dan Mahyarni, 2011)

<u>Cerobong Butir Gandum</u>	<u>Jumlah Yang Ditawarkan</u>
1. Kansas City	150
2. Omaha	175
3. Des Moines	275
	600 ton

Jumlah gandum yang diminta per bulan dari tiap penggilingan adalah berikut ini:

<u>Penggilingan</u>	<u>Jumlah Yang Diminta</u>
A. Chicago	200
B. Louis	100
C. Cincinnati	300
	600 ton

Biaya pengiriman gandum berbeda-beda sesuai dengan jarak dan rute atau sistem jaringan kereta api. Biaya-biaya ini ditunjukkan pada **Tabel 2.2** dibawah ini :

Tabel 2.2 Biaya Distribusi Gandum (ton)

Cerobong Butir Gandum	Biaya Penggilingan (\$)		
	Chicago A	Louis B	Cincinnati C
Kansas City	6	8	10
Omaha	7	11	11
Des Moines	4	5	12

Berdasarkan data yang diperoleh diatas, maka dapat dituliskan pemrograman linearnya sebagai berikut:

1. Membentuk Fungsi Tujuan.

Minimumkan:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$Z = 6X_{11} + 8X_{12} + 10X_{13} + 7X_{21} + 11X_{22} + 11X_{23} + 4X_{31} + 5X_{32} + 12X_{33}$$

2. Membentuk Fungsi Kendala.

- a. Kendala Persediaan atau Kapasitas

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} = 150$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 175$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 275$$

- b. Kendala Permintaan

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 200$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 100$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 275$$

Pada **Tabel 2.3** diperlihatkan model masalah transportasi sebelum dilakukan pengalokasian dengan metode transportasi yang dapat memberikan solusi layak awal yang sesuai dengan fungsi kendala dan fungsi permintaan yang ada diatas.

Tabel 2.3 Model Masalah Transportasi Distribusi Gandum di Midwest

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber a
Kansas city	6	8	10	150
Omaha	7	11	11	175
Des Moines	4	5	12	275
Permintaan B	200	100	300	600

Maka dengan menggunakan metode *North West Corner*, akan diperoleh solusi layak awal dari persoalan transportasi tersebut. Dalam menyelesaikan persoalan transportasi dengan metode *North West Corner* dapat kita selesaikan dengan langkah sebagai berikut:

- Langkah awal akan dilakukan pengalokasian semaksimal mungkin pada pojok barat laut tabel yakni X_{11} sesuai dengan kendala permintaan dan penawaran dengan Membandingkan nilai a_1 dan b_1 . Karena $b_1 < a_1$ maka alokasi pada kotak $X_{11}=150$. Dengan demikian persediaan pada sumber pertama yang berada pada baris 1 telah habis.

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7	11	11	175
Des Moines	4	5	12	275
Permintaan(b)	200	100	300	600

2. Membandingkan nilai $b_1 - X_{11}$ dengan nilai a_1 . Karena $b_1 - X_{11} < a_1$ maka alokasinya $X_{21} = 50$. Dengan demikian permintaan pada tujuan pertama yang berada pada kolom 1 telah terpenuhi.

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50	11	11	175
Des Moines	4 -	5	12	275
Permintaan B	200	100	300	600

3. Membandingkan nilai $a_2 - X_{21}$ dengan nilai b_2 . Karena $a_2 - X_{21} < b_2$ maka alokasinya $X_{22} = 100$. Dengan demikian permintaan pada tujuan kedua yang berada pada kolom 2 telah terpenuhi.

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50	11 100	11	175
Des Moines	4 -	5 -	12	275
Permintaan B	200	100	300	600

4. Membandingkan nilai $a_2 - X_{22}$ dengan nilai b_2 . Karena $a_2 - X_{22} < b_2$ maka alokasinya $X_{23} = 25$. Dengan demikian persediaan dari sumber kedua yang berada pada baris 2 telah habis.

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50	11 100	11 25	175
Des Moines	4 -	5 -	12	275
Permintaan B	200	100	300	600

5. Membandingkan nilai $b_3 - X_{23}$ dengan nilai a_3 . Karena $b_3 - X_{23} = a_3$ maka alokasinya $X_{33} = 275$. Dengan demikian persediaan dari sumber ketiga telah habis serta permintaan dari tujuan yang ketiga telah terpenuhi.

Tabel 2.4 Hasil Akhir Metode *North West Corner*

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50	11 100	11 25	175
Des Moines	4 -	5 -	12 275	275
Permintaan B	200	100	300	600

6. Setelah tabel masalah transportasi terselesaikan sesuai dengan kendala permintaan dan penawaran, maka dapat di hitung biaya transportasinya antara lain :

$$\begin{aligned}
 Z &= \sum C_{ij}X_{ij} \\
 &= C_{11}X_{11} + C_{21}X_{21} + C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23} + C_{33}X_{33} \\
 Z &= 150 \times 6 + 50 \times 7 + 100 \times 11 + 25 \times 11 + 275 \times 12 \\
 &= 900 + 350 + 1.100 + 275 + 3.300 \\
 &= 5.925 \text{ dollar}
 \end{aligned}$$

Maka dapat dilihat bahwa, dengan menggunakan metode *North West Corner* diperoleh solusi optimal awal dalam pengiriman gandum dari sumber (cerobong) ke tujuan distribusi (penggilingan) sebesar 5.925 dollar. Solusi layak awal ini akan menjadi acuan dalam melakukan optimalisasi lebih lanjut untuk mendapatkan hasil yang lebih optimal dengan metode yang lain yakni dengan menggunakan metode *Stepping Stone*.

2.4.2 Metode *Stepping Stone*

Prinsip dasar dari metode *Stepping Stone* adalah untuk mengetahui apakah rute yang tidak digunakan (yaitu sebuah sel kosong) yang muncul setelah pengalokasian dengan metode solusi layak awal akan menghasilkan hasil yang lebih rendah jika digunakan (Meflinda dan Mahyarni, 2014).

Adapun langkah-langkah penyelesaian metode *Stepping Stone* menurut Heizer dalam Nteseo dkk (2021) antara lain:

1. Tentukan solusi awal menggunakan salah satu metode solusi layak awal.
 Pada contoh kasus ini, telah ditemukan solusi layak awal dengan menggunakan metode *North West Corner* yang diperlihatkan pada **Tabel 2.4** yakni sebagai berikut:

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50	11 100	11 25	175
Des Moines	4 -	5 -	12 275	275
Permintaan B	200	100	300	600

2. Pastikan bahwa jumlah sel yang terisi harus berjumlah $(m+n-1)$

Merupakan syarat wajib penggunaan metode *Stepping Stone*, yakni jumlah sel yang terisi harus berjumlah $m+n-1$ yang berdasarkan tabel di atas diketahui jumlah $m = 3$ dan $n = 3$ sehingga jumlah sel yang terisi harus berjumlah $3+3-1 = 5$. Dan karena jumlah sel yang telah terisi pada tabel di atas berjumlah 5 maka telah memenuhi syarat penggunaan metode *Stepping Stone* sehingga dapat dilanjutkan pada langkah selanjutnya.

3. m adalah banyak sumber dan n adalah banyak tujuan
4. Melakukan evaluasi terhadap sel atau kotak yang tidak digunakan (kotak kosong)

Kotak yang terisi disebut dengan kotak basis dan kotak yang tidak terisi kita sebut dengan kotak non-basis (non-basis cell).

5. Dimulai dari sel yang kosong (kotak non-basis), akan ditelusuri lintasan tertutup yang melalui sel yang terisi (kotak basis). yang diizinkan hanya gerakan vertikal dan horizontal. Walaupun begitu, boleh melangkahi kotak manapun baik kosong maupun berisi.
6. Mulai dengan tanda plus (+) pada sel yang kosong, tempatkan secara bergantian tanda (+) dan tanda (-) pada setiap kotak yang dilalui dalam lintasan tertutup.

Pada tahap ini akan dihitung $Z_{ij} - C_{ij} =$ jumlah C_{ij} pada loop dengan koefisien (+) dan (-) secara bergantian. Lalu akan ditentukan variabel yang masuk menjadi basis (*entering variable*) dengan cara memilih nilai $Z_{ij} - C_{ij}$ terkecil atau yang paling negatif. Adapun cara menentukan variabel yang keluar dari basis dengan cara :

- a. Dibuat loop yang memuat $Z_{ij} - C_{ij}$ yang terkecil
 - b. Diadakan pengamatan pada C_{ij} dalam loop yang mempunyai koefisien (-)
 - c. Variabel X_{ij} yang keluar basis jika dan hanya jika X_{ij} paling minimal pada jalur loop
7. Menghitung indeks perbaikan dengan cara menambahkan biaya unit yang ditetapkan keluar dari basis pada setiap kotak yang berisi tanda plus (+),

dilanjutkan dengan mengurangi biaya unit tersebut pada setiap kotak berisi tanda minus (-).

8. Mengulangi langkah 4 hingga 7 sampai semua indeks perbaikan untuk semua sel yang kosong sudah dihitung. Jika semua indeks perbaikan telah dihitung dan diperoleh nilai $Z_{ij} - C_{ij} \geq 0$, maka solusi optimal sudah tercapai. Jika masih terdapat nilai $Z_{ij} - C_{ij} < 0$, maka dilakukan iterasi ulang untuk menentukan kembali *entering variabel* dan *leaving* (variabel masuk dan keluar) seperti langkah-langkah sebelumnya hingga diperoleh nilai $Z_{ij} - C_{ij} \geq 0$.

Contoh Penyelesaian Dengan *Stepping Stone*:

Mengacu pada contoh kasus sebelumnya, telah diperoleh fisibel awal dengan menggunakan metode *North West Corner* yang diperlihatkan pada **Tabel 2.4**. maka selanjutnya akan dilakukan uji optimal dengan metode *Stepping Stone*!

Penyelesaian:

Biaya angkut (cost) gandum dalam dollar dapat dilihat pada **Tabel 2.2** dibawah ini :

A \ T	T₁	T₂	T₃	S
A₁	6	8	10	150
A₂	7	11	11	175
A₃	4	5	12	275
D	200	100	300	600

Pemecahan fisibel awal dengan menggunakan metode *North West Corner*, diperoleh hasil sebagai berikut :

A \ T	T ₁	T ₂	T ₃	S
A ₁	150	-	-	150
A ₂	50	100	25	175
A ₃	-	-	275	275
D	200	100	300	600

Permintaan T₁ sebanyak 200 ton, hanya bisa dipenuhi sebanyak 150 ton oleh A₁ yang hanya tersedia 150 ton, jadi sisa permintaan T₁ akan dipenuhi oleh A₂ sebanyak 50 sehingga sisa persediaan di A₂ tinggal 125 ton. maka T₁ sudah terpenuhi dengan $X_{11}= 150$ dan $X_{21}= 50$. Permintaan T₂ sebesar 100 ton. Dipenuhi dari sisa A₂ sebanyak 100 ton sehingga sisa persediaan di A₂ tinggal 25 ton. Maka T₂ sudah terpenuhi dengan $X_{22}= 100$. Permintaan T₃ sebesar 300 ton. Untuk permintaan T₃, oleh A₂ hanya bisa dipenuhi sebanyak 25 ton yang merupakan sisa dari pemenuhan permintaan sebelumnya. Jadi sisa permintaan T₃ sebanyak 275 ton akan dipenuhi oleh A₃ yang memiliki persediaan 275 ton pula. Maka T₃ sudah terpenuhi dengan $X_{23}= 25$ dan $X_{33}= 275$. Pemecahan fisibel yang pertama sudah diperoleh dengan nilai $X_{11}= 150$, $X_{21}= 50$, $X_{22}= 100$, $X_{23}= 25$, dan $X_{33}= 275$.

Jika digabungkan kedua tabel diatas sesuai dengan data yang ada maka akan ditampilkan tabel transportasi sebagai berikut:

Asal \ Tujuan	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7	11	11	175

	50	100	25	
Des Moines	4	5	12	275
	-	-	275	
Permintaan B	200	100	300	600

Sehingga dapat dihitung jumlah biaya transportasi yang akan dikeluarkan adalah:

$$\begin{aligned}
 Z &= \sum C_{ij} X_{ij} \\
 &= C_{11}X_{11} + C_{21}X_{21} + C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23} + C_{33}X_{33} \\
 Z &= 150 \times 6 + 50 \times 7 + 100 \times 11 + 25 \times 11 + 275 \times 12 \\
 &= 900 + 350 + 1.100 + 275 + 3.300 \\
 &= 5.925 \text{ dollar}
 \end{aligned}$$

Dengan nilai tersebut di atas, apakah Z bisa dikatakan sudah minimal? Maka untuk menjawab pertanyaan tersebut akan dilakukan uji *Stepping Stone* untuk uji optimalitas terhadap sel atau kotak yang bukan basis (sel kosong). Hal ini dilakukan untuk mengetahui apakah sel tersebut dapat digunakan untuk menurunkan total biaya yang ada. Kalau ternyata semua nilai $Z_{ij} - C_{ij} \geq 0$ maka nilai diatas sudah minimal. Kalau tidak, maka akan dilakukan penghitungan ulang (iterasi ulang) terhadap sel kosong hingga semua nilai $Z_{ij} - C_{ij} \geq 0$.

Maka dari itu, untuk melakukan uji *Stepping Stone* akan dilakukan evaluasi terhadap sel-sel kosong yang dalam contoh kasus ini dimulai pada sel X_{12} , X_{13} , X_{31} , dan X_{32} . Cara menghitung sel kosong tersebut adalah kita harus membuat jalur atau lintasan tertutup (closed loop) yang dimulai dari sel kosong yang akan dihitung itu sendiri. Penarikan garis lurus bisa menurut baris (horizontal) yakni ke kiri atau ke kanan ataupun menurut kolom (vertikal) yakni ke atas atau ke bawah. Dalam proses penarikan dari sel yang kosong, akan dimulai dengan (+) dan diakhiri dengan (-). Perlu diperhatikan pula bahwa dalam penarikan garis lurus dari sel yang kosong menuju sel basis, sel basis yang dihubungkan tersebut harus memiliki pasangan

(partner) di kolom/baris yang sama. Kalau tidak maka harus di langkahi atau di loncati. hal ini bertujuan agar garis tetap bisa tersambung dan dapat membentuk lintasan tertutup.

Iterasi 1

Misalnya akan dihitung sel kosong X_{12} . Lihat **Table 2.5** dari kotak (X_{12}) kita menuju ke kotak (X_{22}), terus ke kotak (X_{21}) kemudian terakhir kembali menuju kotak (X_{11}), $Z_{12}-C_{12} = c_{12} - c_{22} + c_{21} - c_{11}$. dimulai dari tanda (+) dan diakhiri dengan tanda (-). Kemudian kita masukkan nilai c_{ij} -nya berdasarkan **Tabel 2.2** diatas dan diperoleh $Z_{12}-C_{12} = 8 - 11 + 7 - 6 = -2$. Kalau penarikan garisnya tidak searah jarum jam, kita juga dapat melakukan penarikan garis berlawanan dengan arah jarum jam dan hasilnya akan sama, $Z_{12}-C_{12} = 8 - 6 + 7 - 11 = -2$.

Tabel 2.5 Perubahan Jumlah Pengiriman Pertama

Asal \ Tujuan	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6	8	10	150
Omaha	7	11	11	175
Des Moines	4	5	12	275
Permintaan B	200	100	300	600

Note: Red arrows and numbers in the original image indicate a closed loop: Chicago (6) → Louis (8) → Omaha (11) → Des Moines (5) → Chicago (7). Red numbers: 150 (up from Chicago), 50 (left from Omaha), 100 (right from Des Moines), 25 (down from Omaha), 275 (down from Des Moines).

Dengan cara yang sama, akan dilakukan evaluasi pada semua sel kosong yang lain. yang rangkaian ini disebut iterasi pertama. maka diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_{13}-C_{13} &= c_{13} - c_{23} + c_{21} - c_{11} \\ &= 10 - 11 + 7 - 6 = 0 \end{aligned}$$

$$Z_{31}-C_{31} = c_{31} - c_{33} + c_{23} - c_{21}$$

$$= 4 - 12 + 11 - 7 = -4$$

$$Z_{32} - C_{32} = c_{32} - c_{22} + c_{23} - c_{33}$$

$$= 5 - 11 + 11 - 12 = -7$$

Setelah dilakukan evaluasi terhadap sel-sel yang kosong, masih terdapat nilai negatif dan kecil dari nol. Yang berarti biaya transportasi di atas belum minimal sehingga masih bisa diperkecil lagi. Maka dari itu, akan dipilih salah satu sel yang kosong tersebut untuk menjadi basis agar terisi (memuat nilai) kriterianya sebagai berikut:

1. Kotak dengan nilai $Z_{ij} - C_{ij}$ negatif terbesar harus masuk basis.
2. Jika terdapat lebih dari satu kotak maka akan dipilih salah satu kotak secara acak.
3. Dalam contoh kasus ini kotak yang akan dipilih adalah kotak X_{32} yang harus masuk basis sebab $Z_{32} - C_{32}$ yang paling negatif atau terkecil. Selain itu, terdapat kotak yang harus keluar atau meninggalkan basis. Cara menentukan kotak yang keluar basis yaitu :

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50	11 100 ↑	11 25 →	175
Des Moines	4 -	5 ←	12 275 ↓	275
Permintaan B	200	100	300	600

Jika dituliskan kembali cara memperoleh $X_{32} = c_{32} - c_{22} + c_{23} - c_{33} = 5 - 11 + 11 - 12 = -7$

4. Perhatikan variabel X_{ij} dengan tanda (-) pada lintasan stepping stone yang terbentuk. Yakni c_{22} dan c_{33} dengan variabel X_{22} dan X_{33} . Dari variabel-

variabel tersebut kita cari nilai yang terkecil. Kotak dengan nilai yang terkecil yang akan keluar dari basis. $\text{Min}(X_{22}, X_{33}) = \text{Min}(100, 275)$. Maka kotak yang masuk basis adalah kotak $X_{22} = 100$.

5. Adapun perbaikan nilai variabel dari sel lainnya yang terlibat dalam lintasan tertutup, diperoleh dengan aturan berikut :

- a. Jika tanda biaya (+), maka nilai variabel baru = nilai variabel lama + nilai minimal.
- b. Jika tanda biaya (-), maka nilai variabel baru = nilai variabel lama - nilai minimal.

Sehingga :

$$X_{23} = X_{23} + \text{nilai minimal} = 100 + 25 = 125$$

$$X_{33} = X_{33} - \text{nilai minimal} = 275 - 100 = 175$$

Maka diperoleh perubahan setelah perpindahan nilai basis yakni sebagai berikut:

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50	11 -	11 125	175
Des Moines	4 -	5 100	12 175	275
Permintaan B	200	100	300	600

Yang jika dihitung jumlah biaya transportasi yang dikeluarkan adalah:

$$Z = \sum C_{ij} X_{ij}$$

$$= C_{11}X_{11} + C_{21}X_{21} + C_{23}X_{23} + C_{32}X_{32} + C_{33}X_{33}$$

$$Z = 150 \times 6 + 50 \times 7 + 125 \times 11 + 100 \times 5 + 175 \times 12$$

$$= 900 + 350 + 1.375 + 500 + 2.100$$

$$= 5.225 \text{ dollar}$$

(terjadi penghematan sebesar 700 dollar)

6. Nilai variabel dalam kotak basis diluar lintasan atau yang tidak terlibat dalam pembentukan lintasan tidak mengalami perubahan. Yang dalam hal ini $X_{11}=150$ dan $X_{21}=50$

Iterasi 2

Asal \ Tujuan	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50	11 -	11 125	175
Des Moines	4 -	5 100	12 175	275
Permintaan B	200	100	300	600

Akan kembali dilakukan evaluasi pada sel-sel kosong dengan uji *Stepping Stone* dalam hal ini X_{12} , X_{13} , X_{22} , X_{31} untuk mengetahui nilai $Z_{ij} - C_{ij}$ -nya antara lain sebagai berikut:

$$Z_{12} - C_{12} = c_{12} - c_{32} + c_{33} - c_{23} + c_{21} - c_{11} = 8 - 5 + 12 - 11 + 7 - 6 = 5$$

$$Z_{13} - C_{13} = c_{13} - c_{23} + c_{21} - c_{11} = 10 - 11 + 7 - 6 = 0$$

$$Z_{22} - C_{22} = c_{22} - c_{23} + c_{33} - c_{32} = 11 - 11 + 12 - 5 = 7$$

$$Z_{31} - C_{31} = c_{31} - c_{21} + c_{23} - c_{33} = 4 - 7 + 11 - 12 = -4$$

Setelah dilakukan evaluasi dengan metode *Stepping Stone*, masih terdapat nilai negatif yang menandakan belum mencapai keadaan yang optimal. Maka dari

itu, kotak yang akan menjadi basis adalah X_{31} karna memiliki nilai yang paling negatif yakni sebagai berikut:

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 50 ↑	11 -	11 125 →	175
Des Moines	4 ←	5 100	12 ↓ 175	275
Permintaan B	200	100	300	600

Jika dituliskan kembali cara memperoleh $X_{31} = c_{31} - c_{21} + c_{23} - c_{33} = 4 - 7 + 11 - 12 = -4$

Variabel X_{ij} dengan tanda (-) pada lintasan *Stepping Stone* yang terbentuk yakni c_{21} dan c_{33} dengan variabel X_{21} dan X_{33} . Sama seperti cara yang sebelumnya, kotak dengan nilai yang terkecil dari variabel-variabel tersebut yang akan keluar dari basis. $\text{Min}(X_{21}, X_{33}) = \text{Min}(50, 175)$. Maka kotak yang masuk basis adalah kotak $X_{21} = 50$

Sehingga:

$$X_{23} = X_{23} + \text{nilai minimal} = 125 + 50 = 175$$

$$X_{33} = X_{33} - \text{nilai minimal} = 175 - 50 = 125$$

Maka diperoleh perubahan setelah perpindahan nilai basis yakni sebagai berikut:

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150

Omaha	7 -	11 -	11 175	175
Des Moines	4 50	5 100	12 125	275
Permintaan B	200	100	300	600

Yang jika dihitung jumlah biaya transportasi yang dikeluarkan adalah:

$$Z = \sum C_{ij}X_{ij}$$

$$= C_{11}X_{11} + C_{23}X_{23} + C_{31}X_{31} + C_{32}X_{32} + C_{33}X_{33}$$

$$z = 150 \times 6 + 175 \times 11 + 50 \times 4 + 100 \times 5 + 125 \times 12$$

$$= 900 + 1.925 + 200 + 500 + 1.500$$

$$= 5.025 \text{ dollar}$$

(terjadi penghematan biaya sebesar 200 dollar)

Iterasi 3

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 -	11 -	11 175	175
Des Moines	4 50	5 100	12 125	275
Permintaan B	200	100	300	600

Akan kembali dilakukan evaluasi pada sel-sel kosong dengan uji *Stepping Stone* dalam hal ini X_{12} , X_{13} , X_{21} , X_{22} untuk mengetahui nilai $Z_{ij} - C_{ij}$ antara lain sebagai berikut:

$$Z_{12} - C_{12} = c_{12} - c_{32} + c_{31} - c_{11} = 8 - 5 + 4 - 6 = 1$$

$$Z_{13} - C_{13} = c_{13} - c_{33} + c_{31} - c_{11} = 10 - 12 + 4 - 6 = -4$$

$$Z_{21} - C_{21} = c_{21} - c_{23} + c_{33} - c_{31} = 7 - 11 + 12 - 4 = 4$$

$$Z_{22} - C_{22} = c_{22} - c_{23} + c_{33} - c_{32} = 11 - 11 + 12 - 5 = 7$$

Setelah dilakukan evaluasi dengan metode *Stepping Stone*, masih terdapat nilai negatif yang menandakan belum mencapai keadaan yang optimal. Maka dari itu, kotak yang akan menjadi basis adalah X_{13} karna memiliki nilai yang paling negatif yakni sebagai berikut:

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 150	8 -	10 -	150
Omaha	7 -	11 -	11 175	175
Des Moines	4 50	5 100	12 125	275
Permintaan B	200	100	300	600

Jika dituliskan kembali cara memperoleh $X_{13} = c_{13} - c_{33} + c_{31} - c_{11} = 10 - 12 + 4 - 6 = -4$

Variabel X_{ij} dengan tanda (-) pada lintasan *Stepping Stone* yang terbentuk yakni c_{11} dan c_{33} dengan variabel X_{11} dan X_{33} . Maka kotak dengan nilai yang terkecil dari variabel-variabel tersebut yang akan keluar dari basis. $\text{Min}(X_{11}, X_{33}) = \text{Min}(150, 125)$. Maka kotak yang masuk basis adalah kotak $X_{33} = 125$

Sehingga:

$$X_{31} = X_{31} + \text{nilai minimal} = 50 + 125 = 175$$

$$X_{11} = X_{11} - \text{nilai minimal} = 150 - 125 = 25$$

Maka diperoleh perubahan setelah perpindahan nilai basis yakni sebagai berikut

:

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 25	8 -	10 125	150
Omaha	7 -	11 -	11 175	175
Des Moines	4 175	5 100	12 -	275
Permintaan B	200	100	300	600

Yang jika dihitung jumlah biaya transportasi yang dikeluarkan adalah:

$$Z = \sum C_{ij}X_{ij}$$

$$= C_{11}X_{11} + C_{13}X_{13} + C_{23}X_{23} + C_{31}X_{31} + C_{32}X_{32}$$

$$Z = 25 \times 6 + 125 \times 10 + 175 \times 11 + 175 \times 4 + 100 \times 5$$

$$= 150 + 1.250 + 1.925 + 700 + 500$$

$$= 4.525 \text{ dollar}$$

(terjadi penghematan biaya sebesar 500 dollar)

Iterasi 4

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 25	8 -	10 125	150
Omaha	7 -	11 -	11 175	175
Des Moines	4 175	5 100	12 -	275
Permintaan B	200	100	300	600

Akan kembali dilakukan evaluasi pada sel-sel kosong dengan uji *Stepping Stone* dalam hal ini X_{12} , X_{21} , X_{22} , X_{33} untuk mengetahui nilai $Z_{ij} - C_{ij}$ antara lain sebagai berikut:

$$Z_{12} - C_{12} = c_{12} - c_{32} + c_{31} - c_{11} = 8 - 5 + 4 - 6 = 1$$

$$Z_{21} - C_{21} = c_{21} - c_{23} + c_{13} - c_{11} = 7 - 11 + 10 - 6 = 0$$

$$Z_{22} - C_{22} = c_{22} - c_{32} + c_{31} - c_{11} + c_{13} - c_{23} = 11 - 5 + 4 - 6 + 10 - 11 = 3$$

$$Z_{33} - C_{33} = c_{33} - c_{31} + c_{11} - c_{13} = 12 - 4 + 6 - 10 = 4$$

Setelah kembali dilakukan evaluasi dengan metode *Stepping Stone*, diketahui seluruh nilai $Z_{ij} - C_{ij} \geq 0$ atau sudah tidak terdapat nilai negatif yang menandakan tabel masalah transportasi diatas telah mencapai keadaan yang optimal. Maka dari itu, Berdasarkan tabel transportasi yang optimal di atas, dapat disimpulkan bahwa biaya minimum pengangkutan pada masalah transportasi tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 2.6 Kondisi Optimal Masalah Transportasi dengan Metode Stepping Stone

Tujuan Asal	Chicago	Louis	Cincinnati	Sumber A
Kansas city	6 25	8 -	10 125	150
Omaha	7 -	11 -	11 175	175
Des Moines	4 175	5 100	12 -	275
Permintaan B	200	100	300	600

1. Kansas City mengirimkan gandum sebanyak 25 ton ke Chicago
2. Kansas City mengirimkan gandum sebanyak 125 ton ke Cincinnati

3. Omaha mengirimkan gandum sebanyak 175 ton ke Cincinnati
4. Des Moines mengirimkan gandum sebanyak 175 ton ke Chicago
5. Des Moines mengirimkan gandum sebanyak 100 ton ke Louis

Dengan biaya minimum sebesar \$4.525.

Dari contoh kasus yang telah diselesaikan diatas, dapat disimpulkan bahwa hasil dari penggunaan metode *North West Corner* dalam menentukan alur pendistribusian gandum dari sumber ke tujuan, masih menghasilkan biaya transportasi yang belum optimal. Oleh karena itu, dengan menggunakan metode *Stepping Stone* dalam menguji optimalitas tabel solusi layak awal akan diperoleh hasil yang lebih optimal sehingga menghasilkan biaya transportasi yang paling minimum dan terjadi penghematan biaya sebesar $5.925 - 4.525 = \$1.400$.

2.5 Variasi Masalah Transportasi

Dalam mengaplikasikan metode transportasi, dapat menghadapi dua hambatan atau kasus, yaitu ketidakseimbangan *supply and demand* serta kasus *degeneracy* (Rangkuti, 2013)

a. Kasus Ketidaseimbangan *supply and demand*

Saat jumlah *supply* lebih besar daripada *demand* atau sebaliknya jumlah *demand* yang melebihi *supply* yang ada, maka yang perlu dilakukan adalah menyeimbangkan *supply and demand* dengan menambahkan baris atau kolom bayangan (*dummy*) pada tujuan (kolom) yang memiliki *demand* sebesar $\sum S_i - \sum D_j$. Dan menyeimbangkan *supply and demand* dengan menetapkan *dummy* dari sumber sebesar $\sum D_j - \sum S_i$. *Dummy* pada kolom dan baris pada dasarnya buatan (tidak riil). dengan demikian, biaya distribusi dari sumber ke tujuan *dummy* adalah nol.

b. Kasus *Degeneracy*

Kasus *degenerate* dalam metode transportasi terjadi jika jumlah sel yang mendapat alokasi (basis cell) dalam tabel transportasi kurang dari jumlah baris ditambah jumlah kolom dikurangi satu ($m+n-1$). Hal ini

mengakibatkan pengaplikasian metode transportasi seperti *Stepping Stone* dan metode *Danzig* tidak dapat dilakukan. Sehingga perlu dilakukan prosedur tambahan sebagai solusi masalah ini yakni dengan cara menetapkan salah satu dari sel kosong dan menempatkan alokasi bernilai nol pada sel tersebut sehingga persyaratan jumlah sel $(m+n-1)$ dapat terpenuhi. Pemilihan sel dilakukan secara sembarang sepanjang evaluasi dengan metode *Stepping Stone* dan *Danzig* dapat dilakukan (Rangkuti, 2013)