

*SKRIPSI*

**PENENTUAN DISTRIBUSI JANGKAUAN INTERAKSI ELEKTRON  
DENGAN ATOM BAHAN MENGGUNAKAN MODEL SINGLE  
SCATTERING**

**MUHAMMAD AZIZ FIKRI**

**H211 13 307**



**DEPARTEMEN FISIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

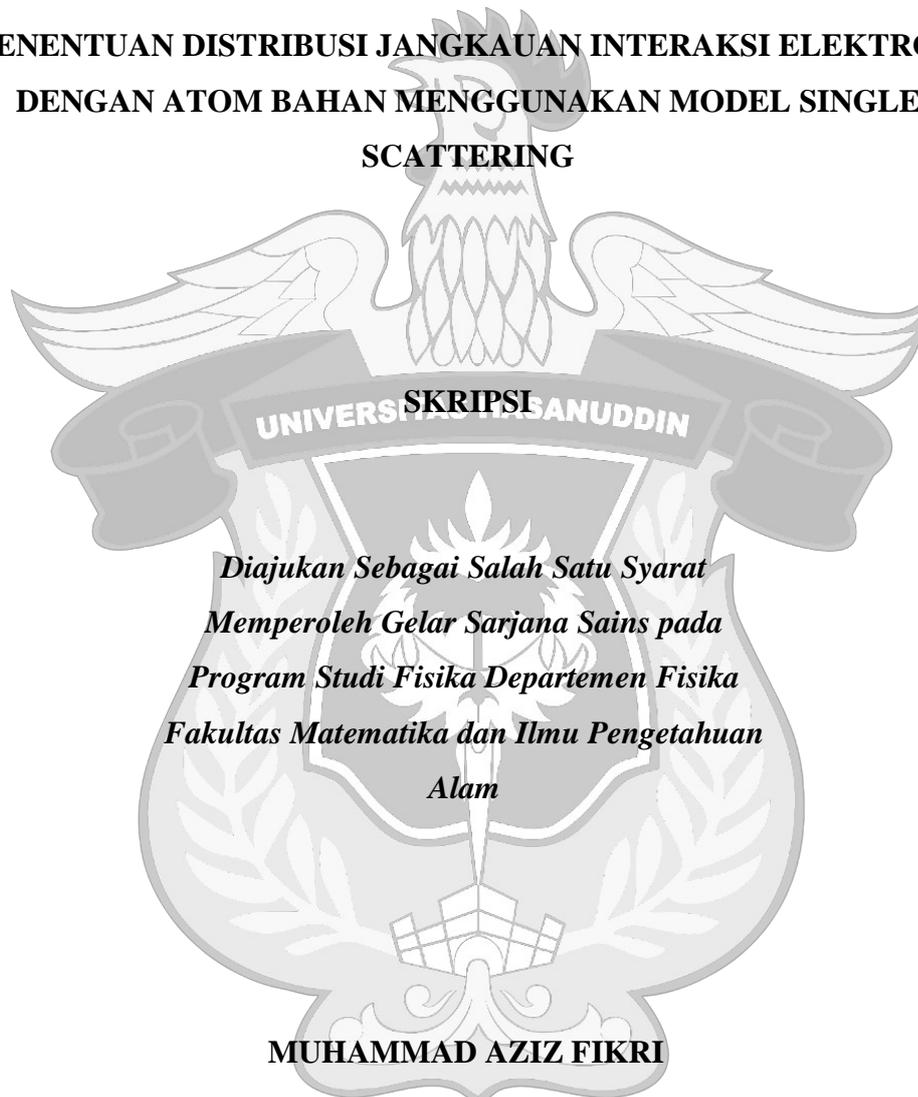
**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

**2020**



**PENENTUAN DISTRIBUSI JANGKAUAN INTERAKSI ELEKTRON  
DENGAN ATOM BAHAN MENGGUNAKAN MODEL SINGLE  
SCATTERING**



*Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada  
Program Studi Fisika Departemen Fisika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan  
Alam*

**MUHAMMAD AZIZ FIKRI**

**H21113307**

**DEPARTEMEN FISIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS HASANUDDIN**

**MAKASSAR**

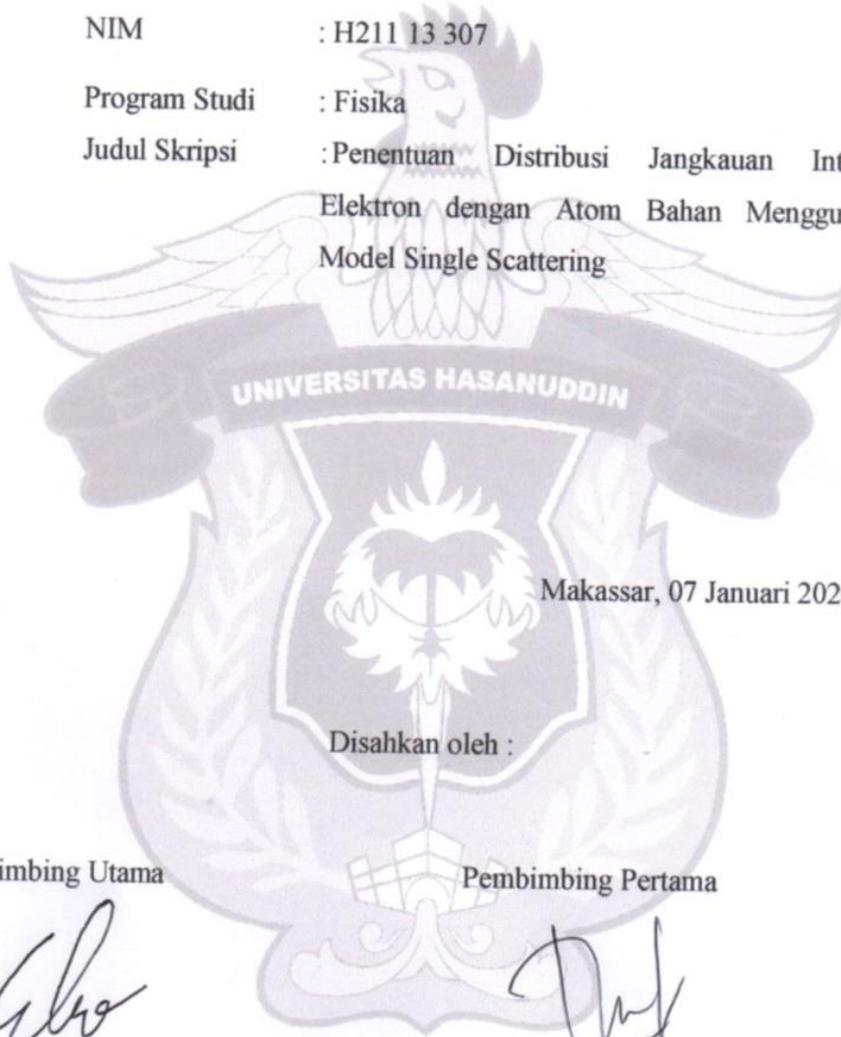
**2020**



## HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini dikerjakan oleh :

Nama : Muhammad Aziz Fikri  
NIM : H211 13 307  
Program Studi : Fisika  
Judul Skripsi : Penentuan Distribusi Jangkauan Interaksi Elektron dengan Atom Bahan Menggunakan Model Single Scattering



Makassar, 07 Januari 2020

Disahkan oleh :

Pembimbing Utama

Eko Juarlin, S.Si., M.Si.

NIP. 19811106 200812 1 002

Pembimbing Pertama

Nur Hasanah, S.Si., M.Si.

NIP. 19831122 200912 2 001



## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini merupakan karya orisinal saya dan sepanjang pengetahuan saya tidak memuat bahan yang pernah dipublikasi atau telah ditulis oleh orang lain dalam rangka tugas akhir untuk suatu gelar akademik di Universitas Hasanuddin atau di lembaga pendidikan tinggi lainnya di manapun; kecuali bagian yang telah dikutip sesuai kaidah ilmiah yang berlaku. Saya juga menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil kerja saya sendiri dan dalam batas tertentu dibantu oleh pihak pembimbing.

Penulis

Muhammad Aziz Fikri



## ABSTRAK

Telah dilakukan simulasi interaksi berkas elektron dengan atom bahan menggunakan program scilab. Interaksi berupa hamburan elektron oleh inti atom bahan yang terjadi berkali-kali sampai elektron mencapai jangkauan maksimumnya. Informasi tentang kemungkinan keberadaan elektron pada jangkauan maksimumnya penting dalam studi tentang bahan, fisika medis, sel surya, dan elektronika. Sampel yang digunakan pada penelitian ini atom bahan dari beberapa atom, yaitu Alumunium, Silikon, dan Magnesium. Beberapa pendekatan atau model telah dikembangkan untuk merekam jejak elektron selama berinteraksi dengan atom bahan. Salah satu model yang paling sederhana yaitu model single scattering yang simulasinya menggunakan metode Monte Carlo. Pada penelitian ini dilakukan simulasi lintasan elektron dalam bahan yang keluarannya berupa posisi elektron saat mencapai jangkauan maksimumnya. Hasil Penelitian menunjukkan bahwa atom Magnesium memiliki jangkauan tempuh maksimum terbesar dibandingkan atom bahan Alumunium dan Silikon.

Kata Kunci : Hamburan elektron, Lintasan Elektron, Model Single Scattering, Metode Monte Carlo



## ABSTRACT

Simulation of electron beam interactions with atomic materials has been carried out using the scilab program. The interaction takes the form of electron scattering by the nucleus of the material which occurs repeatedly until the electron reaches its maximum range. Information about the possibilities of electrons at their maximum range is important in the study of materials, medical physics, solar cells, and electronics. The sample used in this study is atomic material from several atoms, namely Aluminum, Silicon, and Magnesium. Several approaches or models have been developed to record electron traces during interactions with material atoms. One of the simplest models is the single scattering model which is simulated using the Monte Carlo method. In this research, an electron path simulation is carried out in the material whose output is the position of the electron when it reaches its maximum range. The results showed that Magnesium atoms has the largest maximum travel range compared to Aluminum and Silicon materials.

Keywords : Electron Scattering, Electron Trajectory, Single Scattering Model, Monte Carlo Method



## KATA PENGANTAR



Puji dan syukur penulis ucapkan atas kehadiran Allah Subhanahu Wata'ala yang senantiasa melimpahkan Rahmat dan Hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **”Penentuan Distribusi Jangkauan Interaksi Elektron Dengan Atom Bahan Menggunakan Model Single Scattering”** sebagai salah satu persyaratan untuk menempuh gelar sarjana sains.

Shalawat dan salam tak lupa penulis haturkan kepada nabi Rasulullah S.A.W atas perjuangan dan pengorbanan beliau dan sahabatnya sehingga dapat terwujud dunia yang luar biasa ini.

Perjalanan panjang telah penulis lalui mulai dari proses penelitian hingga perampungan penulisan skripsi. Berbagai hambatan silih berganti berdatangan, namun berkat kehendak-Nyalah dan bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak sehingga penulis berhasil menyelesaikan penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, dengan penuh kerendahan hati, pada kesempatan ini patutlah kiranya penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua Orang tua tercinta Ayahanda (**Andi Mappatoba Patanga**) dan Ibunda (**Asriani Ismail**) yang tidak pernah berhenti untuk mendoakan, menasihati, memotivasi, serta memberikan dukungan moral maupun material. Semoga Allah menjaga mereka, aamiin.
2. Kepada Adikku (**Intan Fitria Sani** dan **Muhammad Salim Maulana**) yang selalu mendoakan yang terbaik untuk penulis dan selalu menasehati penulis dengan cara mereka masing-masing. Semoga kami bisa menjadi anak berbakti dan bermanfaat bagi kedua orang tua kami, aamiin.

da keluarga besar yang selalu mendoakan, memberikan saran, dan berikan dukungan moril dan material. Syukron Jazakallah Khairan.



4. Bapak **Dr. Arifin, M.T.** selaku ketua Departemen Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin yang telah banyak mendukung dan memberikan nasihat. Syukron Jazakallah Khairan.
5. Bapak **Eko Juarlin, S.Si, M. Si.** Selaku pembimbing utama, dan Ibu **Nur Hasanah, S.Si., M.Si.** Selaku pembimbing pertama yang telah banyak memberikan waktunya untuk membimbing, mendukung, dan memberi saran-saran selama penelitian, penulisan dan penyelesaian skripsi ini. Syukron Jazakallah Khairan.
6. Bapak **Prof. Dr. rer.nat. Wira Bahari Nurdin,** dan Bapak **Dr. Nurlaela Rauf, M.Sc.** selaku tim penguji dalam melaksanakan seminar proposal, seminar hasil dan ujian sidang skripsi fisika yang dihadapi penulis. Syukron Jazakallah Khairan.
7. Seluruh Bapak dan Ibu dosen Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, terkhusus kepada dosen Departemen Fisika yang telah mendidik dan membagi ilmunya kepada penulis. Syukron Jazakallah Khairan.
8. Seluruh staf akademik Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang membantu penulis dalam menyelesaikan urusan-urusan akademik. Syukron Jazakallah Khairan.
9. Teman-teman “**Angker ’13 (Saldi, Bau Irfan, Azizul, Sultan, Ardi, Tamlichia, Fakhrol, Bahrul, Reskur, Asnur, Iqlal, Iqbal, Ribas, Zulfitrh, Maher, Jayadi, Cholid, Wahyu, Mugni, Anca, Baso, Ilham, Mustadir, Ulla, Wahyudin, Takdir, Sudarmadi, Newa, Gabriel, Rasmi, Marhana, Rani, Arni, Astrid, Syamsidar, Nelli, Inna, Dahlia, Yulianti, Wilda, Fitriah, Yaeni, Suhana, Kasmiah, Masni, Sahara, Yulisufiana, Rabiatul, Selvina, Desi Aulia, Asni, Meirisa, Desi Nirmala, Dwi, Zeni, Ade, Ratih, Stiva, Nisyah, Ramlah, Yunita, Pate, Rahmi, Minu, Tiara, Opi, Nunu, Pio, Ika, Anti, Ningsih, Arfa, Ajriah, Jamriani, Zuha, Dera, Aqra, Ewi, Harista, Uyung, Oda, Hilda, Ida, nike, Hena, Fitriah)**” yang selama ini proses dan berkembang bersama penulis di Himafi FMIPA Unhas dimulai pengkaderan sewaktu maba hingga saat ini. Syukron Jazakallah Khairan.



10. Teman-teman Fisika 2013 (**Gazali, Nurhidayah Sumarningsih, Fauzi, Fidelis Awo, Hikmah, Hasnani, Dedi**). Syukron Jazakallah Khairan.
11. Kakak-kakak **angkatan 2010, 2011, dan 2012** yang selalu menasehati penulis serta memberikan informasi-informasi kepada penulis dalam penyelesaian skripsi. Syukron Jazakallah Khairan.
12. Adik-adik **angkatan 2014 dan 2015** yang telah dan masih berjuang dengan skripsinya serta **adik-adik angkatan 2016, 2017 dan 2018** yang sementara berproses di himpunan. Syukron Jazakallah Khairan.
13. Semua Pihak yang membantu penulis baik secara langsung maupun tidak langsung dalam seluruh proses perkuliahan di Universitas Hasanudddin.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun sangatlah diharapkan. Akhir kata penulis mengharapakan semoga penelitian ini dapat berguna dan bermanfaat bagi penulis dan pihak lain yang membutuhkan.

Makassar, 07 Januari 2020

**Muhammad Aziz Fikri**

H211 13 307



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN SAMPUL</b>	
<b>JUDUL</b> .....	ii
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>ABSTRACT</b> .....	vi
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xiv
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
I.1 Latar Belakang .....	1
I.2 Ruang Lingkup .....	3
I.3 Tujuan Penelitian .....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
II.1 Hamburan Elektron .....	4
II.2 Penampang Lintang Hamburan Elektron .....	4
II.3 Hamburan Tunggal Elektron .....	6
II.3.1 Asumsi Model Hamburan Tunggal .....	6
II.3.2 Model Hamburan Tunggal .....	7
II.4 Daya Perlambatan .....	12
II.5 Metode Monte Carlo .....	13
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b>	
III.1 Tempat dan Waktu Penelitian .....	14
III.2 Tahapan Penelitian .....	14
Bagan Alir Penelitian .....	16
<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
Hasil Simulasi .....	17
Pembahasan .....	17



IV.2.1 Distribusi Jumlah Elektron Terhadap Jangkauannya.....	17
<b>BAB V PENUTUP</b>	
V.1 Kesimpulan.....	24
V.2 Saran .....	24
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>25</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>27</b>



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Sistem koordinat untuk simulasi Monte Carlo.....
Gambar 4.1 Grafik Distribusi Elektron Pada Atom Aluminium.....
Gambar 4.2 Grafik Distribusi Elektron Pada Atom Silikon .....
Gambar 4.3 Grafik Distribusi Elektron Pada Atom Magnesium .....



## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Variabel Fisis Atom Bahan .....



## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Program Simulasi .....



# BAB I

## PENDAHULUAN

### I.1 Latar Belakang

Interaksi antar elektron dalam bahan terjadi ketika atom bahan mengalami gangguan dari luar, misalnya untuk kebutuhan rekayasa sifat bahan atau pemanfaatan energi yang dipancarkan akibat atom bahan yang terganggu. Salah satu bentuk interaksinya adalah hamburan elektron. Parameter yang digunakan untuk mengukur interaksi antar elektron dengan bahan adalah dengan menghitung jangkauan elektron yang ditempuh saat melalui bahan, misalnya melalui sebaran distribusi jangkauannya. Dimana informasi ini menentukan bentuk atau desain dari bahan untuk banyak sekali tujuan penelitian [1].

Contohnya dalam penelitian sel surya dan baterai nuklir, daerah deplesi dan ketebalan lapisan bahan ditentukan berdasarkan jangkauan maksimum elektron [2]. Dalam bidang kedokteran, hidrogel yang digunakan sebagai pembalut luka diperoleh dari jangkauan interaksi elektron dengan bahan polimer melalui proses ikatan silang [3]. Dalam bidang lingkungan, penentuan dimensi bejana proses yang berfungsi sebagai tempat terjadinya reaksi antara gas buang dengan berkas elektron yang digunakan untuk mengurangi pencemaran udara (misalnya gas buang  $\text{SO}_2$  dan  $\text{NO}_x$  dari PLTU berbahan bakar batu bara) diperoleh dari jangkauan maksimum elektronnya [4].

Penelitian mengenai penentuan distribusi jangkauan dari interaksi elektron dalam atom bahan pernah dilakukan oleh Oki Kurniawan dan Song pada tahun 2007. Mereka menghitung distribusi jangkauan elektron yang berinteraksi dengan silikon (Si) dan senyawa Gallium Nitride (GaN) menggunakan metode Monte Carlo. Mereka menggunakan energi awal 0,2 keV sampai dengan 50 keV dan dibandingkan



dengan hasil yang diperoleh menggunakan persamaan semi-empiris dari tiga teori yang berbeda, yaitu menggunakan teori Gruen, teori Kanaya-Okayama dan teori Everhart-Hoff [5]. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jangkauan dari interaksi elektron dengan bahan uji bergantung pada rentang energinya, yaitu energi terbesar menentukan jangkauan maksimum yang diperoleh. Hasil simulasi Monte Carlo mendekati hasil dari teori Gruen.

Pada tahun 2007, A. Bentabet dan N. Bouarissa melakukan penelitian untuk memperoleh distribusi jangkauan maksimum elektron yang berinteraksi dengan atom Al dan Au dengan variasi energi awal pada kisaran 1- 4 keV menggunakan teori Vicanek dan Urbassek untuk dibandingkan dengan hasil yang diperoleh menggunakan simulasi Monte Carlo [6]. Penelitian dilakukan untuk menentukan penampang transpor, koefisien hamburan balik dan jangkauan rata-rata elektron yang dihitung secara analitik menggunakan teori Vicanek-Urbassek dan dibandingkan dengan hasil yang diperoleh secara numerik melalui simulasi Monte Carlo. Hasil yang diperoleh menggunakan simulasi Monte Carlo tidak berbeda jauh dengan yang diperoleh secara analitik.

Berdasarkan pemaparan di atas, penulis tertarik untuk melakukan simulasi interaksi elektron dengan atom bahan (Mg, Si, dan Al) menggunakan metode Monte Carlo dengan model *single scattering* untuk menghitung distribusi jumlah hamburan terhadap jangkauan penetrasi elektron dalam atom bahan. Model *single scattering* digunakan, karena model ini lebih sederhana, tidak menggunakan perangkat penelitian yang mahal, akurasi perhitungannya akurat dan baik, serta lebih menghemat biaya penelitian. Dalam penelitian ini, digunakan 1000 elektron dengan energi datang yang bervariasi (10 keV, 20 keV, dan 30 keV) dan atom bahan Mg, Si,

penelitian menggunakan perangkat lunak *open-source Scilab* di komputer.



## I.2 Ruang Lingkup

Ruang lingkup penelitian ini dibatasi pada interaksi hamburan tunggal elektron dengan atom bahan Mg, Si, dan Al yang disimulasikan menggunakan metode Monte Carlo.

## I.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Membuat program simulasi interaksi hamburan tunggal elektron dengan atom bahan Mg, Si, dan Al dengan energi awal 10 keV, 20 keV, dan 30 keV.
2. Membuat grafik distribusi jumlah elektron terhadap jarak tempuhnya (jangkauan).



## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### II.1 Hamburan Elektron

Ketika elektron memasuki bahan, elektron berinteraksi dengan atom melalui proses hamburan. Hamburan terbagi menjadi dua jenis, yaitu hamburan elastis dan hamburan inelastis. Hamburan elastis terjadi antara elektron dan inti atom. Pada hamburan elastis, elektron dibelokkan melalui defleksi sudut yang relatif terhadap arah aslinya, tetapi kehilangan energi kinetik dari elektron tersebut sangat kecil karena massa elektron jauh lebih kecil dibandingkan dengan massa inti. Peluang hamburan elastis terjadi meningkat dengan kuat berdasarkan nomor atom bahan ( $Z$ ), kira-kira sama dengan  $Z^2$ , karena atom yang lebih berat memiliki muatan positif yang jauh lebih kuat pada inti atom, dan berkurang dengan meningkatnya energi elektron, sekitar  $\frac{1}{E^2}$ . Sedangkan pada saat elektron kehilangan energi kinetiknya sepanjang perjalanannya sampai elektron kehilangan semua energinya dan akhirnya berhenti disebut sebagai hamburan inelastik [7].

#### II.2 Penampang Lintang Hamburan Elektron

Penampang lintang merupakan ukuran probabilitas tumbukan terjadi. Kadang-kadang disebut sebagai ukuran efektif yang disajikan atom atau molekul sebagai target elektron karena memiliki dimensi suatu area. Terdapat dua penampang lintang dalam proses hamburan, yaitu penampang lintang differensial dan penampang lintang total. Penampang lintang differensial merupakan ukuran kebolehjadian terjadinya untuk sudut tertentu. Sedangkan penampang lintang total adalah ukuran kebolehjadian terjadinya hamburan pada segala sudut hamburan. Penampang lintang differensial didefinisikan sebagai berikut [8]:



$$\sigma = \frac{\text{Jumlah hamburan per detik per inti}}{\text{Jumlah partikel datang per detik per luas}} \quad (2.1)$$

Semakin besar nilai  $\sigma$ , semakin besar kemungkinan hamburan terjadi. Dimana penampang lintang memiliki satuan luas yang umumnya diukur dalam satuan yang disebut barn, dimana  $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$ .

Hamburan umumnya dinyatakan dalam bentuk penampang lintang differensial atau penampang lintang total. Misalkan  $N$  adalah jumlah partikel yang masuk per satuan luas per satuan waktu, dan  $\Delta N$  adalah jumlah partikel yang terhambur dalam sudut ruang  $d\Omega$  pada arah  $\theta, \phi$  per satuan waktu, penampang lintang diferensial didefinisikan sebagai [9]:

$$\sigma(\theta, \phi) = \frac{1}{N} \frac{\Delta N}{d\Omega} \quad (2.2)$$

Dengan  $\frac{\Delta N}{d\Omega}$  adalah jumlah partikel yang terhambur per satuan ruang, dan sudut ruang  $d\Omega$  dalam arah  $(\theta, \phi) = \frac{r \sin \theta d\theta d\phi}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$ .

Penampang lintang total  $\sigma$  adalah integral dari penampang lintang diferensial  $\sigma(\theta, \phi)$  terhadap sudut ruang  $d\Omega$  yang dapat ditulis sebagai:

$$\sigma = \int \sigma(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} (\theta, \phi) d\phi \quad (2.3)$$

Kedua besaran  $\sigma(\theta, \phi)$  dan  $\sigma$  mempunyai dimensi luas dan oleh karena itu dinamakan tampang lintang.



## II.3 Hamburan Tunggal Elektron

Ketika elektron tersebar oleh satu pusat hamburan lokal, ini disebut hamburan tunggal. Hamburan tunggal biasanya dapat diperlakukan sebagai fenomena acak, karena lokasi pusat hamburan tunggal biasanya tidak dikenal relatif terhadap jalur interaksinya. Hasilnya, hamburan sangat bergantung pada lintasan masuk yang tepat, sehingga tampak acak bagi pengamat. Jenis hamburan ini dicontohkan oleh elektron yang ditembakkan pada inti atom. Dalam hal ini, posisi pasti atom relatif terhadap lintasan elektron tidak diketahui dan tidak dapat diukur, sehingga lintasan tepat elektron setelah tumbukan tidak dapat diprediksi. Karenanya hamburan tunggal sering digambarkan oleh distribusi probabilitas [10].

### II.3.1 Asumsi Model Hamburan Tunggal

Ada dua asumsi penting yang digunakan untuk mengukur interaksi elektron dengan bahan, yaitu [11]:

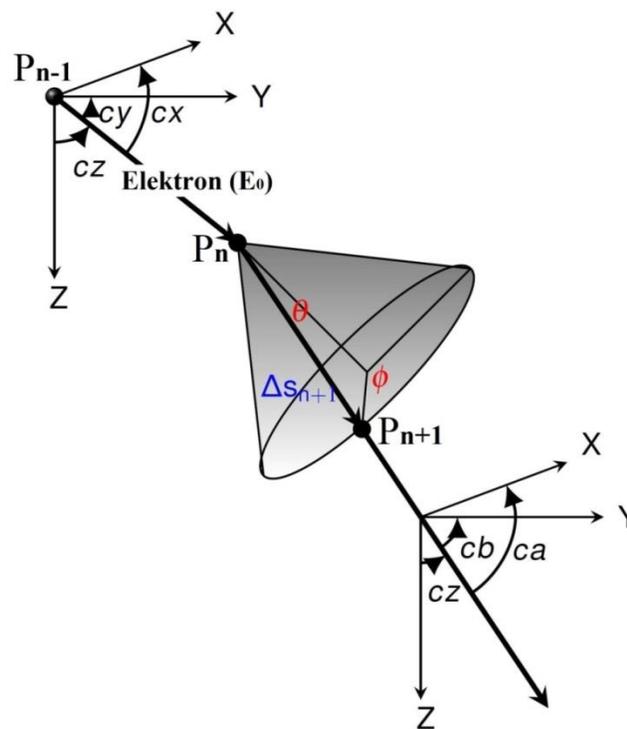
1. Hanya hamburan elastik yang menentukan lintasan yang dilalui elektron saat berinteraksi dengan bahan yang menjadi target interaksinya. Hamburan elastik dijelaskan oleh penampang elastis total Rutherford ( $\sigma_E$ ). Hamburan elastik terjadi akibat gaya Coulomb antara elektron yang bermuatan negatif dan inti atom yang bermuatan positif, sehingga menghasilkan defleksi sudut mulai dari  $5^\circ$  hingga  $180^\circ$ . Di sisi lain sebagian besar peristiwa hamburan inelastik menghasilkan penyimpangan sudut  $0.5^\circ$  atau lebih kecil dari itu, akibatnya peristiwa hamburan elastik menjadi satu-satunya yang mendominasi dalam menentukan jalur yang diambil oleh lintasan, sehingga pengaruh dari hamburan inelastik dapat diabaikan.

ron diasumsikan kehilangan energi secara terus-menerus sepanjang lintasan berinteraksi dengan atom bahan yang ditentukan oleh persamaan daya hambatan Bethe.



### II.3.2 Model Hamburan Tunggal

Dalam model ini, sistem koordinat ditetapkan seperti yang diilustrasikan pada Gambar 2.1 [12]. Elektron diasumsikan mengalami peristiwa hamburan elastik di titik  $P_n$ , setelah melakukan perjalanan dari peristiwa hamburan sebelumnya  $P_{n-1}$ . Tujuan utama dari model ini adalah menghitung posisi elektron di titik  $P_{n+1}$  yang dituju elektron sebagai hasil dari peristiwa hamburan di titik  $P_n$ . Parameter yang dapat menggambarkan posisi elektron sesaat adalah energi  $E$  dan arah kosinus dari bagian lintasan yang membawa elektron dari lokasi hamburan sebelumnya di titik  $P_{n-1}$  ke titik  $P_n$ . Arah Kosinus ini adalah  $c_x$ ,  $c_y$ ,  $c_z$ , yang didefinisikan dalam satu set sumbu tetap yang melekat pada spesimen, dimana sumbu  $Z$  positif adalah normal pada permukaan spesimen dan diarahkan ke spesimen, sumbu  $X$  adalah sejajar dengan sumbu kemiringan, bidang  $XY$  adalah bidang permukaan sampel [13].



**Gambar 2.1** Sistem koordinat untuk simulasi Monte Carlo [12].



Untuk menghitung posisi pada titik  $P_{n+1}$ , pertama kita perlu mengetahui panjang langkah elektron atau  $\Delta S_{n+1}$  antara titik  $P_{n+1}$  dan titik  $P_n$ . Untuk menghitung posisi akhir elektron di titik  $P_{n+1}$ , perlu diketahui jarak antara titik  $P_{n+1}$  dan titik  $P_n$  sebelumnya (panjang langkah). Sebelum menghitung panjang langkah elektron, pertama kita harus menghitung penampang lintangnya, karena penampang lintang hamburan elektron menentukan seberapa besar peluang terjadinya hamburan pada saat elektron berinteraksi. Penampang lintang yang digambarkan untuk model simulasi ini yaitu penampang lintang differensial elastis Rutherford  $\sigma'$ , dan diberikan oleh persamaan [13]:

$$\sigma' = \frac{d\sigma}{d\Omega} = 5,21 \times 10^{-21} \left( \frac{Z^2}{E^2} \right) \left( \frac{E + 511}{E + 1024} \right)^2 \frac{1}{\left( \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) + \alpha \right)^2} \quad 2.4$$

Untuk menghitung nilai penampang lintang hamburannya pada segala sudut hamburan, maka persamaan 2.4 harus diintegrasikan untuk mendapatkan penampang lintang elastis total Rutherford  $\sigma_E$  (persamaan umum yang paling sering digunakan), yaitu [12]:

$$\sigma_E = \int_0^\pi \sigma' d\Omega \quad 2.5$$

Dimana besar  $d\Omega = (2\pi \sin \theta)d\theta$ . Substitusi nilai  $d\Omega$  kedalam persamaan 2.5, maka diperoleh hasil sebagai berikut [13]:

$$\sigma_E = \int_0^\pi 5,21 \times 10^{-21} \left( \frac{Z^2}{E^2} \right) \left( \frac{E + 511}{E + 1024} \right)^2 \frac{1}{\left( \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) + \alpha \right)^2} (2\pi \sin \theta) d\theta$$

Sehingga diperoleh persamaan penampang lintang elastis total Rutherford  $\sigma_E$  yaitu

$$\sigma_E = 5,21 \times 10^{-21} \left( \frac{Z^2}{E^2} \right) \frac{4\pi}{\alpha(1 + \alpha)} \left( \frac{E + 511}{E + 1024} \right)^2 \text{ cm}^2 \quad 2.6$$



Di mana  $E$  adalah energi kinetik awal elektron (keV),  $Z$  adalah nomor atom bahan, dan  $\alpha$  adalah faktor skrining yang menjelaskan bahwa elektron yang berinteraksi tidak menemui semua muatan pada inti karena awan elektron yang mengorbit. Jika bukan karena faktor skrining oleh elektron atom, ukuran penampang lintang akan menjadi tak terbatas. Di sini nilai  $\alpha$  dihitung menggunakan pendekatan analitis, yaitu [13]:

$$\alpha = 0,00343 \left( \frac{Z^{0,67}}{E^2} \right) \quad 2.7$$

Penampang lintang elastis total Rutherford  $\sigma_E$  juga digunakan untuk menghitung jarak bebas rata-rata ( $\lambda$ ) elektron saat berinteraksi. Dimana  $\lambda$  merepresentasikan jarak rata-rata yang akan ditempuh elektron antar peristiwa hamburan elastis secara berturut-turut. Nilai jarak bebas rata-rata  $\lambda$  bergantung pada energi awal elektron dan karakteristik bahan. Bahan dengan nomor atom yang lebih tinggi menyebabkan hamburan lebih elastis daripada unsur-unsur yang memiliki nomor atom yang lebih rendah, oleh karena itu jarak bebas reratanya juga pendek. dan dapat dihitung melalui persamaan [13]:

$$\lambda = \frac{A}{N_A \rho \sigma_E} \quad \text{cm} \quad 2.8$$

Di mana  $N_A$  adalah bilangan Avagadro,  $\rho$  adalah densitas ( $\text{gr}/\text{cm}^3$ ),  $A$  adalah massa atom ( $\text{gr}/\text{mol}$ ) dan  $\sigma_E$  adalah penampang lintang elastis total Rutherford ( $\text{cm}^2$ ).

Jarak sebenarnya dari perjalanan elektron yang ditempuh elektron di antara hamburan elastik berturut-turut dari titik  $P_n(X, Y, Z)$  ke titik  $P_{n+1}(X_{n+1}, Y_{n+1}, \text{ dan } Z_{n+1})$  bervariasi secara acak. Adapun probabilitas  $p(\Delta S_{n+1})$  elektron yang menempuh jarak

[13]:



$$p(\Delta S_{n+1}) = \exp\left(-\frac{\Delta S_{n+1}}{\lambda}\right) \quad 2.9$$

Perkiraan jarak yang benar-benar dilalui dapat ditemukan dengan memilih bilangan acak RND dalam bentuk persamaan:

$$\text{RND} = \frac{\int_0^{\Delta S_{n+1}} p(\Delta S_{n+1}) d\Delta S_{n+1}}{\int_0^{\infty} p(\Delta S_{n+1}) d\Delta S_{n+1}} \quad 2.10$$

Dimana, dengan mensubstitusi persamaan 2.9 pada persamaan 2.10, maka diperoleh persamaan [13]:

$$\Delta S_{n+1} = -\lambda(\ln \text{RND}) \quad 2.11$$

Dimana RND adalah bilangan acak terdistribusi seragam antara 0 sampai 1 yang dipilih secara otomatis oleh komputer, dan  $\lambda$  adalah jalur bebas rata-rata dari interaksi elektron dengan atom.

Dalam peristiwa hamburan di titik  $P_n$  yang menandai awal langkah, elektron dibelokkan melalui beberapa sudut hamburan  $\theta$  relatif terhadap arah perjalanan sebelumnya dan menghasilkan relasi sudut hamburan. Cara di mana hamburan ini terjadi dijelaskan oleh penampang lintang differensial elastis Rutherford ( $\sigma'$ ) pada persamaan 2.3. Fungsi yang sesuai untuk memilih sudut hamburan menggunakan bilangan acak berikutnya dapat diperoleh menggunakan persamaan [13]:

$$\text{RND} = \int_{\Omega} \frac{\sigma'}{\sigma'} d\Omega \quad 2.12$$

Atau

$$\text{RND} = \frac{\int_0^{\theta} \sigma' (2\pi \sin \theta) d\theta}{\int_0^{\pi} \sigma' (2\pi \sin \theta) d\theta}$$



Dimana  $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$

Bentuk sederhana dari persamaan 2.12 adalah

$$\cos \theta = 1 - \left( \frac{2\alpha(\text{RND})}{1 + \alpha - \text{RND}} \right) \quad 2.13$$

Persamaan 2.13 dapat menghasilkan sudut hamburan yang unik dalam kisaran  $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ , dan menghasilkan distribusi sudut yang cocok dengan yang diperoleh secara eksperimental. Meskipun berbagai macam sudut antara  $1^\circ$  dan  $180^\circ$  tersedia, sebagian besar peristiwa hamburan diprediksi oleh persamaan 2.13 menjadi kurang dari sekitar  $10^\circ$ . Elektron dapat menyebar secara bebas ke titik manapun di dasar kerucut yang dihitung melalui sudut azimuthnya ( $\phi$ ) yang ditunjukkan dalam sistem koordinat pada gambar 2.1 [13]:

$$\phi = 2\pi(\text{RND}) \quad 2.14$$

RND adalah bilangan acak yang dipilih oleh komputer. Setelah  $\theta, \phi$  dan panjang langkah ( $\Delta S_{n+1}$ ) dihitung, maka hubungan  $P_{n+1}$  dengan  $P_n$  juga dapat ditentukan. Seperti sebelumnya, jalur yang digambarkan sekarang menggunakan arah cosinus  $ca$ ,  $cb$  dan  $cc$ . Koordinat di akhir langkah pada titik  $P_{n+1}(X_{n+1}, Y_{n+1}, \text{ dan } Z_{n+1})$  kemudian terkait dengan koordinat  $X, Y, Z$  pada titik  $P_n$  oleh persamaan [13]:

$$X_{n+1} = X_n + \Delta S_{n+1}(ca) \quad 2.15$$

$$Y_{n+1} = Y_n + \Delta S_{n+1}(cb) \quad 2.16$$

$$Z_{n+1} = Z_n + \Delta S_{n+1}(cc) \quad 2.17$$

Arah cosinus  $ca, cb, cc$  sama seperti sebelumnya, ditemukan dari arah cosinus  $cx, cy,$

yang dengannya elektron mencapai titik  $P_{n+1}$ , yaitu [13]:

$$ca = (cx(\cos \theta)) + (V1V3) + (cyV2V4) \quad 2.18$$



$$cb = (cy (\cos \theta)) + (V4(czV1 - cxV2)) \quad 2.19$$

$$cc = (cz(\cos \theta)) + (V2V3) + (cyV1V4) \quad 2.20$$

Dimana

$$V1 = AN(\sin \theta)$$

$$V2 = AN(AM)(\sin \theta)$$

$$V3 = \cos \phi$$

$$V4 = \sin \phi$$

Dan

$$AN = -\left(\frac{cx}{cz}\right)$$

$$AM = \frac{1}{\sqrt{(1 + AN^2)}}$$

## II.4 Daya Perlambatan

Ketika elektron bergerak melewati bahan, elektron kehilangan energinya secara terus-menerus karena gaya tarik yang diberikan pada elektron bermuatan negatif oleh inti atom yang bermuatan positif yang mengelilinginya, dan apakah elektron pergi ke langkah berikutnya tergantung pada seberapa banyak energi elektron yang masih tersisa. Pendekatan yang paling lengkap untuk menghitung laju kehilangan energi ini adalah dengan membuat asumsi, bahwa efek dari tarikan elektrostatis pada elektron dan kehilangan energi diskrit selama peristiwa hamburan inelastik dapat digabungkan

dikirakan oleh model di mana elektron yang berinteraksi melambat secara terus-menerus saat ia bergerak. Tingkat dimana elektron kehilangan energinya saat berinteraksi dinyatakan dalam persamaan daya perlambatan ( $SP$ ) Bethe [13]:



$$SP = \frac{dE}{ds} = -78.500 \frac{Z}{AE} \ln \left( \frac{1,166E}{J} \right) \left( \frac{\text{keV}}{\text{cm}} \right) \quad 2.27$$

di mana  $SP$  disebut sebagai "daya perlambatan (*stopping power*)" dari target  $\left( \frac{\text{keV}}{\text{cm}} \right)$ ,  $E$  adalah energi kinetik awal elektron (keV),  $Z$  dan  $A$  masing-masing adalah nomor atom dan massa atom dari target, dan  $s$  adalah jarak yang di tempuh elektron dalam bahan (cm).  $J$  disebut potensial ionisasi rata-rata dan mewakili kehilangan energi rata-rata per interaksi antara interaksi elektron dengan bahan.

Nilai  $J$  telah diukur secara eksperimental, menggunakan teknik fisika nuklir, untuk berbagai bahan dan senyawa yang telah ditetapkan ICRU (*International Commission on Radiation Units and Measurements*) 1983 [8]). Pendekatan nilai  $J$  dengan tingkat akurasi yang baik yaitu [13]:

$$J = \left[ 9,76 Z + \frac{58,5}{Z^{0,19}} \right] (10^{-3}) \text{ (keV)} \quad 2.28$$

## II.5 Metode Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo menggambarkan kemungkinan penggunaan data sampel yang sudah dapat diketahui atau diperkirakan distribusinya. Simulasi ini menggunakan data yang sudah ada, dan apabila menghendaki model simulasi yang mengikutsertakan bilangan acak dan sampling dengan distribusi probabilitas yang dapat diketahui dan ditentukan, maka cara simulasi ini dapat dipergunakan. Simulasi Monte Carlo juga merupakan metode komputasi numerik yang melibatkan pengambilan sampel eksperimen dengan bilangan acak. Metode ini cukup mudah diaplikasikan dengan komputer. Metode ini digambarkan sebagai metode percobaan statistik, karena dalam pelaksanaannya melibatkan unsur-unsur perhitungan statistik, untuk distribusi, probabilitas, variansi, dan standar deviasi [14].

