

**PENENTUAN DISTRIBUSI *AGGREGATE LOSS*  
KENDARAAN BERMOTOR PADA SUATU  
PERUSAHAAN ASURANSI DENGAN METODE *FAST  
FOURIER TRANSFORM***

**SKRIPSI**



**DISUSUN OLEH:**

**REYNAL KWANDOU**

**H011181326**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**2023**

**SKRIPSI**

**PENENTUAN DISTRIBUSI *AGGREGATE LOSS* KENDARAAN  
BERMOTOR PADA SUATU PERUSAHAAN ASURANSI  
DENGAN METODE *FAST FOURIER TRANSFORM***

**Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas  
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin**



**Reynal Kwandou**

**H011181326**

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2023

## PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Reynal Kwandou  
NIM : H011181326  
Program Studi : Matematika  
Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

**PENENTUAN DISTRIBUSI *AGGREGATE LOSS* KENDARAAN  
BERMOTOR PADA SUATU PERUSAHAAN ASURANSI DENGAN  
*METODE FAST FOURIER TRANSFORM***

adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 16 Juli 2023

Yang menyatakan,



Reynal Kwandou

NIM, H011181326

## LEMBAR PENGESAHAN

### PENENTUAN DISTRIBUSI *AGGREGATE LOSS* KENDARAAN BERMOTOR PADA SUATU PERUSAHAAN ASURANSI DENGAN METODE *FAST FOURIER TRANSFORM*

Disusun dan diajukan oleh

Reynal Kwandou

H011181326


Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Matematika dan ilmu pengetahuan alam Universitas Hasanuddin pada tanggal, 17 Juli 2023 dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama,

Pembimbing Pertama,

  
Dr. Khaeruddin, M.Sc  
NIP.196509141991031003

  
Ainun Mawaddah Abdal  
NIP.199301152021074001



Ketua Program Studi,

  
Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si.  
NIP.197008072000031002

## KATA PENGANTAR

Dengan memanjatkan segala puja dan puji syukur kehadirat Tuhan yang Maha Esa yang telah melimpahkan rahmat dan kasih-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul **“Penentuan Distribusi *Aggregate Loss* Kendaraan Bermotor Pada Suatu Perusahaan Asuransi Menggunakan Metode Fast Fourier Transform”** sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Sarjana (S1) Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Dalam penulisan skripsi ini, penulis menyadari bahwa penyelesaian skripsi tidak dapat terselesaikan tanpa adanya bantuan, bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Maka, pada kesempatan kali ini, penulis dengan segala kerendahan hati ingin menyampaikan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah membantupenulis dalam penyelesaian skripsi ini. Oleh karena itu, penulis pada kesempatan ini dengan segala kerendahan hati penulis menyampaikan terima kasih setulus- tulusnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Ir. Jamaluddin Jompa, M.Sc. selaku Rektor Universitas Hasanuddin;
2. Bapak Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin;
3. Bapak Dr. Khaeruddin, M.Sc. selaku dosen pembimbing utama yang telah menyediakan banyak waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dari awal penulisan hingga selesai skripsi ini;
4. Ibu Ainun Mawaddah Abdal, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing pertama yang telah menyediakan banyak waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing penulis dari awal penulisan hingga selesai skripsi ini;
5. Ibu Naimah Aris, S.Si., M.Math. selaku dosen penguji dan juga Penasehat Akademik yang telah memberikan banyak saran yang berharga dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini;
6. Bapak Dr. Agustinus Ribal, S.Si., M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak saran yang berharga dan arahan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini;
7. Bapak/Ibu dosen Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu

Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin atas segala ilmu dan pengetahuan yang telah beliau berikan selama masa perkuliahan;

8. Bapak/Ibu pegawai/staff Departemen, Fakultas, dan Universitas yang telah banyak membantu mengurus berkas selama perkuliahan dan penyusunan skripsi ini;
9. Kedua orang tua saya dan adik saya tercinta yang telah banyak memberikan bantuan dan dukungan, baik secara materi maupun moral selama penulis di masa perkuliahan dan penyusunan skripsi ini;
10. Terkhusus kepada Herlinda yang selama ini selalu menyemangati dan menemani dalam penyelesaian skripsi ini;
11. Teman – teman penulis yang sering memberikan semangat selama penyusunan skripsi ini.

Akhir kata, penulis berharap semoga segala bentuk kebaikan yang telah diberikan bernilai ibadah dan mendapat balasan dari Tuhan. Semoga skripsi ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, 16 Juli 2023

Reynal kwandou

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS  
AKHIR  
UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

---

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Reynal kwandou  
NIM : H011181326  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Jenis Karya : Skripsi

demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty- Free Right*)** atas karya ilmiah saya yang berjudul:

**Penentuan Distribusi *Aggregate Loss* Kendaraan Bermotor Pada Suatu Perusahaan Asurasnsi Menggunakan Metode Fast Fourier Transform**

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, Dibuat di Makassar pada tanggal 16 Juli 2023

Yang menyatakan,

Reynal Kwandou

## **ABSTRAK**

Bentuk distribusi dari kerugian aggregate pada data klaim perusahaan asuransi dari periode 2019-2021 menggunakan metode Fast Fourier Transform, penelitian ini bertujuan untuk melihat karakteristik data dari distribusi kerugian aggregate perusahaan yang diperoleh dengan metode Fast Fourier Transform. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah menggunakan metode fast fourier transform. Hasil yang diperoleh ialah nilai persentik 0.95 menunjukkan bahwa 95% dari klaim yang masuk tidak lebih besar dari Rp.1.275.800.000 .Untuk melindungi perusahaan dari risiko kerugian, maka perusahaan dapat menerapkan perhitungan kerugian aggregate dengan menggunakan metode fast fourier transform. Adapun saran lain untuk penelitian selanjutnya, yaitu membandingkan kinerja metode FFT dengan pendekatan lain dalam mengestimasi distribusi agregat klaim pada skala besar, seperti dalam industri perbankan atau sektor keuangan.

**Kata kunci :** *Aggregate Loss, Fast Fourier Transform, Asuransi.*



## **ABSTRACT**

The form of distribution of aggregate losses in insurance company claim data from the 2019-2021 period using the Fast Fourier Transform method, this study aims to see the characteristics of data from the distribution of aggregate losses obtained by the Fast Fourier Transform method. The method used in this study is using the fast fourier transform method. The result obtained is a percentage value of 0.95 indicating that 95% of incoming claims are not greater than Rp.1,275,800,000. To protect the company from the risk of loss, the company can apply aggregate loss calculations using the fast fourier transform method. Another suggestion for future research is to compare the performance of the FFT method with other approaches in estimating the distribution of claims aggregates on a large scale, such as in the banking industry or financial sector.

**Keywords :** *Aggregate Loss, Fast Fourier Transform, Insurance.*

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>LEMBAR PENGESAHAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>iv</b>
<b>PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR .....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1    Latar Belakang.....	1
1.2    Rumusan Masalah.....	3
1.3    Tujuan Penelitian .....	4
1.4    Manfaat Penelitian .....	4
1.5    Batasan Masalah .....	4
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....</b>	<b>5</b>
2.1    Model Frekuensi .....	5
2.2    Model Severitas .....	5
2.3    Model Kerugian Agregat (Aggregate Loss Models) .....	6
2.4    Penaksir Maksimum Likelihood.....	8
2.5    Metode AIC dan BIC.....	8
2.6    Metode Inversi .....	9
2.7    Uji keakuratan.....	12
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>13</b>
3.1    Studi Literatur .....	13
3.2    Sumber Data .....	14
3.3    Jenis penelitian.....	14
3.4    Tempat dan Waktu penelitian .....	14
3.5    Metode Penelitian .....	14
3.6    Prosedur penelitian .....	15
3.7    Alur Kerja .....	15

<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>16</b>
4.1 Statistika Deskriptif .....	16
4.2 Fitting Distribution .....	18
4.2.1 Fitting Distribusi untuk Data Frekuensi Klaim .....	18
4.2.2 <i>Fitting</i> Distribusi untuk Data <i>Severity Claim</i> .....	20
4.3 Estimasi Parameter .....	22
4.3.1 Parameter Data Frekuensi Klaim .....	22
4.3.2 Parameter Data Severity Claim .....	23
4.4 Perhitungan Distribusi Aggregate Loss .....	23
4.4.1 Algoritma Fast Fourier Transform .....	23
4.5 Uji Keakuratan FFT .....	28
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>30</b>
5.1 Kesimpulan .....	30
5.2 Saran .....	30
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>31</b>
<b>LAMPIRAN</b>	

## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif .....	16
Tabel 4. 2 Tabel Karakteristik Data .....	20
Tabel 4. 3 Tabel karakteristik Distribusi.....	21
Tabel 4. 4 Tabel Data Statistik Distribusi Negative Binomial.....	22
Tabel 4. 5 Hasil Estimasi Parameter Distribusi Lognormal.....	23
Tabel 4. 6 Nilai Real dari $f_S(X)$ .....	25
Tabel 4. 7 Tabel Persentil Perhitungan Gross Aggregate Loss Klaim.....	27
Tabel 4. 8 Nilai Aktual dan Nilai Prediksi Aggregate Loss.....	28

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 3. 1 Flowchart Kerja.....	15
Gambar 4. 1 Gambar Grafik Besar Klaim .....	17
Gambar 4. 2 Grafik Data Frekuensi Klaim .....	18
Gambar 4. 3 Grafik density dan CDF distribusi Negatif Binomial.....	19
Gambar 4. 4 Grafik density dan CDF distribusi Poisson .....	19
Gambar 4. 5 Grafik Density Dan CDF Distribusi (a) Gamma, (b) Normal, dan (c) Lognormal.....	21
Gambar 4. 6(a) grafik data distribusi severity yang di diskritisasi (b) grafik transformasi fourier distribusi severity (c) grafik transformasi fourier distribusi aggregate loss.....	25
Gambar 4. 7 Grafik bagian real dari aggregate loss distribution .....	26

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Perusahaan asuransi merupakan perusahaan jasa keuangan yang menyediakan produk-produk asuransi. Di sini perusahaan asuransi berperan sebagai penanggung risiko (*insurer*) dalam kontrak asuransi melalui mekanisme transfer risiko sedangkan nasabah atau tertanggung adalah *insured* yang ditanggung risikonya oleh perusahaan asuransi. Perusahaan asuransi menyediakan jaminan berupa ganti rugi finansial bila risiko yang diasuransikan terjadi. Untuk itu, tertanggung wajib membayar premi berupa sejumlah dana pada perusahaan asuransi (Indonesia, Allianz 2019).

Produk asuransi merupakan salah satu produk keuangan yang cukup penting bagi kehidupan masyarakat namun belum sepopuler seperti tabungan, dan deposito. Akan tetapi dewasa ini, asuransi memegang peranan penting seperti halnya berinvestasi, karena asuransi dapat menjadi alternatif dari kondisi keuangan kita dikala diterpa musibah dan kesulitan biaya. Produk - produk asuransi yang ditawarkan saat ini sudah sangat beragam, seperti asuransi jiwa, asuransi kesehatan, hingga asuransi kerugian umum seperti kendaraan bermotor, properti dan perkapalan.

Ketika nasabah membeli produk asuransi, maka perusahaan asuransi memiliki kewajiban untuk membayarkan biaya ganti (klaim) atas kerugian yang akan dialami nasabah secara finansial di masa yang akan datang. Begitupun nasabah juga memiliki kewajiban membayarkan premi kepada perusahaan setiap periodenya yang disahkan dalam perjanjian tertulis dalam bentuk polis asuransi. Dalam menjalankan kewajibannya, perusahaan asuransi perlu memiliki data klaim periode sebelumnya yang diajukan nasabah kepada perusahaan. Berdasarkan data tersebutlah perusahaan dapat menghitung perkiraan distribusi total loss untuk periode berikutnya sebagai dasar untuk menentukan besarnya premi yang akan dibayarkan (Manurung & Mananohas, 2016). Perusahaan asuransi memiliki potensi

mengalami kerugian jika klaim yang diajukan oleh pemegang polis lebih besar dari cadangan klaim yang dianggarkan oleh perusahaan asuransi. Potensi ini diartikan sebagai risiko yang harus dikelola oleh perusahaan asuransi agar tidak mengalami kerugian. Risiko dapat diasumsikan sebagai variabel acak dengan klaim yang memiliki distribusi sehingga dalam perhitungan risiko biasanya berhubungan dengan model peluang, salah satunya yaitu model kerugian agregat (Pratiwi, Lestia, & Salam, 2020).

*Aggregate loss* adalah total nilai yang dibayarkan pada setiap klaim yang diajukan ke perusahaan asuransi dalam periode waktu yang telah ditetapkan dalam kontrak asuransi. Jumlah biaya yang ditanggung pun berpaku pada jenis produk dan tingkatan asuransi yang dipilih nasabah. Berdasarkan uraian diatas, distribusi *aggregate loss* merupakan distribusi peluang total besarnya kerugian yang akan ditanggung oleh perusahaan asuransi.

Perhitungan distribusi *aggregate loss* dapat dihitung dengan mendapatkan distribusi frekuensi dan distribusi *severity*-nya. Distribusi frekuensi yang dimaksud ialah distribusi banyaknya klaim pada periode tertentu. Distribusi *severity* adalah distribusi berdasarkan besar klaim yang dibayarkan. Dalam penentuan distribusi *aggregate loss* dibutuhkan gabungan kedua distribusi ini yang biasa juga disebut distribusi *compound*.

Kerugian *aggregate* yang akan dibahas berasal dari perusahaan asuransi umum. Berdasarkan data dari OJK, klaim perusahaan asuransi umum dan reasuransi mengalami peningkatan sebesar 16,9% dibandingkan dengan tahun sebelumnya, yaitu dari Rp47,67 menjadi Rp55,72 triliun. Produk asuransi umum khususnya kendaraan bermotor mempunyai beberapa faktor yang berpeluang menyebabkan kerugian bagi pemiliknya, seperti kehilangan, kerusakan, kebakaran atau sebab-sebab lainnya. Dalam hal ini, peneliti akan melakukan perhitungan data klaim dari perusahaan asuransi yang ada di Indonesia. Sebelum melakukan perhitungan terhadap distribusi *aggregate loss*-nya, perlu dilakukan perhitungan terhadap kedua distribusi tersebut. Perhitungan distribusinya dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Fit Distribution* yang dapat dihitung langsung menggunakan program software Matlab.

Namun, metode tersebut cenderung sulit lebih dikerjakan dan bisa saja tidak memiliki hasil. Oleh karena itu, *Fast Fourier Transform* akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan penentuan distribusi kerugian *aggregate* pada penelitian ini. *Fast Fourier Transform* secara lebih rinci adalah suatu algoritma yang dapat digunakan untuk membalikkan fungsi karakteristik untuk mendapatkan kepadatan dari peubah acak diskrit. Dibandingkan dengan metode lain yang lebih umum seperti Monte carlo, *Fast Fourier Transform* lebih dipilih untuk digunakan karena berdasarkan buku *Pricing in General Insurance fast fourier transform* lebih unggul karena waktu perhitungannya sangat cepat karena kecepataannya tidak bergantung pada seberapa banyak data klaim, berbeda ketika metode Monte carlo digunakan karena waktu perhitungannya akan sangat lambat ketika data claim yang ada sangat banyak dan bila membutuhkan ketepatan yang tinggi.

Penerapan penyelesaian secara numerik dalam penentuan distribusi *aggregate loss* telah dilakukan oleh beberapa peneliti seperti diantaranya Manurung dkk (2016) yang menggunakan metode *Fast Fourier Transform* dalam menentukan premi murni pada asuransi kendaraan bermotor yang menunjukkan peluang *aggregate loss* bernilai nol adalah 0,91192 yang menunjukkan bahwa banyak pemegang polis tidak mengajukan klaim. Terdapat juga Septiany dkk (2020) yang menggunakan metode Monte Carlo dalam memodelkan distribusi *aggregate loss* pada BPJS kesehatan kota Tangerang yang menyarankan untuk menggunakan metode *Panjer Recursion* atau *Fast Fourier Transform* dalam pengembangannya.

Bagaimana karakteristik dari distribusi *aggregate loss* pada data klaim di perusahaan asuransi kerugian kendaraan bermotor yang melatarbelakangi penulis melaksanakan penelitian dengan judul “**Penentuan Distribusi Aggregate Loss Kendaraan Bermotor Pada Suatu Perusahaan Asuransi Dengan Metode *Fast Fourier Transform* ”**

## **1.2 Rumusan Masalah**



Berdasarkan latar belakang yang telah dibahas, rumusan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah bagaimana bentuk distribusi dari kerugian aggregate pada data klaim perusahaan asuransi selama tiga tahun periode 2019-2021 menggunakan metode *Fast Fourier Transform*?

### **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang ingin dibahas, penelitian ini bertujuan untuk melihat karakteristik data dari distribusi kerugian aggregate perusahaan yang diperoleh dengan metode *Fast Four Transform*.

### **1.4 Manfaat Penelitian**

Melalui penelitian mengenai penentuan distribusi dari kerugian aggregate, terdapat beberapa manfaat yang diharapkan, yaitu:

1. Memberikan gambaran terkait keunggulan penggunaan metode *Fast Fourier Transform*.
2. Memberikan tambahan literatur mengenai metode *Fast Fourier Transform*

### **1.5 Batasan Masalah**

Masalah yang akan dibahas pada penelitian ini memiliki batasan mencakup:

1. Penentuan distribusi kerugian aggregate menggunakan metode *Fast Fourier Transform* secara numerik.
2. Data klaim kendaraan bermotor pada perusahaan XXX dengan periode 3 tahun (2019-2021) yang diakumulasikan perminggu. Diasumsikan *Fast Fourier Transform* dikerjakan secara diskrit.

## **BAB II**

### **TINJAUAN PUSTAKA**

#### **2.1 Model Frekuensi**

Pemodelan frekuensi adalah model yang memberikan gambaran probabilitas jumlah kerugian tertentu yang terjadi selama periode tertentu, seperti periode polis atau dalam periode tahunan. Seperti halnya dengan semua model yang kami gunakan untuk penetapan harga, model frekuensi dapat didasarkan pada berbagai tingkat pada kerugian masa lalu, tetapi ini adalah model prospektif yaitu, ini memberi tahu berapa jumlah kerugian di masa depan. Dengan demikian, pengalaman kehilangan harus disesuaikan dengan keadaan saat ini sebelum dapat digunakan.

Tiga model paling populer yang digunakan dalam asuransi mungkin adalah distribusi binomial, distribusi Poisson dan distribusi negative binomial. Ketiganya disebut *counting distributions* yaitu distribusi diskrit dengan nilai bilangan natural saja (Parodi, 2014).

#### **2.2 Model Severitas**

Model severitas yang biasa simbolkan dengan ( $X$ ) sangat penting untuk menghitung bersamaan dengan model frekuensi, distribusi dari *aggregate loss* dan juga untuk mengetahui peluang seseorang mengalami loss dalam besaran jumlah tertentu, dan juga untuk mengetahui berapa limit polis yang dapat seseorang beli, poin penting dari kegunaan model severitas adalah dimaksudkan untuk menghitung distribusi atau nilai dari kerugian individual.

Untuk memilih model severitas yang cocok dengan data yang ada, dilakukan uji *fitness* data dengan *tools fitting distribution* yang bisa menggunakan *software* Matlab atau R studio.

### 2.3 Model Kerugian Agregat (Aggregate Loss Models)

Dalam dunia asuransi, khususnya asuransi kerugian *aggregate loss* adalah total nilai yang dibayarkan pada setiap klaim yang terjadi dalam periode waktu yang telah ditetapkan dalam kontrak asuransi. Dalam hal ini, *aggregate loss* dapat direpresentasikan sebagai penjumlahan dari  $S$  bilangan acak, dan  $N$  pembayaran individu  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$ .

Model kerugian agregat merupakan variabel acak yang menyatakan total dari semua kerugian yang terjadi dalam suatu blok polis asuransi. Model kerugian agregat dapat dimodelkan menggunakan pendekatan risiko kolektif yang mana banyaknya klaim merupakan variabel acak diskrit dan besar klaim merupakan variabel acak kontinu (Pratiwi, Lestia, & Salam, 2020)

Persamaan modelnya dapat ditulis sebagai berikut:

$$S = (X_1 + X_2 + \dots + X_N), \quad N = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.1)$$

dengan  $S = 0$  ketika  $N = 0$ .

Model diatas merupakan bentuk dari Model Collective Risk yang mana  $X_j$  diasumsikan merupakan variable acak yang berdistribusi independent dan identik (*iid*). Berikut adalah asumsi – asumsi:

Terbatas pada  $N = n$ , dan variable acak  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$  adalah variable acak *i.i.d*.

Terbatas pada  $N = n$ , distribusi dari variable acak  $X_1, X_2, \dots, X_N$  tidak bergantung pada  $n$ .

Distribusi  $N$  tidak bergantung pada nilai dari  $X_1, X_2, \dots, X_N$ .

Kemudian terdapat model lain, yaitu *Individual Risk Model* dengan nilai kerugian dari  $n$  jumlah kontrak asuransi adalah  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$ , dengan  $X_j$  diasumsikan independent tetapi tidak berdistribusi secara identik. Distribusi dari  $X_j$  umumnya memiliki fungsi peluang sebesar nol ketika tidak terjadi kerugian atau pembayaran.

Distribusi dari  $S$  didapatkan dari distribusi  $N$  dan distribusi  $X_j$ . Dengan menggunakan pendekatan ini, frekuensi dan nilai dari klaim akan dimodelkan secara terpisah. Informasi-informasi dari distribusi berikut akan digunakan untuk mendapatkan informasi tentang  $S$ . Alternatif untuk pendekatan ini adalah dengan mengumpulkan informasi tentang  $S$  (misalnya, total kerugian setiap bulan untuk setiap periode bulanan). Terdapat 7 keuntungan berbeda dalam memodelkan distribusi dari  $N$  dan distribusi dari  $X_j$ , yaitu:

Jumlah klaim yang diharapkan dapat berubah seiring perubahan jumlah polis yang diasuransikan. Pertumbuhan bisnis perlu di perhitungkan dalam meramalkan jumlah klaim ditahun yang akan datang berdasarkan data tahun sebelumnya.

Dampak inflasi ekonomi global dan inflasi klaim tambahan dapat mencerminkan kerugian yang ditimbulkan oleh pihak tertanggung dan klaim yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi. Dampak perubahan *deductible individual* dan *limit* polis dapat diimplementasikan dengan mengubah spesifikasi dari distribusi *severity claim*. Dampak dari perubahan biaya *deductible* dapat menunjukkan perubahan pada jumlah frekuensi klaim.

Data yang heterogen dalam hal *deductible* dan *limit* dapat digabungkan untuk mendapatkan distribusi ukuran kerugian hipotetik. Model dikembangkan untuk kerugian yang tidak di-*cover* asuransi, biaya klaim kepada pihak tertanggung dan biaya klaim untuk reasuransi dapat konsisten. Bentuk dari distribusi  $S$  bergantung pada bentuk dari kedua distribusi  $N$  dan  $X$ .

Dengan demikian, model yang lebih akurat dan fleksibel dapat dibangun dengan mengecek frekuensi dan keparahan klaim secara terpisah. Dalam membangun model  $S$ , jika  $N$  mewakili jumlah sebenarnya dari kerugian kepada tertanggung, maka  $X_j$  dapat mewakili (i) kerugian kepada tertanggung, (ii) pembayaran klaim perusahaan asuransi, (iii) pembayaran klaim reasuransi, atau (iv) *deductible* (asuransi diri) yang dibayarkan oleh tertanggung. Dalam setiap kasus, interpretasi dari  $S$  adalah berbeda dan distribusi keparahan dapat dibangun secara konsisten.

Oleh sebab itu,  $N$  merupakan variabel acak jumlah klaim dan distribusi merupakan distribusi jumlah klaim atau dalam istilah lain biasanya disebut sebagai distribusi frekuensi. Kemudian,  $X_j$  adalah variabel acak individual atau *single loss random variable*.  $X_j$  merupakan distribusi pembayaran karena merupakan transaksi *cash* yang sebenarnya. Istilah lain yang umum untuk  $X_j$  adalah *severity distribution*. Selanjutnya  $S$  adalah variabel acak *aggregate loss* atau *total loss*.

## 2.4 Penaksir Maksimum Likelihood

Untuk menentukan *maximum likelihood estimator*, diberikan dataset terdiri dari  $n$  jumlah peristiwa  $A_1, \dots, A_n$  dengan  $A_j$  merupakan peristiwa acak yang diteliti sebanyak  $j$  kali penelitian, contohnya  $A_j$  bisa saja merupakan sebuah titik atau dalam sebuah interval. Sebagai asumsi lebih lanjut sejumlah  $A_j$  kejadian merupakan hasil observasi dari variabel acak  $X_j$ . Variabel acak  $X_1, \dots, X_N$  tidak perlu mempunyai distribusi peluang yang sama, namun harus bergantung pada vektor parameter  $\theta$  yang sama dan variabel acaknya diasumsikan independen.

Fungsi *Likelihood* mempunyai bentuk umum sebagai berikut:

$$L(\theta) = \prod_{j=1}^n Pr(X_j \in A_j | \theta) \quad (2.2)$$

Dengan  $\theta$  dari *Maximum Likelihood Estimator* adalah vektor yang memaksimalkan fungsi *Likelihood*.

## 2.5 Metode AIC dan BIC

Metode AIC (*Akaike information criterion*) merupakan metode yang digunakan untuk menemukan model distribusi yang terbaik. Metode ini dibuat berdasarkan pada metode *Maximum likelihood estimation* (MLE). Metode ini mempunyai rumus sebagai berikut

$$AIC = 2k - 2\ln(\hat{L})$$

Menurut metode AIC, model yang terbaik adalah model yang mempunyai nilai AIC yang terkecil (Fathurahman, 2010).

Metode BIC (*Bayesian Information Criterion*) merupakan metode yang digunakan untuk menemukan model terbaik dari beberapa beberapa kandidat model yang mungkin. Model BIC dapat didefinisikan sebagai berikut

$$BIC = k \ln(n) - 2 \ln(\hat{L})$$

Metode BIC merupakan metode yang sangat efektif dalam menemukan model yang terbaik karena cocok untuk data sampel yang besar. Model yang terbaik adalah model yang memiliki nilai BIC yang terkecil (QUDRATULLAH, 2007).

## 2.6 Metode Inversi

Penjumlahan acak dari  $S$  dengan  $N$  merupakan distribusi perhitungan yang mempunyai fungsi distribusi

$$\begin{aligned} F_S(x) &= P_r(S \leq x) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n P_r(S \leq x | N = n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n F_X^{*n}(x) \end{aligned} \tag{2.3}$$

Dengan  $F_X(x) = P_r(X \leq x)$  adalah fungsi distribusi yang umum dari  $X_j$  dan  $p_n = P_r(N = n)$ , maka distribusi dari  $S$  disebut *Compound distribution* dan PGF dari  $S$  adalah

$$\begin{aligned} P_S(z) &= E[z^S] \\ &= E[z^0]P_r(N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} E[z^{X_1+X_2+\dots+X_n} | N = n]P_r(N = n) \\ &= P_r(N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} E \left[ \prod_{j=1}^{\infty} z^{X_j} \right] P_r(N = n) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} P_r(N = n) P_X[P_N(z)]^n \\ &= E[P_X(z)^N] = P_N[\varphi_X(Z)] \end{aligned} \tag{2.4}$$

*Compound distribution* cukup cocok dengan pendekatan numerik karena transformasi dari pendekatan numerik adalah fungsi compound dan cukup mudah dievaluasi. Ketika frekuensi dan *severity*-nya diketahui, maka PGF (*probability generating function*) dan CF (*characteristic Function*) dari distribusi *aggregate loss* adalah sebagai berikut:

$$P_s(z) = P_N[P_x(z)], \quad (2.5)$$

dan,

$$\varphi_s(z) = E[e^{isz}] = P_N[\varphi_x(z)]. \quad (2.6)$$

Fungsi karakteristik selalu ada dan unik, sebaliknya untuk setiap fungsi karakteristik yang diberikan, terdapat distribusi yang unik. Tujuan dari metode invers yaitu untuk mendapatkan distribusi secara numerik dari fungsi karakteristik (6).

### **Fast Fourier Transform**

Beberapa masalah dalam pemodelan kerugian *aggregate* kadang kali tidak bisa di selesaikan secara analitik, tetapi dapat diselesaikan menggunakan metode numerik. Salah satu metode yang melibatkan pengambilan data pengamatan sesuai distribusi yang dibutuhkan adalah metode *Fast Fourier Transform*.

*Fast Fourier Transform* merupakan salah satu metode inversi yang umumnya disingkat sebagai *FFT*. *FFT* adalah sebuah algoritma yang dapat digunakan untuk membalikkan fungsi karakteristik untuk mendapatkan kepadatan dari peubah acak diskrit. Transformasi *fourier* mempunyai definisi untuk setiap fungsi  $F(X)$  transformasi fourier merupakan pemetaan dari:

$$\tilde{f}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{izx} dx \quad (2.7)$$

Fungsi aslinya dapat diambil dari transformasi fourier-nya:

$$F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(z) e^{-ixz} dz \quad (2.8)$$

Ketika  $f(x)$  adalah Pdf, maka  $\tilde{f}(z)$  adalah fungsi karakteristiknya. Untuk pengaplikasiannya,  $f(x)$  akan bernilai riil. Dari persamaan (4),  $\tilde{f}(z)$  bernilai kompleks. Ketika  $f(x)$  adalah fungsi distribusi peluang diskrit, maka untuk kasus ini integral akan berubah menjadi sigma seperti yang didefinisikan di bawah ini:

Misal  $f(x)$  dinotasikan sebagai fungsi yang didefinisikan untuk setiap bilangan bulat  $x$  yang bersifat periodik dengan panjang periode  $n$ . Untuk Panjang  $(f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ , transformasi diskrit *fourier* adalah pemetaan  $f(x)$ , dengan  $x = \dots, -1, 0, 1, \dots$ , didefinisikan sebagai berikut:

$$\tilde{f}_k = \sum_{j=0}^{n-1} f_j \exp\left(\frac{2\pi i}{n} jk\right), \quad k = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (2.9)$$

Pemetaan ini bersifat bijektif. Selain itu,  $\tilde{f}_k$  juga bersifat periodik dengan panjang periode  $n$ . Pemetaan inversnya adalah sebagai berikut:

$$f_j = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \tilde{f}_k \exp\left(-\frac{2\pi i}{n} kj\right), \quad j = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (2.10)$$

Dari Persamaan (9), diperoleh sebanyak  $n$  nilai dari  $f_k$ , karenanya untuk mengevaluasi hal ini dibutuhkan orde  $n^2$ .

*FFT* adalah algoritma yang mengurangi jumlah komputasi yang diperlukan untuk menjadi orde  $O(n \log_2 n)$ . Salah satu syarat yang diperlukan untuk menggunakan metode ini adalah vektor dari peluang *severity* harus sama panjang dengan vektor hasil dan harus berpangkat 2.

Dalam penerapannya, *FFT* digunakan untuk menginversikan fungsi karakteristik. Ketika diskritisasi dari distribusi *severity* telah dilakukan, berikut langkah-langkah selanjutnya:



Diskritisasi distribusi *severity* dengan beberapa metode yang ada, kemudian distribusi *severity* yang telah didiskritisasi.

$$f_X(0), f_X(1), f_X(2), \dots, f_X(n-1).$$

Dengan  $n = 2^r$  untuk bilangan bulat  $n$  dan  $r$  adalah jumlah dari *grid* yang diinginkan dalam distribusi agregat klaim  $f_S(X)$ .

Gunakan *FFT* pada nilai vektor ini, kemudian diperoleh  $\varphi_x(z)$  fungsi karakteristik dari distribusi yang telah didiskritisasi. Hasilnya akan menjadi vektor dari nilai  $n = 2^r$ .

Transformasikan vektor ini dengan transformasi PGF dari distribusi frekuensi klaim yang menghasilkan  $\varphi_s(z) = P_N[\varphi_x(z)]$ , yang merupakan fungsi karakteristik. Itulah diskrit *fourier transform* dari distribusi agregat klaim, sebuah vektor dari nilai  $n = 2^r$ .

Gunakan *inverse Fast Fourier Transform (IFFT)*, yang identik dengan *FFT*, hanya saja berbeda di tanda dan dibagi oleh  $n$ , hasilnya akan berupa vektor dengan Panjang bernilai  $n = 2^r$  yang mewakili dengan tepat distribusi dari *aggregate* klaim untuk model keparahan yang didiskritisasi.

Prosedur *FFT* memerlukan diskritisasi dari distribusi *severity*, jika jumlah poin pada distribusi *severity* kurang dari  $n = 2^r$ , distribusi *severity* harus di tambah dengan 0 hingga panjangnya  $n$  (Klugman, Panjer, & Willmot, 2012).

## 2.7 Uji keakuratan

Untuk mengukur ketepatan prediksi dari pengujian menggunakan metode Fast fourier transform dapat digunakan beberapa pengujian salah satunya metode RMSE.

### Metode RMSE

*Root mean square error* (RMSE) adalah salah satu metode pengukuran kesalahan atau error yang umum digunakan dalam ilmu statistic, ilmu data dan machine learning. Metode RMSE digunakan untuk mengetahui selisih antara nilai aktual dan nilai prediksi (Afrianto, Tjandrasa, & Arieshanti, 2013).

Metode ini mengukur akar rata-rata dari selisih kuadrat antara nilai prediksi dengan nilai aktualnya. Secara matematis, rumus dari metode RMSE dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2} \quad (2.11)$$

Dengan  $n$  adalah banyaknya data dan  $y_j$  adalah data hasil prediksi ke-  $j$  dan  $\hat{y}_j$  adalah data actual ke- $j$ . Semakin kecil RMSE yang didapat, maka semakin bagus prediksinya (Afrianto, Tjandrasa, & Arieshanti, 2013).

## **BAB III METODOLOGI PENELITIAN**

### **3.1 Studi Literatur**

Dalam melakukan penelitian ini, pengumpulan data tambahan sebagai referensi dilakukan dari berbagai sumber, seperti buku, jurnal dan sumber lainnya.