

Skripsi Geofisika

**ANALISIS POTENSI KETERSEDIAAN AIR TANAH
DI DESA NIRANNUANG KECAMATAN BONTOMARANNU
MENGUNAKAN METODE GEOLISTRIK VES**



HUSNUL KHATIMAH

H22115 515

**DEPARTEMEN GEOFISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2020**

**ANALISIS POTENSI KETERSEDIAAN AIR TANAH
DI DESA NIRANNUANG KECAMATAN BONTOMARANNU
MENGUNAKAN METODE GEOLISTRIK VES**

SKRIPSI

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Pada Program Studi Geofisika Departemen Geofisika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Hasanuddin

OLEH :

HUSNUL KHATIMAH

H 221 15 515

**DEPARTEMEN GEOFISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGATAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2020

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**“ANALISIS POTENSI KETERSEDIAAN AIR TANAH DI DESA
NIRANNUANG KECAMATAN BONTOMARANNU MENGGUNAKAN
METODE GEOLISTRIK VES”**

Oleh:

HUSNUL KHATIMAH

H221 15 515

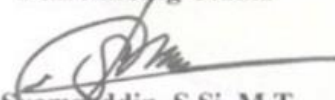
SKRIPSI

**Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Ujian Guna Memperoleh Gelar Sarjana
Sains Program Pendidikan Sarjana, Departemen Geofisika Ini
Telah Disetujui Oleh Tim Pembimbing Pada Tanggal
Seperti Tertera di Bawah Ini**

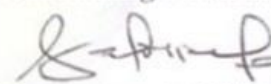
Disetujui Oleh :

Makassar, 28 November 2020

Pembimbing Utama



Syamsuddin, S.Si, M.T
NIP. 197401152002121001

Pembimbing Pertama


Sabrianto Aswad, S.Si, M.T
NIP. 197805242005011002

Mengetahui,

Ketua Departemen Geofisika


Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng
NIP. 196709291993031003

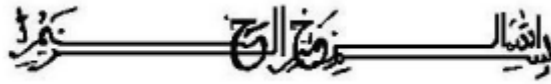
PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini merupakan karya orisinil saya dan sepanjang pengetahuan saya tidak memuat bahan yang pernah dipublikasi atau ditulis oleh orang lain dalam rangka tugas akhir untuk sesuatu gelar akademik di Univeritas Hasanuddin atau di lembaga pendidikan lainnya dimanapun, kecuali bagian yang telah dikutip sesuai kaidah yang berlaku. Saya juga menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil karya saya sendiri dan dalam batas tertentu dibantu oleh pihak pembimbing.

 **Penulis**

Husnul Khatimah

KATA PENGANTAR



Assalamu Alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil'alamin, Segala puji bagi Allah SWT, atas segala rahmat dan hidayah yang diberikan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul 'Eksplorasi Panas Bumi Menggunakan Metode Geolistrik dan Geokimia Di Kabupaten Mandailing Natal, Sumatera Utara'. Salawat serta salam semoga tercurah kepada Nabiullah Muhammad SAW.

Skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Departemen Geofisika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin. Penulis menyadari bahwa keberhasilan penyusunan skripsi ini tidak lepas dari ridho dan karunia dari Allah SWT dan bantuan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Dalam kesempatan ini dengan segala kerendahan hati, ucapan terima kasih yang tak terhingga wajib saya haturkan kepada orang tua saya Bapak **H. Alimuddin** dan Ibu **Hj. Rosdianah HS** sebagai orang tua yang selalu memberikan segala cinta, kasih sayang, selalu mendukung dan pengorbanan serta doa terbaik tiada henti untuk penulis. Buat adik saya **Nurul Inayah** dan **Ahmad Fakhri Wardana** serta seluruh keluarga yang membantu dalam segala bentuk apapun.

Melalui kesempatan ini pula, penulis menyampaikan penghargaan dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak **Syamsuddin, S.Si, MT** selaku pembimbing utama yang senantiasa memberikan motivasi dan dorongan kepada penulis dan bapak **Sabrianto Aswad** selaku pembimbing pertama yang senantiasa memberikan perhatian, bimbingan, nasihat, serta masukan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi tugas akhir.
2. Bapak **Ir. Bambang Harimei, M.Si**, bapak **Muhammad Fawzy Ismullah, S.Si, MT** sebagai tim penguji yang telah memberikan koreksi dan masukan kepada penulis dalam penulisan tugas akhir ini.
3. Kepada Bapak **Dr. Muh. Alimuddin Hamzah, M.Eng** selaku ketua Departemen Geofisika, seluruh Bapak dan Ibu dosen Departemen Geofisika yang telah mendedikasikan waktunya dalam mengajar dan membimbing penulis selama menjalani masa studi di Departemen Geofisika. Terima kasih atas ilmu dan masukan yang luar biasa berarti bagi penulis.
4. Bapak **Sabrianto Aswad** selaku Penasihat akademik yang menjadi tempat bagi penulis berkeluh kesah dalam bidang akademik maupun non-akademik yang senantiasa memberikan nasihat, motivasi dan bimbingan kepada penulisan mulai dari awal perkuliahan sampai dengan penyusunan tugas akhir.
5. Bapak **Dr. Eng Amiruddin** selaku Dekan FMIPA UNHAS, Bapak **Dr. A. Ilham Latunra, M.Sc** selaku Wakil Dekan III dan juga menjadi orang tua penulis di kampus, seluruh staf dosen dan pengajar serta staf pegawai

akademik Departemen Geofisika dan Fakultas MIPA UNHAS yang telah membantu kelancaran penyelesaian skripsi ini.

6. Saudara-saudari **F15IKA**, yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu. Terima kasih atas support, kebersamaannya, dan telah menulis banyak hal mulai dari jaman maba, pengumpulan dan banyak hal dalam memori penulis selama penulis menjadi mahasiswa. Tetaplah “Satu Dalam Dekapan” akhir hayat.
7. Kepada Keluarga Besar **HIMAFI FMIPA Unhas** dan **HMGF FMIPA Unhas**. Organisasi yang telah memberikan ruang bagi penulis untuk mengembangkan softkill yang tidak didapat di bangku perkuliahan, terima kasih telah memberi penulis sedikit-banyak pelajaran tentang kekeluargaan, persahabatan, kebersamaan, dan tentu ilmu dalam hal akademik dan nonakademik. Terima kasih. ‘Jayalah Himafi Fisika Nan Jaya’.
8. Kepada kanda-kanda senior terkhusus kepada kanda **Nur Hidayat Nurdin**, yang telah memberikan bantuan dan arahan juga sebagai tempat penulis bertanya ketika kesulitan dalam penyelesaian tugas akhir ini, Terimakasih
9. Kepada **Keluarga Mahasiswa Fakultas MIPA Unhas**. Kanda-kanda, teman angkatan MIPA 2015, dan adik-adik. Terima kasih sudah memperkenalkan penulis dunia organisasi yang selalu menjunjung tinggi Kebersamaan dan Kekeluargaan. Salam ‘Use Your Mind Be The Best’.

10. Kepada Keluarga Besar “**KORPALA UNHAS**” sejak tahun 2017 menjadi keluarga dan rumah bagi penulis selama penulis menjadi mahasiswa yang telah memberikan ruang bagi penulis untuk mengembangkan *softskill* yang tidak didapatkan dibangku perkuliah. Kepada anak-anak yang tinggal di mabes, terima kasih untuk kisah kisah menyenangkanya selama penulis tinggal di mabes maupun ketika di lapangan. Terkhusus kepada saudara **DIKDAS XXX** yang bersama-sama melewati survive 10 hari dilapangan , menjalani prosesi pemantapan hingga menjadi anggota aktif, juga kepada Kak Ipe, Mala, Kira dan Kak Anty, yang menjadi sahabat serta kakak yang selalu ada untuk penulis. Terima Kasih.
11. Kepada saudara **GraVIIIItasi SMAELI, (Elsa, April, Aslinda, Lady, Rini, Asni, Edwar, Kibad, Bagas, Dandi** serta yang tidak dapat saya sebutkan namanya satu persatu) sejak SMA yang menjadi sahabat yang bisa diandalkan, yang selalu ada serta senantiasa mendukung penulis dalam bentuk apapun. Terima kasih atas nasihat dan dukungannya. Semoga bisa tetap berbagi kebahagiaan dan saling support dalam menjalani kehidupan. We are GRAVIIIITASI “WITHOUT ENDING STORY”.
12. Kepada teman-teman KKN Gel. 102 Kecamatan Ujung Loe Kab. Bulukumba khususnya Posko Desa Balleanging (**Fahmi, Wawan, Inul, Pasirah, Alya, Fitri dan A. Ratu**) juga kepada **Bapak Syahrir** selaku Kepala Desa Balleanging beserta keluarga yang telah menjadi keluarga baru dan juga mengajarkan hal-hal baru kepada penulis selama ber-KKN.

Terima kasih atas doa dan dukungannya. Semoga dapat kesempatan berkumpul bersama lagi. Aamiin.

13. Kepada **Bang Fino “ARANYACALA TRISAKTI”** yang telah menemani penulis berpanas-panasan ke lokasi penelitian, memberikan arahan juga sebagai tempat penulis bertanya ketika kesulitan dalam penyelesaian tugas akhir ini. Kepada adik **Adri Adi Aksa** yang menemani penulis bersama bang Fino ke lapangan. Terimakasih telah meluangkan waktunya yang begitu berharga.

14. Semua pihak yang membantu penulis selama menempuh studi yang tidak sempat disebutkan satu persatu.

Semoga skripsi tugas akhir ini bermanfaat bagi pembaca maupun penulis. Penulis telah mengerahkan segala kemampuan dalam menyelesaikan skripsi ini, tapi sebagai manusia yang tak lupuk dari kesalahn, penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dan masih jauh dari kesempurnaan karena sesungguhnya kesempurnaan hanyalah milik Allah SWT. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun dari Anda sangat penulis harapkan

Makassar, November 2020

Penulis

SARI BACAAN

Telah dilakukan survey mengenai ketersediaan air tanah menggunakan metode geolistrik dengan konfigurasi Schlumberger. Metode geolistrik menggunakan prinsip aliran arus listrik dalam menyelidiki struktur di bawah permukaan bumi. Aliran arus listrik mengalir di dalam tanah melalui batuan-batuan dan sangat dipengaruhi oleh adanya air tanah dan garam yang terkandung di dalam batuan. Prinsip kerja metode geolistrik dilakukan dengan cara menginjeksikan arus listrik ke permukaan tanah melalui sepasang elektroda arus dan mengukur beda potensial pada sepasang elektroda potensial. Pengukuran resistivitas pada arah vertikal atau Vertical Electrical Sounding (VES) merupakan salah satu metode geolistrik untuk menentukan perubahan resistivitas tanah terhadap kedalaman yang bertujuan untuk mempelajari variasi resistivitas batuan di bawah permukaan bumi secara vertikal. Penelitian ini dilakukan di desa Nirannuang kec. Bontomarannu Kab. Gowa dengan mengambil 9 data titik pengukuran. Hasil interpretasi menunjukkan bahwa struktur permukaan bawah tanah tersusun atas lapisan lempung, tufa dan batuan basal. Posisi akuifer pada lokasi penelitian dibedakan atas dua yaitu akuifer dangkal berada pada kedalaman <22 m dan akuifer dalam berada pada kedalaman >33m. Jenis lapisan yang dapat menyimpan air tanah pada lokasi titik pengukuran diinterpretasi sebagai lapisan tufa.

Kata Kunci : Geolistrik , *Schlumberger*, Air Tanah, *Vertical Electrical Sounding*.

ABSTRACT

There has been a survey on groundwater availability using geoelectric methods with Schlumberger configuration. The geoelectric method uses the principle of electric current in investigating structures beneath the Earth's surface. The flow of electricity flows in the soil through the rocks and is strongly influenced by the absence of groundwater and salt contained in the rocks. The working principle of geoelectric methods is carried out by injecting an electric current to the ground level through a pair of current electrodes and measuring potential differences in a pair of potential electrodes. Vertical Electrical Sounding (VES) measurement is one of the geoelectric methods of resistivity to determine changes in soil resistivity to depth aimed at studying variations in rock resistance beneath the Earth's surface vertically. This research was conducted in Nirannuang village kec. Bontomarannu Kab. Gowa by taking 9 measurement point data. Interpretation results show that the structure of the subsurface is composed of layers of clay, tufa and basalt rock. The position of the aquifer at the study location is divided into two, namely shallow aquifer at a depth of <22 m and deep aquifer at a depth of > 33 m . The type of layer that can store groundwater at the location of the measurement point is interpreted as the tufa layer.

Keywords : *Geoelectric, Schlumberger, Groundwater, Vertical Electrical Sounding.*

DAFTAR ISI

SAMPUL	i
HALAMAN SAMPUL	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN KEASLIAN	iv
KATA PENGANTAR	v
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	1
BAB I. PENDAHULUAN	1
I.1 Latar Belakang	1
I.2 Rumusan Masalah	4
I.3 Ruang Lingkup Penelitian	4
I.4 Tujuan Penelitian	4
BAB II. TINJAUAN PUSTAKA	5
II.1 Geologi Regional	5
II.1.1 Geomorfologi Regional	5
II.1.2 Stratigrafi Regional	6
II.2 Air Tanah.....	10

II.2.1 Pengertian Air Tanah.....	10
II.2.2 Akuifer	11
II.2.3 Sifat Batuan Terhadap Air Tanah.....	15
II.3 Sifat Kelistrikan Batuan	16
II.4 Metode Geolistrik	17
II.4.1 Konsep Tahanan Jenis Semu.....	18
II.4.2 Potensial Pada Medium Homogen	19
II.4.3 Potensial disekitar titik arus di dalam bumi	20
II.4.4 Potensial di sekitar titik arus di permukaan bumi	22
II.4.5 Potensial untuk model bumi berlapis	23
II.4.6 Penerapan untuk model bumi homogen dan bumi dua lapis	29
II.4.7 Fungsi Transformasi Resistivitas	31
II.4.8 Fungsi Kernel	33
II.5 Metode Geolistrik Tahanan Jenis (<i>Resistivity</i>)	34
II.5.1 Teknik Pengambilan Data geolistrik tahanan jenis	38
II.5.2 Konfigurasi elektroda pada metode geolistrik	39
II.6. Hubungan antara geologi dan resistivitas batuan	40
II.7 Pemodelan Geofisika	41
II.7.1 Pemodelan kedepan	41
II.7.2 Pemodelan Inversi	42

BAB III. METODOLOGI PENELITIAN	48
III.1 Lokasi Penelitian	49
III.2 Peralatan yang digunakan	49
III.3 Pengambilan Data.....	49
III.4 Pengolahan Data.....	50
III.5 Interpretasi Data	51
III.6 Bagan Alir Penelitian	53
BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	54
IV.1 Hasil Inversi 1D	54
IV.2 Interpretasi Hasil Inversi.....	64
BAB V. PENUTUP.....	86
V.1 Kesimpulan	86
V.2 Saran	87

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Formasi geologi sepanjang sumbu utara-selatan	6
Gambar 2.2 Korelasi stratigrafi pada daerah Benteng dan Sinjai	8
Gambar 2.3 Peta Geologi wilayah penelitian	9
Gambar.2.4 Pengambilan air tanah pada sumur dangkal dan sumur dalam	10
Gambar 2.5 Medium Homogen Isotropis yang Dialiri Listrik	19
Gambar 2.6. Potensial di sekitar titik arus di dalam bumi	21
Gambar 2.7. Potensial titik arus di permukaan bumi	23
Gambar 2.8. Model n lapis	24
Gambar 2.9 Nilai koefisien filter linier	36
Gambar 2.10 Susunan dua pasang elektroda arus (C1 dan C2) dan elektroda potensial (P1 dan P2) dengan konfigurasi schlumberger	37
Gambar 2.11 Daftar nilai resistivitas batuan dan air	41
Gambar 2.12 proses pemodelan kedepan (<i>forward modeling</i>) untuk menghitung respons (data teoritik atau data perhitungan) dari suatu model tertentu	42
Gambar 3.1 Peta Lokasi	48
Gambar 3.2 Bagan Alir penelitian	51
Gambar 4.1 Kurva Titik Pengukuran 1	53

Gambar 4.2 Kurva Titik Pengukuran 2	56
Gambar 4.3 Kurva Titik Pengukuran 3	57
Gambar 4.4 Kurva Titik Pengukuran 4	58
Gambar 4.5 Kurva Titik Pengukuran 5	59
Gambar 4.6 Kurva Titik Pengukuran 6	60
Gambar 4.7 Kurva Titik Pengukuran 7	61
Gambar 4.8 Kurva Titik Pengukuran 8	63
Gambar 4.9 Kurva Titik Pengukuran 9	64
Gambar 4.10 Batu Tufa pada lokasi penelitian	66
Gambar 4.11 Batu lempung pada lokasi penelitian	67
Gambar 4.12 Kontak antara tufa (bagian atas) dan singkapan lempung (bagian bawah) pada lokasi penelitian	67
Gambar 4.13 Batu vulkanik berupa basalt pada lokasi penelitian	68
Gambar 4.14 Dinding sungai berupa lapisan lempung dengan tufa	69
Gambar 4.15 Dinding sungai hingga dasar sungai yang tersusun atas tufa dan lempung	69
Gambar 4.16 Peta lokasi pengukuran dan titik sumur gali	71

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Porositas dan Permeabilitas beberapa tipe batuan.....	14
Tabel 4.1 Titik Pengukuran Sumur Gali	70
Tabel 4.2 Tabel Nilai Resistivitas Pengukuran 1	72
Tabel 4.3 Tabel Nilai Resistivitas Pengukuran 2	73
Tabel 4.4 Tabel Nilai Resistivitas Pengukuran 3	74
Tabel 4.5 Tabel Nilai Resistivitas Pengukuran 4.....	75
Tabel 4.6 Tabel Nilai Resistivitas Pengukuran 5	76
Tabel 4.7 Tabel Nilai Resistivitas Pengukuran 6	78
Tabel 4.8 Tabel Nilai Resistivitas Pengukuran 7	79

BAB I

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Air tanah adalah salah satu sumber air yang dapat mengatasi permasalahan kekurangan air bersih dalam kehidupan makhluk hidup sehari-hari. Air tanah tersimpan dalam lapisan pembawa air yang disebut akuifer. Air yang berada pada akuifer dapat menjadi salah satu sumber air terpenting yang dapat mengatasi kebutuhan air di muka bumi. Seiring berjalannya waktu dan bertambahnya jumlah kebutuhan air maka dilakukanlah berbagai penelitian untuk mengeksplorasi potensi air tanah yang ada di bawah permukaan bumi.

Di Kabupaten Gowa Kecamatan Bontomarannu khususnya di Desa Nirannuang, masyarakat menggunakan air sumur untuk keperluan sehari-hari. Akan tetapi ketika musim kemarau tiba, sebagian besar sumur masyarakat mengering. Oleh karena itu dibutuhkan sumber air baru untuk mengatasi permasalahan tersebut. Salah satunya dengan mencari potensi sumber air tanah pada daerah itu.

Identifikasi lapisan yang berpotensi mengandung air tanah dapat dilakukan dengan berbagai metode, diantaranya : metode geologi, metode gravitasi, metode magnet, metode seismik, dan metode geolistrik. Metode geolistrik merupakan metode yang paling banyak digunakan untuk eksplorasi potensi air tanah (Bisri, 1991).

Metode geolistrik memiliki berbagai macam jenis, salah satunya adalah metode geolistrik tahanan jenis (resistivitas). Metode geolistrik resistivitas menggunakan prinsip aliran arus listrik dalam menyelidiki struktur bawah permukaan bumi. Aliran arus listrik mengalir di dalam tanah melalui batuan-batuan dan sangat

dipengaruhi oleh adanya air tanah dan garam yang terkandung di dalam batuan serta hadirnya mineral logam maupun panas yang tinggi. Sifat kelistrikan batuan yang relatif resistif akan berubah relatif konduktif jika tersaturasi air. Oleh karena itu, metode geolistrik tahanan jenis digunakan untuk penyelidikan hidrogeologi seperti memprediksikan keberadaan akuifer di bawah permukaan bumi. Prinsip kerja metode geolistrik dilakukan dengan cara menginjeksikan arus listrik ke permukaan tanah melalui sepasang elektroda arus dan mengukur beda potensial pada sepasang elektroda potensial.

Metode resistivitas dengan konfigurasi Schlumberger dilakukan dengan cara mengkondisikan spasi antar elektrode potensial adalah tetap sedangkan spasi antar elektrode arus berubah secara bertahap (Sheriff, 2002). Metoda geolistrik konfigurasi Schlumberger mampu mendeteksi adanya non-homogenitas lapisan batuan pada permukaan (membandingkan nilai resistivitas semu ketika terjadi perubahan jarak elektrode $MN/2$), konfigurasi ini merupakan metoda favorit yang banyak digunakan untuk mengetahui karakteristik lapisan batuan bawah permukaan karena lebih mudah digunakan untuk pemula dan biaya survei yang relatif murah.

Pengukuran resistivitas pada arah vertikal atau Vertical Electrical Sounding (VES) merupakan salah satu metode geolistrik resistivitas untuk menentukan perubahan resistivitas tanah terhadap kedalaman yang bertujuan untuk mempelajari variasi resistivitas batuan di bawah permukaan bumi secara vertikal (Telford dkk, 1990).

Beberapa penelitian yang telah menggunakan metode geolistrik untuk mendeteksi lapisan pembawa air tanah (akuifer) antara lain, penelitian berupa identifikasi potensi air tanah di daerah Puca Kec.Tompobulu Kab. Maros, mendapatkan informasi bahwa adanya potensi keberadaan air tanah dalam berupa akuifer bebas dengan permeabilitas tinggi yang berselingan dengan lempung dari akuifer sumbernya yang menjadi air tanah dangkal kemungkinan menjadi sumber air bagi warga di daerah tersebut. (Wahyuni, 2019)

Contoh lain telah dilakukan penelitian berupa identifikasi potensi air tanah di daerah krisis air bersih di kota Semarang mendapatkan informasi bahwa potensi air tanah berada pada kedalaman antara 30 m hingga 90 m di beberapa daerah penelitian, dan masih banyak lagi penelitian yang menggunakan metode geolistrik resistivitas. (Sarmauli, 2016)

Adapun kelebihan dari metode Geolistrik yaitu harga peralatan murah, biaya survey relatif murah, peralatan kecil dan ringan, waktu yang dibutuhkan pada saat survey relatif cepat. Berdasarkan uraian diatas maka dilakukan identifikasi potensi ketersediaan air tanah dengan menggunakan metode Geolistrik VES menggunakan konfigurasi Schlumberger di desa Nirannuang Kec. Bonto Marannu Kab. Gowa.

I.2 Rumusan Masalah

Adapun yang menjadi rumusan masalah dari penelitian ini meliputi :

1. Bagaimana model profil 1D dari data nilai resistivitas ?
2. Berapakah kedalaman air tanah pada lokasi penelitian ?
3. Bagaimanakah potensi air tanah pada lokasi penelitian ?

I.3 Ruang Lingkup Penelitian

Penelitian ini dibatasi pada pengukuran langsung di lapangan menggunakan metode Geolistrik tahanan jenis dengan konfigurasi Schlumberger 1D. Pengolahan data dari penelitian ini menggunakan perangkat lunak IPI2win untuk mengetahui nilai resistivitas tiap lapisan sehingga dapat mengetahui jenis lapisan beserta kedalaman lapisan yang dapat menyimpan air tanah pada daerah penelitian.

I.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengetahui model profil 1D nilai resistivitas daerah penelitian
2. Mengetahui kedalaman lapisan batuan yang dapat menyimpan air tanah.
3. Mengidentifikasi jenis lapisan yang dapat menyimpan air tanah pada lokasi penelitian.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

II.1 Geologi Regional

II.1.1 Geomorfologi Regional

Bentuk morfologi yang menonjol di daerah lembar Ujung Pandang, Benteng dan Sinjai adalah kerucut gunungapi Lompobattang, yang menjulang mencapai ketinggian 2876 m muka laut. Kerucut gunungapi ini dari kejauhan masih memperlihatkan bentuk aslinya, dan menempati lebih kurang 1/3 daerah lembar. Kerucut gunung api Lompobattang ini tersusun oleh batuan gunungapi berumur Pleistosen. (Sukanto & Supriatna, 1982)

Di sebelah barat Gunung Lompobattang terdapat Gunung Baturape, mencapai ketinggian 1124 m dan di sebelah utara terdapat Gunung Cindako, mencapai ketinggian 1500 m dan keduanya disusun oleh batuan gunungapi berumur Pliosen.

Di bagian utara lembar terdapat 2 daerah yang dicirikan oleh topografi karst, yang dibentuk oleh batugamping Formasi Tonasa dan dipisahkan oleh pegunungan yang tersusun oleh batuan gunungapi berumur Miosen sampai Pliosen.

Daerah sebelah barat Gunung Cindako dan sebelah utara Gunung Baturape merupakan daerah berbukit kasar di bagian timur dan halus di bagian barat. Bagian timur mencapai ketinggian kira-kira 500 m, sedangkan bagian barat kurang dari 50 m muka laut dan hampir merupakan suatu dataran. Daerah Pesisir barat merupakan dataran rendah terdiri dari daerah rawa dan daerah pasang-surut. Bagian timurnya terdapat bukit-bukit terisolir yang tersusun oleh batuan klastika gunungapi berumur Miosen dan Pliosen. Daerah Pesisir barat daya ditempati oleh

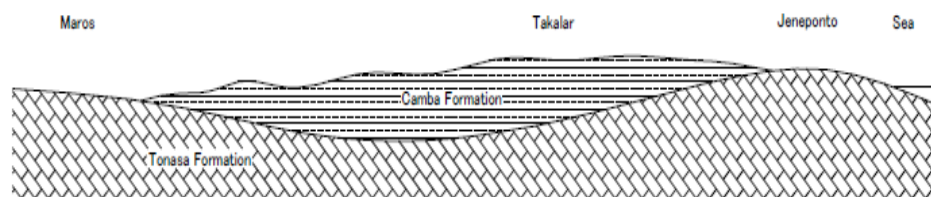
morfologi berbukit memanjang rendah. Pantainya berliku-liku membentuk beberapa teluk, yang mudah dibedakan dari pantai daerah lain pada lembar ini. (Sukanto & Supriatna, 1982)

II.1.2 Stratigrafi Regional

Batuan dasar pada wilayah regional penelitian tersusun sebagai berikut:

1. Formasi Tonasa
2. Formasi Camba
3. Sedimen Kuarter

Formasi geologi wilayah penelitian sepanjang sumbu utara-selatan terdiri atas batuan sedimen Formasi Camba yang berada pada batu tua Formasi Tonasa dan endapan aluvial berada di sepanjang garis pantai dan dataran banjir Sungai Jeneberang, Sungai Tallo, Sungai Maros, Sungai Gomati dan Sungai Papa. (Gambar 2.1)



Gambar 2.1 Formasi geologi sepanjang sumbu utara-selatan (JICA, 2008)

Satuan batuan tertua umumnya yang telah diketahui umurnya adalah batuan sedimen flysch Kapur Atas yang dipetakan sebagai Formasi Marada (Km). Batuan malihan (S) belum diketahui umurnya, lebih tua atau lebih muda dari pada Formasi Marada; yang jelas diterobos oleh granodiorit yang diduga berumur

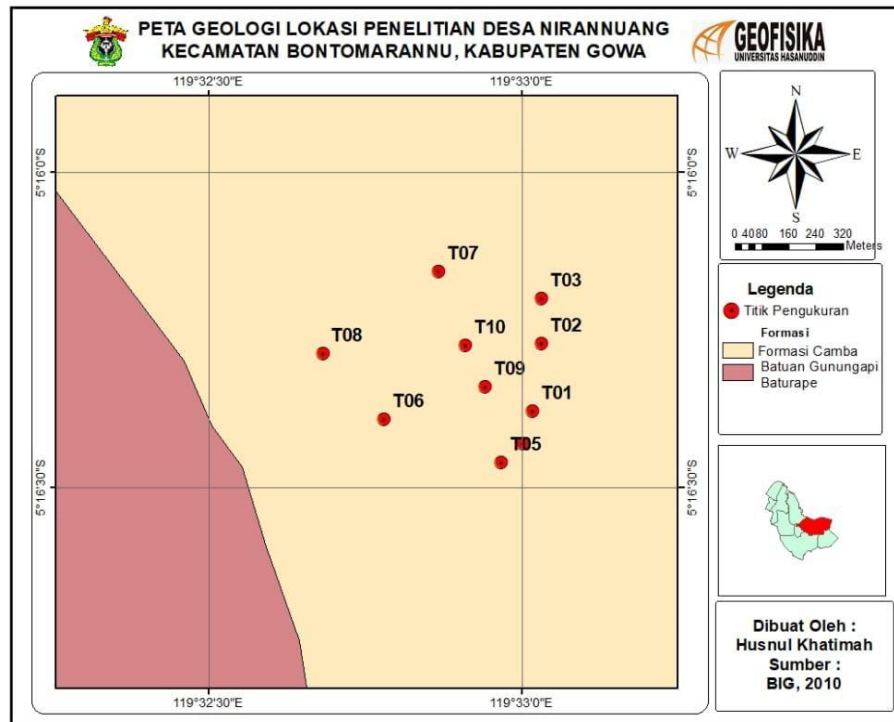
Miosen (19 ± 2 juta tahun). Hubungan Formasi Marada dengan satuan batuan yang lebih muda, yaitu Formasi Salo Kalupang dan Batuan Gunungapi Terpropilitkan tidak begitu jelas, kemungkinan tak selaras. (Sukamto & Supriatna, 1982)

Formasi Salo Kalupang (Teos) yang diperkirakan berumur Eosen Awal-Oligosen Akhir ber fasies sedimen laut, dan diperkirakan setara dalam umur dengan bagian bawah Formasi Tonasa (Temt). Formasi Salo Kalumpang terjadi di sebelah timur Lembah Walanae dan Formasi Tonasa terjadi di sebelah baratnya. (Sukamto & Supriatna, 1982)

Satuan batuan berumur Eosen Akhir sampai Miosen Tengah menindih tak selaras batuan yang lebih tua. Diperkirakan batuan karbonat yang dipetakan sebagai Formasi Tonasa (Temt) terjadi pada daerah yang luas di lembar ini. Formasi Tonasa ini diendapkan sejak Eosen Akhir berlangsung hingga Miosen Tengah, menghasilkan endapan karbonat yang tebalnya tidak kurang dari 1750 m. Pada kala Miosen Awal rupanya terjadi endapan batuan gunungapi di daerah timur yang menyusun batuan gunungapi Kalamiseng (Tmkv). (Sukamto & Supriatna, 1982)

Satuan batuan berumur Miosen Tengah sampai Pliosen menyusun Formasi Camba (Tmc) yang tebalnya mencapai 4250 m dan menindih tak selaras batuan-batuan yang lebih tua. Formasi ini disusun oleh batuan sedimen laut berselingan dengan klastika gunungapi, yang menyamping beralih menjadi dominan batuan gunungapi. (Tmcv). Batuan sedimen laut berasosiasi dengan karbonat mulai

(S) belum diketahui umurnya. Untuk satuan batuan penyusun Formasi Camba diperkirakan terbentuk pada tahun miosen tengah hingga pliosen.



Gambar 2.3 Peta Geologi wilayah penelitian. (BIG,2010)

Berdasarkan Gambar 2.1 yang merupakan wilayah regional penelitian dan Gambar 2.3 yang merupakan titik pengukuran pada lokasi penelitian yang mencakup beberapa informasi batuan sebagai berikut :

1. Batuan Sedimen dan Batuan Gunungapi

- a. **Formasi Tonasa (Temt).** Formasi ini beranggotakan batugamping, sebagian berlapis dan sebagian pejal; koral, bioklastika, dan kalkarenit, dengan sisipan napal globigerina, batugamping kaya foram besar, batugamping pasiran, setempat dengan moluska; kebanyakan putih dan kelabu muda, sebagian kelabu tua dan coklat. Perlapisan baik setebal antara 10 cm dan 30 cm,

terlipat lemah dengan kemiringan lapisan rata-rata kurang dari 25°, di daerah Jenepono batugamping berlapis berselingan dengan napal globigerina.

Formasi ini tebalnya tidak kurang dari 1750 m, tak selaras menindih batuan Gunungapi Terpropilitkan (Tpv) dan ditindih oleh Formasi Camba (Tmc); di beberapa tempat diterobos oleh retas, sill dan stok bersusunan basal dan diorit; berkembang baik di sekitar Tonasa di daerah Lembar Pangkajene dan Watampone bagian Barat, sebelah utaranya.

- b. Formasi Camba (Tmc).** Formasi ini terdiri atas batuan sedimen laut yang berselingan dengan batuan gunungapi, batupasir tufaan yang berselingan dengan tufa, batupasir dan batulempung. Bersisipan napal, batu gamping, konglomerat, breksi gunungapi, dan batubara. Dengan warna beraneka dari putih, coklat, merah, kelabu muda sampai kehitaman, berlapis - lapis dengan tebal antara 4 cm hingga 100 cm.

Formasi Camba yang berada di lokasi penelitian merupakan lanjutan dari Formasi Camba yang terletak di Lembar Pangkajene dan bagian Barat Watampone sebelah utaranya, kira-kira 4250 m tebalnya; diterobos oleh retas basal piroksen setebal antara ½-30 m, dan membentuk bukit-bukit memanjang. Lapisan batupasir kompak (10-75 cm) dengan sisipan batupasir tuf (1-2 cm) dan konglomerat berkomponen basal dan andesit, yang tersingkap di Pulau Selayar diperkirakan termasuk satuan Tmc.

2. Batuan Gunungapi

Batuan Gunungapi Baturape-Cindako (Tpbv) terbentuk atas lava dan breksi, dengan sisipan sedikit tufa dan konglomerat, bersusunan basal,

sebagian besar porfiri dengan fenokris piroksen besar-besar sampai 1 cm dan sebagian kecil kasat mata, kelabu tua kehijauan hingga hitam warnanya; lava sebagian berkekar maniang dan sebagian berkekar lapis, pada umumnya breksi berkomponen kasar, dari 15 cm sampai 60 cm, terutama basal dan sedikit andesit, dengan semen tufa berbutir kasar sampai lapili, banyak mengandung pecahan piroksen.

II.2. Air tanah

II.2.1 Pengertian Air Tanah

Air tanah (akuifer) adalah semua air yang terdapat dalam ruang batuan dasar atau regolith. Jumlahnya kurang dari 1% dari air bumi, tetapi 40 kali lebih besar dibandingkan air bersih di permukaan bumi (sungai dan danau) Kebanyakan air tanah berasal dari hujan (disebut juga air *meteoric* atau *vadose*). Air hujan yang meresap ke dalam tanah akan mengisi ruang antara butir formasi batuan serta mengalami pergerakan di dalamnya sehingga menjadi bagian air tanah (Wilson, 1993).

Formasi geologis yang mengandung air dan memindahkannya dari satu titik ke titik yang lain dalam jumlah yang mencukupi untuk pengembangan ekonomi disebut lapisan akuifer, (Ray, 1989). Lapisan akuifer jika dilihat dari sifat fisisnya, merupakan lapisan batuan yang memiliki celah-celah atau rongga sehingga bisa diisi oleh air, serta air dapat bergerak melalui celah-celah atau rongga dalam lapisan batuan. Rongga-rongga dan celah pada batuan akuifer dapat disebut pori-pori. Porositas adalah perbandingan antara seluruh pori-pori dengan volume total batuan. (Medianto, 2001).

Air tanah biasanya diambil untuk sebagai sumber air bersih maupun irigasi, melalui sumur terbuka, sumur tabung, spring atau sumur horizontal. Kecenderungan memilih air tanah sebagai sumber air bersih dibanding air permukaan, mempunyai keuntungan sebagai berikut :

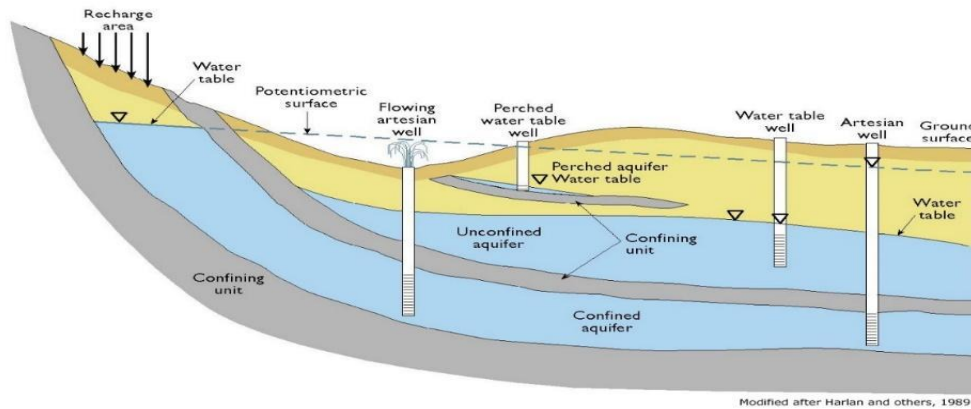
- a. Debit (produksi) sumur biasanya relatif stabil.
- b. Lebih bersih dari bahan cemaran (polutan) permukaan
- c. Kualitasnya lebih seragam
- d. Bersih dari kekeruhan, bakteri, lumut dan binatang air.

Cara pengambilan air tanah yang paling tua dan sederhana adalah dengan membuat sumur gali (*dug wells*) dengan kedalaman lebih rendah dari posisi permukaan air tanah. Jumlah air yang dapat diambil dari sumur gali biasanya terbatas dan yang diambil adalah air tanah dangkal. Sumur gali biasanya dibuat dengan kedalaman tidak lebih dari 5-8 meter di bawah permukaan tanah. (Suripin, 2004)

Air tanah dangkal adalah air tanah yang berada di bawah permukaan tanah dan lapisan batuan kedap air atau tidak tembus air. Air tanah ini merupakan akuifer atas dan sering disebut dengan air tanah freatis atau air freatis yang dimanfaatkan oleh penduduk untuk memenuhi kebutuhan air sehari-hari dengan membuat sumur. (Khotimah,2008)

Air tanah dalam adalah air tanah yang berada di bawah lapisan air tanah dangkal dan di antara dua lapisan batuan kedap air. Air tanah dalam merupakan akuifer

bawah yang dimanfaatkan sebagai sumber air minum penduduk kota, kebutuhan air perhotelan, perkantoran, dan industri (Khotimah,2008)



Gambar.2.4 Cara pengambilan air tanah pada sumur dangkal dan sumur dalam (Harlan, 1989)

Gambar 2.4 menunjukkan cara pengambilan air tanah, untuk pengambilan air tanah dengan jumlah yang cukup besar adalah dengan membuat sumur dalam (*deep wells*) yang pada umumnya terbuat dari pipa dan air yang diambil adalah air tanah dalam (*confined aquifer*). (Suripin,2004)

II.2.2 Akuifer

Akuifer adalah lapisan bawah tanah yang mengandung air yang terdiri dari formasi geologi yang jenuh dan cukup permeabel untuk meloloskan air dalam jumlah ekonomis yang dapat digunakan sebagai sumur, mata air dan lain lain. Endapan pasir dan kerikil, batu pasir, batu kapur, dan batuan kristalin yang retak adalah contoh formasi geologi yang membentuk akuifer. Akuifer menyediakan dua fungsi penting:

- (1). Mentransmisikan air tanah dari daerah resapan ke daerah akhir.
- (2) Sebagai media penyimpanan air tanah ekonomis yang jumlahnya cukup untuk suatu keperluan seperti pertanian, industri, peternakan dan lain lain.

Porositas merupakan angka tak berdimensi biasanya diwujudkan dalam bentuk %. Umumnya untuk tanah normal mempunyai porositas berkisar antara 25% sampai 75 % sedangkan untuk batuan yang terkonsolidasi (consolidated rock) berkisar antara 0 sampai 10 %. Material dengan diameter kecil mempunyai porositas besar, hal ini dapat dilihat dari diameter butiran material.

Permeabilitas merupakan suatu ukuran kemudahan aliran melalui suatu media porous. Permeabilitas (permeability) adalah kapasitas batuan untuk meloloskan fluida sangat beragam dari viskositas fluida, tekanan hidrostatik, ukuran bukaan dan terutama adalah tingkat bukaan yang saling terhubung (porositas efektif). Jika rongga pori sangat kecil, maka batuan dapat mempunyai porositas yang tinggi tetapi permeabilitasnya rendah karena air sukar melewati bukaan yang kecil. (Todd, 1980).

Tabel 2.1 Porositas dan Permeabilitas beberapa tipe batuan

Tipe Batuan	Porositas (%)	Permeabilitas (m/hari)
Lempung	45	0.0004
Pasir	35	41
Kerikil	25	4100
Kerikil dan pasir	20	410
Batu pasir	15	4,1
Batu kapur	5	0.04
Kuarsit	1	0.0004

Secara umum akuifer dibedakan atas dua, yaitu akuifer tertekan dan akuifer bebas. Menurut Krussman dan Ridder (1970) kedua jenis akuifer tersebut masing-masing dipecah lagi sehingga menjadi empat bagian, seperti berikut:

1. **Akuifer Bebas (*Unconfined Aquifer*)** yaitu lapisan lolos air yang hanya sebagian terisi oleh air dan berada lapisan kedap air. Permukaan tanah pada akuifer ini disebut dengan *water table (phreatic level)*, yaitu permukaan air yang mempunyai tekanan hidrostatik sama dengan atmosfer.
2. **Akuifer Tertekan (*Confined Aquifer*)** yaitu akuifer yang seluruh jumlahnya air yang dibatasi oleh lapisan kedap air, baik yang maupun di bawah, serta mempunyai tekanan jenuh lebih besar daripada tekanan atmosfer.
3. **Akuifer Semi tertekan (*Semi Confined Aquifer*)** yaitu akuifer yang seluruhnya jenuh air, bagian atasnya dibatasi oleh lapisan semi lolos air dibagian bawahnya merupakan lapisan kedap air.
4. **Akuifer Semi Bebas (*Semi Unconfined Aquifer*)** yaitu akuifer yang bagian bawahnya yang merupakan lapisan kedap air, sedangkan bagian atasnya merupakan material berbutir halus, sehingga pada lapisan penutupnya masih memungkinkan adanya gerakan air. Dengan demikian akuifer ini merupakan peralihan antara akuifer bebas dengan akuifer semi tertekan.

II.2.3. Sifat Batuan terhadap Air Tanah

Berdasarkan sifat fisik lapisan batuan dan perlakuannya sebagai media aliran air, maka lapisan batuan tersebut dapat dibedakan menjadi 4 (Suharyadi, 1984) yaitu:

- a. Akuifer yaitu batuan yang mempunyai susunan sedemikian rupa sehingga dapat mengalirkan air yang cukup berarti di bawah tanah. Contohnya, pasir, kerikil, batu pasir, batu gamping yang berlubang-lubang, lava yang retak.
- b. Akuiklud yaitu batuan yang dapat menyimpan air tapi tidak dapat mengalirkannya dalam jumlah berarti. Contohnya, lempung, shale, tufa halus, silt, dan berbagai batuan yang berukuran lempung.
- c. Akuifug yaitu batuan yang tidak dapat menyimpan dan mengalirkan air. Contohnya, granit, batuan yang kompak, keras, dan padat.
- d. Akuitar yaitu batuan yang mempunyai susunan sedemikian rupa sehingga dapat menyimpan air tetapi hanya dapat mengalirkan air dalam jumlah terbatas.

II.3. Sifat kelistrikan Batuan

Sifat kelistrikan batuan adalah respon yang ditunjukkan batuan bila dialiri arus listrik. Respon yang ditunjukkan berbeda antara jenis batuan yang satu dengan yang lainnya. Sebagai akibat dari kandungan mineral dan struktur kimia penyusun batuan.

Aliran arus listrik didalam batuan/mineral dapat digolongkan menjadi tiga macam, yaitu konduksi secara elektronik, konduksi secara elektrolitik dan konduksi secara dielektrik. Konduksi secara elektronik terjadi jika batuan/mineral mempunyai banyak elektron bebas sehingga arus listrik dialirkan dalam batuan/mineral tersebut oleh elektron-elektron bebas itu. Konduksi elektrolitik terjadi jika batuan/mineral bersifat porus dan pori-pori tersebut terisi oleh cairan-cairan elektrolitik. Pada konduksi ini arus listrik dibawa oleh ion-ion elektrolit. Sedang

konduksi dielektrik terjadi jika batuan/mineral bersifat dielektrik terhadap aliran arus listrik yaitu terjadi polarisasi saat bahan dialiri listrik (<http://www.geocis.net>).

Berdasarkan nilai resistivitasnya, batuan atau mineral digolongkan menjadi tiga bagian, yaitu:

1. Konduktor baik : $(10^{-8} < \rho < 1) \Omega m$
2. Semikonduktor : $(1 < \rho < 10^7) \Omega m$
3. Isolator : $\rho > 10^7 \Omega m$

II.4. Metode geolistrik

Metode geolistrik merupakan salah satu metode geofisika yang mempelajari sifat aliran listrik di dalam bumi dan bagaimana mendeteksinya di permukaan bumi. Dalam hal ini meliputi pengukuran potensial, pengukuran arus dan medan elektromagnetik yang terjadi baik secara alamiah maupun akibat injeksi arus ke dalam bumi. Metode geolistrik dibedakan berdasarkan nilai yang diukur menjadi (Hendrajaya, 1990) :

1. Metode potensial diri
2. Induksi polarisasi
3. Metode tahanan jenis (*resistivity*)

Pengukuran resistivitas normalnya dilakukan dengan menginjeksikan arus listrik kedalam tanah melalui dua elektroda arus (C1 dan C2), dan pengukuran beda tegangan antara dua elektroda potensial (P1 dan P2). Besar nilai resistivitas diperoleh dari hasil kuat arus (I) dan besar tegangan (V) (Loke, 2000).

Berdasarkan letak (konfigurasi) elektroda, dikenal beberapa jenis konfigurasi resistivitas yaitu: (1) Konfigurasi Wenner, (2) Konfigurasi Schlumberger, (3) Konfigurasi dipole-dipole, dan lain-lain. Masing-masing konfigurasi elektroda memiliki kelebihan dan kekurangan. Oleh karena itu, sebelum dilakukan pengukuran harus terlebih dahulu diketahui dengan jelas tujuannya sehingga kita dapat memilih jenis konfigurasi yang cocok dan efisien untuk digunakan.

II.4.1 Konsep tahanan jenis semu

Bumi diasumsikan mempunyai sifat yang homogen isotropik. Dengan asumsi ini, tahanan jenis yang diukur merupakan tahanan jenis yang sebenarnya dan tidak bergantung spasi elektroda. Pada kenyataannya bumi terdiri dari lapisan-lapisan dengan ρ yang berbeda-beda, sehingga potensial yang terukur merupakan pengaruh dari lapisan-lapisan tersebut. Maka nilai tahanan jenis yang terukur merupakan nilai tahanan jenis untuk satu lapisan saja, hal ini terutama untuk spasi yang lebar.

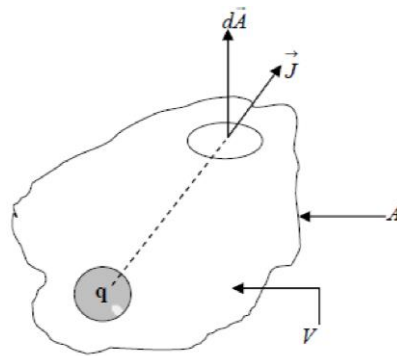
Untuk kasus tak homogen, bumi diasumsikan berlapis-lapis dengan masing-masing lapisan memiliki nilai tahanan jenis yang berbeda. Resistivitas semu merupakan tahanan jenis dari suatu medium fiktif homogen yang ekuivalen dengan medium berlapis yang ditinjau. (Wijaya,2009)

Multimedium berlapis yang ditinjau misalnya terdiri dari dua lapis yang mempunyai tahanan jenis berbeda dianggap sebagai medium satu lapis homogen yang mempunyai nilai tahanan jenis sama yaitu tahanan jenis semu ρ_a , dengan

konduktansi lapisan fiktif sama dengan jumlah konduktansi masing-masing lapisan.

II.4.2. Potensial Pada Medium Homogen

Bumi diasumsikan sebagai medium yang homogen isotropis maka perjalanan arus yang kontinu pada medium bumi dapat digambarkan oleh gambar 2.5 :



Gambar 2.5.Medium Homogen Isotropis yang Dialiri Listrik (Hendrajaya, 1990)

Bila suatu arus kontinu dialirkan kedalam medium yang homogen isotropik, Jika dA adalah elemen luas permukaan dan J adalah rapat arus listrik (A/m^2), maka besarnya elemen arus yang melalui elemen permukaan tersebut (Telford, 1990) adalah :

$$dI = J \cdot dA \dots \dots \dots (2.1)$$

Sedang rapat arus J dan medan listrik E yang ditimbulkan dihubungkan dengan hukum Ohm:

$$J = \sigma E \dots \dots \dots (2.2)$$

Dengan: σ = konduktivitas medium ($1/\text{ohm meter}$) = $\frac{1}{\rho}$

$E =$ medan listrik (volt/meter)

Medan listrik merupakan gradien dari potensial skalar (V), maka diperoleh hubungan:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \dots\dots\dots(2.3)$$

Persamaan (2.3) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.2), sehingga diperoleh:

$$\vec{j} = -\sigma\vec{\nabla}V \dots\dots\dots(2.4)$$

Untuk arus tetap, maka berlaku persamaan :

$$\int \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \dots\dots\dots(2.5)$$

Jika konduktivitas listrik medium konstan maka suku pertama menjadi nol, dengan demikian diperoleh :

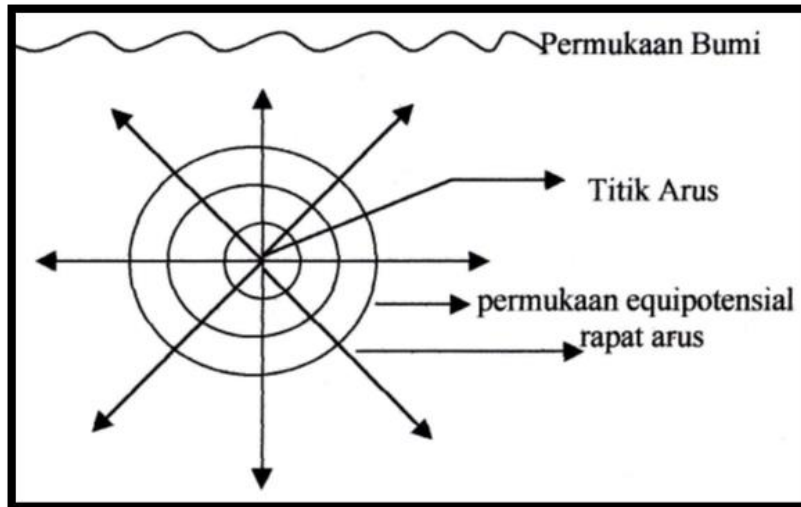
$$\nabla^2 V = 0 \dots\dots\dots(2.6)$$

Persamaan (2.6) merupakan persamaan Laplace. Dalam koordinat bola operator Laplacian berbentuk:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0 \dots\dots\dots(2.7)$$

II.4.3. Potensial di sekitar titik arus di dalam bumi

Apabila arus listrik (I) diinjeksikan ke dalam bumi yang homogen isotropik melalui sebuah elektroda pada suatu titik P di permukaan, maka arus akan mengalir ke segala arah dengan besar yang sama (Gambar 2.6) . Potensial di suatu tempat yang berjarak r dari titik P (Telford dkk, 1990):



Gambar 2.6. Potensial di sekitar titik arus di dalam bumi (Lilik Hendrajaya dan Idam Arif, 1990).

Potensial V akibat suatu sumber arus tunggal I pada medium homogen dengan ρ konstan pada seluruh ruang lebih sesuai jika dibahas dalam sistem koordinat bola. Karena sifat simetri (tidak berotasi dan berevolusi) dari sistem yang ditinjau maka potensial hanya merupakan fungsi dari jarak r atau $V(r)$ sehingga persamaan (2.8) dituliskan menjadi (Telford, 1976) :

$$\nabla^2 V = \frac{d^2 V}{dr^2} + \left(\frac{2}{r}\right) \frac{dV}{dr} = 0 \rightarrow \nabla^2 V = \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV}{dr} \right) = 0 \dots\dots\dots(2.8)$$

Penyelesaian persamaan (2.8) dapat dilakukan dengan integral atau dengan persamaan diferensial, maka diperoleh:

$$\int r^2 \frac{dV}{dr} dr = 0 \rightarrow r^2 \frac{dV}{dr} = A \rightarrow \frac{dV}{dr} = \frac{A}{r^2} \dots\dots\dots(2.9)$$

Dengan mengintegalkan persamaan (2.9) maka diperoleh:

$$V = \int \frac{A}{r^2} dr = -\frac{A}{r} + B \dots\dots\dots(2.10)$$

Dengan A dan B adalah konstanta integral yang nilainya tergantung pada syarat batas bahwa potensial pada jarak tak-hingga berharga nol ($V = 0, r = \infty$), maka $B = 0$. Sehingga persamaan (2.11) menjadi :

$$V = -\frac{A}{r} \tag{2.11}$$

Dalam kasus sumber arus didalam bumi homogen isotropik, maka medan-medan ekipotensialnya berbentuk bola. Sehingga jumlah arus yang menembus permukaan medan ekipotensial berbentuk bola tersebut adalah :

$$I = AJ \tag{2.12}$$

Persamaan (2.4) dan (2.9) disubstitusikan ke persamaan (2.12) maka diperoleh :

$$I = 4\pi r^2(-\sigma \vec{\nabla} V) = -4\pi r^2 \sigma \frac{dV}{dr} = -4 \pi \sigma A = -\frac{4 \pi A}{\rho} \dots\dots\dots(2.13)$$

Dari persamaan (2.13) diperoleh :

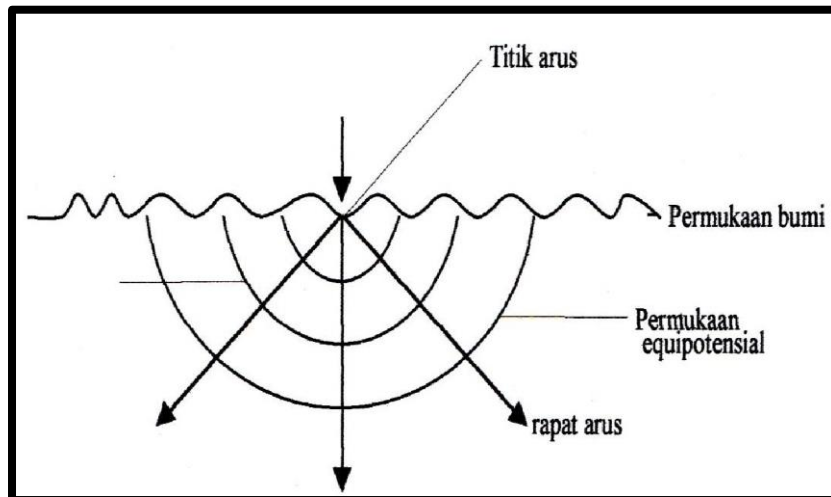
$$A = -\frac{I\rho}{4\pi} \dots\dots\dots(2.14)$$

Maka,

$$v = \left(\frac{I\rho}{4\pi}\right) \frac{1}{r} \text{ atau } \rho = \frac{4\pi rV}{I} \dots\dots\dots(2.15)$$

Dengan ρ adalah tahanan jenis dengan satuan ohm meter.

II.4.4. Potensial di sekitar titik arus di permukaan bumi



Gambar 2.7. Potensial titik arus di permukaan bumi (Lilik Hendrajaya dan Idam Arif, 1990).

Jika sumber arus terletak di permukaan medium homogen yang membentuk medium setengah ruang/ setengah bola dengan setengah ruang lainnya adalah di udara ($\sigma_{\text{udara}} = 0$) dengan persamaan sebagai berikut (Telford dkk, 1990) :

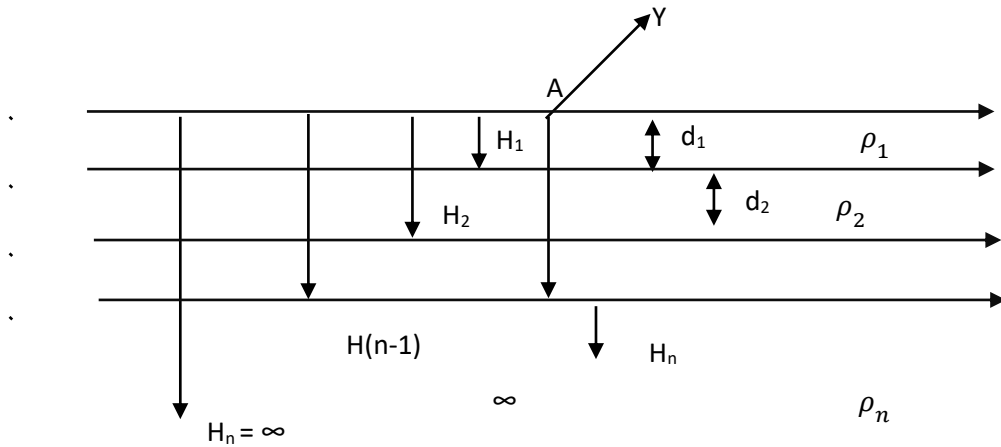
$$A = -\frac{I\rho}{2\pi} \dots \dots \dots (2.16)$$

Sehingga diperoleh,

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r} \text{ atau } \rho = 2\pi r \frac{V}{I} \dots \dots \dots (2.17)$$

II.4.5 Potensial untuk Model Bumi Berlapis

Untuk model bumi berlapis yang terdiri dari N lapis horizontal yang setiap lapisan bersifat homogen dan isotropik, maka pemisahan antara satu lapisan dengan lapisan lainnya merupakan bidang batas antara dua media dengan resistivitas berbeda (Hendrajaya, 1990).



Gambar 2.8. Model n lapis

Model semacam ini memiliki sifat simetri silinder. Untuk menyelesaikan kasus semacam ini digunakan koordinat silinder, dengan titik awal berada pada titik sumber A, dan pada sumbu Z secara vertikal ke bawah. Dengan $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$, sebagai resistivitasnya dan d_1, d_2, \dots, d_n menjadi ketebalan pada n lapisan dari atas, juga H_1, H_2, \dots, H_n sebagai kedalaman setiap lapisan n dari dasar. Dapat disimpulkan bahwa lapisan paling rendah memanjang ke tak terhingga adalah $H_n = \infty$ dan $d_n = \infty$ (Hendrajaya, 1990).

Potensial listrik V pada setiap titik kecuali titik sumber, memenuhi persamaan Laplace. Hal ini karena di dalam model lapisan bumi tersebut tidak ada sumber arus (Hendrajaya, 1990).

$$\nabla^2 V = 0 \dots \dots \dots (2.18)$$

Karena model tersebut mempunyai simetri silinder maka potensial merupakan fungsi dari r dan z saja, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut (Zulkifli, 2017):

$$V(r, z) = R(r), Z(z) \dots\dots\dots (2.19)$$

Sehingga persamaan (2.20) dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\frac{1}{R(r)} \frac{d^2}{dr^2} R(r) + \frac{1}{R(r)} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} R(r) + \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2}{dz^2} Z(z) = 0 \quad (2.20)$$

Dua suku pertama ruas kiri dari persamaan differensial hanya mempunyai fungsi dari r sedangkan suku ke tiga merupakan fungsi dari z. Masing-masing fungsi tersebut bebas terhadap perubahan lainnya, maka haruslah kedua fungsi itu sama dengan konstanta yang dapat kita nyatakan dengan λ^2 , sehingga diperoleh :

$$\frac{1}{R(r)} \frac{d^2}{dr^2} R(r) + \frac{1}{R(r)} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} R(r) + \frac{1}{Z(z)} \frac{d^2}{dz^2} Z(z) = -\lambda^2 + \lambda^2 \dots\dots\dots (2.21)$$

Jadi kita dapatkan dua buah persamaan diffrensial, yaitu :

$$\frac{1}{R(r)} \frac{d^2}{dr^2} R(r) + \frac{1}{R(r)} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} R(r) + \lambda^2 R(r) = 0 \dots\dots\dots (2.22)$$

Dan

$$\frac{d^2}{dz^2} Z(z) - \lambda^2 Z(z) = 0 \dots\dots\dots (2.23)$$

Persamaan differensial (2.22) merupakan persamaan differensial Bessel orde nol, dan solusinya fungsi Bessel orde nol terdiri dari dua jenis yaitu (jenis pertama) dan (jenis kedua). Sehingga solusi umum persamaan differensial (2.22), ialah (Zulkifli, 2017):

$$R(r) = CJ_0(\lambda_r) + DY_0(\lambda_r) \dots\dots\dots (2.24)$$

Solusi dari persamaan (2.23) yaitu dengan menggunakan Persamaan Diffrensial 2. Sehingga persamaan 2.25 menjadi :

$$Z(z) = C'e^{-\lambda z} + D'Y_0 e^{\lambda z} \dots\dots\dots (2.25)$$

C' dan D' juga merupakan konstanta yang bergantung pada parameter λ . Sehingga Persamaan (2.24) dan (2.25) dikombinasikan, maka solusi persamaan differensial (2.26) adalah :

$$V(r, z) = \{CJ_0(\lambda_r) + DY_0(\lambda_r)\}\{C'e^{-\lambda z} + D'Y_0 e^{\lambda z}\} \dots \dots \dots (2.26)$$

Karena potensial $V(r,z) = 0$ di tak hingga dan memiliki nilai tertentu di $r = 0$, maka haruslah $D = 0$, sehingga solusi untuk $V(r,z)$ adalah (Zulkifli, 2017) :

$$V(r, z) = \{CJ_0(\lambda_r)\}\{C'e^{-\lambda z} + D'Y_0 e^{\lambda z}\} \dots \dots \dots (2.27)$$

Atau

$$V(r, z) = \{A(\lambda)e^{-\lambda z} + B(\lambda)e^{\lambda z}\}J_0(\lambda_r) \dots \dots \dots (2.28)$$

Dimana $A(\lambda)$ dan $B(\lambda)$ adalah konstanta - konstanta yang bergantung pada parameter (λ).

Kombinasi linier dari persamaan (2.28) juga merupakan solusi persamaan Laplace (2.18), sehingga untuk (λ) yang kontinu umum dari persamaan (2.29) dapat kita tuliskan :

$$V(r, z) = \int_0^\infty \{A(\lambda)e^{-\lambda z} + B(\lambda)e^{\lambda z}\}J_0(\lambda_r)d\lambda \dots \dots \dots (2.29)$$

Untuk bumi homogen isotropis, fungsi potensial yang terjadi karena adanya aliran arus ialah (Zulkifli, 2017) :

$$V_0 = \frac{I\rho}{2\pi R} = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{1/2}} \dots \dots \dots (2.30)$$

Potensial di sembarang titik dalam setiap lapisan ditimbulkan oleh sebuah titik sumber dipermukaan dapat dipantau sebagai jumlah dari potensial dalam medium homogen (dengan resistivitas ρ_1) dan potensial gangguan karena adanya bidang batas yang dinyatakan dalam persamaan (2.31) , maka akan didapatkan :

$$V_1 = V_0 + V'_1, V_2 = V_0 + V'_2, V_i = V_0 + V'_i \text{ dan } V_N = V_0 + V'_N \dots\dots\dots (2.31)$$

V_1, V_2, \dots, V_N adalah potensial total dimana untuk masing-masing lapisan, dan $V'_1, V'_2 \dots V'_N$ adalah potensial gangguan. Sehingga secara umum dapat kita

Tuliskan :

$$V(r, z) = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{1/2}} + \int_0^\infty \{A_i(\lambda)e^{-\lambda z} + B_i(\lambda)e^{\lambda z}\}J_0(\lambda r)d\lambda \dots\dots\dots (2.32)$$

Juga merupakan jawaban umum persamaan Laplace. Pada setiap batas harus dipenuhi syarat potensial konstan (Zulkifli, 2017)

$$V_i = V_{i+1} \dots\dots\dots (2.33a)$$

$$\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial V_i}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{i+1}} \frac{\partial V_{i+1}}{\partial z} \dots\dots\dots (2.33b)$$

Ada beberapa asumsi yang diambil untuk menyelesaikan persamaan diatas.

1. Di permukaan bumi, resistivitas udara (ρ_0) = ∞ , sehingga $A_1 = B_1$. Maka diperoleh

$$V_1 = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{1/2}} + \int_0^\infty \{A_1(\lambda)(e^{\lambda z} + e^{-\lambda z})\}J_0(\lambda r)d\lambda \dots\dots\dots (2.34)$$

2. Untuk lapisan ke-n, $z = h_n$, sehingga potensial harus nol ($V_n=0$) dipenuhi

$$\text{jika } B_N = 0, \text{ sehingga } V_1 = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{1/2}} + \int_0^\infty \{A_N(\lambda)e^{-\lambda z}\}J_0(\lambda r)d\lambda \quad (2.35)$$

Untuk $z = h_i$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{(r^2+z^2)^{1/2}} \text{ dapat dinyatakan dalam bentuk yang dikenal sebagai integral}$$

Lipchitz, yaitu :

$$\frac{1}{(r^2+z^2)^{1/2}} = \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \dots\dots\dots (2.36)$$

Dengan menggunakan hubungan dan menyatakan :

$$q = \frac{I\rho_1}{2\pi}; \dots\dots\dots (2.37)$$

Maka potensial pada masing-masing lapisan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$V_1 = q \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda_r) d\lambda + \int_0^\infty A_1(\lambda)(e^{\lambda z} + e^{-\lambda z}) J_0(\lambda_r) d\lambda \dots \dots \dots (2.38)$$

$$V_i = q \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda_r) d\lambda + \int_0^\infty \{A_i(\lambda)(e^{-\lambda z} + B_i e^{\lambda z})\} J_0(\lambda_r) d\lambda \dots \dots \dots (2.39)$$

$$V_N = q \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda_r) d\lambda + \int_0^\infty A_N(\lambda) e^{-\lambda z} J_0(\lambda_r) d\lambda \dots \dots \dots (2.40)$$

Dari hubungan (2.33) dan (2.38, 2.39, 2.40) akan didapatkan sistem persamaan syarat batas sebagai berikut (Zulkifli, 2017):

$$\int_0^\infty \{A_1(\lambda)(e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1})\} J_0(\lambda_r) d\lambda = \int_0^\infty (A_2(\lambda) e^{-\lambda h_1} + B_2 e^{\lambda h_1}) J_0(\lambda_r) d\lambda \quad (2.41a)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{q}{\rho_1} \int_0^\infty e^{-\lambda h_1} J_0(\lambda_r) d\lambda + \frac{1}{\rho_1} \int_0^\infty A_1(\lambda)(e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1}) J_0(\lambda_r) d\lambda = \\ & -\frac{q}{\rho_2} \int_0^\infty e^{-\lambda h_1} J_0(\lambda_r) d\lambda + \frac{1}{\rho_2} \int_0^\infty (-A_2(\lambda) e^{-\lambda h_1} + B_2 e^{\lambda h_1}) J_0(\lambda_r) d\lambda \dots (2.41b) \end{aligned}$$

$$\int_0^\infty (A_i(\lambda) e^{-\lambda h_1} + B_i e^{\lambda h_1}) J_0(\lambda_r) d\lambda = \int_0^\infty (A_{i+1}(\lambda) e^{-\lambda h_1} + B_{i+1} e^{\lambda h_1}) J_0(\lambda_r) d\lambda \dots \dots \dots (2.42a)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{q}{\rho_i} \int_0^\infty e^{-\lambda h_1} J_0(\lambda_r) d\lambda + \frac{1}{\rho_i} \int_0^\infty (-A_i(\lambda) e^{-\lambda h_i} + B_k e^{\lambda h_i}) J_0(\lambda_r) d\lambda = \\ & -\frac{q}{\rho_{i+1}} \int_0^\infty e^{-\lambda h_i} J_0(\lambda_r) d\lambda + \frac{1}{\rho_{i+1}} \int_0^\infty (-A_{i+1}(\lambda) e^{-\lambda h_{i+1}} + B_{i+1} e^{\lambda h_{i+1}}) J_0(\lambda_r) d\lambda \dots \dots \dots (2.42b) \end{aligned}$$

$$\int_0^\infty (A_{N-1}(\lambda) e^{-\lambda h_{N-1}} + B_{N-1} e^{\lambda h_{N-1}}) J_0(\lambda_r) d\lambda = \int_0^\infty A_N(\lambda) e^{-\lambda h_{N-1}} J_0(\lambda_r) d\lambda \dots \dots \dots (2.43a)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{q}{\rho_{N-1}} \int_0^\infty e^{-\lambda h_{N-1}} J_0(\lambda_r) d\lambda + \frac{1}{\rho_{N-1}} \int_0^\infty (-A_{N-1}(\lambda) e^{-\lambda h_{N-1}} + B_{N-1} e^{\lambda h_{N-1}}) J_0(\lambda_r) d\lambda = \\ & -\frac{q}{\rho_N} \int_0^\infty e^{-\lambda h_{N-1}} J_0(\lambda_r) d\lambda + \frac{1}{\rho_N} \int_0^\infty (-A_N(\lambda) e^{-\lambda h_{N-1}} J_0(\lambda_r) d\lambda \dots \dots \dots (2.43b) \end{aligned}$$

Karena hubungan (2.41a, 2.41b, 2.42a, 2.42b, 2.43a, 2.43b) harus berlaku untuk semua r , maka akan didapatkan (Zulkifli, 2017):

$$A_1(e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1}) - A_2 e^{-\lambda h_1} + B_2 e^{\lambda h_1} = 0$$

$$A_1 \rho_2 (e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1}) - A_2 \rho_1 e^{-\lambda h_1} + B_2 \rho_1 e^{\lambda h_1} - q(\rho_2 - \rho_1) e^{-\lambda h_1} \dots \dots \dots (2.44)$$

$$A_i \rho_1 e^{-\lambda h_i} + B_i e^{\lambda h_i} - A_{i+1} e^{-\lambda h_i} + B_{i+1} e^{\lambda h_i} = 0$$

$$\rho_{i+1} (-A_i e^{-\lambda h_i} + B_i e^{\lambda h_i}) + \rho_i A_{i+1} e^{-\lambda h_i} - \rho_i B_{i+1} e^{\lambda h_i} - q(\rho_{i+1} - \rho_i) e^{-\lambda h_i} = 0$$

.....(2.45)

$$A_{N-1} \rho_1 e^{-\lambda h_{N-1}} + B_{N-1} e^{\lambda h_{N-1}} - A_N e^{-\lambda h_{N-1}} = 0$$

$$-A_{N-1} \rho_N e^{-\lambda h_{N-1}} + B_{N-1} \rho_N e^{\lambda h_{N-1}} + A_N \rho_{N-1} e^{-\lambda h_{N-1}} - q(\rho_N - \rho_{N-1}) e^{-\lambda h_{N-1}} = 0 \dots \dots \dots (2.46)$$

Dari sistem persamaan diatas maka dapat ditentukan $A_1 \dots \dots \dots A_{N-1}$, $B_2 \dots \dots \dots B_{N-1}$, konstanta- konstanta tersebut dapat ditentukan, namun hanya satu yang perlu diperhatikan, yaitu $A_1(\lambda)$ sebab konstanta inilah yang akan bersangkutan dengan potensial di permukaan, di tempat mana akan dilakukan pengukuran. Untuk singkatnya, $A_1(\lambda)$ akan dinyatakan sebagai $A(\lambda)$ saja (Zulkifli, 2017).

II.4.6 Penerapan untuk Model Bumi Homogen dan Model Bumi Dua Lapis

1. Model Bumi Homogen (satu lapis)

Untuk model bumi homogen dimana potensialnya adalah (Zulkifli, 2017):

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}}$$

Maka,

$$A(\lambda) = 0 \dots \dots \dots (2.47)$$

2. Model Bumi dua lapis (h₂=∞)

Sistem persamaan (2.44,2.45,2.46) untuk model dua lapis adalah (Zulkifli, 2017):

$$A_1(e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1}) - A_2e^{-\lambda h_1} + B_2e^{\lambda h_1} = 0$$

$$A_1\rho_2(e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1}) - A_2\rho_1e^{-\lambda h_1} + B_2\rho_1e^{\lambda h_1} - q(\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda h_1} = 0$$

Solusi dari persamaan diatas dan jika $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = k_{12}$, maka koefisien refleksi batas, yaitu :

$$A(\lambda) = q \frac{k_{12}e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_{12}e^{-2\lambda h_1}}$$

$$= q(k_{12}e^{-2\lambda h_1} + k_{12}^2e^{-4\lambda h_1} + \dots + k_{12}^ne^{-2\lambda nh_1})$$

$$= q \sum_{n=1}^{\infty} k_{12}^ne^{-2\lambda nh_1} \dots \dots \dots (2.48)$$

Sehingga persamaan potensial pada lapisan pertama adalah :

$$V(r, z) = q \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda + q \int_0^{\infty} \sum k_{12}^ne^{-(2\lambda nh_1+z)\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda +$$

$$q \int_0^{\infty} \sum k_{12}^ne^{(2\lambda nh_1+z)\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda \dots \dots \dots (2.49)$$

3. Model Bumi Tiga Lapis (h₃=∞)

Sistem persamaan (2.44,2.45,2.46) untuk model dua lapis adalah (Zulkifli, 2017):

$$A_1(e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1}) - A_2e^{-\lambda h_1} + B_2e^{\lambda h_1} = 0$$

$$A_1\rho_2(e^{\lambda h_1} + e^{-\lambda h_1}) - A_2\rho_1e^{-\lambda h_1} + B_2\rho_1e^{\lambda h_1} - q(\rho_2 - \rho_1)e^{-\lambda h_1} = 0$$

$$A_2\rho_1e^{-\lambda h_2} + B_2e^{\lambda h_2} - A_3e^{-\lambda h_2} = 0$$

$$-A_2\rho_3e^{-\lambda h_3} + B_2\rho_3e^{\lambda h_2} + A_N\rho_2e^{-\lambda h_2} - q(\rho_3 - \rho_2)e^{-\lambda h_2} = 0 \dots \dots \dots (2.50)$$

jika $\frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2} = k_{23}$, maka koefisien refleksi batas, yaitu

$$A(\lambda) = q \frac{k_{12}e^{-2\lambda h_1} + k_{23}e^{-2\lambda h_2}}{1 - k_{12}e^{-2\lambda h_1} + k_{23}e^{-2\lambda h_2} + k_{12}k_{23}e^{-2\lambda(h_2-h_1)}} \dots \dots \dots (2.51a)$$

Dalam kasus ini, h₁=d₁ dan h₂=d₁+d₂, sehingga dapat dituliskan :

$$A(\lambda) = q \frac{k_{12}e^{-2\lambda d_1} + k_{23}e^{-2\lambda(d_1+d_2)}}{1 - k_{12}e^{-2\lambda d_1} + k_{23}e^{-2\lambda(d_1+d_2)} + k_{12}k_{23}e^{-2\lambda d_2}} \dots (2.51b)$$

Didefinisikan $A = \theta(\lambda)$, dimana $\theta(\lambda)$ merupakan konstanta yang berubah-ubah terhadap λ . Sehingga persamaan (2.48) dan (2.51) dirumuskan sebagai berikut (Zulkifli, 2017):

1. Untuk Bumi Dua Lapis

$$\theta(\lambda) = q \frac{k_{12}e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_{12}e^{-2\lambda h_1}} \dots (2.52)$$

Untuk Bumi Tiga Lapis

$$\theta(\lambda) = q \frac{k_{12}e^{-2\lambda d_1} + k_{23}e^{-2\lambda(d_1+d_2)}}{1 - k_{12}e^{-2\lambda d_1} + k_{23}e^{-2\lambda(d_1+d_2)} + k_{12}k_{23}e^{-2\lambda d_2}} \dots (2.53)$$

II.4.7 Fungsi Transformasi Resistivitas

Untuk model bumi N lapis, potensial disuatu titik permukaan bumi yang berjarak r dari sebuah sumber dapat diturunkan dari persamaan (2.39) untuk $z = 0$, maka akan diperoleh:

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\int_0^\infty J_0(\lambda_r) d\lambda + \int_0^\infty 2\theta(\lambda) J_0(\lambda_r) d\lambda \right] \dots (2.54)$$

Diketahui (Zulkifli, 2017) :

$$T(\lambda) = [1 + 2\theta(\lambda)] \dots (2.55)$$

Sehingga, potensial di permukaan dapat dinyatakan sebagai, (koefoed,1990; Andi Zulkifli, 2017):

$$V(r, 0) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty T(\lambda) J_0(\lambda_r) d\lambda \dots (2.56)$$

seperti yang telah dibahas. bahwa dalam praktek, arus dialirkan dengan menggunakan sepasang elektroda arus, sehingga jika jarak antara kedua elektroda

arus tersebut 2S, maka gradien total di titik tengah dua sumber yang mempunyai polaritas berlawanan tersebut adalah (Zulkifli, 2017) :

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)_{r=s} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{d}{dr} \left(\int_0^\infty T(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \right) \right\}_{r=s} \dots\dots\dots (2.57)$$

Dalam teori fungsi Bessel berlaku hubungan $\frac{dJ_0(x)}{dx} = -J_1(x)$ (Koefoed, 1990) dengan menggunakan hubungan ini, maka untuk persamaan (2.58) akan didapatkan (Zulkifli, 2017) :

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)_{r=s} = -\frac{1}{\pi} \left\{ \frac{d}{dr} \left(\int_0^\infty T(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \right) \right\}_{r=s} \dots\dots\dots (2.58)$$

Untuk aturan Schlumberger, berlaku hubungan (Zulkifli, 2017):

$$\rho_{as}(S) = -\frac{\pi s^2}{I} \left(\frac{dv}{dr}\right)_{r=s} \dots\dots\dots (2.59)$$

Substitusi persamaan (2.61) ke persamaan (2.62), maka akan didapatkan (Zulkifli, 2017) :

$$\rho_{as}(S) = S^2 \int_0^\infty T(\lambda) J_1(\lambda s) d\lambda \dots\dots\dots (2.60)$$

$T(\lambda)$ disebut transformasi dari fungsi resistivitas semu singkatnya disebut transformasi resistivitas (Zulkifli, 2017).

Seperti halnya dengan $A(\lambda)$, maka $T(\lambda)$ juga merupakan fungsi yang bergantung kepada parameter-parameter lapisan (resistivitas dan ketebalan). Dari persamaan (2.50, 2.51, 2.54) dan persamaan (2.58) aka diperoleh hasil sebagai berikut (Zulkifli, 2017).

1. Model Bumi Homogen

$$T(\lambda) = \rho_1 \dots\dots\dots (2.61)$$

2. Model Bumi Dua Lapis

$$T(\lambda) = \rho_1 \frac{1+k_{12}e^{-2\lambda d_1}}{1-k_{12}e^{-2\lambda h_1}} \dots\dots\dots (2.62)$$

3. Model Bumi Tiga Lapis

$$T(\lambda) = \rho_1 \frac{(1+k_{12}k_{23}e^{-2\lambda d_2})+(k_{12}e^{-2\lambda d_1}+k_{23}e^{-2\lambda(d_2+d_1)})}{(1+k_{12}k_{23}e^{-2\lambda d_2})-(k_{12}e^{-2\lambda d_1}+k_{23}e^{-2\lambda(d_2+d_1)})} \dots\dots\dots (2.63)$$

II.4.8 Fungsi Kernel

Nilai resistivitas semu yang didapatkan di lapangan dimasukkan kedalam persamaan fungsi kernel untuk menentukan resistivitas dan ketebalan lapisan. Tahap awal dari interpretasi pengukuran resistivitas lapisan bumi adalah penelusuran analitik fungsi Kernel $K(\lambda)$ dan fungsi resistivitas $T(\lambda)$ sebagai fungsi yang hanya bergantung pada parameter-parameter lapisan. Untuk hal tersebut, langkah pertama dengan meninjau potensial di permukaan yang didefinisikan sebagai (Zulkifli, 2017):

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty (1 + 2\theta(\lambda))J_0(\lambda_r)d\lambda \dots\dots\dots (2.64)$$

Dengan mendefinisikan (Zulkifli, 2017)

$$K_1(\lambda) = (1 + 2\theta(\lambda)) \dots\dots\dots (2.65)$$

Selanjutnya persamaan (2.66) ditulis dalam bentuk :

$$V = \frac{I\rho_1}{2\pi} \int_0^\infty K_1(\lambda)J_0(\lambda_r)d\lambda \dots\dots\dots (2.66)$$

Dengan $K_1(\lambda)$ adalah fungsi Kernel. Fungsi kernel menghubungkan nilai potensial (V) yang diukur di permukaan dengan resistivitas lapisan. Melalui persamaan (2.66) dapat diperoleh fungsi Kernel ($K_1(\lambda)$) untuk setiap kasus lapisan, akan tetapi rumitnya penentuan perhitungan pada kasus dengan beberapa lapisan, sehingga fungsi Kernel ($\theta_1(\lambda)$) didekati dengan hubungan arus balik yang

dikemukakan oleh Pekeris (1940), Langkah pertama adalah menambahkan $e^{-\lambda h_1}$ pada kedua ruas persamaan (2.45a) dirumuskan $B = x \cdot q$ dimana x merupakan konstanta yang berubah-ubah terhadap λ . Sehingga menghasilkan persamaan berikut (Zulkifli, 2017) :

$$1 + \theta_i(\lambda) + x_i(\lambda) e^{2\lambda h_i} = 1 + \theta_{i+1}(\lambda) + x_{i+1}(\lambda) e^{2\lambda h_i} \dots\dots\dots (2.67)$$

dan membagi kedua suku-suku yang bersesuaian dari persamaan (2.45b) yaitu :

$$\frac{1}{\rho_1} [1 + \theta_i(\lambda) - x_i(\lambda) e^{2\lambda h_i}] = \frac{1}{\rho_i} [1 + \theta_{i+1}(\lambda) - x_{i+1}(\lambda) e^{2\lambda h_i}] \dots\dots\dots (2.68)$$

Maka diperoleh :

$$\rho_1 \left[\frac{1 + \theta_i(\lambda) + x_i(\lambda) e^{2\lambda h_i}}{1 + \theta_i(\lambda) - x_i(\lambda) e^{2\lambda h_i}} \right] = \rho_{i+1} \left[\frac{1 + \theta_{i+1}(\lambda) + x_{i+1}(\lambda) e^{2\lambda h_i}}{1 + \theta_{i+1}(\lambda) - x_{i+1}(\lambda) e^{2\lambda h_i}} \right] \dots\dots\dots (2.69)$$

Diperkenalkan suatu fungsi untuk setiap lapisan yang dinotasikan sebagai $K_i(\lambda)$ dan didefinisikan sebagai (Zulkifli, 2017):

$$K_i(\lambda) = \left[\frac{1 + \theta_i(\lambda) + x_i(\lambda) e^{2\lambda h_i}}{1 + \theta_i(\lambda) - x_i(\lambda) e^{2\lambda h_i}} \right] \dots\dots\dots (2.70)$$

Karena pada permukaan h_{i-1} adalah nol dan $\theta_i(\lambda) = x_i(\lambda)$, maka fungsi $K_i(\lambda)$ ditulis sebagai $K_1(\lambda)(1 + 2\theta(\lambda))$. Persamaan yang sama dengan fungsi Kernel, dengan mensubstitusi persamaan (2.69) ke persamaan (2.70) maka diperoleh (Zulkifli, 2017):

$$\rho_i \left[\frac{1 + \theta_i(\lambda) + x_i(\lambda) e^{2\lambda h_i}}{1 + \theta_i(\lambda) - x_i(\lambda) e^{2\lambda h_i}} \right] = \rho_{i+1} \cdot K_{i+1}(\lambda) \dots\dots\dots (2.71)$$

membagi penyebut dan pembilang persamaan (2.71) dengan $(x_i(\lambda))$ akan diperoleh (Zulkifli, 2017):

$$\frac{1 + \theta_i(\lambda)}{x_i(\lambda)} = e^{2\lambda h_i} \frac{K_i(\lambda) + 1}{K_i(\lambda) - 1} \dots\dots\dots (2.72)$$

selanjutnya membagi pembilang dan penyebut ruas kiri persamaan (2.72) dengan $x_i(\lambda)$, kemudian mensubstitusi persamaan (2.71) ke persamaan tersebut sehingga diperoleh (Zulkifli, 2017) :

$$\rho_i \left[\frac{(K_i(\lambda)+1)e^{2\lambda h_i} + (K_i(\lambda)-1)e^{2\lambda h_i}}{(K_i(\lambda)+1)e^{2\lambda h_i} - (K_i(\lambda)-1)e^{2\lambda h_i}} \right] = \rho_{i+1} \cdot K_{i+1}(\lambda) \dots\dots\dots (2.73)$$

lebih lanjut, membagi pembilang dan penyebut ruas kiri persamaan (2.73) dengan $e^{2\lambda h_{i-1}}$, dan memperkenalkan notif d_i untuk ketebalan lapisan ($h_i - h_{i-1}$) serta notasi ρ_i untuk $\left(\frac{\rho_i}{\rho_{i+1}}\right)$, sehingga persamaan (2.74) ditulis dalam bentuk

(Zulkifli, 2017):

$$K_1(\lambda) = \rho_i \left[\frac{K_i(\lambda)(e^{2d_i+1}) - (e^{2(e^{2\lambda d_i-1})} - 1)}{(e^{2d_i+1}) - K_i(\lambda)(e^{2d_i+1})} \right] \dots\dots\dots (2.74)$$

Dengan memperhatikan definisi dari tangen hiperbolik berikut (Zulkifli, 2017):

$$\frac{(e^{2\lambda d_i-1})}{(e^{2d_i+1})} = \tanh(\lambda d_i) \dots\dots\dots (2.75)$$

maka persamaan (2.76) ditulis dalam bentuk (Zulkifli, 2017):

$$K_i(\lambda) = \rho_i \left[\frac{K_{i+1}(\lambda) + \rho_i \tanh(\lambda d_i)}{\rho_i - K_{i+1}(\lambda) \tanh(\lambda d_i)} \right] \dots\dots\dots (2.76)$$

Selanjutnya memperhatikan fungsi transformasi resistivitas yang dirumuskan sebagai berikut (Zulkifli, 2017):

$$T_i(\lambda) = \rho_i K_i(\lambda) \dots\dots\dots (2.77)$$

Mensubstitusi persamaan (2.76) ke persamaan (2.77) akan diperoleh rumusan fungsi transformasi resistivitas ($T_i(\lambda)$) sebagai berikut (Zulkifli, 2017):

$$T_i(\lambda) = \left[\frac{\frac{T_{i+1}(\lambda) + \rho_i \tanh(\lambda d_i)}{1 + \frac{T_{i+1}(\lambda) + \rho_i \tanh(\lambda d_i)}{\rho_i}}}{\rho_i} \right] \dots\dots\dots (2.78)$$

Atau

$$T_{i+1}(\lambda) = \left[\frac{T_i(\lambda) + \rho_i \tanh(\lambda d_i)}{1 + \frac{T_i(\lambda) + \rho_i \tanh(\lambda d_i)}{\rho_i}} \right] \dots \dots \dots (2.79)$$

Perhitungan persamaan (2.60) dapat dilakukan dengan metode filter linier yang secara umum dinyatakan oleh persamaan berikut (Zulkifli, 2017) :

$$\rho_1 = \sum_{j=\gamma}^{\alpha} f_j T_{j-1} \dots \dots \dots (2.80)$$

$i = 0, 1, 2, 3, \dots$

Dimana, untuk konfigurasi Schlumberger : $\alpha = 10$ dan $\gamma = -2$, f_i adalah nilai koefisien filter linier dan nilainya dapat dilihat pada Tabel 2.2 sebagai berikut:

f_{-2}	f_{-1}	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}
0.0225	0.0336	0.2525	0.8183	1.6448	-2.7841	1.3396	-0.439	0.1605	-0.0746	0.0416	-0.0262	0.0105

Gambar 2.9 Nilai koefisien filter linier (Nyman, 1977)

II.5 Metode Geolistrik Tahanan Jenis (*resistivity*)

Nilai daya hantar listrik batuan dipengaruhi faktor sifat batuan, kandungan elektrolit padat maupun cair. Pada metode tahanan jenis batuan, dianggap sebagai media penghantar listrik. Intensitas arus yang mengalir (I) dalam batuan dipengaruhi oleh potensial listrik (V) dan tahanan listrik (R) dari batuan tersebut. Hubungan arus listrik, tahanan, dan potensial listrik:

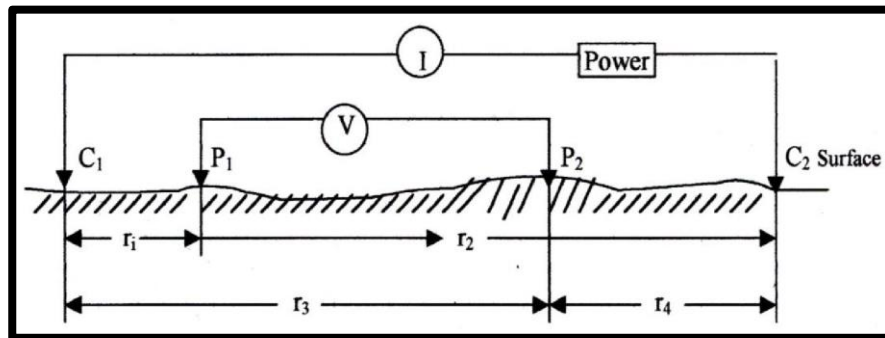
$$V = I \cdot R \dots \dots \dots (2.81)$$

Di mana:

V = potensial listrik (volt)

I = arus listrik (ampere)

R = tahanan listrik (ohm)



Gambar 2.10 Susunan dua pasang elektroda arus (C1 dan C2) dan elektroda potensial (P1 dan P2) dengan konfigurasi schlumberger.

Metode resistivity dapat dibedakan berdasarkan tujuannya, yakni resistivity mapping dan resistivity sounding. Metode resistivity mapping merupakan metode resistivity yang bertujuan untuk mempelajari variasi resistivitas lapisan bawah permukaan secara horizontal. Oleh karena itu pada metode ini dipergunakan konfigurasi elektroda yang sama untuk semua titik pengamatan di permukaan bumi.

Metode resistivity sounding bertujuan untuk mempelajari variasi nilai resistivitas batuan di bawah permukaan secara vertikal. Pengukuran pada suatu titik dilakukan dengan cara mengubah-ubah jarak elektroda. Perubahan elektroda ini dilakukan dengan memulai dari jarak elektroda kecil kemudian membesar secara gradual. Elektroda ini sebanding dengan kedalaman lapisan batuan terdeteksi. Semakin besar jarak elektroda tersebut maka makin dalam lapisan batuan yang dapat diselidiki.

II.5.1 Teknik Pengambilan Data geolistrik tahanan jenis

Dalam melakukan eksplorasi tahanan jenis diperlukan pengetahuan mengenai posisi pengamatan terhadap sumber arus. Perbedaan letak titik akan mempengaruhi besar medan listrik yang akan diukur. Metode yang biasa digunakan pada pengukuran resistivitas yaitu dengan menginjeksikan arus listrik ke dalam bumi dengan menggunakan dua elektroda arus (C_1 dan C_2) dan pengukuran beda potensial menggunakan dua elektroda potensial (P_1 dan P_2).

Dengan:

$$R_1 = \text{jarak dari } P_1 \text{ dan } C_1$$

$$R_2 = \text{jarak dari } P_1 \text{ dan } C_2$$

$$R_3 = \text{jarak dari } P_2 \text{ dan } C_1$$

$$R_4 = \text{jarak dari } P_2 \text{ dan } C_2$$

Besaran koreksi terhadap perbedaan letak titik pengamatan dikenal dengan faktor geometri. Beda potensial yang terjadi antara dua elektroda potensial P_1 dan P_2 , yang ditimbulkan oleh injeksi arus listrik pada dua elektroda arus C_1 dan C_2 dapat dihitung dengan:

$$\Delta V = V_{P_1} - V_{P_2} \dots \dots \dots (2.82)$$

$$\Delta V = \left[\left\{ \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right\} - \left\{ \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} \right) \right\} \right] \dots \dots \dots (2.83)$$

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \dots \dots \dots (2.84)$$

Dari besarnya arus yang diinjeksi dan nilai beda potensial yang terukur, maka nilai resistivitas dapat dihitung dengan menggunakan persamaan:

$$\rho = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)} \frac{\Delta V}{I} \dots\dots\dots(2.85)$$

Dapat diubah menjadi:

$$\rho_a = K \frac{\Delta V}{I} \dots\dots\dots(2.86)$$

Dimana K adalah faktor geometri yang bergantung dari jarak antar elektroda yang digunakan.

II.5.2 Konfigurasi elektroda pada metode geolistrik

Berbagai macam aturan dalam menempatkan keempat elektroda yang digunakan dalam mengukur nilai resistivitas disebut konfigurasi elektroda. Beberapa konfigurasi elektroda yang sering digunakan:

1. Konfigurasi wenner
2. Konfigurasi schlumberger
3. Konfigurasi dipole-dipole

Masing-masing dari konfigurasi memiliki keunggulan dan kekurangan. Satu konfigurasi memungkinkan untuk menjadi solusi dari permasalahan yang dihadapi, tapi tidak dengan konfigurasi lain. Maka dari itu sebelum melakukan pengukuran, harus diketahui dengan jelas tujuannya sehingga kita dapat memilih jenis konfigurasi yang akan digunakan(Telford dkk,1990).

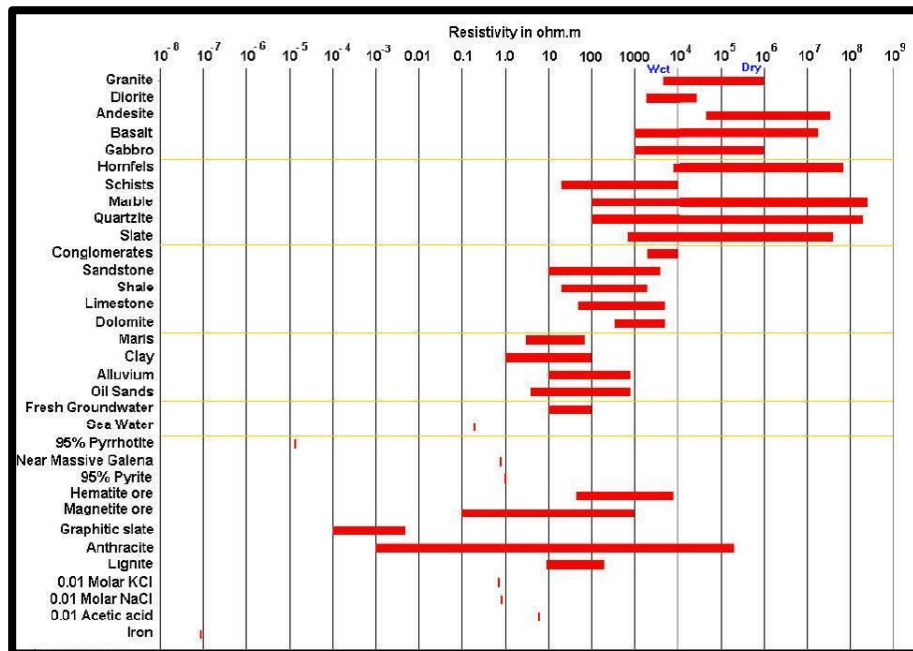
Pada penelitian ini akan digunakan konfigurasi schlumberger. Metode resistivitas dengan konfigurasi Schlumberger dilakukan dengan cara mengkondisikan spasi antar elektrode potensial adalah tetap sedangkan spasi antar elektrode arus berubah secara bertahap (Sheriff, 2002).

Pengukuran resistivitas suatu titik sounding dilakukan karena jarak antar elektroda ini sebanding dengan kedalaman lapisan batuan yang terdeteksi. Semakin besar jarak elektrode maka makin dalam lapisan batuan yang dapat diselidiki. Interpretasi data resistivitas didasarkan pada asumsi bahwa bumi terdiri dari lapisan-lapisan tanah dengan ketebalan tertentu dan mempunyai sifat kelistrikan homogen isotrop, dimana batas antara lapisan dianggap horisontal. Sehingga Konfigurasi schlumberger untuk titik sounding diharapkan dapat menggambarkan hasil irisan melintang resistivitas yang dapat digunakan untuk mendeteksi keberadaan air.

II.6. Hubungan antara geologi dan resistivitas batuan

Memberikan nilai resistivitas dari beberapa jenis material dan batuan bergantung dari derajat kekompakan dan besarnya persentase kandungan fluida yang mengisi rongga pada batuan. Bagaimanapun nilai dari resistivitas batuan biasanya tumpang tindih. Berikut tabel nilai resistivitas batuan (tabel 2.3).

Tahanan jenis dengan kuat arus memiliki hubungan berbanding terbalik. Semakin besar nilai tahanan jenis suatu bahan maka arus listrik semakin sulit mengalir. Sebaliknya, semakin kecil nilai tahanan jenis suatu bahan maka semakin arus listrik semakin mudah mengalir melalui bahan tersebut.



Gambar 2.11 Daftar nilai resistivitas batuan dan air (Loke, 2004)

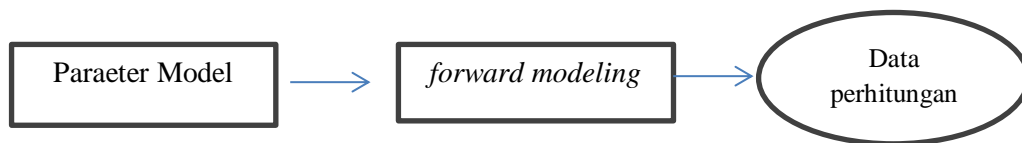
II.7 Pemodelan Geofisika

Dalam geofisika, model dan parameter model digunakan untuk mengkarakterisasi suatu kondisi geologi bawah permukaan. Pemodelan merupakan proses estimasi model dan parameter model berdasarkan data yang diamati di permukaan bumi (Grandis, 2009).

II.7.1 Pemodelan ke Depan

Pemodelan kedepan (*forward modeling*) menyatakan proses perhitungan “data” yang secara teoritis akan teramati di permukaan bumi jika diketahui harga parameter model bawah-permukaan tertentu (Grandis, 2009).

Untuk memperoleh kesesuaian antara data teoritis dengan data lapangan dapat dilakukan proses coba-coba dengan mengubah harga parameter model. Harga parameter model awal dan perubahan harga parameter model tersebut perlu diperkirakan dengan baik agar diperoleh respons yang makin dekat dengan data. Semakin kompleks hubungan antara data dengan parameter model maka semakin sulit proses coba-coba tersebut. Adanya informasi tambahan dari data geologi maupun data geofisika lainnya dapat membantu penentuan model awal. Sementara itu, pengetahuan mengenai karakteristik fenomena atau mekanisme fisik yang ditinjau dapat membantu perkiraan parameter yang perlu diubah dan sejauh mana perubahan perlu dilakukan (Grandis, 2009).



Gambar 2.12 proses pemodelan kedepan (*forward modeling*) untuk menghitung respons (data teoritik atau data perhitungan) dari suatu model tertentu (Grandis, 2009).

II.7.2 Pemodelan Inversi

Untuk menggambarkan kondisi bawah permukaan perlu diketahui dua hal dasar yaitu model dan parameter model. Proses untuk memperkirakan model dan parameter model didasarkan pada data observasi di permukaan bumi. Data hasil pengamatan merupakan respon yang timbul karena adanya variasi sifat fisis dalam hal ini adalah resistivitas (Lestari dkk., 2019). Pemodelan inversi (*inverse modeling*) sering dikatakan sebagai “kebalikan” dari pemodelan ke depan karena dalam pemodelan inversi, parameter model diperoleh secara langsung dari data. Menke (1984) mendefinisikan teori inversi sebagai suatu kesatuan teknik atau metode matematika dan statistika untuk

memperoleh informasi yang berguna mengenai suatu sistem fisika berdasarkan observasi terhadap sistem tersebut. Sistem fisika yang dimaksud adalah fenomena yang kita tinjau, hasil observasi terhadap sistem adalah data sedangkan informasi yang ingin diperoleh dari data adalah model atau parameter model (Grandis, 2009).

Di dalam proses inversi, kita melakukan analisis terhadap data lapangan dengan cara melakukan *curve fitting* (pencocokan kurva) antara model matematika dan data lapangan. Tujuan dari proses inversi adalah untuk mengestimasi parameter fisis batuan yang tidak diketahui sebelumnya (*unknown* parameter).

Kesesuaian antara respons model dengan data pengamatan umumnya dinyatakan oleh suatu fungsi objektif yang harus diminimumkan. Proses pencarian minimum fungsi objektif tersebut berasosiasi dengan proses pencarian model optimum. Dalam kalkulus, jika suatu fungsi mencapai minimum maka turunannya terhadap variabel yang tidak diketahui di titik minimum tersebut berharga nol. Karakteristik minimum suatu fungsi tersebut digunakan untuk pencarian parameter model. Secara umum, model dimodifikasi sedemikian hingga respons model menjadi *fit* dengan data. Dalam proses tersebut jelas bahwa pemodelan inversi hanya dapat dilakukan jika hubungan antara data dan parameter model (fungsi pemodelan ke depan) telah diketahui (Grandis, 2009).

Pada metode geolistrik 1D, model resistivitas bawah permukaan di bawah suatu titik dapat dianggap sebagai model berlapis horizontal karena resistivitas hanya bervariasi sebagai fungsi dari kedalaman (sumbu z). Respons model tersebut

berupa resistivitas-semu sebagai fungsi yang dapat dihitung dengan menggunakan suatu persamaan tertentu.

Perbedaan antara pemodelan ke depan dengan pemodelan inversi dapat kita tinjau dari suatu masalah sederhana yaitu temperatur tanah terhadap kedalaman. Jika diketahui bahwa temperatur bervariasi secara linier terhadap kedalaman maka persamaan matematik yang mempresentasikan fenomena tersebut adalah persamaan garis lurus T (temperatur) sebagai fungsi dari z (kedalaman) atau $T = a + bz$. Dalam hal ini parameter model adalah a yang menyatakan perpotongan garis terhadap koordinat (sumbu T) dan b menyatakan kemiringan atau gradien garis tersebut.

Pada pemodelan ke depan diasumsikan bahwa a dan b diketahui sehingga harga T (data) pada z tertentu dapat dihitung atau diprediksi. Dalam hal ini z adalah variabel bebas. Sebaliknya, dalam pemodelan inversi parameter model a dan b diperkirakan berdasarkan data T pada beberapa kedalaman yang berbeda, $(T_i, z_i) ; i = 1, 2, \dots, N$ (Grandis, 2009).

Inversi data geolistrik merupakan sebuah permasalahan yang kompleks. Oleh karena itu, perubahan kecil pada data dapat membawa perubahan yang besar pada model, maka perlu diberikan inisial awal (model awal) untuk mendekati seperti model yang sebenarnya. Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan memperkenalkan faktor damping (*damping factor*) ke dalam sistem persamaan (Roy, 1999). Parameter ini ditambahkan pada diagonal $\alpha^T \alpha$ yang membantu untuk meningkatkan tingkat arus langsung (*direct current*) dari

eigenvalues sehingga tidak ada nilai eigen yang dapat menjadi nol (Raju, 200; Andi Zulkifli, 2017). Solusi *damped least squares* diberikan oleh persamaan berikut :

$$\Delta m = (\alpha^T \alpha + \varepsilon^2 I)^{-1} \alpha^T \Delta d \dots\dots\dots (2.87)$$

Δm merupakan parameter vektor koreksi, Δd merupakan data vektor perbedaan data, a adalah matriks Jacobian. I adalah matriks identitas dan ε disebut faktor teredam (damping factor) (Zulkifli, 2017).

Singular Value Decomposition (SVD) adalah teknik terkenal digunakan di banyak bidang ilmu terapan termasuk ilmu bumi. Hal ini dapat dengan mudah diterapkan untuk masalah geofisika skala kecil. Hal ini secara matematis kuat dan stabil secara numerik dan juga menyediakan informasi penting lainnya tentang keadaan model dan data sehingga memungkinkan resolusi Model dan studi kovarians (Meju, 1994; Andi Zulkifli, 2017). Namun harus dicatat bahwa penggunaan SVD tidak logis untuk masalah skala besar. Masalah skala besar dapat diselesaikan baik secara eksplisit maupun implisit menggunakan metode iterasi seperti gradien konjugasi. Persamaan (2.88) dapat diselesaikan menggunakan skema SVD dalam skema inversi. Sebuah matriks $N \times N$ atau $N \times P$ matriks a dapat difaktorkan menjadi produk dari 3 matriks lainnya seperti berikut (Zulkifli, 2017) :

$$a = USV^T \dots\dots\dots (2.88)$$

Dimana, untuk data N dan P adalah parameter-parameter terukur. $U(N \times P)$ dan $V(P \times P)$ secara berturut-turut merupakan ruang data dan parameter eigenvector dan S merupakan matriks diagonal $P \times P$ yang terdiri atas r yang tidak nol dari a ,

dengan $r \leq m$. Diagonal ini masuk dalam S ($\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_p$) yang disebut *singular value* dari a. Faktorisasi ini dikenal sebagai SVD dari a (Meju, 1994). Jika SVD digunakan pada solusi *least square damped*. Persamaan (2.89) diperoleh (Zulkifli, 2017) :

$$\Delta m = (VS^2 + \varepsilon^2 I)^{-1} VSU^T \Delta d \dots \dots \dots (2.89)$$

Dengan memasukkan *damping factor* ke elemen-elemen diagonal, maka diperoleh (Zulkifli, 2017) :

$$(VS^2 V^T + \varepsilon^2 I)^{-1} = (V_{diag}(\lambda_j^2) V^T + \varepsilon^2 I)^{-1} = (V_{diag}(\lambda_j^2 + \varepsilon^2) V^T)^{-1} \dots \dots \dots (2.90)$$

Invers dari persamaan (2.90) diberikan oleh berikut (Zulkifli, 2017):

$$(V_{diag}(\lambda_j^2 + \varepsilon^2) V^T)^{-1} = V_{diag} \left\{ \frac{1}{\lambda_j^2 + \varepsilon^2} \right\} V^T \dots \dots \dots (2.91)$$

Substitusi persamaan (2.89) ke persamaan (2.91) sehingga diperoleh :

$$\Delta m = V_{diag} \left\{ \frac{1}{\lambda_j^2 + \varepsilon^2} \right\} V^T VSU^T \Delta d \dots \dots \dots (2.92)$$

Dan vektor parameter koreksi dapat dinyatakan sebagai :

$$\Delta m = V_{diag} \left\{ \frac{\lambda_j}{\lambda_j^2 + \varepsilon^2} \right\} U^T \Delta d \dots \dots \dots (2.93)$$

Persamaan (2.93) memberikan solusi *damped least square* dengan SVD. Sebuah cara untuk menentukan *damping factor* telah dikembangkan oleh Arnason dan (Andi Zulkifli, 2017) dan diberikan dengan cara berikut (Ekinci, 2008) :

$$\varepsilon = \lambda_L \Delta x^{\frac{1}{L}} \dots \dots \dots (2.94)$$

Dimana, L adalah angka percobaan mewakili *damping* setiap iterasi. Merupakan parameter *eigenvalues* dan diberikan oleh (Ekinci, 2008):

$$\Delta x_r = \frac{x_{r-1} - x_r}{x_{r-1}} \dots \dots \dots (2.95)$$

Dimana, x_{r-1} merupakan nilai ketidakcocokan yang dari iterasi sebelumnya dan x_r adalah nilai ketidakcocokan dari iterasi saat ini. Untuk persamaan (2.94) dan persamaan (2.95) digunakan untuk mengatur *damping factor* dalam tiap literasi (Zulkifli,2017).