

**ESTIMATOR KURVA *PRIESTLEY CHAO* MENGGUNAKAN  
FUNGSI KERNEL *TRIANGLE* UNTUK DATA RATA-RATA  
BULANAN BILANGAN *SUNSPOT* MATAHARI**

**SKRIPSI**



**WINDI WILDA NINGSI**

**H 121 15 313**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
FEBRUARI 2019**

**ESTIMATOR KURVA *PRIESTLEY CHAO* MENGGUNAKAN  
FUNGSI KERNEL *TRIANGLE* UNTUK DATA RATA-RATA  
BULANAN BILANGAN *SUNSPOT* MATAHARI**

**SKRIPSI**

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada  
Program Studi Statistika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu  
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin Makassar

**WINDI WILDA NINGSI**

**H 121 15 313**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
FEBRUARI 2019**

## LEMBAR PERNYATAAN KEONTETIKAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan dengan sungguh-sungguh  
bahwa skripsi yang saya buat dengan judul:

**Estimator Kurva *Priestley Chao* menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* untuk  
Data Rata-rata Bulanan Bilangan *Sunspot* Matahari**

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah  
dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Makassar, 26 Februari 2019




**WINDI WILDA NINGSI**

**NIM. H121 15 313**

**ESTIMATOR KURVA *PRIESTLEY CHAO* MENGGUNAKAN  
FUNGSI KERNEL *TRIANGLE* UNTUK DATA RATA-RATA  
BULANAN BILANGAN *SUNSPOT* MATAHARI**

Disetujui oleh:

**Pembimbing Utama**

  
**Drs. Raupong, M.Si.**

**NIP. 19621015 198810 1 001**

**Pembimbing Pertama**

  
**Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.**

**NIP. 1965051 199303 2 002**

Pada Tanggal: 26 Februari 2019

## HALAMAN PENGESAHAN




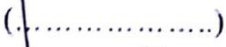
Skripsi ini diajukan oleh:

Nama : Windi Wilda Ningsi  
Nim : H 121 15 313  
Program Studi : Statistika  
Judul : Estimator Kurva *Priestley Chao* Menggunakan  
Fungsi Kernel *Triangle* untuk Data Rata-rata  
Bulanan Bilangan *Sunspot* Matahari

Telah berhasil dipertahankan dihadapan dewan penguji dan diterima sebagai bagian persyaratan yang diperlukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

### DEWAN PENGUJI

#### Tanda Tangan

1. Ketua : Drs. Raupong, M.Si. 
2. Sekretaris : Dra. Nasrah Sirajang, M.Si. 
3. Anggota : Drs. M. Saleh A.F., M.Si. 
4. Anggota : Dr. Nirwan Ilyas, M.Si. 

Ditetapkan di : Makassar

Tanggal : 26 Februari 2019

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, karunia, serta hidayah-Nya kepada penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat serta salam semoga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW dan kepada para keluarga serta sahabat beliau. Skripsi ini berjudul “**Estimator Kurva Priestley Chao menggunakan Fungsi Kernel Triangle untuk Data Rata-rata Bulanan Bilangan Sunspot Matahari**” yang disusun untuk memenuhi salah satu syarat akademik guna meraih gelar sarjana pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak mungkin sukses tanpa adanya bantuan berbagai pihak, baik bantuan moril maupun materiil. Oleh karena itu, penulis dengan rasa rendah hati mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada kedua orang tua penulis, Ayahanda **La Eda** dan Ibunda **Waode Karamini** atas didikan dan limpahan kasih sayang, doa dan nasehat yang selalu setia diberikan kepada penulis. Terima kasih juga penulis ucapkan kepada saudara/saudari tercinta **Apriatin, Fitriani, Sitti Nurhayati, Iyan Hidayat Asfar** serta kakanda **Rhom** yang selalu memberikan motivasi kepada penulis dan senantiasa menyertakan penulis dalam setiap doanya.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya juga penulis ucapkan kepada:

1. **Prof. Amir Kamal Amir, M.Sc.** selaku Ketua Departemen Matematika dan **Dr. Amran, S.Si., M.Si.** selaku sekretaris Departemen Matematika yang telah membekali ilmu kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika.
2. **Drs. Raupong, M.Si.** selaku Dosen Pembimbing utama dan **Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.** selaku Dosen Pembimbing Pendamping yang telah meluangkan waktu ditengah berbagai kesibukan untuk membimbing dan membagi ilmu serta memberikan dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

3. **Drs. M. Saleh A.F., M.Si.** selaku Penguji sekaligus Penasehat Akademik. Terima kasih atas segala masukan bantuan, nasehat serta motivasi yang telah diberikan kepada penulis selama menjalani pendidikan di Departemen Matematika.
4. **Dr. Nirwan Ilyas, M.Si.**, selaku Penguji, terima kasih atas segala masukan serta nasehat yang diberikan kepada penulis selama penyusunan tugas akhir ini.
5. **Keluarga besar Statistika 2015**, terima kasih telah menjadi keluarga baru yang selalu ada.
6. Sahabat-sahabatku **Mega, Ria, Aminah, Hilmi, Amel, Elsa, Sarina, Puji.** Terima kasih atas bantuan dan kebersamaannya selama ini.
7. Teman-Teman KKN Posko Bonto Tiro **Lisah, Kak Eva, Selvi, Kak Evi, Bagus, Rio, Kak Way, Alpin, Dani.** Terima kasih untuk kenangannya selama KKN.
8. Teman-teman **KMPW Muna-Makassar** khususnya **angkatan 014, Devi, Fitrop, Ayuta, Joker, Abang, Inal, Ipong, Said, Tayeb, Dewa, Ulla, Iful, Ian.** Terima kasih untuk persahabatan dan persaudaraannya yang selalu solid. Meskipun berada jauh dari kampung halaman, bersama kalian Kota Makassar terasa kampung halaman sendiri.
9. Kepada semua pihak yang tidak sempat penulis sebutkan satu-persatu, semoga segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis bernilai ibadah disisi Allah SWT.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam skripsi ini, untuk itu dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga tulisan ini memberikan manfaat untuk pembaca.

Makassar, 26 Februari 2019

Windi Wilda Ningsi

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR  
UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK**

---

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Windi Wilda Ningsi  
NIM : H 121 15 313  
Program Studi : Statistika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Noneklusif** (*Non-exclusive Royalty-Free Right*) atas karya ilmiah yang berjudul:

**“Estimator Kurva *Priestley Chao* menggunakan Fungsi Kernel *Triangle*  
untuk Data Rata-rata Bulanan Bilangan *Sunspot* Matahari”**

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap menyantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal, 26 Februari 2019

Yang Menyatakan,



Windi Wilda Ningsi



## ABSTRAK

Analisis regresi merupakan suatu metode yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon (Y) dengan variabel prediktor (X). Salah satu pendekatan analisis regresi yang sering digunakan adalah regresi nonparametrik. Regresi nonparametrik digunakan untuk data yang tidak diketahui distribusinya. Analisis regresi nonparametrik tidak terikat pada asumsi tertentu. Terdapat beberapa metode untuk mengestimasi model pada regresi nonparametrik salah satunya adalah estimator kernel. Estimator kernel merupakan salah satu metode pendekatan terhadap fungsi densitas yang belum diketahui dengan menggunakan fungsi kernel. Hal yang paling penting dalam pendekatan kernel adalah pemilihan *bandwidth*. *Bandwidth* berfungsi untuk mengontrol kemulusan dari kurva yang diestimasi. Salah satu kriteria yang dapat digunakan untuk memilih *bandwidth* yang optimum adalah *Generalized Cross Validation (GCV)*. Nilai GCV minimum menunjukkan nilai *bandwidth* yang optimum.

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan estimator kurva *Priestley Chao* menggunakan fungsi kernel *triangle* dengan menggunakan data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari. Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dapat diketahui bahwa estimator kurva *Priestley Chao* menggunakan fungsi kernel *triangle* baik diterapkan pada data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari tahun 2000 sampai tahun 2018. Estimator kurva ini menghasilkan kurva regresi yang relatif sama dengan kurva data asli. Diperoleh nilai *bandwidth* optimum adalah 1.1 dengan nilai GCV minimum sebesar 46.04 serta nilai *Mean Square Error (MSE)* yang relatif kecil.

**Kata kunci:** Regresi Nonparametrik, Estimator Kernel *Priestley Chao*, Fungsi Kernel *Triangle*, *Bandwidth*, *Generalized Cross Validation*, Bilangan *Sunspot*.

## ABSTRACT

Regression analysis is a method used to model the relationship between the response variable (Y) and the predictor variable (X). One of the requirements for regression analysis that is often used is nonparametric regression. Nonparametric regression is used for data unknown to its distribution. Nonparametric regression analysis is not approved for certain considerations. There are several methods for estimating models in nonparametric regression, one of which is the kernel estimator. The kernel estimator is one method of approaching unknown density functions using kernel functions. The most important thing in the kernel is the selection of bandwidth. Bandwidth work to control smoothness of the estimated curve. One of the criteria that can be used to select the optimal bandwidth is Generalized Cross Validation (GCV). The minimum GCV value indicates the optimal bandwidth value.

This study tries to get the Priestley Chao curve estimator using the kernel triangle function by using the monthly average data of the sun sunspot numbers. Based on the results of the analysis and discussion, it can be seen that the Priestley Chao curve estimator uses the kernel triangle function both applied to the 2000 sunspot sun monthly average data data until 2018. The estimator of this curve produces a regression curve that is relatively the same as the original data curve. The optimum bandwidth value obtained is 1.1 with a minimum GCV value of 46.04 and a relatively small value of Mean Square Error (MSE).

**Keywords:** Nonparametric Regression, Priestley Chao Kernel Estimator, Triangle Kernel Function, Bandwidth, General Cross Validation, Sunspot Numbers.

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	ii
<b>LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN</b> .....	iii
<b>LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING</b> .....	iv
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	v
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vi
<b>PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH</b> .....	viii
<b>ABSTRAK</b> .....	ix
<b>ABSTRACT</b> .....	x
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xv

### **BAB 1 PENDAHULUAN**

1.1 Latar Belakang .....	2
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan Penelitian .....	4
1.5 Manfaat Penelitian .....	4

### **BAB 2 LANDASAN TEORI**

2.1 Statistika Deskriptif .....	5
2.2 Regresi Nonparametrik .....	5
2.3 Estimator Kernel .....	6
2.4 Fungsi Kernel .....	6
2.5 Estimator <i>Priestley Chao</i> .....	9
2.6 Pemilihan <i>Bandwidth</i> Optimum .....	10
2.7 Matahari .....	11
2.8 Bintik Matahari ( <i>Sunspot</i> ) .....	12

### **BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN**

3.1 Sumber Data.....	14
3.2 Variabel Penelitian .....	14
3.3 Metode Analisis Data .....	14
3.4 Tahapan Penelitian .....	14

### **BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN**

4.1 Deskripsi Data.....	16
4.2 Analisis Data.....	18

### **BAB V PENUTUP**

5.1 Kesimpulan .....	31
5.2 Saran .....	32

<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>33</b>
-----------------------------	-----------

<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>36</b>
-----------------------	-----------

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b>	Beberapa jenis fungsi kernel .....	8
<b>Gambar 2.2</b>	Fungsi kernel triangle .....	9
<b>Gambar 2.3</b>	Bintik Matahari .....	13
<b>Gambar 4.1</b>	Plot data rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> tahun 2000 sampai 2018 .....	16
<b>Gambar 4.2</b>	Kurva regresi kernel <i>triangle</i> rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai <i>bandwidth</i> 0.1 .....	19
<b>Gambar 4.3</b>	Kurva error regresi kernel <i>triangle</i> terhadap rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> dengan <i>sbandwidth</i> 0.1 .....	20
<b>Gambar 4.4</b>	Kurva regresi kernel <i>triangle</i> rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai <i>bandwidth</i> 10 .....	21
<b>Gambar 4.5</b>	Kurva error regresi kernel <i>triangle</i> terhadap rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> dengan <i>bandwidth</i> 10 .....	21
<b>Gambar 4.6</b>	Kurva regresi kernel <i>triangle</i> rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai <i>bandwidth</i> 1.1 .....	23
<b>Gambar 4.7</b>	Kurva error regresi kernel <i>triangle</i> terhadap rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> dengan <i>bandwidth</i> 1.1.....	23
<b>Gambar 4.8</b>	Kurva regresi kernel <i>triangle</i> rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai <i>bandwidth</i> 0.9 .....	24
<b>Gambar 4.9</b>	Kurva error regresi kernel <i>triangle</i> terhadap rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> dengan <i>bandwidth</i> 0.9 .....	25
<b>Gambar 4.10</b>	Kurva regresi kernel <i>triangle</i> rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai <i>bandwidth</i> 1.2 .....	26
<b>Gambar 4.11</b>	Kurva error regresi kernel <i>triangle</i> terhadap rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> dengan <i>bandwidth</i> 1.2 .....	26
<b>Gambar 5.1</b>	Kurva regresi kernel <i>triangle</i> terbaik untuk data rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> terhadap waktu (bulan ke-).....	31

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 4.1</b>	Statistik deskriptif data rata-rata bulanan bilangan sunspot matahari .....	17
<b>Tabel 4.2</b>	Nilai GCV dari interval <i>bandwidth</i> 0 sampai 10 .....	22
<b>Tabel 4.3</b>	Nilai MSE dari <i>bandwidth</i> 0.9, 1.1, dan 1.2.....	22

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1</b>	Data rata-rata bulanan bilangan <i>sunspot</i> matahari mulai Januari 2000 sampai Desember 2018.....	37
<b>Lampiran 2.a</b>	Source Code dan Output Grafik Data Rata-rata Bulanan Bilangan <i>Sunspot</i> Matahari .....	39
<b>Lampiran 2.b</b>	Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 0.1 .....	40
<b>Lampiran 2.c</b>	Source Code dan Output Kurva Error Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 0.1 .....	41
<b>Lampiran 2.d</b>	Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 0.9 .....	42
<b>Lampiran 2.e</b>	Source Code dan Output Kurva Error Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 0.9 .....	43
<b>Lampiran 2.f</b>	Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 1.1 .....	44
<b>Lampiran 2.g</b>	Source Code dan Output Kurva Error Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 1.1 .....	45
<b>Lampiran 2.h</b>	Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 1.2.....	46
<b>Lampiran 2.i</b>	Source Code dan Output Kurva Error Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 1.2.....	47
<b>Lampiran 2.j</b>	Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 10 .....	48
<b>Lampiran 2.k</b>	Source Code dan Output Kurva Error Estimator <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan Nilai <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 10 .....	49

<b>Lampiran 3</b>	Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva <i>Priestley Chao</i> Menggunakan Fungsi Kernel <i>Triangle</i> dengan <i>Bandwidth</i> ( $h$ ) = 0.1 .....	50
<b>Lampiran 4</b>	Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva <i>Priestley Chao</i> menggunakan fungsi kernel <i>triangle</i> dengan <i>bandwidth</i> ( $h$ ) = 0.9.....	54
<b>Lampiran 5</b>	Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva <i>Priestley Chao</i> menggunakan fungsi kernel <i>triangle</i> dengan <i>bandwidth</i> ( $h$ ) = 1.1.....	58
<b>Lampiran 6</b>	Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva <i>Priestley Chao</i> menggunakan fungsi kernel <i>triangle</i> dengan <i>bandwidth</i> ( $h$ ) = 1.2.....	62
<b>Lampiran 7</b>	Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva <i>Priestley Chao</i> menggunakan fungsi kernel <i>triangle</i> dengan <i>bandwidth</i> ( $h$ ) = 10.....	66



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pada era ini regresi sangat dibutuhkan dalam berbagai aspek kehidupan. Dalam kehidupan sehari-hari terdapat hubungan sebab akibat yang terjadi, misalnya pada bidang sains, astronomi, ekonomi, sosial, industri, bisnis, dan sebagainya. Kejadian-kejadian tersebut dapat dimodelkan dalam bentuk fungsi regresi yang dapat digunakan untuk memprediksi kejadian di masa yang akan datang. Analisis regresi bertujuan untuk menjelaskan atau memodelkan hubungan antarvariabel yaitu variabel  $y$  sebagai variabel respon dan variabel  $x$  sebagai variabel prediktor (Kurniawan, 2016).

Terdapat tiga bentuk pendekatan regresi yaitu pendekatan parametrik, pendekatan semiparametrik, dan pendekatan nonparametrik. Pendekatan parametrik digunakan untuk mengestimasi model jika pola data diketahui. Pendekatan semiparametrik digunakan jika sebagian distribusi data dari sekumpulan variabel respon dan variabel prediktor diketahui dan untuk sebagian yang lain tidak diketahui. Sedangkan untuk mengestimasi model jika distribusi data tidak diketahui digunakan pendekatan nonparametrik.

Eubank (1988) dalam Saputra (2016:2) menjelaskan bahwa pada regresi nonparametrik, data akan mencari bentuk estimasinya sendiri tanpa dipengaruhi oleh subjektivitas dari peneliti, sehingga pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi. Analisis regresi nonparametrik tidak terikat pada asumsi tertentu. Terdapat beberapa metode untuk mengestimasi model pada regresi nonparametrik, yaitu *deret fourier*, *wavelet*, *spline*, *histogram* dan kernel. Salah satu teknik yang akan digunakan untuk mengestimasi regresi nonparametrik dalam penelitian ini adalah pendekatan kernel. Pendekatan kernel memiliki bentuk yang lebih fleksibel. Pada regresi kernel terdapat tiga estimator, yaitu Nadaraya Watson, Gasser Muller, dan Priestley Chao.

Pendekatan kernel memiliki beberapa fungsi, diantaranya *uniform*, *triangle*, *epanechnikov*, *quartik*, *triweight*, *gaussian*, dan *cosinus*. Fungsi kernel

yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi kernel *triangle*. Hasil penelitian Nisa' (2016) adalah fungsi kernel *triangle* memiliki nilai *Mean Square Error* (MSE) yang lebih kecil dibandingkan fungsi kernel lainnya . Hal yang terpenting dalam pendekatan kernel adalah pemilihan *bandwidth* atau parameter penghalus. *Bandwidth* berfungsi untuk mengatur kehalusan kurva yang akan diestimasi. Salah satu cara untuk memilih *bandwidth* yang sesuai adalah dengan menggunakan kriteria *General Cross Validation* (GCV).

Kajian terkait aplikasi regresi nonparametrik kernel telah dilakukan oleh beberapa peneliti, diantaranya yaitu Indrayanti (2014) telah melakukan penelitian dengan membandingkan fungsi kernel *cosinus* dan kernel *gaussian* dengan menggunakan estimator *Nadaraya Watson* pada data *butterfly diagram* siklus aktivitas matahari ke-23 dan memperoleh hasil bahwa untuk data *butterfly diagram* siklus aktivitas matahari ke-23, fungsi kernel *cosinus* memiliki ketelitian yang lebih baik dibandingkan dengan fungsi kernel *gaussian*. Nisa' (2016) juga telah membandingkan fungsi kernel *epanechnikov* dan kernel *triangle* menggunakan estimator *Nadaraya Watson* pada data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* dan memperoleh hasil bahwa fungsi kernel *triangle* lebih baik digunakan untuk mengestimasi data rata-rata bulanan bilangan *sunspot*, dibandingkan dengan fungsi kernel *epanechnikov*.

Berdasarkan uraian sebelumnya penulis akan mengkaji mengenai penerapan pendekatan kernel terhadap data aktivitas matahari dengan judul penelitian **"Estimator Kurva Priestley Chao Menggunakan Fungsi Kernel Triangle untuk Data Rata-rata Bulanan Bilangan Sunspot Matahari"**.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, rumusan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah bagaimana mendapatkan estimator kurva *Priestley Chao* menggunakan fungsi kernel *Triangle* pada model regresi nonparametrik untuk data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari dari tahun 2000 sampai 2018.

### 1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari penyimpangan dan perluasan pembahasan dalam penelitian ini maka diberikan batasan-batasan masalah yaitu menggunakan fungsi kernel *triangle* dengan data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari hasil pengamatan Januari 2000 sampai Desember 2018.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan penelitian yang akan dicapai adalah untuk mendapatkan estimator kurva *Priestley Chao* menggunakan fungsi kernel *Triangle* pada model regresi nonparametrik untuk data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari dari tahun 2000 sampai 2018.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Peneliti
  - a. Menambah pengetahuan tentang penerapan statistika dalam bidang sains dan astronomi.
  - b. Memberikan pengetahuan dan pemahaman penerapan model regresi nonparametrik kernel untuk mengestimasi data terkait aktivitas matahari.
2. Program Studi Statistika
  - a. Sebagai acuan untuk mengembangkan metode regresi nonparametrik kernel pada penelitian selanjutnya.
  - b. Menambah pengetahuan tentang penerapan statistika dalam berbagai bidang kehidupan.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Statistika Deskriptif

Sugiyono (2015) dalam Tri Ayuningtyas (2014:19), statistika deskriptif adalah statistika yang berfungsi untuk mendeskripsikan atau memberikan gambaran terhadap objek penelitian yang diteliti melalui data sampel atau populasi sebagaimana adanya, tanpa melakukan analisis dan membuat kesimpulan yang berlaku untuk umum.

Statistika deskriptif membahas cara-cara pengumpulan, peringkasan, penyajian data sehingga diperoleh informasi yang lebih mudah dipahami. Informasi yang dapat diperoleh dari statistika deskriptif antara lain pemusatan data (*rataan, median, modus*), penyebaran data (*range, simpangan rata-rata, varians, dan simpangan baku*), kecenderungan suatu gugus data, ukuran letak (*kuartil, desil, dan persentil*) (Muchson, 2017:6).

#### 2.2 Regresi Nonparametrik

Menurut Puspitasari (2012:95) analisis regresi nonparametrik merupakan metode statistika yang digunakan untuk melihat hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor dimana kurva regresinya tidak diketahui dan tidak ada informasi apapun terkait bentuk kurva regresinya. Model regresi nonparametrik dapat berbentuk linier maupun nonlinier. Model regresi nonparametrik secara matematis dapat ditulis :

$$Y_i = m(X_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

dimana  $Y_i$  merupakan variabel respon ke- $i$ ,  $m(X_i)$  merupakan fungsi regresi yang tidak diketahui bentuk kurvanya dan  $\varepsilon_i$  merupakan galat dengan rataan 0 dan variansi  $\sigma^2$ .

Maysyaroh (2015:6) mengatakan bahwa terdapat beberapa teknik *smoothing* dalam regresi nonparametrik antara lain *histogram, estimator spline, estimator kernel, deret fourier, deret orthogonal, k-nearest neighbors* dan *estimator wavelet*. Metode-metode pendekatan nonparametrik tersebut memiliki

keunggulannya masing-masing. Misalnya estimator kernel yang memiliki bentuk lebih fleksibel dan lebih mudah disesuaikan dalam perhitungan matematisnya.

### 2.3 Estimator Kernel

Estimator kernel diperkenalkan oleh Rosenblatt (1956) dan Parzen (1962) sehingga disebut estimator densitas kernel Rosenblatt-Parzen (Hardle, 1994:32). Estimator kernel merupakan suatu metode pendekatan terhadap fungsi densitas yang belum diketahui dengan menggunakan fungsi kernel. Penghalusan dengan pendekatan kernel dikenal sebagai pemulus kernel (*kernel smoother*) yang sangat bergantung pada fungsi kernel dan *bandwidth* (Saputra, 2016:4).

Estimator kernel sangat umum digunakan untuk pendekatan nonparametrik. Beberapa kelebihan estimator kernel adalah fleksibel, bentuk matematisnya mudah, dan dapat mencapai tingkat kekonvergenan yang relatif cepat (Budiantara dan Mulianah, 2007). Menurut Halim dan Bisono (2006:75-76) estimator kernel dibagi menjadi 3 macam, yaitu

(i) *Nadaraya-Watson Estimate*

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)y_i}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)} \quad (2.2)$$

(ii) *Priestley Chao Estimate*

$$\hat{m}(x_i) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) Y_i, \text{ dengan } x_0 = 0 \quad (2.3)$$

(iii) *Gasser Muller Estimate*

$$\hat{m}(x) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n y_i \int_{s_{i-1}}^{s_i} K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) dx \quad (2.4)$$

$$\text{dimana } s_0 = 0, s_i = \frac{(x_i+x_{i+1})}{2}, i = 1, 2, 3, \dots, n-1, s_n = 1$$

dengan  $y_i$  merupakan variabel respon,  $x_i$  merupakan variabel prediktor,  $K$  adalah fungsi kernel, dan  $h > 0$  adalah *bandwidth* atau parameter penghalus.

### 2.4 Fungsi Kernel

Menurut Hardle (1994) dalam Nisa' (2016:11) secara umum fungsi kernel didefinisikan sebagai berikut :

$$K_h(x) = \frac{1}{h} K\left(\frac{x}{h}\right), \text{ untuk } -\infty < x < \infty, h > 0 \quad (2.5)$$

dengan  $K$  adalah fungsi kernel dan  $h$  adalah *bandwidth* atau parameter penghalus. Fungsi kernel diatas harus memenuhi beberapa syarat, yaitu :

- (i)  $K(x) \geq 0$ , untuk semua  $x$
- (ii)  $\int_{-\infty}^{\infty} K(x)dx = 1$
- (iii)  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 K(x)dx = \sigma^2 > 0$
- (iv)  $\int_{-\infty}^{\infty} xK(x)dx = 0$

Menurut Hardle (1994) dalam Nisa', (2016:13) estimator densitas kernel untuk fungsi densitas  $\hat{f}_h(x)$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - X_i) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K_h\left(\frac{x-X_i}{h}\right) \quad (2.6)$$

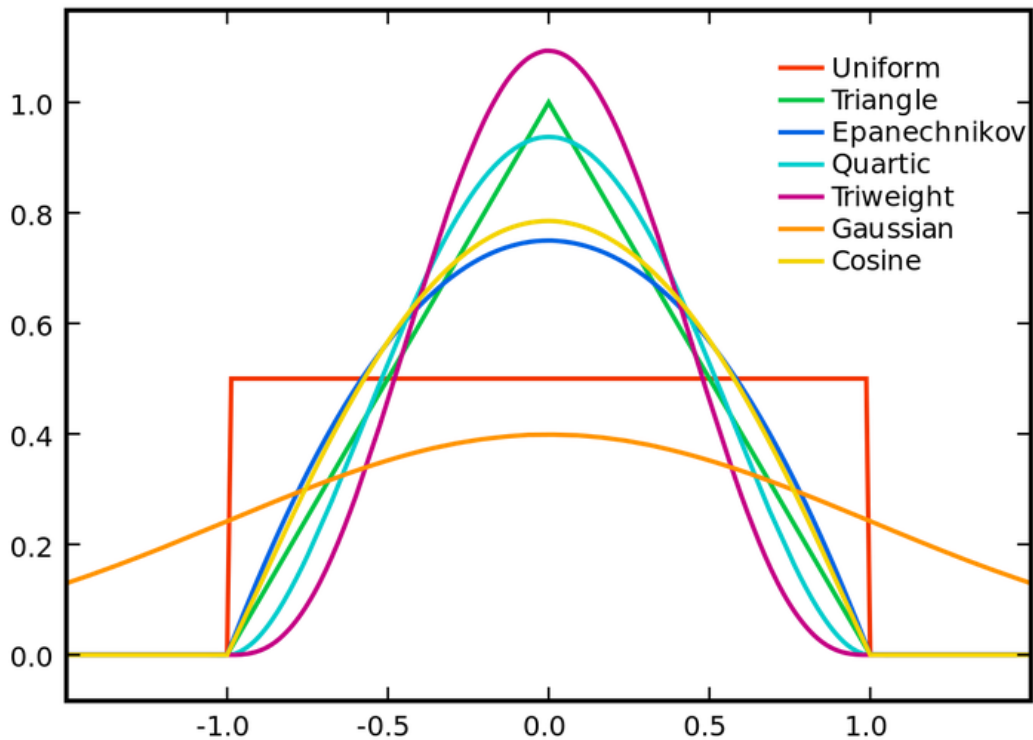
Persamaan (2.3) terlihat bahwa  $\hat{f}_h$  tergantung pada fungsi kernel  $K$  dan parameter  $h$ . Bentuk bobot kernel ditentukan oleh fungsi kernel  $K$ , sedangkan ukuran bobotnya ditentukan oleh parameter pemulus  $h$  yang disebut *bandwidth*. Peran *bandwidth* seperti lebar interval pada histogram (Saputra, 2016:40). Menurut Hardle (1991) dalam Sunandi dan Alam ( 2003) dengan menggunakan fungsi kernel yang berbeda bentuk global dari taksiran fungsi densitas suatu data ialah sama, sedangkan perubahan  $h$  mempengaruhi bentuk global dari taksiran fungsi densitas. Jadi, penentuan  $h$  menjadi penting.

Sudarno (2011) dalam Indrayanti (2014:12) menyebutkan bahwa terdapat beberapa jenis fungsi kernel yang umum digunakan untuk estimasi data, sebagai berikut.

- (i) Kernel *Uniform* :  $K(x) = \frac{1}{2}I$  ;  $|x| \leq 1$
- (ii) Kernel *Triangle* :  $K(x) = (1 - |x|)I$  ;  $|x| \leq 1$
- (iii) Kernel *Epanechnikov* :  $K(x) = \frac{3}{4}(1 - x^2)I$  ;  $|x| \leq 1$
- (iv) Kernel *Quartik* :  $K(x) = \frac{15}{16}(1 - x^2)^2I$  ;  $|x| \leq 1$
- (v) Kernel *Triweight* :  $K(x) = \frac{35}{32}(1 - x^2)^3I$  ;  $|x| \leq 1$
- (vi) Kernel *Gaussian* :  $K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}I$  ;  $-\infty < x < \infty$
- (vii) Kernel *Cosinus* :  $K(x) = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)I$  ;  $|x| \leq 1$

dimana  $I$  adalah fungsi indikator, dengan

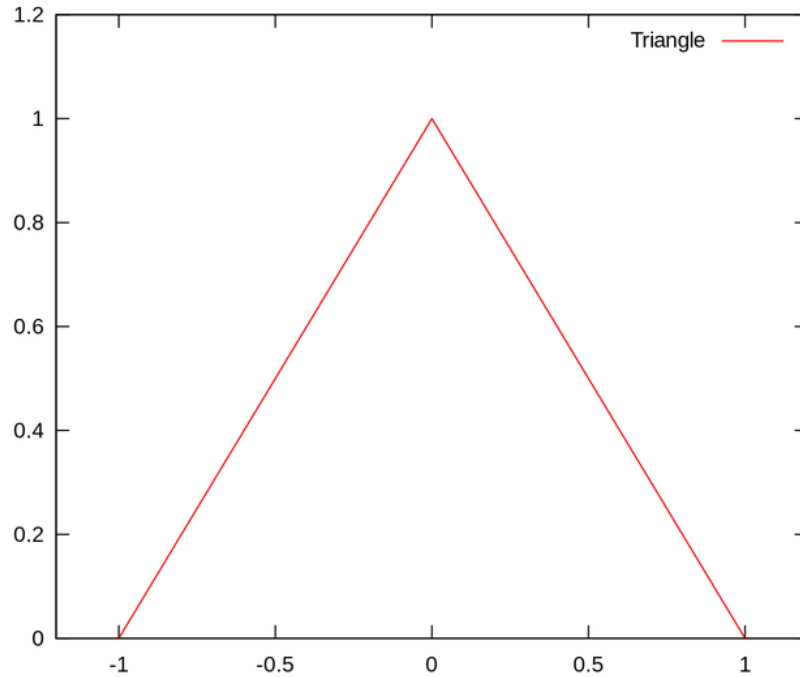
$$I(x) = \begin{cases} 1 & \text{jika } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{jika } |x| > 1 \end{cases}$$



Gambar 2.1 Beberapa Jenis Fungsi Kernel

(Sumber : Wikipedia)

Fungsi kernel yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi kernel *triangle*. Menurut Komang dan Gusti (2012) dalam Nisa' (2016) fungsi kernel yang umum digunakan adalah kernel *triangle* karena mudah dan cepat dalam perhitungan. Fungsi kernel *triangle* dalam penelitian Puspitasari, dkk (2012) dan penelitian Nisa' (2016) merupakan fungsi yang memiliki *Mean Square Error (MSE)* yang lebih kecil dibandingkan dengan fungsi kernel yang lain dan lebih mudah disesuaikan dalam perhitungan matematisnya.

Gambar 2.2 Fungsi Kernel *Triangle*

(Sumber : Wikipedia)

## 2.5 Estimator *Priestley Chao*

Menurut Marlin (2016:11) penduga *Priestley-Chao* adalah penduga bagi fungsi regresi yang tidak diketahui distribusinya. Ingat persamaan (2.1), dimana  $m(x_i)$  adalah fungsi yang tidak diketahui distribusi dan errornya  $(1,2,3, \dots, n)$  dengan rata-rata sama dengan nol dan variansi  $\sigma^2$ . Dapat diasumsikan juga bahwa  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  berada di interval  $[a, b]$ , sehingga

$$x_i = i \times \delta, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

dimana  $\delta = (b - a)/n$ . Ini diperlukan untuk menduga  $m$  secara nonparametrik menggunakan data yang tersedia. Penduga yang digunakan disini diusulkan oleh *Priestley-Chao* (1972) yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\hat{m}(x) = \frac{\delta}{h} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) Y_i \quad (2.8)$$

Untuk  $x \in (a, b)$ .  $K(\cdot)$  disebut fungsi yang diasumsikan simetris terhadap titik nol, sedemikian sehingga  $\int K(u)^2 du$  dan memiliki momen kedua yang terbatas (yaitu  $\int u^2 K(u) du = \sigma_K^2$ ). Pada umumnya akan dipilih fungsi kepekatatan peluang simetrik seperti standar normal atau beta simetris pada interval terbatas  $[-1, 1]$ .  $h$



disebut parameter pemulus atau *bandwidth* dan mengendalikan fungsi kernel pada setiap  $x_i$ . Pendugaan *Priestly-Chao* adalah rata-rata terboboti dari variabel respon  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  dan bobotnya berkaitan dengan  $Y_i$ , bobotnya adalah  $K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$  dengan hasil sebenarnya yang akan ditentukan oleh kedekatan dari  $x$  ke  $x_i$  yang relatif terhadap nilai  $h$ . Ini adalah fungsi linear dari  $Y_i$  dan oleh sebab itu disebut sebagai pemulus linear. Jika data tidak memiliki ruang yang sama atau *equally-spaced* maka penduganya adalah (Marlin, 2016:11):

$$\hat{m}(x_i) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) Y_i, \quad \text{dengan } x_0 = 0 \quad (2.9)$$

## 2.6 Pemilihan *Bandwidth* Optimum

*Bandwidth* ( $h$ ) adalah parameter pemulus (*smoothing*) yang berfungsi untuk mengontrol kemulusan dari kurva yang di estimasi (Sukarsa, 2012:583). Pemilihan parameter *bandwidth* ( $h$ ) memiliki peran penting dalam melakukan estimasi. Pemilihan *bandwidth* yang terlalu besar mengakibatkan plot hasil estimasi model akan menjauhi plot data awal sehingga menjadi sangat halus (*oversmoothing*). Ketika *bandwidth* terlalu besar maka bias pemodelannya akan besar dan varians akan kecil. Pemilihan *bandwidth* yang terlalu kecil mengakibatkan plot hasil estimasi model yang berliuk-liuk (*undersmoothing*). Ketika *bandwidth* terlalu kecil maka bias pemodelannya akan kecil dan varians akan besar (Suparti dan Prahutama, 2016:88).

Menurut Hardle (1990) dalam Marlin (2016:14), perlu dipilih *bandwidth* yang optimal. Pemilihan *bandwidth* yang optimum didasarkan pada penyeimbangan antar bias dan varians. Salah satu cara yang dapat memperlihatkan keseimbangan antar bias dan varian adalah *Mean Square Error* (*MSE*) yaitu dengan meminimumkan nilai MSE maka bias dan varians juga minimum.

Galub dkk (1979) yang dikutip Nisa'(2016:17) menjelaskan bahwa terdapat beberapa metode yang digunakan dalam pemilihan *bandwidth* optimum, salah satunya adalah menggunakan kriteria *Generalized Cross Validation* (*GCV*). Metode *GCV* digunakan untuk menentukan parameter pemulus dalam regresi kernel. Menurut Budihantara (2005) dalam Tripena (2011) *GCV* merupakan modifikasi dari *Cross Validation* (*CV*). *Cross Validation* (*CV*) adalah suatu

metode untuk memilih model berdasarkan pada kemampuan prediksi dari model tersebut. Bentuk umum metode GCV adalah sebagai berikut :

$$GCV = \frac{MSE}{\left(\frac{1}{n}tr(I-H(h))\right)^2} \quad (2.10)$$

dimana :  $n$  = banyak data,  $I$  = matriks identitas,  $h$  = bandwidth,  $X$  = matriks data,  $H(h) = X(X'X + nhI)^{-1}X'$ , dan  $MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{m}(x_i))^2$ . Nilai GCV yang terkecil akan memberikan nilai *bandwidth*  $h$  yang optimal.

## 2.7 Matahari

Kaufmann (1978) dalam Abdilah (2014), matahari adalah suatu bola gas yang berukuran sangat besar dengan ukuran diameter mencapai 1,4 juta kilometer. Plasma dalam matahari sangatlah panas, dengan suhu permukaan sekitar 5800 derajat Kelvin dan suhu tertinggi mencapai 15 juta derajat Kelvin pada intinya. Cahaya yang kita terima di bumi paling banyak datang dari permukaan matahari.

Matahari berbentuk bola yang berpijar dengan senyawa penyusun utama berupa gas hidrogen (74%) dan helium (25%) terionisasi. Matahari mempunyai khatulistiwa dan kutub karena gerak rotasinya. Garis tengah ekuatorialnya 864.000 mil, sedangkan garis tengah antarkutubnya 43 mil lebih pendek. Matahari merupakan anggota tata surya yang paling besar, karena 98 persen massa tata surya terkumpul pada matahari. Matahari terdiri dari inti dan tiga lapisan kulit, masing-masing *fotosfer*, *kromosfer*, dan *korona*. Untuk terus bersinar, matahari, yang terdiri dari gas panas menukar zat hidrogen dengan zat helium melalui reaksi fusi nuklir pada kadar 600 juta ton, dengan itu kehilangan empat juta ton massa setiap saat (Chandra, 2016).

Pada atmosfer matahari terjadi berbagai fenomena. Fenomena–fenomena ini disebut sebagai aktivitas matahari. Aktivitas-aktivitas matahari yang dapat diamati dari bumi terjadi pada lapisan *fotosfer*. Berbagai aktivitas matahari diantaranya: *sunspot*, *granula*, *faculae*, *flare*, *filament*, dan *prominensa*. Fenomena tersebut muncul akibat berlangsungnya transformasi energi dari pusat matahari ke arah luar yang dilakukan secara radiasi maupun konveksi. Diantara aktivitas matahari tersebut yang sering diamati para ahli fisika adalah fenomena

kemunculan *sunspot*. Fenomena *sunspot* ini dapat mengakibatkan *flare* yaitu ledakan matahari (Indrayanti, 2014:18).

## 2.8 Bintik Matahari (*Sunspot*)

Pada permukaan matahari terdapat bercak-bercak gelap sehingga *fotosfer* kelihatan tidak terlalu mulus. Daerah-daerah ini dinamakan daerah *sunspot* (bintik matahari). Bintik matahari bukanlah daerah yang tidak memancarkan cahaya, hanya saja temperatur daerah ini lebih rendah dibandingkan daerah sekitarnya (3.000-4.500 derajat Celcius) sehingga kelihatan gelap (Admiranto, 2009:29).

Permukaan matahari *-fotosfer-* adalah 500 kilometer lebih tebal (300 mil tebal) wilayah, yang sebagian besar radiasi matahari lolos ke luar dan terdeteksi sebagai sinar matahari yang kita amati di bumi sekitar delapan menit setelah ia meninggalkan matahari. Bintik matahari di *fotosfer* adalah daerah dengan medan magnet yang kuat yang lebih dingin, dan dengan demikian lebih gelap, dibandingkan dengan wilayah sekitarnya. Nomor *sunspot* berfluktuasi setiap 11 tahun sebagai bagian dari siklus aktivitas magnetik matahari (Nguyen, 2018).

Bintik matahari terdiri dari dua bagian, yaitu bagian pusat yang paling gelap bernama *umbra*, dan dikelilingi bagian yang lebih terang diberi nama *penumbra*. Bintik matahari bisa berukuran sangat besar, diameternya bisa mencapai 50.000 km. Bintik matahari sering terdapat berpasangan. Bintik-bintik ini jarang yang bisa bertahan cukup lama, ada yang umurnya kurang dari satu hari, ada juga yang umurnya mencapai beberapa bulan. Seorang astronom amatir dari Jerman bernama *Heinrich Schwabe* mendapati bahwa jumlah bintik matahari berubah-ubah secara periodik. Ia mengamati bahwa jumlah bintik matahari berubah-ubah dengan periode rata-rata 10,5 tahun (Admiranto, 2009:29).

Analisis periodisitas menunjukkan bahwa bilangan *sunspot* lebih baik digunakan sebagai dasar prakiraan aktivitas matahari. Perioditas utamanya (sekitar 11 tahun) relatif konstan sehingga dapat digunakan untuk perkiraan jangka panjang beberapa siklus ke depan (Djamaluddin, 2005:66). Dalam pengamatan *sunspot*, indeks yang paling penting adalah *sunspot number* atau bilangan *sunspot*. Bilangan *sunspot* didefinisikan sebagai

$$R = k(n + 10g) \quad (2.11)$$

dengan  $n$  adalah jumlah bintik individu,  $g$  adalah jumlah grup *sunspot* dan  $k$  adalah konstanta yang bergantung pada peralatan dan pengamat (Sulistiani, 2006:176). Bilangan *sunspot* merupakan parameter yang menyatakan tingkat aktivitas matahari. Aktivitas matahari yang meningkat dan memiliki banyak bintik akan memicu terjadinya ledakan matahari (*flare*). Ledakan matahari memberikan risiko yang sangat besar terhadap sistem telekomunikasi bumi, satelit, astronot, dan pesawat ulang alik. Berikut adalah gambar *sunspot* (bintik matahari) yang diamati pada tanggal 23 September 2000.



Gambar 2.3 Bintik Matahari  
(Sumber : Menjelajahi Tata Surya)

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder hasil pengamatan *sunspot* dari *Solar Indices Data NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration)* yang dipublikasikan oleh NOAA, divisi *Space Weather & Solar Events* dan diambil dari alamat <http://www.ngdc.noaa.gov/sidc.be/silso/datafiles>. Data yang digunakan adalah hasil pengamatan dari tahun 2000 sampai tahun 2018 data rata-rata bulanan bilangan *sunspot*.

#### 3.2 Variabel Penelitian

Variabel dalam penelitian ini terdiri dari variabel respon ( $Y$ ) dan variabel prediktor ( $X$ ). Variabel respon ( $Y$ ) yaitu data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* dan variabel prediktor ( $X$ ) menunjukkan waktu pengamatan jumlah aktivitas matahari.

#### 3.3 Metode Analisis

Untuk menganalisis data digunakan dua metode yaitu statistika deskriptif untuk mengetahui gambaran umum data, serta regresi nonparametrik kernel untuk mengetahui hasil estimasi data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari.

#### 3.4 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian merupakan penggambaran langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian untuk menyelesaikan permasalahan dari awal sampai selesai. Adapun tahapan-tahapan yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

- (i) Analisis statistika deskriptif.
- (ii) Menentukan estimator *Priestley Chao* dengan menggunakan fungsi kernel *triangle*.
- (iii) Menentukan *bandwidth* yang digunakan dalam estimator.
- (iv) Memasukkan *bandwidth* ke dalam estimator kernel *triangle*.

- (v) Menghitung nilai GCV dari *bandwidth* yang telah digunakan dalam estimator kernel *triangle*.
- (vi) Pemilihan *bandwidth* optimum berdasarkan nilai GCV minimum.
- (vii) Memperoleh hasil estimasi terbaik untuk data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* berdasarkan *bandwidth* optimum.
- (viii) Kesimpulan.

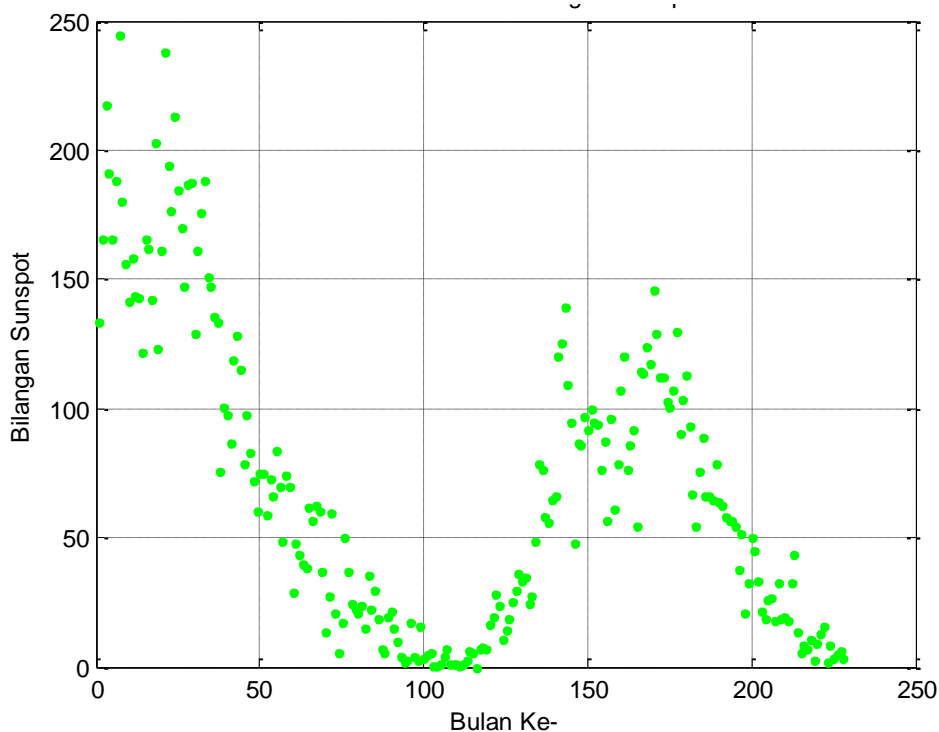
## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Deskripsi Data

Data diambil dari buletin *Solar Indices Data NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration)* yang dipublikasikan oleh NOAA, divisi *Space Weather & Solar Events*. Data tersebut merupakan data rata-rata bulanan hasil pengamatan aktivitas matahari yaitu munculnya *sunspot* di lapisan *fotosfer*. Banyaknya *sunspot* yang muncul menandakan aktivitas matahari sedang meningkat. Aktivitas *sunspot* memiliki pola berulang yang disebut sebagai siklus. Satu puncak menandakan satu siklus yang terdiri dari  $\pm 11$  tahun.

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan hasil pengamatan bulan ke-1 tahun 2000 hingga bulan ke-228 tahun 2018. Data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* tersebut kemudian diplot terhadap waktu pengamatan yang dimulai dari bulan ke-1 sampai bulan ke-228 (lampiran 2.a).



Gambar 4.1 Plot Data Rata-rata Bulanan Bilangan *Sunspot* Tahun 2000 sampai 2018

Gambar (4.1) merupakan plot data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* yang menggambarkan hubungan antara waktu pengamatan (bulan ke-1 sampai 228) sebagai variabel bebas (X) dan rata-rata bulanan bilangan *sunspot* sebagai variabel terikat (Y). Plot data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* pada Gambar (4.1) menunjukkan pertengahan siklus ke-23 sampai siklus ke-24. Gambaran umum data penelitian dapat dilihat pada tabel (4.1).

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Data Rata-rata Bulanan Bilangan *sunspot* Matahari

Variabel (Tahun)	N	Min	Maks	Rata-rata	Standar Deviasi
2000	12	133.1	<b>244.3</b>	173.81	32.71
2001	12	121.5	238.2	170.3	36.3
2002	12	128.8	187.9	163.61	21.42
2003	12	72.2	133.5	99.03	20.89
2004	12	28.9	83.8	65.33	14.63
2005	12	13.2	62.4	45.72	15.45
2006	12	5.7	50.3	24.63	11.63
2007	12	1.5	29.3	12.63	8.77
2008	12	0.3	15.5	4.15	4.09
2009	12	<b>0</b>	16.3	4.75	4.63
2010	12	10.4	36.4	24.9	8.16
2011	12	27.3	139.1	80.8	34.8
2012	12	47.8	100.1	84.39	16.31
2013	12	54.5	124.2	93.71	23.08
2014	12	90	146.1	113.61	15.27
2015	12	54.5	93	69.78	11.84
2016	12	18.5	57	39.82	14.49
2017	12	5.7	43.7	21.82	10.92
2018	12	1.6	15.6	7.09	4.42
Gambaran keseluruhan data	228			68.415	16.306

Berdasarkan Tabel (4.1) dapat diketahui total jumlah data (N) dari tahun 2000 sampai 2018 adalah 228 data. Nilai minimum (min) bilangan *sunspot* terjadi pada tahun 2009 sebesar 0. Hal ini menandakan bahwa pada tahun tersebut aktivitas matahari cenderung rendah. Puncak aktivitas matahari terjadi pada tahun 2000 dengan nilai maksimum (maks) sebesar 244.3. Rata-rata keseluruhan dari data penelitian adalah 68.415 dan standar deviasinya adalah 16.306.



## 4.2 Analisis Data

Pada gambar (4.1) telah ditampilkan plot data antara waktu pengamatan dan rata-rata bulanan bilangan *sunspot*. Dapat dilihat bahwa datanya tidak membentuk suatu pola tertentu, seperti pola *linier*, *kuadratik*, atau *eksponensial* sehingga akan sulit diestimasi menggunakan regresi parametrik. Oleh karena itu, data tersebut akan diestimasi menggunakan pendekatan yang sesuai untuk pola data tidak diketahui seperti pada regresi parametrik yaitu pendekatan nonparametrik. Metode pendekatan nonparametrik yang digunakan adalah estimator kernel *Priestley Chao* dengan fungsi kernel *triangle*. Fungsi kernel *triangle* dipilih karena pada penelitian sebelumnya oleh Puspitasari, dkk (2012) dan Nisa' (2016) memperoleh hasil bahwa fungsi kernel *triangle* memiliki MSE yang lebih kecil dibandingkan fungsi kernel lainnya.

Fungsi kernel *triangle* disubstitusikan ke dalam persamaan (2.9) diperoleh estimator *Priestley Chao* sebagai berikut :

$$\hat{m}(x_i) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) \left( \left( 1 - \left| \frac{x-x_i}{h} \right| \right) I \right) Y_i \quad (4.1)$$

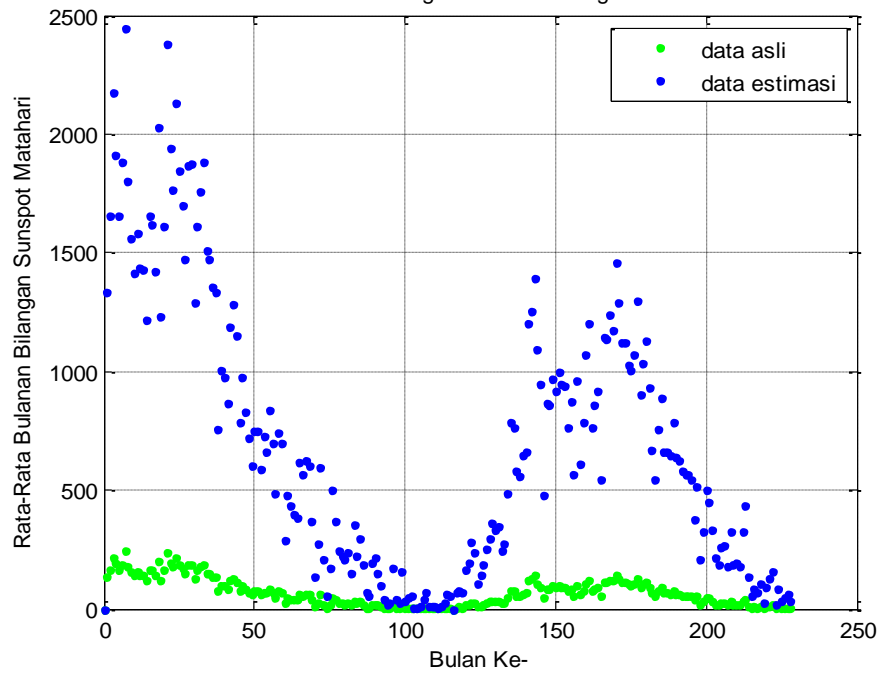
sehingga estimator regresi *Priestley Chao* :

$$\hat{Y}_i = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) \left( \left( 1 - \left| \frac{x-x_i}{h} \right| \right) I \right) Y_i \quad (4.2)$$

dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

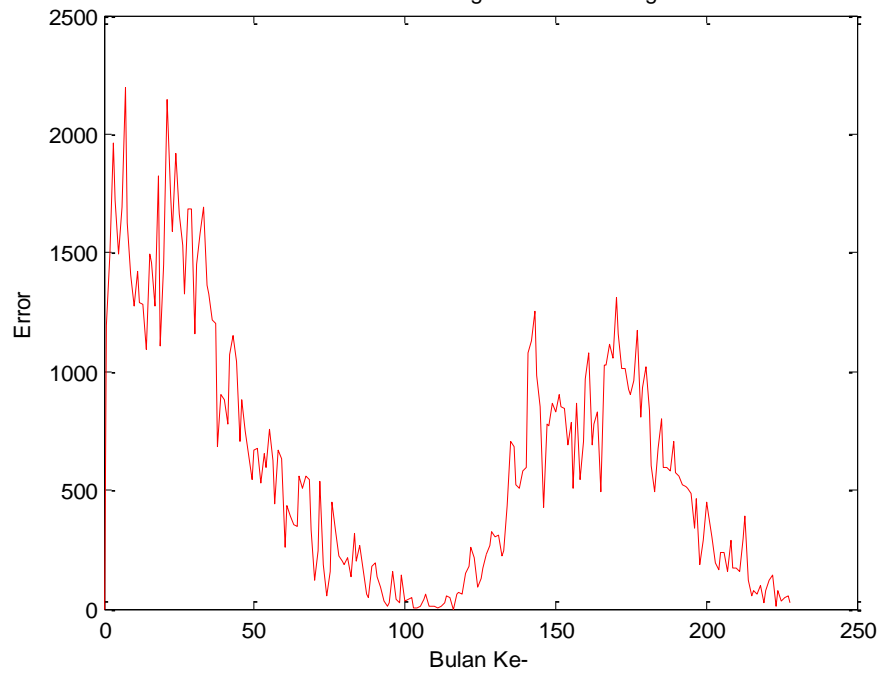
Persamaan (4.2) akan digunakan untuk memperoleh hasil estimasi data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* yang telah diplotkan pada gambar (4.1). Hal yang paling penting dalam memperoleh hasil estimasi kurva regresi pada pendekatan kernel adalah memilih *bandwidth* yang sesuai. Pemilihan *bandwidth* yang terlalu besar mengakibatkan kurva hasil estimasi menjadi sangat halus. Sebaliknya pemilihan *bandwidth* yang terlalu kecil mengakibatkan kurva hasil estimasi menjadi kasar.

Kurva regresi rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai *bandwidth* 0.1 untuk persamaan (4.2) menggunakan software Matlab (R2009a) dapat dilihat pada gambar (4.2).



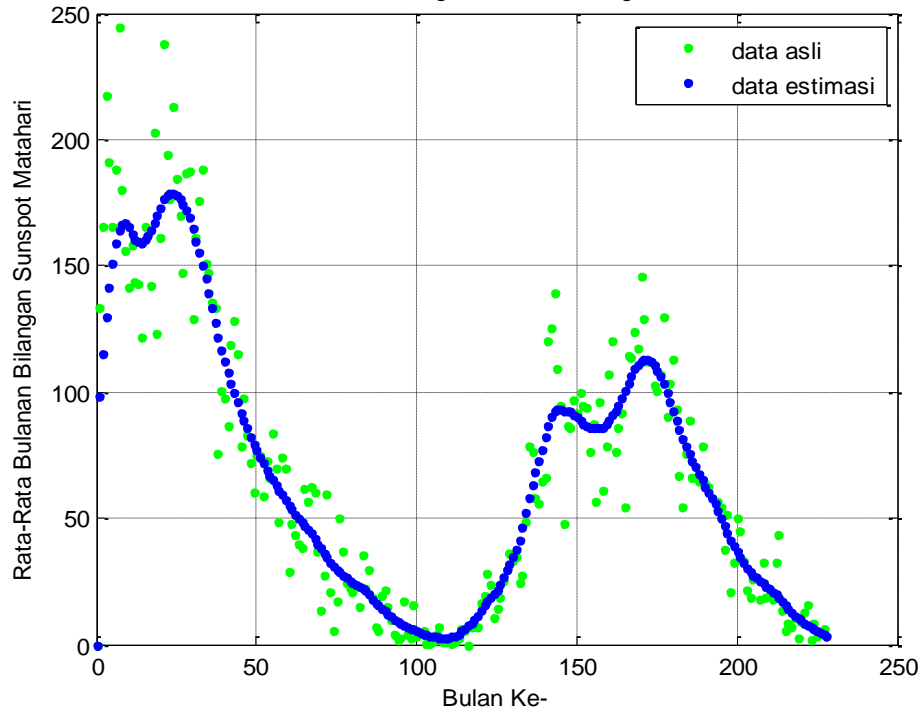
Gambar 4.2 Kurva Regresi Kernel *Triangle* Rata-rata Bulanan Bilangan *Sunspot* terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai *bandwidth* 0.1

Pada gambar (4.2) terlihat bahwa kurva yang dihasilkan sangat kasar. Kurva regresi (titik biru) tidak mengikuti pola kurva asli (titik hijau), kurva regresi berada jauh di atas kurva asli. Hal ini berarti nilai *bandwidth* yang dipilih terlalu kecil untuk digunakan pada data rata-rata bulanan bilangan *sunspot*. Kurva error untuk kurva regresi kernel *triangle* dengan nilai *bandwidth* sebesar 0.1 dapat dilihat pada gambar (4.3). Selisih nilai hasil estimasi dan data asli yang sangat besar menyebabkan nilai error yang sangat besar pula (lampiran 3).

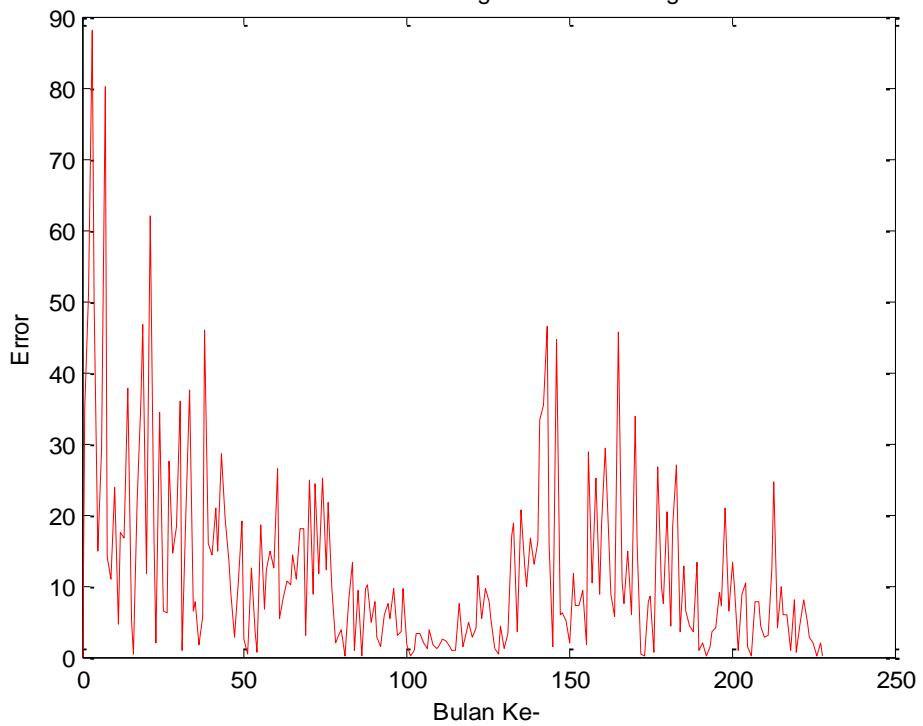


Gambar 4.3 Kurva Error Regresi Kernel *Triangle* terhadap Data Rata-rata Bulanan Bilangan *Sunspot* dengan *bandwidth* sebesar 0.1

Selanjutnya dipilih nilai *bandwidth* yang lebih besar yaitu 10. Pada gambar (4.4) yang menampilkan kurva estimasi dengan nilai *bandwidth* 10 dapat dilihat bahwa kurva regresi (titik biru) mendekati kurva asli (titik hijau), namun kurva regresi tersebut terlalu mulus. Kurva regresi tidak melewati sebagian pola data asli sehingga dapat dikatakan bahwa kurva regresi ini belum baik. Kurva error yang ditampilkan pada gambar (4.5) menunjukkan bahwa nilai error untuk hasil estimasi data dengan nilai *bandwidth* 10 sangat besar (lampiran 7).



Gambar 4.4 Kurva Regresi Kernel *Triangle* Rata-rata Bulanan Bilangan *Sunspot* terhadap waktu (bulan ke-) dengan *bandwidth* sebesar 10



Gambar 4.5 Kurva Error Regresi Kernel *Triangle* Rata-rata Bulanan Bilangan *Sunspot* terhadap waktu (bulan ke-) dengan *bandwidth* sebesar 10

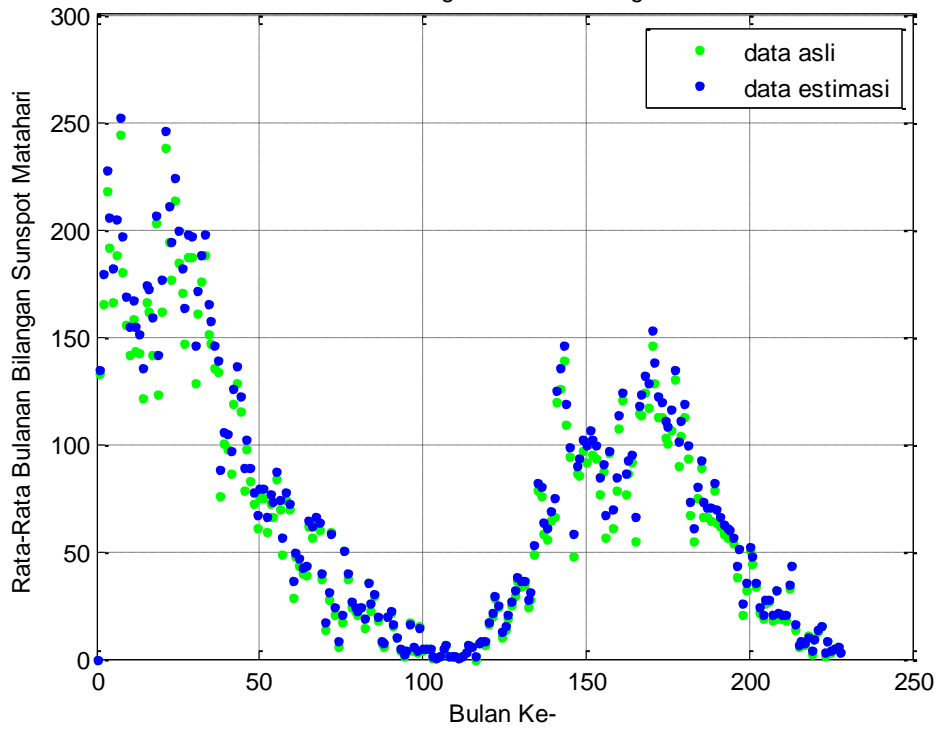
Pemilihan nilai *bandwidth* sebesar 0.1 menyebabkan kurva estimasi menjadi sangat kasar, sedangkan pemilihan nilai *bandwidth* sebesar 10 menyebabkan kurva estimasi menjadi mulus sehingga dapat dikatakan bahwa nilai *bandwidth* optimum berada diantara interval 0.1 sampai 10.

Untuk memilih *bandwidth* optimum dapat dilakukan dengan melihat nilai GCV yang minimum. Nilai GCV dari interval *bandwidth* 0.1 sampai 10 akan ditampilkan pada tabel berikut:

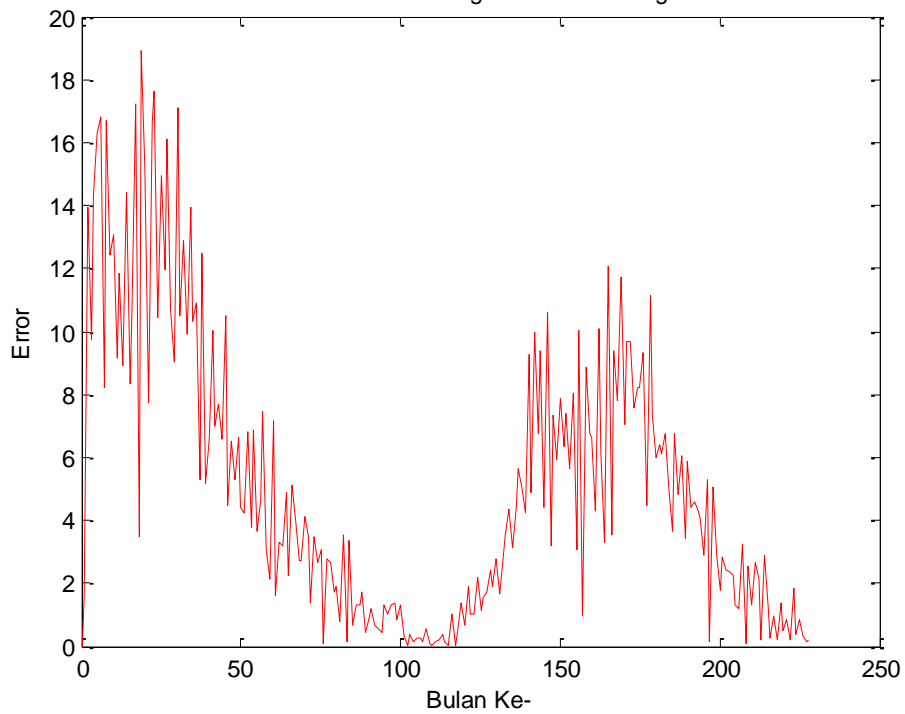
Tabel 4.2 Nilai GCV dari interval *bandwidth* 0.1 sampai 10

<i>Bandwidth</i>	GCV	<i>Bandwidth</i>	GCV
0.1	651,266.27	2.5	119.68
0.2	128,645.18	3	136.38
0.3	43,775.09	3.5	159.16
0.4	18,090.73	4	175.38
0.5	8,040.32	4.5	189.90
0.6	3,573.48	5	203.48
0.7	1,476.79	5.5	217.19
0.8	502.52	6	230.80
0.9	99.26322291	6.5	243.04
<b>1.1</b>	<b>46.0432802</b>	7	255.71
1.2	105.71	7.5	266.96
1.3	138.01	8	278.84
1.4	143.28	8.5	289.02
1.5	131.43	9	299.98
1.6	112.251	9.5	309.79
2	73.73753786	10	320.35

Berdasarkan Tabel (4.2) dapat dilihat bahwa nilai GCV cenderung menurun pada interval *bandwidth* 0.1 hingga 1.1. Pada interval 1.2 hingga 1.6 nilai GCV memiliki nilai yang tidak stabil, naik dan turun, sedangkan pada interval 2 sampai 10, nilai GCV konsisten mengalami kenaikan. Dari Tabel (4.2) dapat diketahui pula nilai GCV yang paling minimum adalah *bandwidth* bernilai 1.1 dengan nilai GCV sebesar 46.0432802. Kurva regresi hasil estimasi dan kurva *error* dengan *bandwidth* optimum dapat dilihat pada gambar (4.6) dan gambar (4.7).



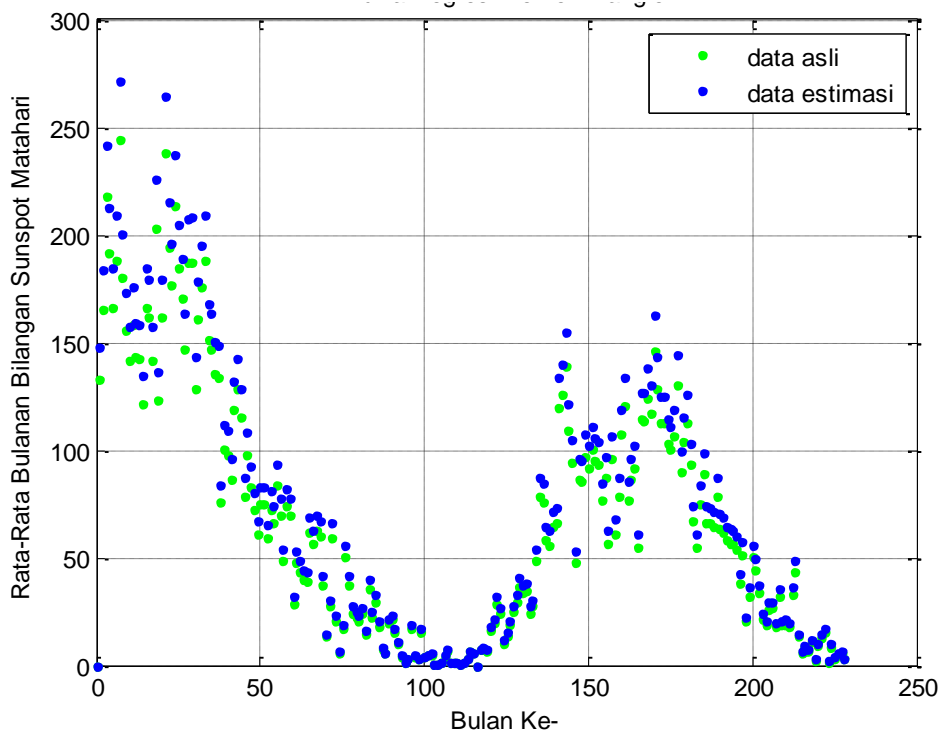
Gambar 4.6 Kurva regresi kernel *triangle* rata-rata bulanan bilangan *sunspot* terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai *bandwidth* 1.1



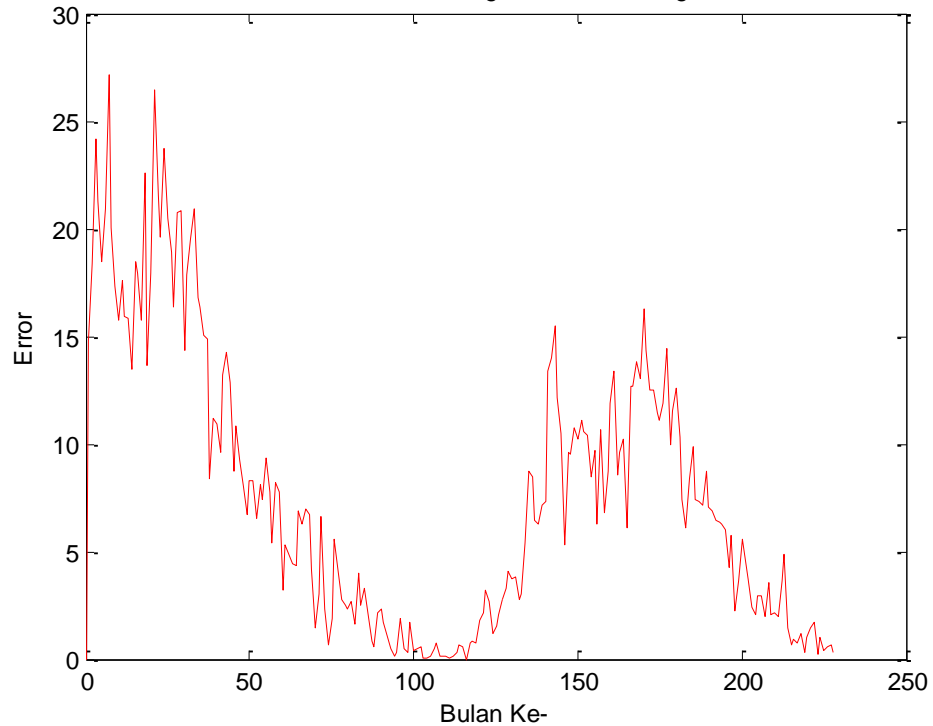
Gambar 4.7 Kurva error regresi kernel *triangle* terhadap rata-rata bulanan bilangan *sunspot* dengan *bandwidth* 1.1

Dapat dilihat dari gambar (4.6) bahwa kurva regresi (titik berwarna biru) hampir mengikuti pola data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* sebenarnya (titik berwarna hijau). Pada kurva *error* dapat dilihat bahwa nilai *error* yang dihasilkan sangat kecil (lampiran 5).

Untuk membuktikan bahwa nilai *bandwidth* 1.1 merupakan *bandwidth* optimum maka dilakukan perbandingan terhadap dua *bandwidth* dengan nilai GCV terendah lainnya yaitu *bandwidth* bernilai 0.9 dan 1.2. Kurva regresi dan kurva error dengan nilai *bandwidth* 0.9 dapat dilihat pada gambar (4.8) dan gambar (4.9), sedangkan kurva regresi dan kurva error dengan nilai *bandwidth* 1.2 dapat dilihat pada gambar (4.10) dan gambar (4.11)



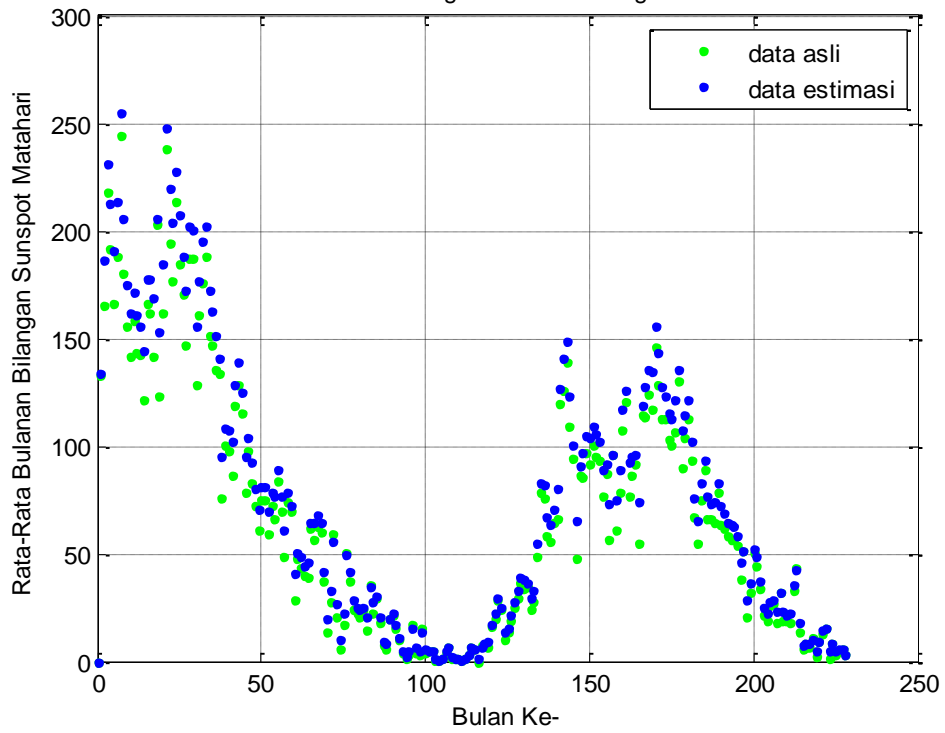
Gambar 4.8 Kurva regresi kernel *triangle* rata-rata bulanan bilangan *sunspot* terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai *bandwidth* 0.9



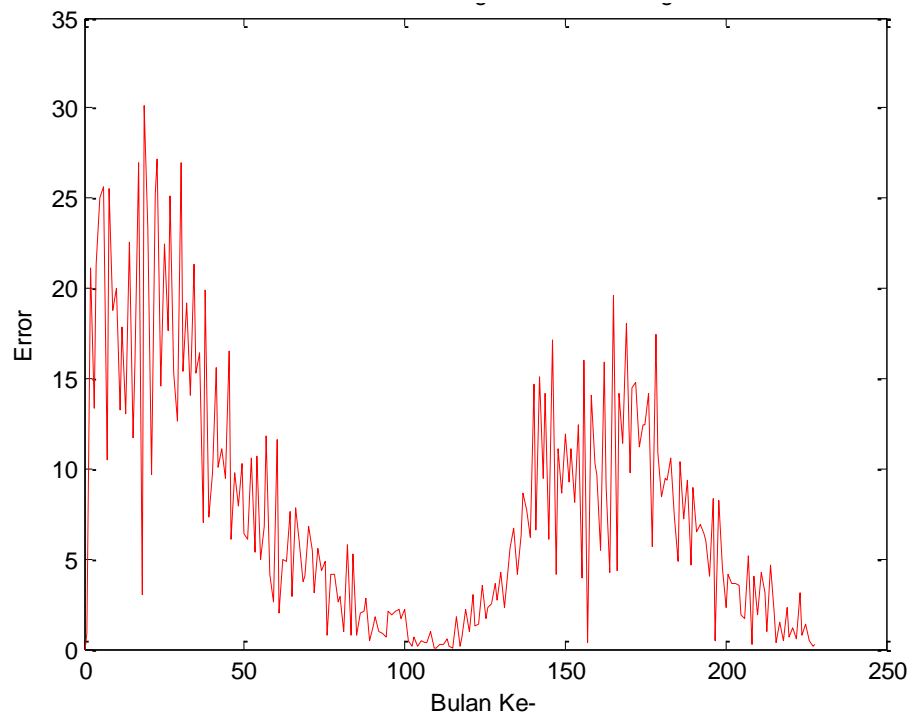
Gambar 4.9 Kurva error regresi kernel *triangle* terhadap rata-rata bulanan bilangan *sunspot* dengan *bandwidth* 0.9

Kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 0.9 pada gambar (4.8) menunjukkan bahwa pola kurva regresi (titik biru) mengikuti pola kurva sebenarnya (titik hijau). Secara kasat mata kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 1.1 pada gambar (4.6) tidak dapat dibedakan dengan kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 0.9 pada gambar (4.8). Ini membuktikan bahwa kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 0.9 juga memiliki hasil yang baik. Pada gambar (4.9) dapat dilihat pula bahwa nilai error yang dihasilkan relatif kecil (lampiran 4).





Gambar 4.10 Kurva regresi kernel *triangle* rata-rata bulanan bilangan *sunspot* terhadap waktu (bulan ke-) dengan nilai *bandwidth* 1.2



Gambar 4.11 Kurva error regresi kernel *triangle* terhadap rata-rata bulanan bilangan *sunspot* dengan *bandwidth* 1.2

Gambar (4.10) yang menampilkan kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 1.2 menunjukkan bahwa pola kurva regresi (titik berwarna biru) juga mengikuti pola kurva sebenarnya (titik berwarna hijau). Kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 1.1 pada gambar (4.6) dan kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 1.2 pada gambar (4.10) juga tidak jauh berbeda sehingga kurva regresi terbaik tidak bisa ditentukan secara kasat mata. Ini membuktikan bahwa kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 1.1 juga memiliki hasil yang baik. Pada gambar (4.11) dapat dilihat pula bahwa nilai error yang dihasilkan relatif kecil (lampiran 6).

Untuk menentukan kurva regresi terbaik diantara tiga nilai *bandwidth* yang ada dapat tunjukkan dengan melihat nilai MSE yang paling kecil. Dapat dilihat pada Tabel (4.3) bahwa kurva regresi yang memiliki nilai MSE yang paling kecil adalah kurva regresi dengan nilai *bandwidth* 1.1.

Tabel 4.3 Nilai MSE dari *bandwidth* 0.9, 1.1, dan 1.2

$X_i$	<i>Bandwidth</i>			$X_i$	<i>Bandwidth</i>		
	0.9	1.1	1.2		0.9	1.1	1.2
1	14.79	1.59	0.83	22	21.57	16.64	25.26
2	18.41	13.93	21.11	23	19.62	17.62	27.16
3	24.19	9.73	13.33	24	23.71	10.45	14.60
4	21.28	14.29	21.36	25	20.51	14.92	22.51
5	18.43	16.28	25.06	26	18.91	11.94	17.70
6	20.89	16.81	25.64	27	16.34	16.14	25.08
7	27.14	8.25	10.46	28	20.77	10.66	15.32
8	20.06	16.67	25.51	29	20.83	9.05	12.60
9	17.33	12.44	18.74	30	14.31	17.09	26.94
10	15.73	13.09	20.03	31	17.89	10.52	15.44
11	17.57	9.17	13.22	32	19.51	12.87	19.19
12	15.92	11.82	17.88	33	20.43	9.93	14.07
13	15.84	8.92	141.04	34	16.80	13.95	11.26
14	13.50	14.44	120.06	35	16.36	10.30	15.26
15	18.42	8.33	11.70	36	15.03	10.90	16.44
16	17.97	10.75	15.81	37	14.83	5.30	37.89
17	15.79	17.21	26.96	38	8.41	12.47	19.91
18	22.54	3.46	3.00	39	11.19	5.19	7.33
19	13.67	18.93	30.11	40	10.88	6.60	9.72
20	17.94	15.17	23.25	41	9.64	10.01	15.62
21	26.47	7.73	9.69	42	13.19	6.99	10.09

$X_i$	<i>Bandwidth</i>			$X_i$	<i>Bandwidth</i>		
	0.9	1.1	1.2		0.9	1.1	1.2
43	14.26	7.68	11.13	82	1.66	3.55	5.77
44	12.82	6.60	9.49	83	3.97	0.17	0.78
45	8.72	10.48	16.53	84	2.48	3.34	5.31
46	10.87	4.45	5.11	85	3.26	0.70	0.77
47	9.21	6.51	9.79	86	2.04	1.34	2.00
48	8.02	5.30	7.90	87	0.80	1.31	2.11
49	6.73	6.62	10.29	88	0.60	1.72	2.81
50	8.29	4.41	6.37	89	2.17	0.43	0.46
51	8.31	4.26	6.12	90	2.37	0.92	1.26
52	6.58	6.82	10.63	91	1.68	1.20	1.80
53	8.09	3.77	5.33	92	1.09	0.69	1.02
54	7.39	6.90	10.67	93	0.44	0.57	0.90
55	9.31	3.64	4.95	94	0.17	0.43	0.69
56	7.74	4.62	6.80	95	0.31	1.30	2.14
57	5.42	7.46	11.85	96	1.92	1.00	1.93
58	8.24	3.08	4.15	97	0.46	1.30	2.12
59	7.79	2.15	29.60	98	0.32	1.36	2.24
60	3.21	7.14	21.24	99	1.72	0.87	1.68
61	5.34	1.61	2.04	100	0.40	1.33	2.19
62	4.83	3.29	4.93	101	0.51	0.31	0.46
63	4.40	3.19	4.82	102	0.58	0.04	0.14
64	4.30	4.87	7.65	103	0.07	0.40	0.66
65	6.88	2.27	2.95	104	0.03	0.12	0.20
66	6.31	5.11	7.80	105	0.13	0.26	0.43
67	6.93	4.02	5.89	106	0.47	0.26	0.38
68	6.72	2.73	3.75	107	0.73	0.17	0.38
69	4.13	2.71	4.04	108	0.11	0.56	0.93
70	1.47	4.15	6.79	109	0.14	0.06	0.09
71	3.06	3.49	5.49	110	0.13	0.05	0.06
72	6.59	1.39	3.16	111	0.07	0.14	0.23
73	2.32	3.47	5.54	112	0.13	0.18	0.29
74	0.63	2.64	4.36	113	0.32	0.36	0.56
75	1.92	3.06	4.89	114	0.70	0.12	0.12
76	5.59	0.07	0.81	115	0.61	0.02	0.04
77	4.13	2.80	4.19	116	-	1.04	6.99
78	2.72	2.68	4.17	117	0.79	0.01	0.11
79	2.47	1.73	2.59	118	0.86	0.46	0.66
80	2.31	1.90	2.91	119	0.77	1.36	2.18
81	2.63	0.80	1.01	120	1.81	0.70	0.95

$X_i$	<i>Bandwidth</i>			$X_i$	<i>Bandwidth</i>		
	0.9	1.1	1.2		0.9	1.1	1.2
121	2.17	1.93	2.97	160	11.92	6.65	9.69
122	3.17	1.00	1.29	161	13.36	4.28	5.52
123	2.67	1.03	1.40	162	8.52	10.09	15.88
124	1.16	2.19	3.53	163	9.58	6.09	9.04
125	1.54	1.15	1.74	164	10.20	3.28	4.24
126	2.09	1.52	2.30	165	6.06	12.09	19.56
127	2.80	1.71	2.52	166	12.71	3.52	4.32
128	3.29	2.40	3.62	167	12.66	9.36	14.16
129	4.04	1.91	2.71	168	13.80	7.79	3.86
130	3.73	2.80	4.23	169	13.00	11.70	18.04
131	3.82	1.67	2.34	170	16.23	7.02	9.78
132	2.72	2.87	4.49	171	14.30	9.67	14.47
133	3.03	3.53	5.56	172	12.50	9.71	14.75
134	5.37	4.36	6.66	173	12.50	7.57	11.17
135	8.73	3.14	4.18	174	11.43	8.22	12.39
136	8.46	4.39	6.32	175	11.13	8.23	12.44
137	6.47	5.63	8.66	176	11.88	9.31	14.16
138	6.23	5.04	7.69	177	14.44	4.45	5.68
139	7.17	4.21	6.18	178	10.00	11.12	17.44
140	7.31	9.27	14.67	179	11.51	7.35	10.91
141	13.34	4.91	6.58	180	12.54	5.98	8.49
142	13.97	9.99	15.05	181	10.33	6.39	9.44
143	15.46	6.78	9.46	182	7.41	6.13	9.37
144	12.14	9.36	14.21	183	6.06	6.78	10.64
145	10.49	4.40	6.09	184	8.37	5.00	7.35
146	5.31	10.61	17.17	185	9.87	3.65	4.89
147	9.62	3.18	4.14	186	7.39	6.73	10.39
148	9.54	7.32	11.11	187	7.31	4.84	7.21
149	10.72	5.93	8.63	188	7.16	6.08	9.32
150	10.22	7.88	11.97	189	8.73	3.43	4.68
151	11.12	6.34	9.26	190	7.07	5.85	8.96
152	10.53	7.40	11.12	191	6.91	4.40	6.52
153	10.41	5.64	8.18	192	6.44	4.58	6.89
154	8.50	8.03	12.43	193	6.33	4.27	6.39
155	9.73	3.05	3.91	194	6.27	4.05	6.03
156	6.31	10.02	16.05	195	6.01	2.88	4.08
157	10.68	0.99	0.33	196	4.21	5.28	8.35
158	6.77	8.88	14.07	197	5.72	0.14	0.47
159	8.70	6.78	10.31	198	2.28	5.07	8.24

$X_i$	<i>Bandwidth</i>			$X_i$	<i>Bandwidth</i>		
	0.9	1.1	1.2		0.9	1.1	1.2
199	3.60	2.90	4.42	214	1.47	2.88	4.66
200	5.58	1.80	2.33	215	0.63	1.25	2.02
201	4.96	2.85	4.18	216	0.91	0.29	0.37
202	3.71	2.42	3.60	217	0.76	0.94	1.49
203	2.38	2.34	3.64	218	1.19	0.20	0.49
204	2.06	2.24	3.51	219	0.28	1.39	2.31
205	2.90	1.34	1.89	220	0.99	0.48	0.68
206	2.93	1.22	1.68	221	1.46	0.83	1.22
207	1.97	3.24	5.20	222	1.73	0.20	0.56
208	3.59	0.09	0.30	223	0.18	1.86	3.11
209	2.10	2.54	4.00	224	0.97	0.39	0.77
210	2.13	1.29	1.90	225	0.37	0.82	1.34
211	1.98	2.66	4.23	226	0.54	0.31	0.46
212	3.62	2.12	3.11	227	0.66	0.12	0.13
213	4.86	0.19	0.92	228	0.34	0.21	0.30

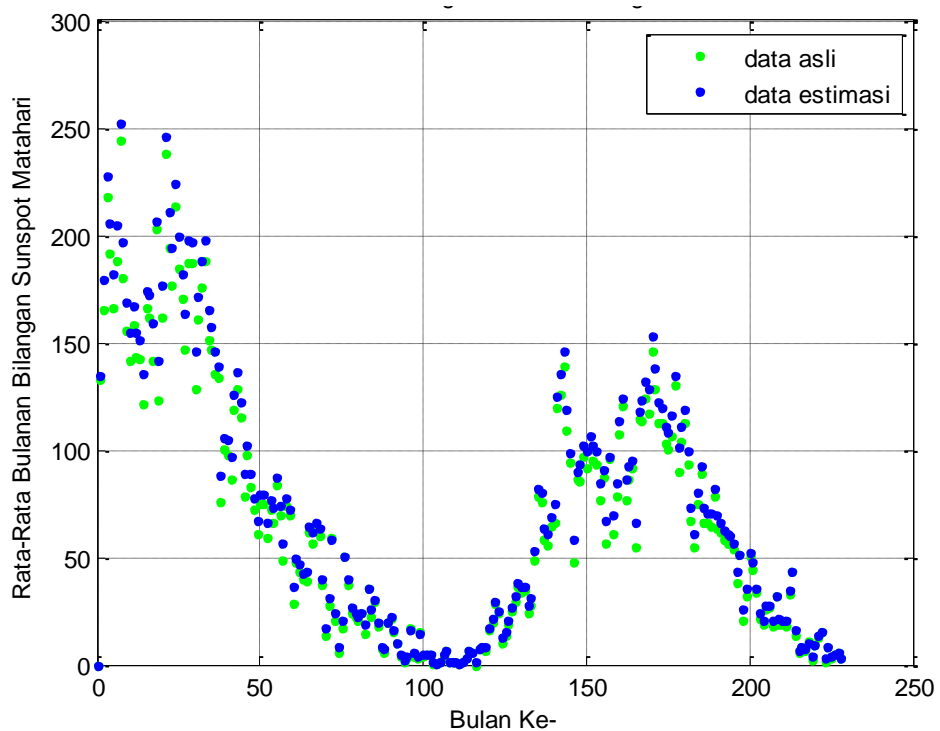
Berdasarkan nilai GCV minimum pada Tabel (4.2) dan nilai MSE terkecil pada Tabel (4.3) dapat diketahui bahwa kurva regresi *Priestley Chao* dengan menggunakan fungsi kernel *triangle* terbaik untuk data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari pada tahun 2000 sampai 2018 adalah kurva regresi dengan nilai *bandwith* 1.1 yang memiliki nilai GCV minimum sebesar 46. 0432802.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan pada bab sebelumnya, maka penulis dapat menarik kesimpulan bahwa estimator kurva *Priestley Chao* dengan menggunakan fungsi kernel *triangle* menghasilkan kurva regresi yang hampir mengikuti pola kurva data asli yang sebenarnya. Nilai *bandwidth* optimum yang diperoleh adalah 1.1 dengan nilai GCV minimum sebesar 46.0432802 serta nilai MSE yang sangat kecil. Hal ini menunjukkan bahwa estimator kurva ini baik diterapkan pada data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* matahari dari tahun 2000 sampai tahun 2018.



Gambar 5.1 Kurva regresi kernel *triangle* terbaik untuk data rata-rata bulanan bilangan *sunspot* terhadap waktu (bulan ke-)

## 5.2 Saran

Saran-saran yang dapat penulis kemukakan untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut :

1. Untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan data yang berbeda serta estimator kernel yang berbeda, misalnya estimator *Nadaraya-Watson* dan estimator *Gasser Muler*.
2. Penelitian ini hanya terbatas pada fungsi kernel *triangle*, untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan fungsi kernel yang lain seperti fungsi kernel *gaussian*, *epanechnikov*, *uniform*, *cosinus*, *triweight*, dan *quartik*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Admiranto, A.G. 2009. *Menjelajahi Tata Surya*. Yogyakarta : Kanisius.
- Ayuningtyas, Tri. 2018. *Regresi Nonparametrik Kernel Nadaraya-Watson dalam Data Time Series (Studi Kasus: Indeks Harga Saham Gabungan terhadap KURS, Inflasi, dan Tingkat Suku Bunga Periode Januari 2015-Maret 2018)*. Skripsi. Universitas Islam Indonesia. Yogyakarta.
- Budiantara, I.N dan Mulianah. 2007. *Pemilihan Bandwidth dalam Regresi Semiparametrik Kernel dan Aplikasinya*. Jurnal Halaman 159-166. ITS. Surabaya.
- Chandra, Deded, B Nasir M dan Zawirman. 2016. *Dasar-Dasar Astronomi*. Edisi 1. Jakarta : Kencana.
- Djamaluddin, Thomas. 2005. *Metode Baru Prakiraan Siklus Aktivitas Matahari dari Analisis Periodisitas*. Jurnal Sains Dirgantara Vol. 2, No. 2 Juni. Bidang Matahari dan Antariksa, LAPAN. Bandung.
- Halim, S dan Bisono, I. 2006. *Fungsi-Fungsi Kernel pada Metode Regresi Nonparametrik dan Aplikasinya pada Priest River Experimental Forest's Data*. Jurnal Teknik Industri Vol. 8 No.1 Hal. 73-81. Universitas Kristen Petra. Surabaya.
- Hardle, Wolfgang. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. Humboldt-Universitat zu Berlin. Berlin.
- Indrayanti, Anisa Ika. 2014. *Estimator Kernel Cosinus dan Kernel Gaussian dalam Model Regresi Nonparametrik pada Data Butterfly Diagram Siklus Matahari ke-23 (Studi Kasus di BPD LAPAN Watukosek)*. Skripsi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim. Malang.
- Kurniawan, Robert. 2016. *Analisis Regresi*. Prenada Media. ISBN.
- Marlin, A.F. 2016. *Penduga Kurva Regresi Noparametrik Linear dan Nonlinear dengan metode Priestly-Chao, Nadaraya-Watson, dan Metode Fourier*. Skripsi. Universitas Lampung. Bandar Lampung.



- Maysyaroh, Nuzulul. 2015. *Regresi Nonparametrik Kernel Nadaraya-Watson dalam Data Time Series (Studi Kasus: Penutupan Indeks Harga Saham Harian Jakarta Islamic Index (JII) Periode 3 Maret – 30 Maret 2015)*. Skripsi. Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga. Yogyakarta.
- Muchson, M. 2017. *Statistika Deskriptif*. Bogor : Guepedia.
- Nguyen, N.H. 2018. *Menjelajahi Tata Surya dan Melampaui Bahasa Indonesia*. Nam H Nguyen.
- Nisa', Sofiyatin. 2016. *Estimator Kernel Epanechnikov dan Kernel triangle pada Data Rata-Rata Bulanan Bilangan Sunspot, NOAA*. Skripsi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim. Malang.
- Puspitasari, Icha, Suparti dan Yuciana Wulandari. 2012. *Analisis Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) dengan Menggunakan Model Regresi Kernel*. Jurnal Gaussian. Volume 1 Nomor 1. Halaman 93-102. Universitas Diponegoro.
- Saputra, A.J. 2016. *Pemilihan Bandwidth pada Estimator Nadaraya-Watson dengan Tipe Kernel Gaussian pada Data Time Series*. Jurnal Matematika. Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta.
- Sukarsa, I.K.G., I Gusti A.M.S., dan Ni Luh A.P.L. 2012. *Perbandingan Estimator Kernel dan Estimator Spline dalam Model Regresi Nonparametrik*. Jurnal. Universitas Padjajaran. Jatinangor.
- Sulistiani, Santi dan Kesumaningrum R. 2009. *Flare Berdurasi Panjang dan Kaitannya dengan Bilangan Sunspot*. Majalah Sains dan Teknologi Dirgantara Vol 1, No.3. Peneliti Bidang Matahari dan Antariksa, LAPAN. Bandung.
- Sunandi, Netty, dan R. Alam M. 2003. *Penaksiran Fungsi Densitas untuk Suatu Data dengan Penaksir Kernel*. Jurnal Matematika, Sains, dan Teknologi. Volume 4, Nomor 1. Universitas Terbuka Medan.
- Suparti dan Prahutama, A. 2016. *Pemodelan Regresi Nonparametrik Menggunakan Pendekatan Polinomial Lokal pada Beban Listrik di Kota*

*Semarang*. Jurnal Media Statistika 9(2). Halaman 85-93. Universitas Diponegoro. Semarang.

Tripina, Agustini. 2011. *Analisis Regresi Spline Kuadrat*. ISBN.

# LAMPIRAN

**Lampiran 1.** Data Rata-rata Bulanan Bilangan *Sunspot* Matahari mulai Januari 2000 sampai Desember 2018.

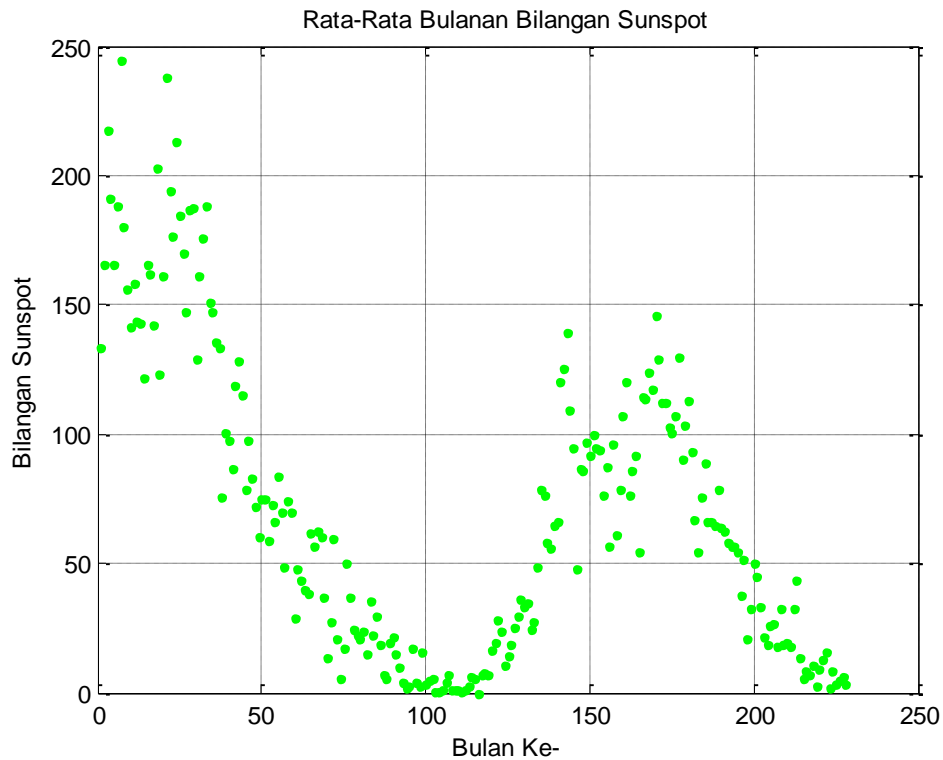
Bulan ke-	Bilangan <i>Sunspot</i>	Bulan ke-	Bilangan <i>Sunspot</i>	Bulan ke-	Bilangan <i>Sunspot</i>	Bulan ke-	Bilangan <i>Sunspot</i>
1	133.1	37	133.5	73	20.9	109	1.3
2	165.7	38	75.7	74	5.7	110	1.2
3	217.7	39	100.7	75	17.3	111	0.6
4	191.5	40	97.9	76	50.3	112	1.2
5	165.9	41	86.8	77	37.2	113	2.9
6	188	42	118.7	78	24.5	114	6.3
7	244.3	43	128.3	79	22.2	115	5.5
8	180.5	44	115.4	80	20.8	116	0
9	156	45	78.5	81	23.7	117	7.1
10	141.6	46	97.8	82	14.9	118	7.7
11	158.1	47	82.9	83	35.7	119	6.9
12	143.3	48	72.2	84	22.3	120	16.3
13	142.6	49	60.6	85	29.3	121	19.5
14	121.5	50	74.6	86	18.4	122	28.5
15	165.8	51	74.8	87	7.2	123	24
16	161.7	52	59.2	88	5.4	124	10.4
17	142.1	53	72.8	89	19.5	125	13.9
18	202.9	54	66.5	90	21.3	126	18.8
19	123	55	83.8	91	15.1	127	25.2
20	161.5	56	69.7	92	9.8	128	29.6
21	238.2	57	48.8	93	4	129	36.4
22	194.1	58	74.2	94	1.5	130	33.6
23	176.6	59	70.1	95	2.8	131	34.4
24	213.4	60	28.9	96	17.3	132	24.5
25	184.6	61	48.1	97	4.1	133	27.3
26	170.2	62	43.5	98	2.9	134	48.3
27	147.1	63	39.6	99	15.5	135	78.6
28	186.9	64	38.7	100	3.6	136	76.1
29	187.5	65	61.9	101	4.6	137	58.2
30	128.8	66	56.8	102	5.2	138	56.1
31	161	67	62.4	103	0.6	139	64.5
32	175.6	68	60.5	104	0.3	140	65.8
33	187.9	69	37.2	105	1.2	141	120.1
34	151.2	70	13.2	106	4.2	142	125.7
35	147.2	71	27.5	107	6.6	143	139.1
36	135.3	72	59.3	108	1	144	109.3

**Lampiran 1.** (Lanjutan)

Bulan ke-	Bilangan <i>Sunspot</i>	Bulan ke-	Bilangan <i>Sunspot</i>	Bulan ke-	Bilangan <i>Sunspot</i>
145	94.4	173	112.5	201	44.6
146	47.8	174	102.9	202	33.4
147	86.6	175	100.2	203	21.4
148	85.9	176	106.9	204	18.5
149	96.5	177	130	205	26.1
150	92	178	90	206	26.4
151	100.1	179	103.6	207	17.7
152	94.8	180	112.9	208	32.3
153	93.7	181	93	209	18.9
154	76.5	182	66.7	210	19.2
155	87.6	183	54.5	211	17.8
156	56.8	184	75.3	212	32.6
157	96.1	185	88.8	213	43.7
158	60.9	186	66.5	214	13.2
159	78.3	187	65.8	215	5.7
160	107.3	188	64.4	216	8.2
161	120.2	189	78.6	217	6.8
162	76.7	190	63.6	218	10.7
163	86.2	191	62.2	219	2.5
164	91.8	192	58	220	8.9
165	54.5	193	57	221	13.1
166	114.4	194	56.4	222	15.6
167	113.9	195	54.1	223	1.6
168	124.2	196	37.9	224	8.7
169	117	197	51.5	225	3.3
170	146.1	198	20.5	226	4.9
171	128.7	199	32.4	227	5.9
172	112.5	200	50.2	228	3.1

**Lampiran 2.a.** Source Code dan Output Grafik Data Rata-rata Bulanan Bilangan  
*Sunspot* Matahari

```
clc,clear
filename='sunspot.xlsx','A1:B228';
data=xlsread(filename);
t=data(:,1); %data excel kolom 1 dari "sunspot2.xlsx"
y=data(:,2); %data excel kolom 2 dari "sunspot2.xlsx"
plot(t,y,'g.')
title('Rata-Rata Bulanan Bilangan Sunspot')
xlabel('Bulan Ke-')
ylabel('Bilangan Sunspot')
grid on
```

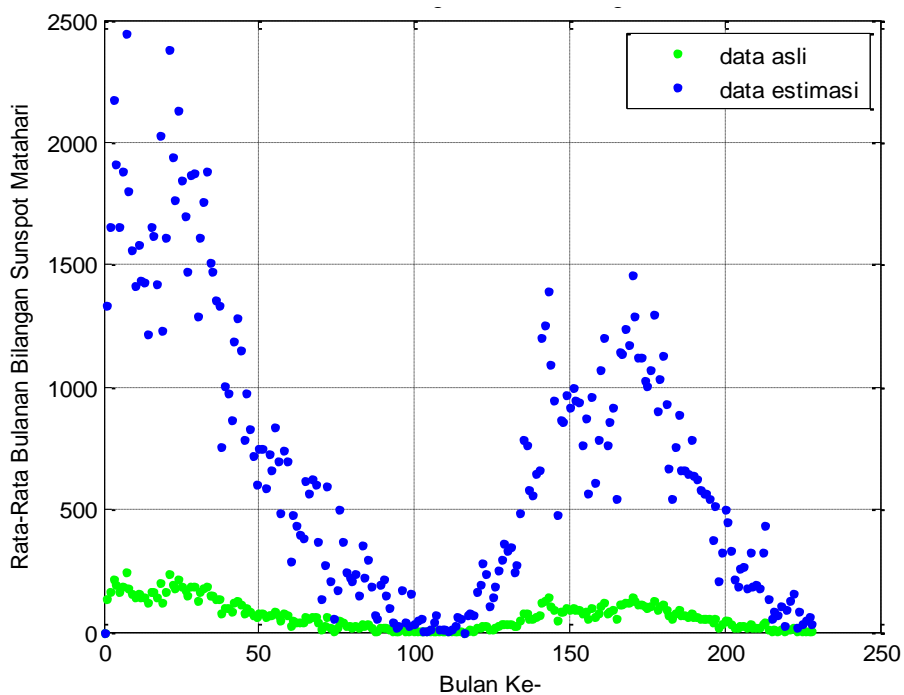


**Lampiran 2.b.** Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator *Priestley Chao*  
Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 0.1

```

clc,clear;
format long
x=data(:,1); % data excel kolom 1 dari "sunspot2.xlsx"
y=data(:,2); % data excel kolom 2 dari "sunspot2.xlsx"
n=length(data(:,1)) %banyaknya data
h=0.1:0.1:0.1; %bandwidth
p=length(h);
fprintf('%10s%20s%22s%22s\n','x','y','estimasi','error')
for p=1:p
    %estimator kernel Triangle
    for i=2:n
        for j=2:n
            C1(j)=(x(i)-x(j))/h(p);
            if abs(C1(j))<=1;
                I=1;
            else
                I=0;
            end
            x(1)=0;
            C2(j)=x(j)-x(j-1);
            C3(j)=(1-abs(C1(j))).*I.*y(j);
            C4(j)=C2(j).*C3(j);
            end
        C5(i)=sum(C4)/h(p); %estimator kernel Triangle
    end
End

```



**Lampiran 2.c.** Source Code dan Output Kurva Error Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 0.1

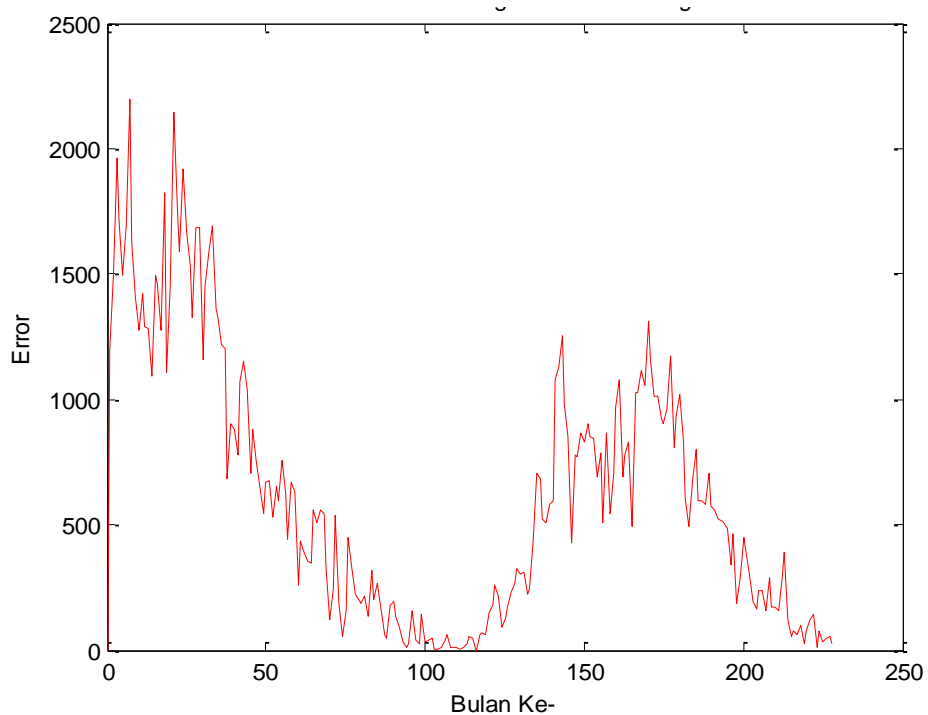
```

%kurva error
figure(2)
plot(x,M,'r-')
title('Kurva Error dari Regresi Kernel Triangle')
xlabel('Bulan Ke-')
ylabel('Error')
hold off

%mencari GCV
X=[x];
Xt=X';
A=Xt*X;
I1=eye(1);
B=n*h(p)*I1;
G=A+B;
H=inv(G);
I=X*H*Xt;
I2=eye(n);
matrik=I2-I;
tr=trace(matrik);
penyebut=((1/n)*tr)^2;
GCV=MSE/penyebut;

end
GCV

```



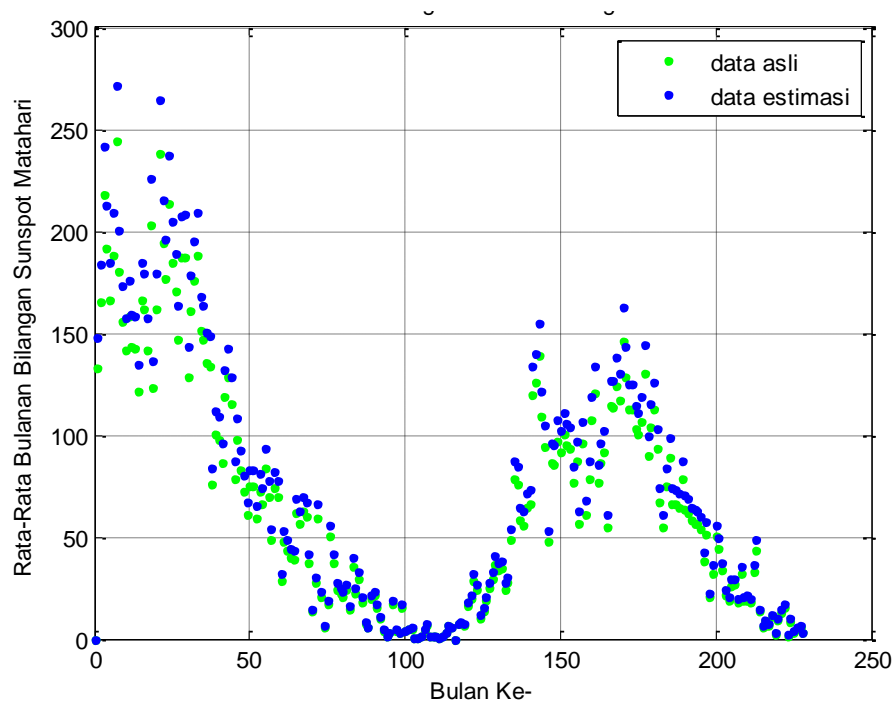


**Lampiran 2.d.** Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 0.9

```

clc,clear;
format long
x=data(:,1); % data excel kolom 1 dari "sunspot2.xlsx"
y=data(:,2); % data excel kolom 2 dari "sunspot2.xlsx"
n=length(data(:,1)) %banyaknya data
h=0.9:0.9:0.9; %bandwidth
p=length(h);
fprintf('%10s%20s%22s%22s\n','x','y','estimasi','error')
for p=1:p
    %estimator kernel Triangle
    for i=2:n
        for j=2:n
            C1(j)=(x(i)-x(j))/h(p);
            if abs(C1(j))<=1;
                I=1;
            else
                I=0;
            end
            x(1)=0;
            C2(j)=x(j)-x(j-1);
            C3(j)=(1-abs(C1(j))).*I.*y(j);
            C4(j)=C2(j).*C3(j);
            end
        C5(i)=sum(C4)/h(p); %estimator kernel Triangle
    end
end

```



**Lampiran 2.e.** Source Code dan Output Kurva Error Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 0.9

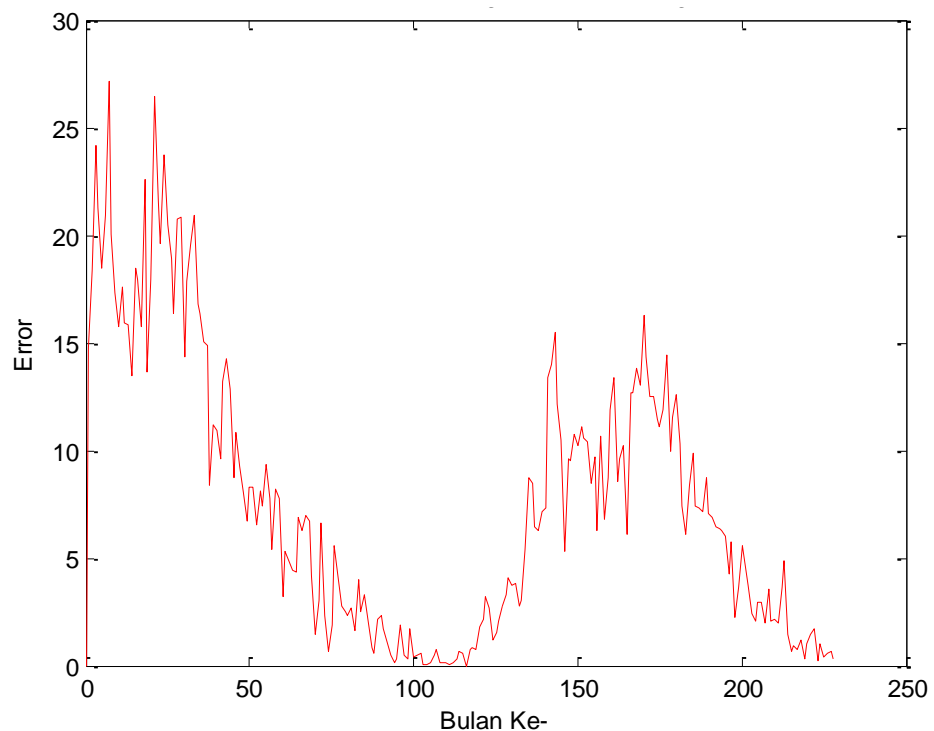
```

%kurva error
figure(2)
plot(x,M,'r-')
title('Kurva Error dari Regresi Kernel Triangle')
xlabel('Bulan Ke-')
ylabel('Error')
hold off

%mencari GCV
X=[x];
Xt=X';
A=Xt*X;
I1=eye(1);
B=n*h(p)*I1;
G=A+B;
H=inv(G);
I=X*H*Xt;
I2=eye(n);
matrik=I2-I;
tr=trace(matrik);
penyebut=((1/n)*tr)^2;
GCV=MSE/penyebut;

end
GCV

```

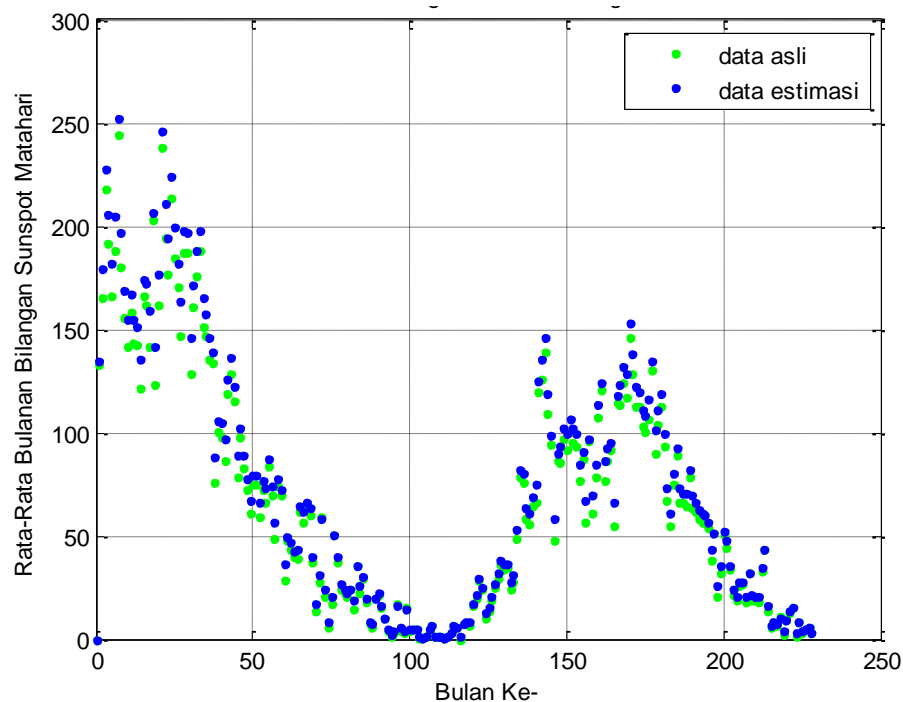


**Lampiran 2.f.** Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 1.1

```

clc,clear;
format long
x=data(:,1); % data excel kolom 1 dari "sunspot2.xlsx"
y=data(:,2); % data excel kolom 2 dari "sunspot2.xlsx"
n=length(data(:,1)) %banyaknya data
h=1.1:1.1:1.1; %bandwidth
p=length(h);
fprintf('%10s%20s%22s%22s\n','x','y','estimasi','error')
for p=1:p
    %estimator kernel Triangle
    for i=2:n
        for j=2:n
            C1(j)=(x(i)-x(j))/h(p);
            if abs(C1(j))<=1;
                I=1;
            else
                I=0;
            end
            x(1)=0;
            C2(j)=x(j)-x(j-1);
            C3(j)=(1-abs(C1(j))).*I.*y(j);
            C4(j)=C2(j).*C3(j);
            end
        C5(i)=sum(C4)/h(p); %estimator kernel Triangle
    end
end

```



**Lampiran 2.g.** Source Code dan Output Kurva Error Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 1.1

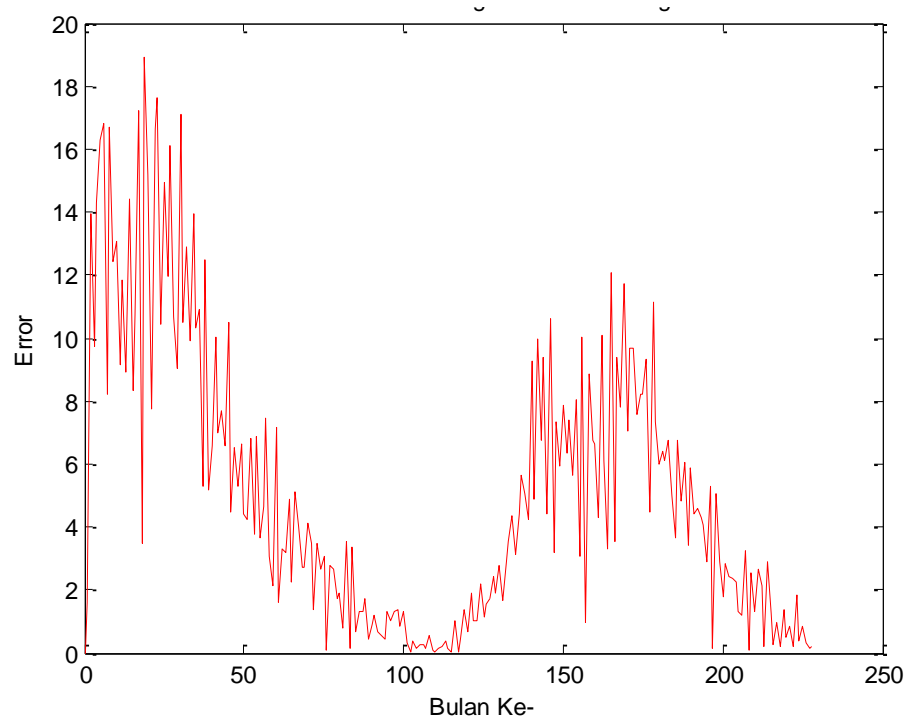
```

%kurva error
figure(2)
plot(x,M,'r-')
title('Kurva Error dari Regresi Kernel Triangle')
xlabel('Bulan Ke-')
ylabel('Error')
hold off

%mencari GCV
X=[x];
Xt=X';
A=Xt*X;
I1=eye(1);
B=n*h(p)*I1;
G=A+B;
H=inv(G);
I=X*H*Xt;
I2=eye(n);
matrik=I2-I;
tr=trace(matrik);
penyebut=((1/n)*tr)^2;
GCV=MSE/penyebut;

end
GCV

```

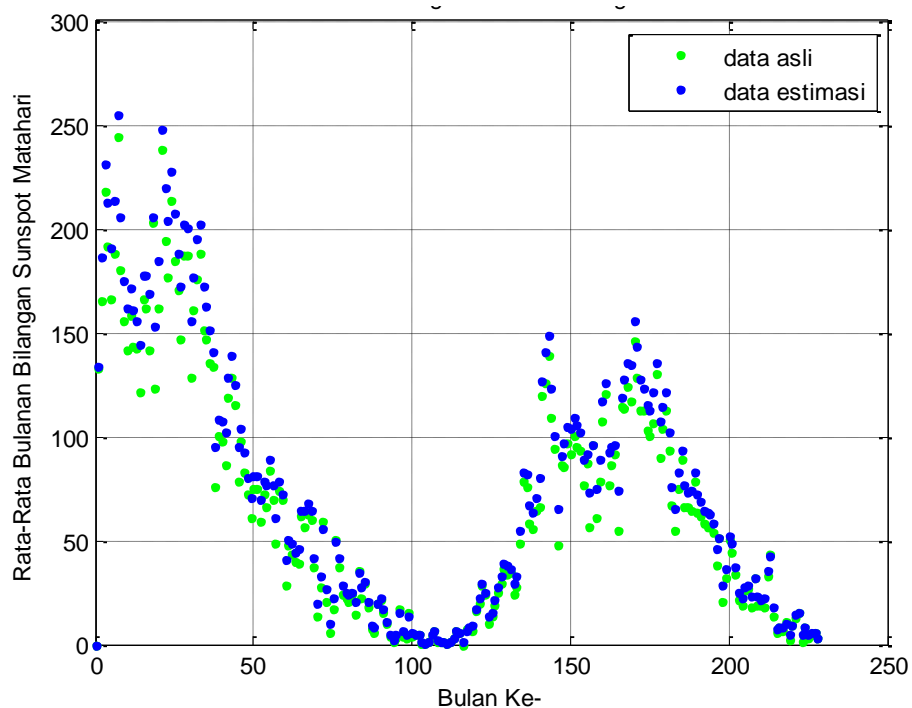


**Lampiran 2.h.** Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 1.2

```

clc,clear;
format long
x=data(:,1); % data excel kolom 1 dari "sunspot2.xlsx"
y=data(:,2); % data excel kolom 2 dari "sunspot2.xlsx"
n=length(data(:,1)) %banyaknya data
h=1.2:1.2:1.2; %bandwidth
p=length(h);
fprintf('%10s%20s%22s%22s\n','x','y','estimasi','error')
for p=1:p
    %estimator kernel Triangle
    for i=2:n
        for j=2:n
            C1(j)=(x(i)-x(j))/h(p);
            if abs(C1(j))<=1;
                I=1;
            else
                I=0;
            end
            x(1)=0;
            C2(j)=x(j)-x(j-1);
            C3(j)=(1-abs(C1(j))).*I.*y(j);
            C4(j)=C2(j).*C3(j);
            end
        C5(i)=sum(C4)/h(p); %estimator kernel Triangle
    end
end

```



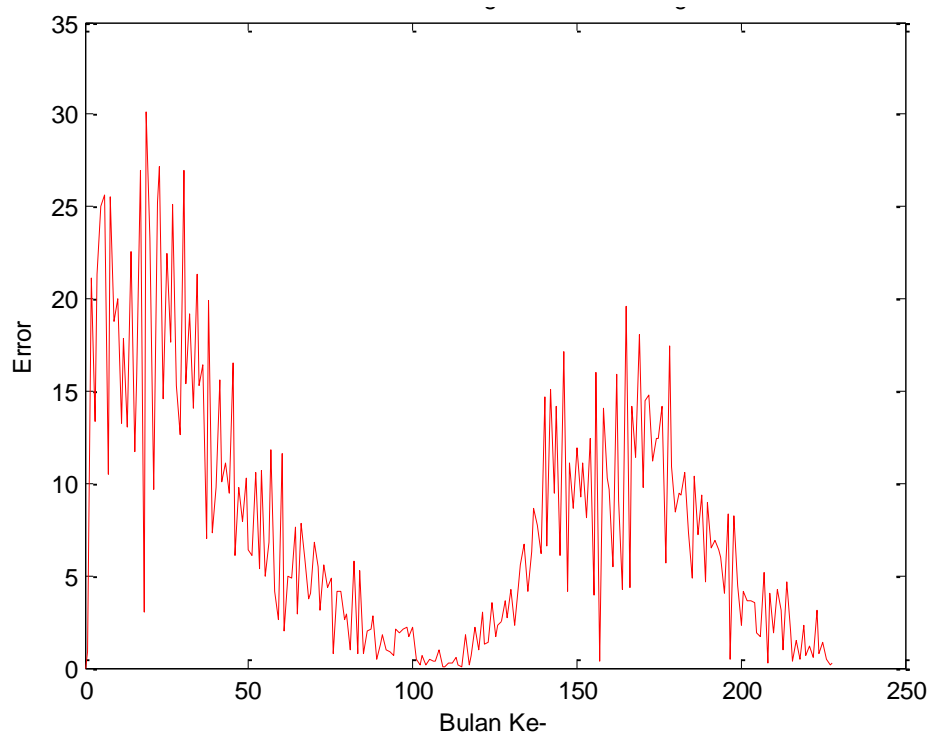
**Lampiran 2.i.** Source Code dan Output Kurva Error Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 1.2

```

%kurva error
figure(2)
plot(x,M,'r-')
title('Kurva Error dari Regresi Kernel Triangle')
xlabel('Bulan Ke-')
ylabel('Error')
hold off

%mencari GCV
X=[x];
Xt=X';
A=Xt*X;
I1=eye(1);
B=n*h(p)*I1;
G=A+B;
H=inv(G);
I=X*H*Xt;
I2=eye(n);
matrik=I2-I;
tr=trace(matrik);
penyebut=((1/n)*tr)^2;
GCV=MSE/penyebut;
end
GCV

```

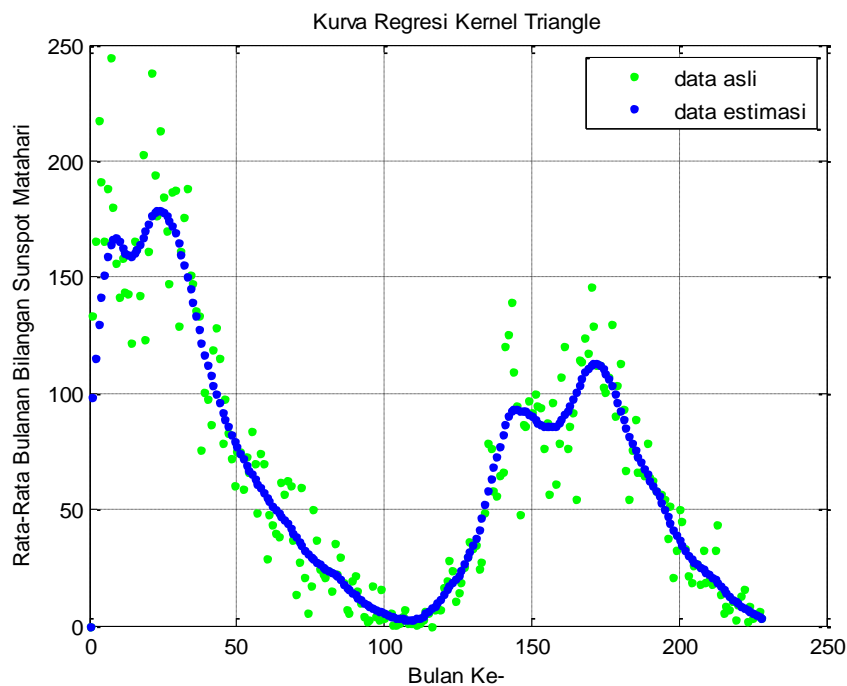


**Lampiran 2.j.** Source Code dan Output Kurva Regresi Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 10

```

clc,clear;
format long
x=data(:,1); % data excel kolom 1 dari "sunspot2.xlsx"
y=data(:,2); % data excel kolom 2 dari "sunspot2.xlsx"
n=length(data(:,1)) %banyaknya data
h=10:10:10; %bandwidth
p=length(h);
fprintf('%10s%20s%22s%22s\n','x','y','estimasi','error')
for p=1:p
    %estimator kernel Triangle
    for i=2:n
        for j=2:n
            C1(j)=(x(i)-x(j))/h(p);
            if abs(C1(j))<=1;
                I=1;
            else
                I=0;
            end
            x(1)=0;
            C2(j)=x(j)-x(j-1);
            C3(j)=(1-abs(C1(j))).*I.*y(j);
            C4(j)=C2(j).*C3(j);
            end
        C5(i)=sum(C4)/h(p); %estimator kernel Triangle
    end
end

```



**Lampiran 2.k.** Source Code dan Output Kurva Error Estimator *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan Nilai *Bandwidth* ( $h$ ) = 10

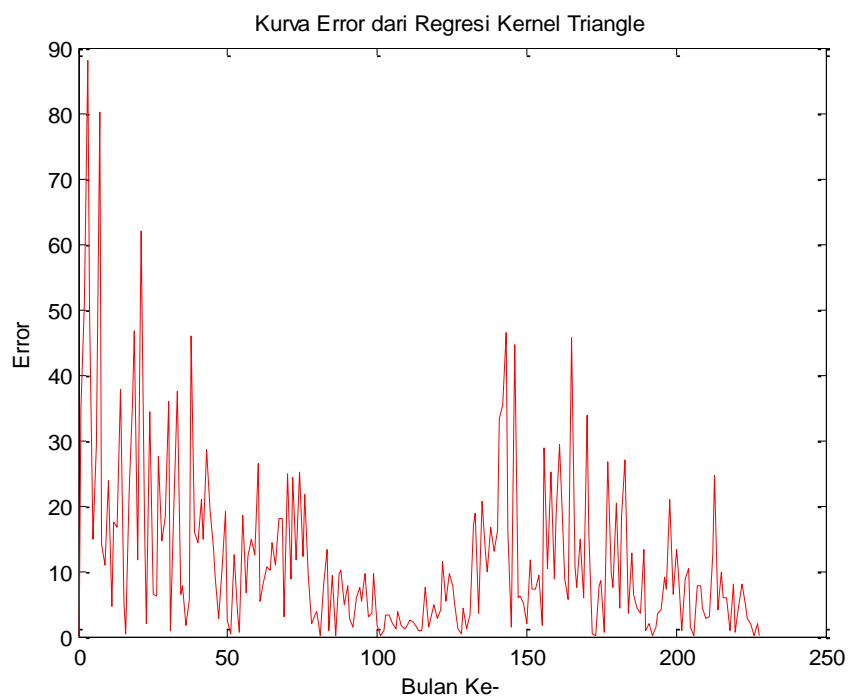
```

%kurva error
figure(2)
plot(x,M,'r-')
title('Kurva Error dari Regresi Kernel Triangle')
xlabel('Bulan Ke-')
ylabel('Error')
hold off

%mencari GCV
X=[x];
Xt=X';
A=Xt*X;
I1=eye(1);
B=n*h(p)*I1;
G=A+B;
H=inv(G);
I=X*H*Xt;
I2=eye(n);
matrik=I2-I;
tr=trace(matrik);
penyebut=((1/n)*tr)^2;
GCV=MSE/penyebut;

end
GCV

```





**Lampiran 3.** Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva *Priestley Chao* menggunakan fungsi kernel *triangle* dengan *bandwidth* ( $h$ ) = 0.1

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
1	133.1	1331	1197.9	37	133.5	1335	1201.5
2	165.7	1657	1491.3	38	75.7	757	681.3
3	217.7	2177	1959.3	39	100.7	1007	906.3
4	191.5	1915	1723.5	40	97.9	979	881.1
5	165.9	1659	1493.1	41	86.8	868	781.2
6	188	1880	1692	42	118.7	1187	1068.3
7	244.3	2443	2198.7	43	128.3	1283	1154.7
8	180.5	1805	1624.5	44	115.4	1154	1038.6
9	156	1560	1404	45	78.5	785	706.5
10	141.6	1416	1274.4	46	97.8	978	880.2
11	158.1	1581	1422.9	47	82.9	829	746.1
12	143.3	1433	1289.7	48	72.2	722	649.8
13	142.6	1426	1283.4	49	60.6	606	545.4
14	121.5	1215	1093.5	50	74.6	746	671.4
15	165.8	1658	1492.2	51	74.8	748	673.2
16	161.7	1617	1455.3	52	59.2	592	532.8
17	142.1	1421	1278.9	53	72.8	728	655.2
18	202.9	2029	1826.1	54	66.5	665	598.5
19	123	1230	1107	55	83.8	838	754.2
20	161.5	1615	1453.5	56	69.7	697	627.3
21	238.2	2382	2143.8	57	48.8	488	439.2
22	194.1	1941	1746.9	58	74.2	742	667.8
23	176.6	1766	1589.4	59	70.1	701	630.9
24	213.4	2134	1920.6	60	28.9	289	260.1
25	184.6	1846	1661.4	61	48.1	481	432.9
26	170.2	1702	1531.8	62	43.5	435	391.5
27	147.1	1471	1323.9	63	39.6	396	356.4
28	186.9	1869	1682.1	64	38.7	387	348.3
29	187.5	1875	1687.5	65	61.9	619	557.1
30	128.8	1288	1159.2	66	56.8	568	511.2
31	161	1610	1449	67	62.4	624	561.6
32	175.6	1756	1580.4	68	60.5	605	544.5
33	187.9	1879	1691.1	69	37.2	372	334.8
34	151.2	1512	1360.8	70	13.2	132	118.8
35	147.2	1472	1324.8	71	27.5	275	247.5
36	135.3	1353	1217.7	72	59.3	593	533.7

## Lampiran 3. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
73	20.9	209	188.1	109	1.3	13	11.7
74	5.7	57	51.3	110	1.2	12	10.8
75	17.3	173	155.7	111	0.6	6	5.4
76	50.3	503	452.7	112	1.2	12	10.8
77	37.2	372	334.8	113	2.9	29	26.1
78	24.5	245	220.5	114	6.3	63	56.7
79	22.2	222	199.8	115	5.5	55	49.5
80	20.8	208	187.2	116	0	0	0
81	23.7	237	213.3	117	7.1	71	63.9
82	14.9	149	134.1	118	7.7	77	69.3
83	35.7	357	321.3	119	6.9	69	62.1
84	22.3	223	200.7	120	16.3	163	146.7
85	29.3	293	263.7	121	19.5	195	175.5
86	18.4	184	165.6	122	28.5	285	256.5
87	7.2	72	64.8	123	24	240	216
88	5.4	54	48.6	124	10.4	104	93.6
89	19.5	195	175.5	125	13.9	139	125.1
90	21.3	213	191.7	126	18.8	188	169.2
91	15.1	151	135.9	127	25.2	252	226.8
92	9.8	98	88.2	128	29.6	296	266.4
93	4	40	36	129	36.4	364	327.6
94	1.5	15	13.5	130	33.6	336	302.4
95	2.8	28	25.2	131	34.4	344	309.6
96	17.3	173	155.7	132	24.5	245	220.5
97	4.1	41	36.9	133	27.3	273	245.7
98	2.9	29	26.1	134	48.3	483	434.7
99	15.5	155	139.5	135	78.6	786	707.4
100	3.6	36	32.4	136	76.1	761	684.9
101	4.6	46	41.4	137	58.2	582	523.8
102	5.2	52	46.8	138	56.1	561	504.9
103	0.6	6	5.4	139	64.5	645	580.5
104	0.3	3	2.7	140	65.8	658	592.2
105	1.2	12	10.8	141	120.1	1201	1080.9
106	4.2	42	37.8	142	125.7	1257	1131.3
107	6.6	66	59.4	143	139.1	1391	1251.9
108	1	10	9	144	109.3	1093	983.7

## Lampiran 3. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
145	94.4	944	849.6	181	93	930	837
146	47.8	478	430.2	182	66.7	667	600.3
147	86.6	866	779.4	183	54.5	545	490.5
148	85.9	859	773.1	184	75.3	753	677.7
149	96.5	965	868.5	185	88.8	888	799.2
150	92	920	828	186	66.5	665	598.5
151	100.1	1001	900.9	187	65.8	658	592.2
152	94.8	948	853.2	188	64.4	644	579.6
153	93.7	937	843.3	189	78.6	786	707.4
154	76.5	765	688.5	190	63.6	636	572.4
155	87.6	876	788.4	191	62.2	622	559.8
156	56.8	568	511.2	192	58	580	522
157	96.1	961	864.9	193	57	570	513
158	60.9	609	548.1	194	56.4	564	507.6
159	78.3	783	704.7	195	54.1	541	486.9
160	107.3	1073	965.7	196	37.9	379	341.1
161	120.2	1202	1081.8	197	51.5	515	463.5
162	76.7	767	690.3	198	20.5	205	184.5
163	86.2	862	775.8	199	32.4	324	291.6
164	91.8	918	826.2	200	50.2	502	451.8
165	54.5	545	490.5	201	44.6	446	401.4
166	114.4	1144	1029.6	202	33.4	334	300.6
167	113.9	1139	1025.1	203	21.4	214	192.6
168	124.2	1242	1117.8	204	18.5	185	166.5
169	117	1170	1053	205	26.1	261	234.9
170	146.1	1461	1314.9	206	26.4	264	237.6
171	128.7	1287	1158.3	207	17.7	177	159.3
172	112.5	1125	1012.5	208	32.3	323	290.7
173	112.5	1125	1012.5	209	18.9	189	170.1
174	102.9	1029	926.1	210	19.2	192	172.8
175	100.2	1002	901.8	211	17.8	178	160.2
176	106.9	1069	962.1	212	32.6	326	293.4
177	130	1300	1170	213	43.7	437	393.3
178	90	900	810	214	13.2	132	118.8
179	103.6	1036	932.4	215	5.7	57	51.3
180	112.9	1129	1016.1	216	8.2	82	73.8

**Lampiran 3.** (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
217	6.8	68	61.2
218	10.7	107	96.3
219	2.5	25	22.5
220	8.9	89	80.1
221	13.1	131	117.9
222	15.6	156	140.4
223	1.6	16	14.4
224	8.7	87	78.3
225	3.3	33	29.7
226	4.9	49	44.1
227	5.9	59	53.1
228	3.1	31	27.9

**Lampiran 4.** Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva *Priestley Chao* menggunakan fungsi kernel *triangle* dengan *bandwidth* ( $h$ ) = 0.9

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
1	133.1	147.89	14.79	37	133.5	148.33	14.83
2	165.7	184.11	18.41	38	75.7	84.11	8.41
3	217.7	241.89	24.19	39	100.7	111.89	11.19
4	191.5	212.78	21.28	40	97.9	108.78	10.88
5	165.9	184.33	18.43	41	86.8	96.44	9.64
6	188	208.89	20.89	42	118.7	131.89	13.19
7	244.3	271.44	27.14	43	128.3	142.56	14.26
8	180.5	200.56	20.06	44	115.4	128.22	12.82
9	156	173.33	17.33	45	78.5	87.22	8.72
10	141.6	157.33	15.73	46	97.8	108.67	10.87
11	158.1	175.67	17.57	47	82.9	92.11	9.21
12	143.3	159.22	15.92	48	72.2	80.22	8.02
13	142.6	158.44	15.84	49	60.6	67.33	6.73
14	121.5	135.00	13.50	50	74.6	82.89	8.29
15	165.8	184.22	18.42	51	74.8	83.11	8.31
16	161.7	179.67	17.97	52	59.2	65.78	6.58
17	142.1	157.89	15.79	53	72.8	80.89	8.09
18	202.9	225.44	22.54	54	66.5	73.89	7.39
19	123	136.67	13.67	55	83.8	93.11	9.31
20	161.5	179.44	17.94	56	69.7	77.44	7.74
21	238.2	264.67	26.47	57	48.8	54.22	5.42
22	194.1	215.67	21.57	58	74.2	82.44	8.24
23	176.6	196.22	19.62	59	70.1	77.89	7.79
24	213.4	237.11	23.71	60	28.9	32.11	3.21
25	184.6	205.11	20.51	61	48.1	53.44	5.34
26	170.2	189.11	18.91	62	43.5	48.33	4.83
27	147.1	163.44	16.34	63	39.6	44.00	4.40
28	186.9	207.67	20.77	64	38.7	43.00	4.30
29	187.5	208.33	20.83	65	61.9	68.78	6.88
30	128.8	143.11	14.31	66	56.8	63.11	6.31
31	161	178.89	17.89	67	62.4	69.33	6.93
32	175.6	195.11	19.51	68	60.5	67.22	6.72
33	187.9	208.33	20.43	69	37.2	41.33	4.13
34	151.2	168.00	16.80	70	13.2	14.67	1.47
35	147.2	163.56	16.36	71	27.5	30.56	3.06
36	135.3	150.33	15.03	72	59.3	65.89	6.59

## Lampiran 4. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
73	20.9	23.22	2.32	109	1.3	1.44	0.14
74	5.7	6.33	0.63	110	1.2	1.33	0.13
75	17.3	19.22	1.92	111	0.6	0.67	0.07
76	50.3	55.89	5.59	112	1.2	1.33	0.13
77	37.2	41.33	4.13	113	2.9	3.22	0.32
78	24.5	27.22	2.72	114	6.3	7.00	0.70
79	22.2	24.67	2.47	115	5.5	6.11	0.61
80	20.8	23.11	2.31	116	0	-	-
81	23.7	26.33	2.63	117	7.1	7.89	0.79
82	14.9	16.56	1.66	118	7.7	8.56	0.86
83	35.7	39.67	3.97	119	6.9	7.67	0.77
84	22.3	24.78	2.48	120	16.3	18.11	1.81
85	29.3	32.56	3.26	121	19.5	21.67	2.17
86	18.4	20.44	2.04	122	28.5	31.67	3.17
87	7.2	8.00	0.80	123	24	26.67	2.67
88	5.4	6.00	0.60	124	10.4	11.56	1.16
89	19.5	21.67	2.17	125	13.9	15.44	1.54
90	21.3	23.67	2.37	126	18.8	20.89	2.09
91	15.1	16.78	1.68	127	25.2	28.00	2.80
92	9.8	10.89	1.09	128	29.6	32.89	3.29
93	4	4.44	0.44	129	36.4	40.44	4.04
94	1.5	1.67	0.17	130	33.6	37.33	3.73
95	2.8	3.11	0.31	131	34.4	38.22	3.82
96	17.3	19.22	1.92	132	24.5	27.22	2.72
97	4.1	4.56	0.46	133	27.3	30.33	3.03
98	2.9	3.22	0.32	134	48.3	53.67	5.37
99	15.5	17.22	1.72	135	78.6	87.33	8.73
100	3.6	4.00	0.40	136	76.1	84.56	8.46
101	4.6	5.11	0.51	137	58.2	64.67	6.47
102	5.2	5.78	0.58	138	56.1	62.33	6.23
103	0.6	0.67	0.07	139	64.5	71.67	7.17
104	0.3	0.33	0.03	140	65.8	73.11	7.31
105	1.2	1.33	0.13	141	120.1	133.44	13.34
106	4.2	4.67	0.47	142	125.7	139.67	13.97
107	6.6	7.33	0.73	143	139.1	154.56	15.46
108	1	1.11	0.11	144	109.3	121.44	12.14

## Lampiran 4. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
145	94.4	104.89	10.49	181	93	103.33	10.33
146	47.8	53.11	5.31	182	66.7	74.11	7.41
147	86.6	96.22	9.62	183	54.5	60.56	6.06
148	85.9	95.44	9.54	184	75.3	83.67	8.37
149	96.5	107.22	10.72	185	88.8	98.67	9.87
150	92	102.22	10.22	186	66.5	73.89	7.39
151	100.1	111.22	11.12	187	65.8	73.11	7.31
152	94.8	105.33	10.53	188	64.4	71.56	7.16
153	93.7	104.11	10.41	189	78.6	87.33	8.73
154	76.5	85.00	8.50	190	63.6	70.67	7.07
155	87.6	97.33	9.73	191	62.2	69.11	6.91
156	56.8	63.11	6.31	192	58	64.44	6.44
157	96.1	106.78	10.68	193	57	63.33	6.33
158	60.9	67.67	6.77	194	56.4	62.67	6.27
159	78.3	87.00	8.70	195	54.1	60.11	6.01
160	107.3	119.22	11.92	196	37.9	42.11	4.21
161	120.2	133.56	13.36	197	51.5	57.22	5.72
162	76.7	85.22	8.52	198	20.5	22.78	2.28
163	86.2	95.78	9.58	199	32.4	36.00	3.60
164	91.8	102.00	10.20	200	50.2	55.78	5.58
165	54.5	60.56	6.06	201	44.6	49.56	4.96
166	114.4	127.11	12.71	202	33.4	37.11	3.71
167	113.9	126.56	12.66	203	21.4	23.78	2.38
168	124.2	138.00	13.80	204	18.5	20.56	2.06
169	117	130.00	13.00	205	26.1	29.00	2.90
170	146.1	162.33	16.23	206	26.4	29.33	2.93
171	128.7	143.00	14.30	207	17.7	19.67	1.97
172	112.5	125.00	12.50	208	32.3	35.89	3.59
173	112.5	125.00	12.50	209	18.9	21.00	2.10
174	102.9	114.33	11.43	210	19.2	21.33	2.13
175	100.2	111.33	11.13	211	17.8	19.78	1.98
176	106.9	118.78	11.88	212	32.6	36.22	3.62
177	130	144.44	14.44	213	43.7	48.56	4.86
178	90	100.00	10.00	214	13.2	14.67	1.47
179	103.6	115.11	11.51	215	5.7	6.33	0.63
180	112.9	125.44	12.54	216	8.2	9.11	0.91

**Lampiran 4.** (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
217	6.8	7.56	0.76
218	10.7	11.89	1.19
219	2.5	2.78	0.28
220	8.9	9.89	0.99
221	13.1	14.56	1.46
222	15.6	17.33	1.73
223	1.6	1.78	0.18
224	8.7	9.67	0.97
225	3.3	3.67	0.37
226	4.9	5.44	0.54
227	5.9	6.56	0.66
228	3.1	3.44	0.34



**Lampiran 5.** Nilai Hasil Estimasi dan Nilai MSE Estimator Kurva *Priestley Chao* Menggunakan Fungsi Kernel *Triangle* dengan *Bandwidth* ( $h$ ) = 1.1

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
1	133.1	134.69	1.59	37	133.5	138.80	5.30
2	165.7	179.63	13.93	38	75.7	88.17	12.47
3	217.7	227.43	9.73	39	100.7	105.89	5.19
4	191.5	205.79	14.29	40	97.9	104.50	6.60
5	165.9	182.18	16.28	41	86.8	96.81	10.01
6	188	204.81	16.81	42	118.7	125.69	6.99
7	244.3	252.55	8.25	43	128.3	135.98	7.68
8	180.5	197.17	16.67	44	115.4	122.00	6.60
9	156	168.44	12.44	45	78.5	88.98	10.48
10	141.6	154.69	13.09	46	97.8	102.25	4.45
11	158.1	167.27	9.17	47	82.9	89.41	6.51
12	143.3	155.12	11.82	48	72.2	77.50	5.30
13	142.6	151.52	8.92	49	60.6	67.22	6.62
14	121.5	135.94	14.44	50	74.6	79.01	4.41
15	165.8	174.13	8.33	51	74.8	79.06	4.26
16	161.7	172.45	10.75	52	59.2	66.02	6.82
17	142.1	159.31	17.21	53	72.8	76.57	3.77
18	202.9	206.36	3.46	54	66.5	73.40	6.90
19	123	141.93	18.93	55	83.8	87.44	3.64
20	161.5	176.67	15.17	56	69.7	74.32	4.62
21	238.2	245.93	7.73	57	48.8	56.26	7.46
22	194.1	210.74	16.64	58	74.2	77.28	3.08
23	176.6	194.22	17.62	59	70.1	72.25	2.15
24	213.4	223.85	10.45	60	28.9	36.04	7.14
25	184.6	199.52	14.92	61	48.1	49.71	1.61
26	170.2	182.14	11.94	62	43.5	46.79	3.29
27	147.1	163.24	16.14	63	39.6	42.79	3.19
28	186.9	197.56	10.66	64	38.7	43.57	4.87
29	187.5	196.55	9.05	65	61.9	64.17	2.27
30	128.8	145.89	17.09	66	56.8	61.91	5.11
31	161	171.52	10.52	67	62.4	66.42	4.02
32	175.6	188.47	12.87	68	60.5	63.23	2.73
33	187.9	197.83	9.93	69	37.2	39.91	2.71
34	151.2	165.15	13.95	70	13.2	17.35	4.15
35	147.2	157.50	10.30	71	27.5	30.99	3.49
36	135.3	146.20	10.90	72	59.3	57.91	1.39

## Lampiran 5. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
73	20.9	24.37	3.47	109	1.3	1.36	0.06
74	5.7	8.34	2.64	110	1.2	1.25	0.05
75	17.3	20.36	3.06	111	0.6	0.74	0.14
76	50.3	50.23	0.07	112	1.2	1.38	0.18
77	37.2	40.00	2.80	113	2.9	3.26	0.36
78	24.5	27.18	2.68	114	6.3	6.42	0.12
79	22.2	23.93	1.73	115	5.5	5.52	0.02
80	20.8	22.70	1.90	116	0	1.04	1.04
81	23.7	24.50	0.80	117	7.1	7.09	0.01
82	14.9	18.45	3.55	118	7.7	8.16	0.46
83	35.7	35.53	0.17	119	6.9	8.26	1.36
84	22.3	25.64	3.34	120	16.3	17.00	0.70
85	29.3	30.00	0.70	121	19.5	21.43	1.93
86	18.4	19.74	1.34	122	28.5	29.50	1.00
87	7.2	8.51	1.31	123	24	25.03	1.03
88	5.4	7.12	1.72	124	10.4	12.59	2.19
89	19.5	19.93	0.43	125	13.9	15.05	1.15
90	21.3	22.22	0.92	126	18.8	20.32	1.52
91	15.1	16.30	1.20	127	25.2	26.91	1.71
92	9.8	10.49	0.69	128	29.6	32.00	2.40
93	4	4.57	0.57	129	36.4	38.31	1.91
94	1.5	1.93	0.43	130	33.6	36.40	2.80
95	2.8	4.10	1.30	131	34.4	36.07	1.67
96	17.3	16.30	1.00	132	24.5	27.37	2.87
97	4.1	5.40	1.30	133	27.3	30.83	3.53
98	2.9	4.26	1.36	134	48.3	52.66	4.36
99	15.5	14.63	0.87	135	78.6	81.74	3.14
100	3.6	4.93	1.33	136	76.1	80.49	4.39
101	4.6	4.91	0.31	137	58.2	63.83	5.63
102	5.2	5.16	0.04	138	56.1	61.14	5.04
103	0.6	1.00	0.40	139	64.5	68.71	4.21
104	0.3	0.42	0.12	140	65.8	75.07	9.27
105	1.2	1.46	0.26	141	120.1	125.01	4.91
106	4.2	4.46	0.26	142	125.7	135.69	9.99
107	6.6	6.43	0.17	143	139.1	145.88	6.78
108	1	1.56	0.56	144	109.3	118.66	9.36

## Lampiran 5. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
145	94.4	98.80	4.40	181	93	99.39	6.39
146	47.8	58.41	10.61	182	66.7	72.83	6.13
147	86.6	89.78	3.18	183	54.5	61.28	6.78
148	85.9	93.22	7.32	184	75.3	80.30	5.00
149	96.5	102.43	5.93	185	88.8	92.45	3.65
150	92	99.88	7.88	186	66.5	73.23	6.73
151	100.1	106.44	6.34	187	65.8	70.64	4.84
152	94.8	102.20	7.40	188	64.4	70.48	6.08
153	93.7	99.34	5.64	189	78.6	82.03	3.43
154	76.5	84.53	8.03	190	63.6	69.45	5.85
155	87.6	90.65	3.05	191	62.2	66.60	4.40
156	56.8	66.82	10.02	192	58	62.58	4.58
157	96.1	97.09	0.99	193	57	61.27	4.27
158	60.9	69.78	8.88	194	56.4	60.45	4.05
159	78.3	85.08	6.78	195	54.1	56.98	2.88
160	107.3	113.95	6.65	196	37.9	43.18	5.28
161	120.2	124.48	4.28	197	51.5	51.64	0.14
162	76.7	86.79	10.09	198	20.5	25.57	5.07
163	86.2	92.29	6.09	199	32.4	35.30	2.90
164	91.8	95.08	3.28	200	50.2	52.00	1.80
165	54.5	66.59	12.09	201	44.6	47.45	2.85
166	114.4	117.92	3.52	202	33.4	35.82	2.42
167	113.9	123.26	9.36	203	21.4	23.74	2.34
168	124.2	131.99	7.79	204	18.5	20.74	2.24
169	117	128.70	11.70	205	26.1	27.44	1.34
170	146.1	153.12	7.02	206	26.4	27.62	1.22
171	128.7	138.37	9.67	207	17.7	20.94	3.24
172	112.5	122.21	9.71	208	32.3	32.39	0.09
173	112.5	120.07	7.57	209	18.9	21.44	2.54
174	102.9	111.12	8.22	210	19.2	20.49	1.29
175	100.2	108.43	8.23	211	17.8	20.46	2.66
176	106.9	116.21	9.31	212	32.6	34.72	2.12
177	130	134.45	4.45	213	43.7	43.51	0.19
178	90	101.12	11.12	214	13.2	16.08	2.88
179	103.6	110.95	7.35	215	5.7	6.95	1.25
180	112.9	118.88	5.98	216	8.2	8.49	0.29

**Lampiran 5.** (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
217	6.8	7.74	0.94
218	10.7	10.50	0.20
219	2.5	3.89	1.39
220	8.9	9.38	0.48
221	13.1	13.93	0.83
222	15.6	15.40	0.20
223	1.6	3.46	1.86
224	8.7	8.31	0.39
225	3.3	4.12	0.82
226	4.9	0.82	0.31
227	5.9	6.02	0.12
228	3.1	3.31	0.21

**Lampiran 6.** Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva *Priestley Chao* menggunakan fungsi kernel *triangle* dengan *bandwidth* ( $h$ ) = 1.2

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
1	133.1	133.93	0.83	37	133.5	95.61	37.89
2	165.7	186.81	21.11	38	75.7	95.61	19.91
3	217.7	231.03	13.33	39	100.7	108.03	7.33
4	191.5	212.86	21.36	40	97.9	107.63	9.72
5	165.9	190.96	25.06	41	86.8	102.42	15.62
6	188	213.64	25.64	42	118.7	128.79	10.09
7	244.3	254.76	10.46	43	128.3	139.43	11.13
8	180.5	206.01	25.51	44	115.4	124.89	9.49
9	156	174.74	18.74	45	78.5	95.03	16.53
10	141.6	161.63	20.03	46	97.8	92.69	5.11
11	158.1	171.32	13.22	47	82.9	92.69	9.79
12	143.3	161.18	17.88	48	72.2	80.10	7.90
13	142.6	1.56	141.04	49	60.6	70.89	10.29
14	121.5	1.44	120.06	50	74.6	80.97	6.37
15	165.8	177.50	11.70	51	74.8	80.92	6.12
16	161.7	177.51	15.81	52	59.2	69.83	10.63
17	142.1	169.06	26.96	53	72.8	78.13	5.33
18	202.9	205.90	3.00	54	66.5	77.17	10.67
19	123	153.11	30.11	55	83.8	88.75	4.95
20	161.5	184.75	23.25	56	69.7	76.50	6.80
21	238.2	247.89	9.69	57	48.8	60.65	11.85
22	194.1	219.36	25.26	58	74.2	78.35	4.15
23	176.6	203.76	27.16	59	70.1	40.50	29.60
24	213.4	228.00	14.60	60	28.9	50.14	21.24
25	184.6	207.11	22.51	61	48.1	50.14	2.04
26	170.2	187.90	17.70	62	43.5	48.43	4.93
27	147.1	172.18	25.08	63	39.6	44.42	4.82
28	186.9	202.22	15.32	64	38.7	46.35	7.65
29	187.5	200.10	12.60	65	61.9	64.85	2.95
30	128.8	155.74	26.94	66	56.8	64.60	7.80
31	161	176.44	15.44	67	62.4	68.29	5.89
32	175.6	194.79	19.19	68	60.5	64.25	3.75
33	187.9	201.97	14.07	69	37.2	41.24	4.04
34	151.2	162.46	11.26	70	13.2	19.99	6.79
35	147.2	162.46	15.26	71	27.5	32.99	5.49
36	135.3	151.74	16.44	72	59.3	56.14	3.16

## Lampiran 6. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
73	20.9	26.44	5.54	109	1.3	1.39	0.09
74	5.7	10.06	4.36	110	1.2	1.26	0.06
75	17.3	22.19	4.89	111	0.6	0.83	0.23
76	50.3	49.49	0.81	112	1.2	1.49	0.29
77	37.2	41.39	4.19	113	2.9	3.46	0.56
78	24.5	28.67	4.17	114	6.3	6.42	0.12
79	22.2	24.79	2.59	115	5.5	5.46	0.04
80	20.8	23.71	2.91	116	0	6.99	6.99
81	23.7	24.71	1.01	117	7.1	6.99	0.11
82	14.9	20.67	5.77	118	7.7	8.36	0.66
83	35.7	34.92	0.78	119	6.9	9.08	2.18
84	22.3	27.61	5.31	120	16.3	17.25	0.95
85	29.3	30.07	0.77	121	19.5	22.47	2.97
86	18.4	20.40	2.00	122	28.5	29.79	1.29
87	7.2	9.31	2.11	123	24	25.40	1.40
88	5.4	8.21	2.81	124	10.4	13.93	3.53
89	19.5	19.96	0.46	125	13.9	15.64	1.74
90	21.3	22.56	1.26	126	18.8	21.10	2.30
91	15.1	16.90	1.80	127	25.2	27.72	2.52
92	9.8	10.82	1.02	128	29.6	33.22	3.62
93	4	4.90	0.90	129	36.4	39.11	2.71
94	1.5	2.19	0.69	130	33.6	37.83	4.23
95	2.8	4.94	2.14	131	34.4	36.74	2.34
96	17.3	15.38	1.93	132	24.5	28.99	4.49
97	4.1	6.22	2.12	133	27.3	32.86	5.56
98	2.9	5.14	2.24	134	48.3	54.96	6.66
99	15.5	13.82	1.68	135	78.6	82.78	4.18
100	3.6	5.79	2.19	136	76.1	82.42	6.32
101	4.6	5.06	0.46	137	58.2	66.86	8.66
102	5.2	5.06	0.14	138	56.1	63.79	7.69
103	0.6	1.26	0.66	139	64.5	70.68	6.18
104	0.3	0.50	0.20	140	65.8	80.47	14.67
105	1.2	1.63	0.43	141	120.1	126.68	6.58
106	4.2	4.58	0.38	142	125.7	140.75	15.05
107	6.6	6.22	0.38	143	139.1	148.56	9.46
108	1	1.93	0.93	144	109.3	123.51	14.21

## Lampiran 6. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
145	94.4	100.49	6.09	181	93	102.44	9.44
146	47.8	64.97	17.17	182	66.7	76.07	9.37
147	86.6	90.74	4.14	183	54.5	65.14	10.64
148	85.9	97.01	11.11	184	75.3	82.65	7.35
149	96.5	105.13	8.63	185	88.8	93.69	4.89
150	92	103.97	11.97	186	66.5	76.89	10.39
151	100.1	109.36	9.26	187	65.8	73.01	7.21
152	94.8	105.92	11.12	188	64.4	73.72	9.32
153	93.7	101.88	8.18	189	78.6	83.28	4.68
154	76.5	88.93	12.43	190	63.6	72.56	8.96
155	87.6	91.51	3.91	191	62.2	68.72	6.52
156	56.8	72.85	16.05	192	58	64.89	6.89
157	96.1	96.43	0.33	193	57	63.39	6.39
158	60.9	74.97	14.07	194	56.4	62.43	6.03
159	78.3	88.61	10.31	195	54.1	58.18	4.08
160	107.3	116.99	9.69	196	37.9	46.25	8.35
161	120.2	125.72	5.52	197	51.5	51.03	0.47
162	76.7	92.58	15.88	198	20.5	28.74	8.24
163	86.2	95.24	9.04	199	32.4	36.82	4.42
164	91.8	96.04	4.24	200	50.2	52.53	2.33
165	54.5	74.06	19.56	201	44.6	48.78	4.18
166	114.4	118.72	4.32	202	33.4	37.00	3.60
167	113.9	128.06	14.16	203	21.4	25.04	3.64
168	124.2	128.06	3.86	204	18.5	22.01	3.51
169	117	135.04	18.04	205	26.1	27.99	1.89
170	146.1	155.88	9.78	206	26.4	28.08	1.68
171	128.7	143.17	14.47	207	17.7	22.90	5.20
172	112.5	127.25	14.75	208	32.3	32.00	0.30
173	112.5	123.67	11.17	209	18.9	22.90	4.00
174	102.9	115.29	12.39	210	19.2	21.10	1.90
175	100.2	112.64	12.44	211	17.8	22.03	4.23
176	106.9	121.06	14.16	212	32.6	35.71	3.11
177	130	135.68	5.68	213	43.7	42.78	0.92
178	90	107.44	17.44	214	13.2	17.86	4.66
179	103.6	114.51	10.91	215	5.7	7.72	2.02
180	112.9	121.39	8.49	216	8.2	8.57	0.37

**Lampiran 6.** (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
217	6.8	8.29	1.49
218	10.7	10.21	0.49
219	2.5	4.81	2.31
220	8.9	9.58	0.68
221	13.1	14.32	1.22
222	15.6	15.04	0.56
223	1.6	4.71	3.11
224	8.7	7.93	0.77
225	3.3	4.64	1.34
226	4.9	5.36	0.46
227	5.9	6.03	0.13
228	3.1	3.40	0.30



**Lampiran 7.** Nilai Hasil Estimasi dan Nilai Error (MSE) Estimator Kurva *Priestley Chao* menggunakan fungsi kernel *triangle* dengan *bandwidth* ( $h$ ) = 10

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
1	133.1	98.12	34.979	37	133.5	127.87	5.629
2	165.7	114.88	50.817	38	75.7	121.75	46.049
3	217.7	129.76	87.936	39	100.7	116.70	16.004
4	191.5	141.72	49.783	40	97.9	112.13	14.226
5	165.9	151.06	14.845	41	86.8	107.62	20.824
6	188	158.73	29.267	42	118.7	103.74	14.956
7	244.3	164.27	80.032	43	128.3	99.84	28.462
8	180.5	166.34	14.162	44	115.4	95.97	19.427
9	156	166.83	10.827	45	78.5	91.98	13.477
10	141.6	165.43	23.826	46	97.8	88.72	9.079
11	158.1	162.81	4.708	47	82.9	85.56	2.659
12	143.3	160.74	17.441	48	72.2	82.56	10.362
13	142.6	159.41	16.806	49	60.6	79.62	19.02
14	121.5	159.16	37.662	50	74.6	77.17	2.574
15	165.8	160.54	5.263	51	74.8	74.50	0.296
16	161.7	162.10	0.401	52	59.2	71.69	12.487
17	142.1	164.01	21.913	53	72.8	69.31	3.492
18	202.9	167.00	35.903	54	66.5	67.15	0.652
19	123	169.60	46.597	55	83.8	65.21	18.593
20	161.5	173.17	11.672	56	69.7	62.99	6.71
21	238.2	176.22	61.979	57	48.8	60.93	12.125
22	194.1	177.70	16.403	58	74.2	59.34	14.863
23	176.6	178.48	1.88	59	70.1	57.59	12.508
24	213.4	179.04	34.364	60	28.9	55.42	26.523
25	184.6	178.05	6.549	61	48.1	53.55	5.454
26	170.2	176.50	6.304	62	43.5	51.75	8.246
27	147.1	174.52	27.423	63	39.6	50.25	10.653
28	186.9	172.36	14.544	64	38.7	48.91	10.205
29	187.5	169.24	18.263	65	61.9	47.51	14.395
30	128.8	164.61	35.805	66	56.8	45.88	10.922
31	161	159.99	1.009	67	62.4	44.32	18.085
32	175.6	155.41	20.193	68	60.5	42.36	18.136
33	187.9	150.44	37.461	69	37.2	40.19	2.99
34	151.2	144.76	6.438	70	13.2	38.20	24.995
35	147.2	139.35	7.851	71	27.5	36.43	8.933
36	135.3	133.62	1.677	72	59.3	34.84	24.461

## Lampiran 7. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
73	20.9	32.64	11.743	109	1.3	2.61	1.305
74	5.7	30.78	25.082	110	1.2	2.71	1.513
75	17.3	29.42	12.117	111	0.6	3.00	2.396
76	50.3	28.62	21.682	112	1.2	3.51	2.308
77	37.2	27.57	9.635	113	2.9	4.33	1.433
78	24.5	26.46	1.964	114	6.3	5.35	0.954
79	22.2	25.53	3.332	115	5.5	6.34	0.84
80	20.8	24.72	3.923	116	0	7.38	7.375
81	23.7	23.84	0.143	117	7.1	8.64	1.54
82	14.9	22.92	8.015	118	7.7	10.08	2.381
83	35.7	22.38	13.32	119	6.9	11.67	4.774
84	22.3	21.38	0.92	120	16.3	13.51	2.794
85	29.3	20.01	9.294	121	19.5	15.36	4.14
86	18.4	18.25	0.153	122	28.5	17.17	11.326
87	7.2	16.80	9.596	123	24	18.68	5.325
88	5.4	15.61	10.214	124	10.4	20.00	9.598
89	19.5	14.60	4.902	125	13.9	21.66	7.759
90	21.3	13.57	7.731	126	18.8	23.88	5.083
91	15.1	12.36	2.742	127	25.2	26.49	1.292
92	9.8	11.13	1.328	128	29.6	29.25	0.35
93	4	9.90	5.903	129	36.4	32.05	4.346
94	1.5	8.96	7.461	130	33.6	34.84	1.244
95	2.8	8.22	5.415	131	34.4	37.78	3.383
96	17.3	7.72	9.582	132	24.5	41.43	16.93
97	4.1	7.10	3.001	133	27.3	46.13	18.829
98	2.9	6.54	3.64	134	48.3	51.91	3.613
99	15.5	5.99	9.515	135	78.6	57.93	20.672
100	3.6	5.33	1.728	136	76.1	63.45	12.646
101	4.6	4.82	0.224	137	58.2	68.12	9.924
102	5.2	4.39	0.815	138	56.1	72.75	16.648
103	0.6	3.95	3.352	139	64.5	77.41	12.905
104	0.3	3.58	3.276	140	65.8	82.10	16.301
105	1.2	3.27	2.072	141	120.1	86.74	33.363
106	4.2	3.03	1.173	142	125.7	90.32	35.384
107	6.6	2.87	3.729	143	139.1	92.57	46.526
108	1	2.70	1.695	144	109.3	93.26	16.04

## Lampiran 7. (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE	$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
145	94.4	93.01	1.392	181	93	88.72	4.277
146	47.8	92.53	44.73	182	66.7	84.94	18.242
147	86.6	92.43	5.825	183	54.5	81.53	27.032
148	85.9	92.13	6.231	184	75.3	78.73	3.427
149	96.5	91.29	5.211	185	88.8	76.01	12.791
150	92	89.95	2.055	186	66.5	73.06	6.558
151	100.1	88.49	11.608	187	65.8	70.23	4.425
152	94.8	87.44	7.36	188	64.4	67.89	3.491
153	93.7	86.52	7.184	189	78.6	65.37	13.226
154	76.5	85.97	9.471	190	63.6	62.65	0.955
155	87.6	85.91	1.693	191	62.2	60.28	1.925
156	56.8	85.58	28.78	192	58	58.04	0.037
157	96.1	85.74	10.361	193	57	55.64	1.36
158	60.9	85.98	25.081	194	56.4	52.86	3.538
159	78.3	87.11	8.806	195	54.1	49.89	4.206
160	107.3	88.80	18.5	196	37.9	46.99	9.093
161	120.2	90.73	29.471	197	51.5	44.26	7.237
162	76.7	92.54	15.842	198	20.5	41.34	20.838
163	86.2	94.89	8.694	199	32.4	38.97	6.57
164	91.8	97.58	5.784	200	50.2	36.93	13.271
165	54.5	100.23	45.732	201	44.6	34.71	9.888
166	114.4	103.67	10.732	202	33.4	32.40	0.997
167	113.9	106.45	7.447	203	21.4	30.33	8.932
168	124.2	109.22	14.979	204	18.5	28.84	10.34
169	117	111.01	5.986	205	26.1	27.67	1.574
170	146.1	112.29	33.814	206	26.4	26.58	0.184
171	128.7	112.84	15.862	207	17.7	25.43	7.727
172	112.5	112.95	0.448	208	32.3	24.50	7.801
173	112.5	112.24	0.258	209	18.9	23.24	4.337
174	102.9	110.69	7.793	210	19.2	21.95	2.746
175	100.2	108.76	8.557	211	17.8	20.86	3.062
176	106.9	106.25	0.65	212	32.6	20.00	12.601
177	130	103.41	26.586	213	43.7	18.97	24.726
178	90	99.78	9.775	214	13.2	17.31	4.105
179	103.6	96.22	7.378	215	5.7	15.64	9.944
180	112.9	92.55	20.347	216	8.2	14.16	5.963

**Lampiran 7.** (Lanjutan)

$X_i$	$Y_i$	$\hat{m}(x_i)$	MSE
217	6.8	12.83	6.031
218	10.7	11.60	0.899
219	2.5	10.51	8.007
220	8.9	9.55	0.654
221	13.1	8.62	4.485
222	15.6	7.59	8.008
223	1.6	6.58	4.983
224	8.7	5.98	2.721
225	3.3	5.33	2.033
226	4.9	4.68	0.222
227	5.9	4.01	1.893
228	3.1	3.29	0.186