



**KALMAN FILTERING DALAM MEMPREDIKSI LIME SATURATION  
FACTOR (LSF) DI INDUSTRI SEMEN  
(STUDI KASUS PADA PT.SEMEN BOSOWA MAROS)**

**OLEH :  
ARMAN  
H 121 98 022**

PERPLU/FAKULTAS	STATISTIKA
Tgl. Terima	24 - 7 - 2003
Asal Dari	MIPA
Banyaknya	1 (satu)
Harga	Hadiah
No. Inventaris	03 07 24 117
No. Klas	15805



**PROGRAM STUDI STATISTIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2003**

# SKRIPSI

**OLEH :**  
**ARMAN**  
**H 121 98 022**



**PROGRAM STUDI STATISTIKA**  
**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS HASANUDDIN**  
**MAKASSAR**  
**2003**

**KALMAN FILTERING DALAM MEMPREDIKSI LIME SATURATION  
FACTOR (LSF) DI INDUSTRI SEMEN  
(STUDI KASUS PADA PT.SEMEN BOSOWA MAROS)**

**OLEH :  
ARMAN  
H 121 98 022**

*Skripsi ini untuk melengkapi tugas akhir dan  
Memenuhi syarat untuk memperoleh gelar sarjana*

**PROGRAM STUDI STATISTIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2003**

**KALMAN FILTERING DALAM MEMPREDIKSI LIME SATURATION  
FACTOR (LSF) DI INDUSTRI SEMEN  
(STUDI KASUS PADA PT.SEMEN BOSOWA MAROS)**

Disetujui oleh:

Pembimbing Utama



Drs. M. Saleh AF  
Nip. 130 675 575

Pembimbing Pertama



Drs. Alimin Bado, MS  
Nip. 130 604 514

Pada tanggal, \_\_\_\_\_ Juni 2003

## KATA PENGANTAR

Assalamu Alaikum, Wr. Wb.

Tiada kata yang paling indah penulis ucapkan selain puji syukur kehadiran Allah Azza Wajallah atas Rahmat dan Hidayah-Nya sehingga penulisan skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat dan Salam tak lupa pula kita kirimkan kepada Rasulullah Shallallahu 'Alaihi Wasallam, keluarganya, sahabat-sahabatnya serta orang-orang yang tetap istiqomah meniti jalannya sampai akhir zaman.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat dalam menyelesaikan studi di Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.


Dengan segala ketulusan dan keikhlasan penulis menghaturkan terima kasih kepada yang tercinta Ibunda Dg. Rilino dan Ayahanda Muh. Alwi M. (alm) yang telah mengasuh, mendidik, membimbing dengan penuh kasih sayang semoga Allah SWT memberikan kemuliaan atas apa yang telah beliau berikan. Ucapan terima kasih penulis sampaikan pula kepada kakek Dg. Sitaba (alm) dan nenekda Opu Dg. Ripati juga kepada saudaraku Awinurdin Alwi, ST, Amirullah Alwi, S.Si., atas do'a dan dorongan yang diberikan kepada penulis. Juga kepada Rusdiana, S.Si, Adi, Hamka dan Syarifuddin serta keponakan Agusnawati, S.Si, Apt, Muliani, SH, Edo, Nani dan Maski terima kasih atas saran dan bantuannya.

Dengan segala keterbatasan, penulis menyadari bahwa tulisan ini masih jauh dari kesempurnaan dan tidak dapat terwujud tanpa bantuan dari berbagai pihak. Oleh

karena itu dengan segala kerendahan hati, penulis menyampaikan penghargaan, rasa hormat dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Bapak Drs. M. Saleh AF dan Bapak Drs. Alimin Bado, MS selaku pembimbing yang telah dengan tulus ikhlas meluangkan waktu dan pikirannya untuk memberikan petunjuk dan arahan kepada penulis hingga selesainya penulisan skripsi ini.

Ucapan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan pula kepada Bapak Drs. Daeng Idris, M.Si, Drs Lapodje Talangko dan Nurdin S.Si, M.Si selaku tim penguji ujian sarjana, dan tak lupa pula kami ucapkan terima kasih kepada Superintendent Quality Control PT. Semen Bosowa Maros Bapak Ir. Sriyono dan staf atas kerjasamanya selama penulis melakukan penelitian.

Kepada rekan-rekan sejurusan angkatan '98 L.M Rahman B, M. Asli, Andi Hendra, Rachmansyah, Lukman, Ibrahim, Azis, Hernita, Wahyuni, Nurjannah, Cheriani, Kartini, Masrifah, Robiatul, Patra, Dalmi, Rosna, Fitriah, dan juga kepada teman-teman yang lain : Muh Yusuf Arwin (Perkapalan), Achmad Zubair (Sipil), Muh Yusran (Poltek), Ahyar (Poltek), Andi Nuryasdin (Poltek), Farida (Peternakan), Vita (Peternakan), Juhardi (Tekpert), Mukhlis (Peg. Perpustakaan), Firman (Kimia), Anas Sofyan (Kimia), Gunawan (Kimia), Ochi (Stat), Lili (Stat), Ani (Stat), Sugimin (Mat), Al Ghazali Nur (Mesin), Suherman (Elektro), Budi (Perkapalan), Nur Arman (Perkapalan), Wawan (Mesin), Akbar (Mesin), Alimuddin (Mat), Yusran (Kelautan), Mandala (Kelautan), Arif (Kedokteran), Muh Hayun (Kedokteran), Hendrik (Elektro), Acchink (Mesin), Adi (Sipil), Ati (Kedokteran), Akbar (Sastra), Enal (Fisip), Ispar (Poltek) dan juga kepada teman-teman di Stand Asia : Opie, Misrul,



Abie', Luki, Adi, Kahar, Adi M, Atto, Wardi, Aris, Edi, Sofyan, Goen, Eko, Agus, Chiwank, Uchup Family atas persahabatan dan persaudaraannya, serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih atas bantuannya selama ini. Semoga Allah Azza Wajallah memberikan keridhaan dan balasan yang sebaik-baiknya.

Sebagai manusia biasa yang tidak pernah luput dari khilaf dan salah, dengan segala kekurangan, skripsi ini penulis persembahkan buat almamater tercinta sebagai suatu karya, semoga dapat memberikan manfaat bagi yang membutuhkannya.

Wassalam

Makassar, Juni 2003

Penulis

## ABSTRAK

*Kalman filtering* merupakan suatu cara alternatif dan pendekatan umum dalam peramalan statistik dan semua metode peramalan yang lain merupakan kasus khusus. Yang pada dasarnya merupakan cara alternatif memformulasikan masalah penyaringan-melalui suatu prosedur rekursif- *minimum mean square error* dengan memakai ruang keadaan. Sejak diperkenalkan pada tahun 1960 oleh R.E. Kalman telah banyak digunakan dalam bidang : satelit dan komunikasi, robotik dan kontrol sistem, navigasi, proses industri, eksplorasi geo-fisika, demografi, dsb.

Tugas akhir ini membahas tentang *Kalman Filtering* dalam memprediksi *Lime Saturation factor* (LSF)- yang merupakan salah satu parameter kualitas bahan baku di industri semen- mulai dari pembentukan model ruang keadaan, prosedur rekursif hingga menghasilkan grafik hasil prediksi *Lime Saturation factor* (LSF). Diperoleh hasil bahwa prediksi satu langkah ke depan lebih akurat dibanding beberapa langkah ke depan. Untuk prediksi satu langkah ke depan diperoleh error rata-rata 0,12098.



## ABSTRACT

Kalman filtering is one method and a general approach in statistic forecasting and the others statistical method are special case of this method. Basically, it is an alternative method to formulate filtering problem through minimum mean square error recursive procedure using state-space model. Since introduced first time by R.E. Kalman in 1960, it has been applied in many field, such as :robotic and control system, navigation, industrial process, satellite and communication, demography, geo-physics exploration, etc.

This thesis discusses about **Kalman Filtering in prediction of lime saturation factor**- which ones quality parameter in raw meal product in cement industry. Based-on **state space model of lime saturation factor** which is formulated through Autoregressive Integrated Moving Average Method and recursive procedure , the prediction result of lime saturation factor can be plotted. In fact, the prediction result of one step a head is more accurate than the prediction result of more than one step a head which the error average of prediction result one step a head is 0.12098.

## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
KATA PENGANTAR.....	i
ABSTRAK .....	iv
ABSTRACT .....	v
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR TABEL.....	viii
DAFTAR GAMBAR .....	ix
DAFTAR LAMPIRAN.....	x
DAFTAR SIMBOL.....	xi
DAFTAR ISTILAH .....	xiii
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Batasan Masalah.....	3
1.3 Tujuan dan Manfaat Penelitian.....	4
1.4 Sistematika Penelitian .....	4
BAB II PEMODELAN RUANG KEADAAN DAN KALMAN FILTERING.....	5
2.1 Pemodelan Ruang Keadaan .....	5
2.2 Kalman Filtering.....	13
2.2.1 Proses yang di-estimasi .....	14
2.2.2 Asal usul Komputasi Filter.....	15
2.2.3 Asal-usul Probabilistik Filter.....	17

2.2.4 Algoritma Kalman Filtering .....	18
2.2.5 Tuning dan Parameter Filter .....	20
BAB III PEMODELAN RUANG KEADAAN LIME SATURATION FACTOR (LSF) .....	27
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....	46
4.1 Hasil Proses Rekursif Kalman Filtering .....	46
4.2 Output Prediksi LSF Hasil Proses Rekursif Kalman Filtering .....	74
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....	83
5.1 Kesimpulan .....	83
5.2 Saran .....	83
DAFTAR PUSTAKA .....	84
LAMPIRAN .....	85

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel</b>	<b>Halaman</b>
3.1 Data Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output Hasil Pengukuran pada PT. Semen Bosowa Maros pada Tanggal 1 November 2002.....	27
3.2 Data Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output Setelah Pembedaan Pertama.....	29
3.3 Data Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input $\alpha$ , Setelah Pemutihan (Prewhitening).....	32
3.4 Data Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Output $\beta$ , Setelah Pemutihan (Prewhitening).....	34
3.5 Data Penaksiran Bobot Respon Impuls (V).....	36
3.6 Data Perkiraan Awal Komponen Noise dalam Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output.....	37
3.7 Data Gugus Residu ( $a_n$ ) Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output .....	40

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar</b>	<b>Halaman</b>
2.1 Siklus Kalman Filtering yang Sedang Berlangsung .....	19
2.2 Gambaran Lengkap Operasi Kalman Filtering .....	22
2.3 Alternatif Rekursif Kalman Filtering.....	23
3.1 Grafik Data Lime Saturation Factor (LSF) Input .....	28
3.2 Grafik Data Lime Saturation Factor (LSF) Output.....	29
3.3 Data Lime Saturation Factor (LSF) Input Setelah Pembedaan Pertama .....	30
3.4 Grafik Data Lime Saturation Factor (LSF) Output Setelah Pembedaan Pertama .....	31
3.5 Grafik Autokorelasi Noise dalam Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output .....	38
3.6 Grafik Partial Autokorelasi Noise dalam Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output .....	38
3.7 Grafik Autokorelasi Gugus Residu Akhir ( $\alpha_n$ ) dalam Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output.....	41
3.8 Grafik Partial Autokorelasi Gugus Residu ( $\alpha_n$ ) dalam Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output .....	42
3.9 Grafik Partial Autokorelasi Gugus Residu ( $\alpha_n$ ) dan Input Noise $\alpha_i$ Dalam Komposisi Kimia Bahan Baku yang Dikonversi Menjadi LSF Input dan LSF Output.....	42
4.1 Grafik Hasil Proses Rekursif Kalman Filtering Untuk Prediksi Output Satu Step Ke depan Komposisi Kimia Bahan Baku <i>Raw Meal</i> .....	74
4.2 Grafik Hasil Proses Rekursif Kalman Filtering Untuk Prediksi Output Beberapa Ramalan Ke Depan Komposisi Kimia Bahan Baku <i>Raw Meal</i> .....	81

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Gambar</b>	<b>Halaman</b>
1. Data Komposisi Kimia Raw Meal.....	85
2. Hasil Analisis X-Ray PT. Semen Bosowa Maros .....	87
3. Hasil Konversi Komposisi Kimia Raw Meal.....	89
4. Metode Pengolahan Data Pembentukan Fungsi Transfer dengan Menggunakan SPSS V.9.0 .....	91
5. Hasil Pengolahan Data Pembentukan Fungsi Transfer .....	105
6. Metode Konversi Fungsi Transfer Menjadi Ruang Keadaan dengan Menggunakan Model Auto Regressive .....	107
7. Hasil Rekursif Kalman Filtering dengan Menggunakan Software Mathlab V.5.0.....	108
8. Hasil Prediksi LSF Output Komposisi Kimia Bahan Baku Raw Meal.....	175
9. Hasil Prediksi LSF Output Kedepan Komposisi Kimia Bahan Baku Raw Meal .....	177

## DAFTAR SIMBOL



- $Y_t$  = Deret output
- $X_t$  = Deret input
- $N_t$  = Noise
- $a_t$  = Nilai gangguan random
- $X_t'$  = Pembedaan (*diffrencing*) pertama
- $X_t''$  = Pembedaan (*diffrencing*) kedua
- $\phi_x$  = Operator autoregressive
- $\theta_x$  = Operaor moving average
- $\alpha_t$  = White noise
- $r_k$  = Koefisien korelasi untuk *time lag* ke k
- $r_{xy}$  = Koefisien korelasi silang
- $C_{xy}$  = Kovarians silang
- $v_k$  = Bobot respon impuls
- $S_\alpha$  = Standar deviasi untuk  $\alpha$
- $S_\beta$  = Standar deviasi untuk  $\beta$
- $n$  = Jumlah pengamatan  $a_t$
- $m$  = Waktu tunda terbesar yang diperhatikan
- $r(k)$  = Autokorelasi untuk waktu tunda k
- $df$  = Derajat bebas

- $n^*$  = Nilai maksimum  $(s+b+P_n)$ , dimana  $P_n$  adalah jumlah parameter AR pada model ARIMA deret input  $(X_t)$
- $x_k$  = Vektor keadaan pada saat  $t_k$  ( $n \times 1$ )
- $\phi_k$  = Matriks transisi ( $n \times n$ )
- $W_k$  = Noise proses ( $n \times 1$ ) diasumsikan sebagai “white sequence” dengan struktur kovariansi diketahui
- $Z_k$  = Vektor ( $m \times 1$ ) pengukuran pada saat  $t_k$
- $H_k$  = Matriks ( $m \times n$ ) yang memberikan koneksi ideal (tanpa noise) antara pengukuran dengan vektor keadaan pada saat  $t_k$
- $V_k$  = Noise pengukuran ( $m \times 1$ ) diasumsikan sebagai suatu “white sequence” dengan struktur kovarians yang diketahui
- $\hat{x}_k^-$  = Estimasi keadaan a priori
- $e_k^-$  = Error estimasi
- $p_k^-$  = Kovarians error estimasi a priori
- $p_k$  = kovarians error estimasi a posteriori
- $K_k$  = Kalman gain
- $Q$  = Kovarians noise proses
- $R$  = Kovarians noise pengukuran



## DAFTAR ISTILAH

### 1. Autokorelasi

Istilah ini digunakan untuk menjelaskan asosiasi atau ketergantungan bersama antara nilai-nilai suatu deret berkala yang sama pada periode waktu yang berlainan. Pola dari koefisien-koefisien autokorelasi sering digunakan untuk menetapkan ada atau tidak adanya faktor musiman (seasonality) didalam deret berkala tertentu untuk menentukan model deret berkala yang tepat pada situasi tertentu dan untuk menentukan adanya kestasioneran data.

### 2. Autoregressive

Adalah suatu bentuk regresi tetapi bukan yang menghubungkan variabel tak bebas dengan variabel bebas, melainkan menghubungkan nilai-nilai sebelumnya (past values) diri sendiri(masing-masing variabel) pada time lag (selang waktu) yang bermacam-macam. Jadi suatu model autoregressive akan menyatakan suatu ramalan sebagai fungsi nilai-nilai sebelumnya dari deret berkala tertentu

### 3. Koefisien korelasi

Hubungan ukuran standarisasi antara dua variabel, kita sebut X dan Y. Umumnya dibuat sebagai  $r$ , nilainya berkisar antara  $-1$  dan  $+1$ , menunjukkan hubungan negatif yang kuat, setelah nol, menjadi asosiasi positif kuat. Koefisien korelasi adalah kovarian di antara sepanjang variabel yang distandarisasikan.

### 4. Kovarians

Merupakan variasi bersama antara dua variabel, misalkan X dan Y. Selang nilai covarian tidaklah terbatas (dari besar negatif sampai ke besar positif). Namun jika

variabel X dan Y distandarkan terlebih dahulu, maka kovariansnya akan sama dengan korelasi dan nilainya berkisar antara  $-1$  dan  $+1$ .

#### 5. Korelasi Silang

Adalah ukuran hubungan (measure of association), yang telah distandarkan, antara satu deret berkala dengan nilai-nilai masalah, saat ini dan yang akan datang dari deret berkala lainnya.

#### 6. Kovarians Silang

Adalah ukuran hubungan antara nilai-nilai saat ini dari suatu variabel dengan nilai-nilai masa lalu, sekarang dan masa depan dari variabel deret berkala yang lain. Karena nilai-nilai ini tidak perlu distandarkan, maka nilai kovarians silang berkisar dari bilangan besar negatif sampai kebesar positif

#### 7. Perbedaan (differencing)

Jika suatu deret berkala tidak stasioner, ia seringkali dapat distasionerkan dengan jalan membuat perbedaan pertama (first differences) deret berkala tersebut ( yaitu membuat deret berkala baru dari perbedaan yang berurutan, Jika perbedaan pertama tidak menstasionerkan data, maka perbedaan pertama dari perbedaan pertama dapat dilakukan atau yang disebut perbedaan orde kedua.

#### 8. Estimasi (penaksiran)

Penaksiran berisi penemuan-penemuan nilai-nilai yang sesuai untuk parameter-parameter sebuah persamaan dengan suatu cara sehingga beberapa criteria dapat dioptimasi

## 9. Filter

Maksud penyaring disini seperti halnya yang dikembangkan dalam teknik, adalah untuk menghilangkan variasi random (frekuensi tinggi atau rendah), sehingga hanya pattern yang benar yang ditetapkan. Penerapannya terhadap peramalan deret berkala, pada umumnya filter-filter meliputi satu atau lebih parameter yang digunakan untuk membebani nilai histories dari rangkaian tersebut, atau dari rangkaian residual dalam beberapa cara yang optimal sehingga dapat menghilangkan kerandoman.

## 10. Impulse response weights (Bobot respon impuls)

Apabila sebuah input deret berkala  $X$  pengaruhnya terhadap variabel output  $Y$  dalam sebuah system dinamis terhadap seluruh periode waktu yang akan datang, kemudian susunan bobot yang mendefinisikan hubungan ini disebut fungsi respon impuls. Metode fungsi transfer memperkirakan bobot respon impuls ini sebagai bagian dari metode untuk mengestimasi nilai parameter dalam model akhir.

## 11. Integrasi (Integrated)

Seringkali ia merupakan bagian model-model deret berkala (I dalam model ARIMA) di mana satu atau lebih perbedaan-perbedaan deret berkala tercakup dalam model. Istilah itu datang dari suatu kenyataan bahwa rangkaian yang asli dapat dilukiskan kembali dari sebuah rangkaian yang berbeda dengan proses integrasi.

## 12. Lead Time (waktu tenggang)

Istilah ini menunjukkan selang waktu antara dua kejadian, apabila salah satu harus mendahului yang lain. Dalam banyak inventory dan system pemasukan pesanan, waktu penentu merupakan selang antara waktu apabila suatu pesanan ditempatkan dan waktu apabila ia benar-benar dikirimkan

## 13. Parameter

Karakteristik dari suatu populasi seperti nilai rata-rata atau deviasi disebut parameter.

## 14. Partial autocorrelation (Autokorelasi Partial)

Ukuran korelasi ini dipakai untuk menunjukkan besarnya hubungan antara nilai suatu variabel saat ini dengan nilai sebelumnya dari variabel yang sama dengan menganggap pengaruh dari semua keterlambatan waktu lainnya adalah konstan. Jadi nilai ini benar-benar bersifat analog dengan korelasi parsial tetapi mengacu pada variabel tunggal.

## 15. Partial correlation (Korelasi Parsial)

Statistik ini memberikan suatu ukuran keeratan antara sebuah variabel tak bebas dengan satu atau lebih variabel bebas lainnya dianggap konstan.

## 16. Prewhitening (Pemutihan)

Dalam pemodelan fungsi tranfer, suatu deret input  $X$  mempengaruhi variable output  $Y$  secara dinamis selama periode waktu mendatang. Untuk mempelajari fungsi tranfer itu sendiri, biasa dilakukan untuk membuat  $X$  sesederhana mungkin sehingga sifat  $Y$  (output system) pada dasarnya merupakan sifat dari

system itu sendiri, yang dilakukan pada  $X$  (input). Karena deret input  $X$  tidak selalu sesederhana, perlu dilakukan usaha untuk membuat input tersebut lebih sederhana dengan menghilangkan semua kemungkinan gambaran pola dalam  $X$ . Proses penghilangan "pola" ini disebut sebagai pemutihan, dan nilai  $X$  yang telah diputihkan tersebut diusahakan sedekat mungkin dengan data tanpa gangguan

#### 17. Time Series (deret berkala)

Suatu rangkaian variable yang diamati pada interval waktu ruang yang sama ditunjukkan sebagai sebuah deret berkala

#### 18. White Noise

Analog dengan sebuah data yang sangat random

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pada tahun 1960 R. E. Kalman menyajikan suatu cara alternatif dalam peramalan masa depan, yang kemudian dikenal dengan istilah *Kalman Filtering*. *Kalman Filtering* ini merupakan suatu prosedur rekursif yang berfungsi sebagai penyaring untuk menghasilkan output yang optimal.

Dalam hal pengembangannya R. E. Kalman menyajikan suatu cara alternatif untuk memformulasikan masalah penyaringan *Minimum Mean Square Error* (MMSE) dengan memakai ruang keadaan. Ruang keadaan sebuah sistem merupakan konsep dasar dalam peramalan modern. Keadaan suatu sistem didefinisikan menjadi sebuah himpunan (*set*) minimum informasi dari saat ini dan masa lalu sehingga tingkah laku masa depan sistem itu dapat dijelaskan melalui input masa depan dan keadaan sekarang.

Peramalan masa depan merupakan salah satu unsur yang penting dalam pengambilan keputusan. Peramalan masa depan tersebut banyak memberikan kontribusi dalam berbagai bidang antara lain dalam bidang ekonomi, pemasaran, geofisika, teknik, industri dan saat ini para ahli mengembangkan untuk keperluan pelayaran, penerbangan, sensor radar dan lain sebagainya.

Namun hal yang paling menarik adalah bahwa *Kalman Filtering* merupakan pendekatan yang paling umum terhadap penaksiran dengan pendugaan statistik. Hal ini ditunjukkan oleh Harrison dan Steven (1975) dalam Makridakis, Steven dan



Victor (1983) bahwa semua metode peramalan merupakan kasus khusus *Kalman Filtering*. Filter ini dapat menangani perubahan dalam model, parameter dan varians atau keragaman.

Di industri semen penentuan komposisi kimia bahan baku sangat menentukan kualitas produk akhir dan kemudian operasi pembakaran termasuk tingkat efisiensi operasi. Ukuran kualitas kimiawi bahan baku dinyatakan dalam: LSF (*Lime Saturation Factor*), AM (*Alumina Modulus*) dan SM (*Silica Modulus*). Dari ketiga parameter tersebut LSF sangat penting mengingat LIME (CaO) merupakan komponen terbesar penyusun semen (kurang lebih 68 %) dan menentukan besarnya perpindahan energi berupa panas yang dibutuhkan untuk proses dekarbonisasi yang dikemukakan oleh Philip (1998) mengikuti reaksi:



makin tinggi LSF maka dibutuhkan panas yang berlebih untuk proses dekarbonisasi tersebut. Adapun LSF itu sendiri didefinisikan oleh Philip (1998) sebagai:

$$LSF = \frac{CaO + 0,75 MgO}{2,85 SiO_2 + 1,18 Al_2O_3 + 0,65 Fe_2O_3} \times 100$$

Penentuan nilai komponen kimia penyusun *Raw Meal* (bahan baku yang telah bercampur halus seperti tepung dan kering) dilakukan di laboratorium dengan memeriksa sampelnya per-30 menit dengan menggunakan sinar-X. Jika hasil sampel setelah dikonversi ke LSF, AM dan SM tidak sesuai target menyimpang maka



komposisi material bahan baku yang terdiri atas MIX, Limestone, Clay dan Iron Ore diubah. Hasilnya dapat dilihat dalam 30 menit atau lebih ke depan.

Selama proses penggilingan di samping material bahan baku yang masuk, juga masuk *dust* (debu) yang ikut bersama udara sirkulasi dan turut mempengaruhi kualitas produk (*Raw Meal*).

Jika nilai parameter kualitas *Raw Meal* dalam 30 menit ke depan dapat diprediksi dengan akurat, maka frekuensi penggunaan X-ray dapat dikurangi yang berarti penghematan tenaga dan biaya operasional.

Berdasarkan alasan di atas, maka penulis tertarik untuk membahas masalah tersebut dan menuangkannya dalam bentuk tulisan dengan judul

## **“Kalman Filtering Dalam Memprediksi Lime Saturation Factor (LSF) Raw Meal di Industri Semen”**

*(Studi Kasus Pada PT. Semen Bosowa Maros)*

### **1.2 Batasan Masalah**

Dalam penelitian ini, penulis hanya membatasi pada pemodelan fungsi transfer dengan menggunakan *Auto Regressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Proses pembentukan ruang keadaan dikonversi dengan menggunakan *Auto Regressive* yang kemudian dipergunakan dalam proses rekursif *Kalman Filtering* dan kriteria yang dimasukkan dalam pengamatan adalah *Lime Saturation Factor (LSF) Raw Meal*



### 1.3 Tujuan dan Manfaat Penelitian

#### Tujuan

Untuk mengetahui prediksi *Lime Saturation Factor* (LSF) dengan menggunakan *Kalman Filtering* dalam Industri semen

#### Manfaat

1. Sebagai bahan masukan bagi pihak industri semen dalam memprediksi hasil *Lime Saturation Factor* (LSF)
2. Sebagai bahan referensi/ alat Bantu bagi mereka yang berminat mempelajari *Kalman Filtering*

### 1.4 Sistematika Penelitian

Adapun sistematika penulisan dan pembahasan sebagai berikut:

- BAB I : Pendahuluan yang berisi: Latar Belakang, Manfaat dan Tujuan Penelitian, Batasan Masalah, Metode Penelitian, dan Sistematika Penulisan.
- BAB II : Kajian Pustaka yang mencakup Pemodelan Ruang Keadaan dan *Kalman Filtering*.
- BAB III : Pemodelan Ruang Keadaan Lime Saturation Factor (LSF).
- BAB IV : Aplikasi *Kalman Filtering*: Hasil dan Pembahasan.
- BAB V : Penutup: Kesimpulan dan Saran.

## BAB II

### PEMODELAN RUANG KEADAAN DAN KALMAN FILTERING

#### 2.1 Pemodelan Ruang Keadaan

Ruang keadaan sebuah sistem merupakan konsep dasar dalam peramalan modern. Keadaan suatu sistem didefinisikan menjadi sebuah himpunan (*set*) minimum informasi dari saat ini dan masa lalu sehingga tingkah laku masa depan sistem itu dapat dijelaskan melalui input masa depan dan keadaan sekarang. Dalam proses pembentukan ruang keadaan maka hal yang perlu dilakukan adalah membuat model fungsi transfer.

Model fungsi transfer dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_t = v(B)X_t + N_t \quad (1)$$

di mana

$Y_t$  = deret output

$X_t$  = deret input

$N_t$  = noise

$V(B) = (v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots + v_kB^k)$ , di mana  $k$  adalah orde fungsi transfer

atau dapat dituliskan dalam bentuk

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)}x_{t-h} + n_t \quad (2)$$

atau

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (3)$$

di mana

$$\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s,$$

$$\delta(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r,$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q,$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p,$$

$y_t$  = nilai  $Y_t$  yang telah ditransformasikan dan dibedakan

$x_t$  = nilai  $X_t$  yang telah ditransformasikan dan dibedakan

$a_t$  = nilai gangguan random,

$r, s, p, q$  dan  $b$  konstanta

Prosedur yang digunakan dalam pembentukan ruang keadaan menurut Spyros, Steven, Victor (1983) dituliskan sebagai berikut:

#### 1. Mempersiapkan input dan output deret berkala

Sebelum melangkah dalam pembuatan deret berkala, yang mesti dilakukan adalah menghilangkan ketidakstasioneran. Model ARIMA memperbolehkan pembedaan suatu deret berkala (time series) sehingga proses AR dan MA dapat didefinisikan sebagai data yang stasioner. Hal tersebut dapat dilakukan dengan pembedaan (*differencing*). Untuk mendapatkan kestasioneran dapat dibuat deret angka yang baru yang terdiri dari pembedaan angka antara periode yang berturut-turut dengan persamaan di bawah ini:

$$X'_t = X_t - X_{t-1} \quad (5)$$

Apabila autokorelasi dari data yang dibedakan pertama tidak mendekati nol sesudah *lag* kedua atau ketiga. Hal ini menunjukkan bahwa stasioneritas tidak dicapai dan oleh karena itu perbedaan pertama dari data yang telah dibedakan pertama dapat dilakukan dengan:

$$X''_t = X'_t - X'_{t-1} \quad (6)$$

Secara intuitif, dapat dikatakan stasioner jika data tersebut berfluktuasi di sekitar nilai-nilai rata-rata dari data tersebut.

## 2. Pemutihan deret input

Dalam mencoba memahami fungsi transfer dari suatu sistem yang mengubah deret input ( $X_t$ ) menjadi deret output ( $Y_t$ ) akan sangat membantu apabila sistem input tersebut dibuat sesederhana mungkin. Dengan demikian kita dapat menempatkan suatu input yang terkendali dan memeriksa outputnya secara berulang-ulang sampai sifat asli fungsi transfer tersebut terlihat dengan jelas. Pada masalah-masalah yang mana input biasanya tidak dapat dikontrol, maka kita dapat membuat deret input menjadi lebih dapat diatur dengan pemutihan, maksudnya adalah menghilangkan seluruh pola yang diketahui agar yang tertinggal hanya "white noise". Dan apabila dapat dimodelkan sebagai proses ARIMA, misalnya ARIMA ( $P_x, 1, q_x$ ) maka ia dapat didefinisikan sebagai:

$$\phi_x(B)(1-B)X_t = \theta_x(B)\alpha_t$$

$$\alpha_t = \frac{\phi_x(B)(1-B)}{\theta_x} X_t \quad (7)$$

di mana:

$\phi_x$  = adalah operator autoregressive

$\theta_x$  = operator moving average

$\alpha_t$  = kesalahan random, yaitu white noise

### 3. "Pemutihan" deret output

Untuk menentukan pemutihan deret output ( $Y_t$ ) adalah yang harus dilakukan adalah dengan menerapkan transformasi yang sama terhadap ( $Y_t$ ) agar dapat mempertahankan integritas hubungan fungsional. Jadi

Input ( $X_t$ )  $\longrightarrow$  fungsi transfer  $\longrightarrow$  output ( $Y_t$ )

Input( $\frac{\phi_x(B)(1-B)}{\theta_x} X_t$ )  $\longrightarrow$  fungsi transfer  $\longrightarrow$  output( $\frac{\phi_x(B)(1-B)}{\theta_x} Y_t$ )

Transformasi pada  $Y_t$  ini tidak harus mengubah  $Y_t$  menjadi white noise.

### 4. Penghitungan korelasi silang dan auto korelasi untuk input dan output yang diputihkan

Rumus untuk autokorelasi:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_t - \bar{Y})(\bar{Y}_{t+k} - \bar{Y}_{t-1})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (8)$$

di mana:

$r_k$  = koefisien korelasi untuk *time lag* ke k

Rumus untuk korelasi silang adalah:

$$\begin{aligned} r_{xy}(k) &= \hat{\rho}_{xy}(k) \\ &= \frac{C_{xy}(k)}{\sqrt{C_{xx}(0)C_{yy}(0)}} \\ &= \frac{C_{xy}(k)}{S_x S_y}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (9)$$

di mana:

$r_{xy}$  = koefisien korelasi silang

$C_{xy}$  = kovarians silang

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-k} (X_i - \bar{X})(Y_{i+k} - \bar{Y}) \quad (10)$$

## 5. Penaksiran langsung bobot respon impuls

Rumus untuk bobot respon impuls adalah

$$v_k = r_{\alpha\beta} \frac{S_\beta}{S_\alpha} \quad (11)$$

di mana:

$v_k$  = bobot respon impuls

$r_{\alpha\beta}$  = korelasi silang

$S_\alpha$  = standar deviasi untuk  $\alpha$

$S_\beta$  = standar deviasi untuk  $\beta$

## 6. Identifikasi (r,s,b) untuk model fungsi transfer

Tiga parameter kunci didalam model fungsi transfer adalah (r,s,b) di mana r menunjukkan derajat fungsi  $\delta(B)$ , s menunjukkan derajat fungsi  $\omega(B)$ , dan b menunjukkan keterlambatan yang dicatat dalam subskrip dari  $X_{t-b}$ . Untuk mendapatkan nilai yang tepat bagi ketiga parameter ini adalah tidak selalu jelas terlihat.

Secara intuitif tentang arti (r,s,b) maka aturan berikut ini diuraikan, sekalipun tidak seluruhnya mudah untuk dilakukan secara praktis

1. Nilai b menyatakan bahwa y tidak dipengaruhi oleh nilai  $X_t$  sampai periode t+b
2. Nilai s menyatakan untuk berapa lama deret output (Y) secara terus menerus dipengaruhi oleh nilai-nilai baru dari deret input (X)
3. Nilai r menunjukkan bahwa  $Y_t$  berkaitan dengan nilai-nilai masa lalunya

Kenyataan ini biasanya disimpulkan didalam tiga bentuk, tiga prinsip petunjuk, yang ditujukan untuk membantu seorang peramal dalam menentukan nilai yang tepat untuk (r,s,b):

1. Sampai lag waktu ke b, korelasi silang tidak akan berbeda dari nol secara signifikan
2. Untuk s *time lag* selanjutnya, korelasi silang tidak akan memperlihatkan adanya pola yang jelas
3. Untuk r *time lag* selanjutnya, korelasi silang akan memperlihatkan suatu pola yang jelas

Kenyataan dari persoalan tersebut adalah bahwa jarang untuk menguji diagram korelasi silang dan membuat ketiga nilai (r,s,b) tersebut menampakkan diri secara jelas

### 7. Pengamatan awal pada deret noise

Penghitungan nilai taksiran pendahuluan dari deret gangguan  $n_t$ :

$$Y_t = V(B)X_t + n_t \quad (12)$$

maka

$$n_t = Y_t - V_0X_t - V_1X_{t-1} - \dots - V_gX_{t-g} \quad (13)$$

g adalah nilai praktis yang dipilih oleh orang yang meramalkan

di mana:

$n_t$  = deret gangguan (noise)

### 8. Penetapan $(P_n, q_n)$ untuk model ARIMA dari deret gangguan

Untuk mengukur deret gangguan, nilai-nilai  $n_t$  dianalisis dengan cara ARIMA untuk menentukan apakah terdapat model ARIMA  $(P_n, 0, q_n)$  yang tepat untuk menjelaskan mereka

### 9. Penaksiran parameter-parameter model

Persamaan khusus:

$$1. V_0 = \omega_0 \quad (14)$$

$$2. V_1 = \delta_1 V_0 - \omega_1 \quad (15)$$

$$3. V_2 = \delta_1 V_1 \quad (16)$$



## 10. Pemeriksaan diagnostik model

Ada dua kasus mengenai pemeriksaan diagnostik pada model yaitu:

1. Deret sisa nilai akhir  $\alpha$ ,
2. Hubungan antara deret  $\alpha$ , dengan deret input yang disesuaikan yaitu  $\alpha$ ,

Untuk analisis nilai sisa (residu): autokorelasi formulanya adalah sebagai berikut:

$$\chi_{(df)}^2 = n \sum_{k=1}^m r^2(k) \quad (17)$$

di mana:

$n$  = jumlah pengamatan  $\alpha$ ,

$m$  = waktu tunda terbesar yang diperhatikan

$r(k)$  = autokorelasi untuk waktu tunda  $k$

$df$  = derajat bebas =  $m-p-q$

dengan hipotesis bahwa apakah deret  $\alpha$ , pada hakekatnya merupakan deret acak.

Untuk analisis nilai sisa: korelasi silang, formula yang sesuai untuk uji keterpautuan  $\alpha$ , dan  $\alpha$ , adalah sebagai berikut:

$$\chi_{(m-r-s)}^2 = (n - n^*) \sum_{k=1}^m r_a^2(k) \quad (18)$$

di mana:

$(r,s)$  = parameter model fungsi transfer

$m$  = lag maksimum

$n^*$  = nilai maksimum  $(s+b+P_n)$ , di mana  $P_n$  adalah jumlah parameter *AR* pada model ARIMA dengan deret input  $(X_t)$ .

Dengan hipotesis bahwa apakah model fungsi transfer memenuhi asumsi independensi antara  $\alpha_i$  dan  $a_i$ .

**Penggunaan model autoregressive untuk pembentukan model ruang keadaan:**

Model Auto Regressive:

$$y(k+n) + \alpha_1 y(k+n-1) + \dots + \alpha_n y(k) = \beta u(k) \tag{19}$$

model autoregressive yang dikonversi kedalam bentuk ruang keadaan adalah:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_n & -\alpha_{n-1} & -\alpha_{n-2} & \dots & -\alpha_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \beta \end{bmatrix} w(k) \tag{20}$$

$$z(k) = (1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0)x(k) + (\beta)v(k) \tag{21}$$

**2.2 Kalman Filtering**

Pada tahun 1960 R.E. Kalman mempublikasikan papernya yang terkenal yang menjelaskan solusi rekursif masalah pem-filter-an linier data diskrit. Sejak saat itu, akibat kemajuan yang besar pada digital computing. *Kalman Filtering* telah menjadi subjek penelitian *extensive* dan aplikasi khususnya dalam bidang automasi dan navigasi.

*Kalman Filtering* merupakan sebuah himpunan persamaan matematika yang menyediakan suatu solusi komputasi (rekursif) yang efisien pada metode kuadrat terkecil. Filter ini sangat berguna dalam beberapa aspek: ia mendukung pengestimasi-an masa lalu, saat ini, dan bahkan keadaan akan datang, dan bahkan ia dapat melakukan semua itu walaupun model sistem alami yang presisi tidak diketahui.

### 2.2.1 Proses yang di-estimasi

*Kalman Filtering* menangani masalah umum usaha meng-estimasi keadaan  $x \in \mathfrak{R}^n$  dari suatu proses terkontrol time-diskrit yang dikelola oleh persamaan deferens stokhastik linier

$$x_k = \Phi x_{k-1} + w_{k-1} \quad (22)$$

dengan suatu pengukuran  $z \in \mathfrak{R}^m$  yakni

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (23)$$

Variabel acak  $w_k$  dan  $v_k$  menggambarkan proses dan noise pengukuran berturut-turut dan diasumsikan bebas satu-sama lainnya, white, dan peluangnya merupakan distribusi normal.

$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (24)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (25)$$

Secara praktis, matriks kovarians noise proses  $Q$  dan kovarians noise pengukuran  $R$  mungkin saja berubah pada setiap time step atau pada setiap pengukuran, namun bagaimanapun di sini keduanya dianggap konstan.



Matriks  $A$ ,  $n \times n$  pada persamaan *deferens* (22) meng-relasi-kan keadaan pada time step  $k-1$  terdahulu dengan keadaan pada step  $k$  saat ini, tanpa kehadiran fungsi penggerak atau noise proses. Pada tataran praktis  $A$  biasa saja berubah pada setiap time-step, tapi disini diasumsikan konstan. Matriks  $B$ ,  $n \times 1$  merelasikan input kontrol opsional  $u \in \mathfrak{R}^1$  dengan keadaan  $x$ . Matriks  $H$ ,  $m \times n$  pada persamaan pengukuran (23) merelasikan keadaan dengan pengukuran  $z_k$ . Sekali lagi  $H$  juga disumsikan konstan pada setiap time step dan pengukuran.

### 2.2.2 Asal-usul komputasi filter

Kita mendefinisikan  $\hat{x}_k^- \in \mathfrak{R}^n$  (tanda minus atas) menjadi estimasi keadaan a priori kita pada step  $k$  yang diberikan/ditentukan oleh pengetahuan tentang proses sebelum step  $k$ , dan  $\hat{x}_k \in \mathfrak{R}^n$  menjadi estimasi keadaan posteriori kita pada step  $k$  diberikan/ditentukan oleh pengukuran  $z_k$  [4]. Kita kemudian dapat mendefinisikan error estimasi a priori dan error a posteriori sebagai[2]:

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^- \text{ dan} \quad (26)$$

$$e_k = x_k - \hat{x}_k \quad (27)$$

kovarians error estimasi a priori adalah

$$P_k^- = [e_k^- e_k^{-T}] \quad (28)$$

dan kovarians error estimasi a posteriori adalah

$$P_k = [e_k e_k^T] \quad (29)$$

Dalam menurunkan persamaan untuk Kalman Filtering, kita mulai dengan tujuan menemukan sebuah persamaan yang meng-komputasi suatu estimasi keadaan a posteriori  $\hat{x}_k$ . Sebagai suatu kombinasi linier dari suatu estimasi a priori  $\hat{x}_k^-$  dan suatu beda weighted antara suatu pengukuran aktual  $z_k$  dengan suatu prediksi pengukuran  $H\hat{x}_k^-$  seperti yang ditunjukkan oleh (30) di bawah. Beberapa pembenaran untuk (30) diberikan dalam asal-usul probabilistik filter yang ditemukan dibawah [2]

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (30)$$

beda  $((z_k - H\hat{x}_k^-))$  pada (30) disebut inovasi pengukuran atau residu. Residu merefleksikan ketidaksesuaian antara pengukuran terprediksi  $H\hat{x}_k^-$  dan pengukuran aktual  $z_k$  suatu residu 0 berarti bahwa keduanya bersesuaian secara sempurna.

Matriks  $K$ ,  $n \times m$  pada (30) dipilih menjadi gain atau factor blending yang meminimalkan kovarians error a posteriori (29). minimasi ini dapat diselesaikan dengan pertama-tama mensubstitusikan (30) kedalam definisi diatas untuk  $e_k$  dengan mensubstitusikan ke (29) menghasilkan ekspektasi terindikasi, dengan mengambil turunan dari *trace* hasil yang bersesuaian dengan  $k$ , dengan menset bahwa hasil sama dengan 0 dan kemudian memecahkannya untuk  $k$ . satu bentuk dari hasil  $k$  yang meminimais (29) diberikan oleh [4]

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \\ &= \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + R} \end{aligned} \quad (31)$$

dengan memperhatikan (31) terlihat bahwa kovarians error pengukuran R mendekati 0, kemudian gain K memberati residu lebih berat secara spesifik,

$$\lim_{R_k \rightarrow 0} K_k = H^{-1} \quad (32)$$

Pada sisi lain kovarian error estimasi a priori  $P_k^-$  mendekati 0, gain K memberati residu kurang berat. Secara spesifik

$$\lim_{P_k^- \rightarrow 0} K_k = 0 \quad (33)$$

cara lain memikirkan tentang pemberatan dengan K adalah bahwa begitu kovarians error pengukuran R mendekati 0, pengukuran aktual  $z_k$  lebih dipercaya sedangkan pengukuran yang diprediksi  $H\hat{x}_k^-$  kurang dipercaya. pada sisi lain ketika kovarians error estimasi a priori  $P_k^-$  mendekati 0, pengukuran aktual  $z_k$  kurang dipercaya namun pengukuran yang diprediksi  $H\hat{x}_k^-$  lebih dipercaya [4].

### 2.2.3 Asal usul probabilistik filter

Pembenaran untuk (30) didasari pada probabilitas estimasi a priori yang dikondisikan pada semua pengukuran  $\hat{x}_k^-$  sebelumnya (prior) (*aturan bayes*). Untuk saat ini cukup menjelaskan bahwa *Kalman Filtering* mempertahankan dua moment pertama dari distribusi keadaan[4]

$$E[x_k] = \hat{x}_k \quad (34)$$

$$E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] = P_k \quad (35)$$

estimasi keadaan a posteriori (30) merefleksikan mean (moment pertama dari distribusi keadaan – biasanya terdistribusi normal jika kondisi (24) dan (25) bertemu. kovarians error estimasi a posteriori (29) merefleksikan varians distribusi keadaan (moment tak sentral kedua) dengan kata lain

$$\begin{aligned}
 p(x_k | z_k) &\sim N(E[x_k], E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)]^T) \\
 &= N(\hat{x}_k, P_k)
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

#### 2.2.4 Algoritma *Kalman Filtering* diskrit

*Kalman Filtering* mengestimasi sebuah proses dengan memakai bentuk kontrol *feedback*, filter mengestimasi keadaan pada beberapa waktu kemudian memperoleh *feedback* dalam bentuk pengukuran (yang bernoise). dengan demikian persamaan untuk *Kalman Filtering* dibagi menjadi dua kelompok: persamaan *time update* dan persamaan *measurement update*. Persamaan *time update* bertanggung jawab memproyeksikan keadaan kedepan sekarang dan estimasi kovarians error untuk memperoleh estimasi apriori untuk time step berikutnya. Persamaan *measurement update* bertanggung jawab untuk *feedback* yakni memperkerjasamakan pengukuran baru kedalam estimasi apriori untuk memperoleh suatu estimasi a posteriori yang diperbaiki.

Persamaan *time update* dapat juga dipikirkan sebagai persamaan prediktor sedangkan persamaan *measurement update* dapat dipikirkan sebagai persamaan korektor dalam hal ini algoritma estimasi terakhir menyerupai algoritma prediktor-korektor untuk menyelesaikan persoalan numerik seperti ditunjukkan pada Gambar 19



Gambar 2.1  
 Siklus Kalman Filtering yang sedang berlangsung. *Time update* memproyeksikan estimasi keadaan sekarang yang berlanjut terus kedepan. *Measurement up date* mengatur estimasi yang diproyeksikan melalui pengukuran aktual pada saat itu.

Persamaan spesifik untuk *update* time dan measurement digambarkan persamaan diskrit Kalman filter yang diperbaharui (37, 38) dan persamaan pengukuran diskrit Kalman filter yang diperbaharui (39, 40, 41).

Persamaan diskrit Kalman filter yang diperbaharui

$$\hat{x}_k^- = \Phi \hat{x}_{k-1} + Bu_k \quad (37)$$

$$P_k^- = \Phi P_{k-1} \Phi^T + Q \quad (38)$$

Dengan memperhatikan lagi bagaimana *time update* persamaan di atas memproyeksikan keadaan dan estimasi kovarians maju dari time step k-1 hingga step k. A dan B berasal dari (22) sedangkan Q dari (24) kondisi awal dari filter.

Persamaan pengukuran diskrit Kalman filter yang diperbaharui

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (39)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (40)$$

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- \quad (41)$$



Tugas pertama selama *update* pengukuran adalah menghitung gain kalman  $K_k$  dengan memperhatikan bahwa persamaan yang diberikan (39) sama dengan (31), langkah berikutnya adalah mengukur secara aktual proses untuk memperoleh  $z_k$  kemudian membangkitkan suatu estimasi keadaan a posteriori melalui kerjasama pengukuran seperti pada (40). Sekali lagi (40) adalah (30) yang diulang-ulang secara sederhana untuk penyempurnaan. Step terakhir adalah memperoleh estimasi kovarians error melalui (41)

Setelah masing-masing pasangan *update measurement* dan *update time*, proses diulang dengan estimasi a posteriori terdahulu yang digunakan untuk memproyeksikan atau memprediksi kan estimasi a priori baru. Sifat alami recursive ini merupakan suatu hal dari *features* yang paling menarik dari Kalman Filtering yang membuat implementasi praktis menjadi lebih mudah dibanding implementasi dari Filter Wiener yang di desain untuk beroperasi pada semua data secara langsung pada masing-masing estimasi[4]. *Kalman Filtering* mengganti kondisi secara rekursif estimasi saat ini pada semua pengukuran yang lalu. Gambar 20 berikut menawarkan gambar lengkap operasi filter, dengan mengkombinasikan diagram 19 dengan persamaan tabel 19. dan 20

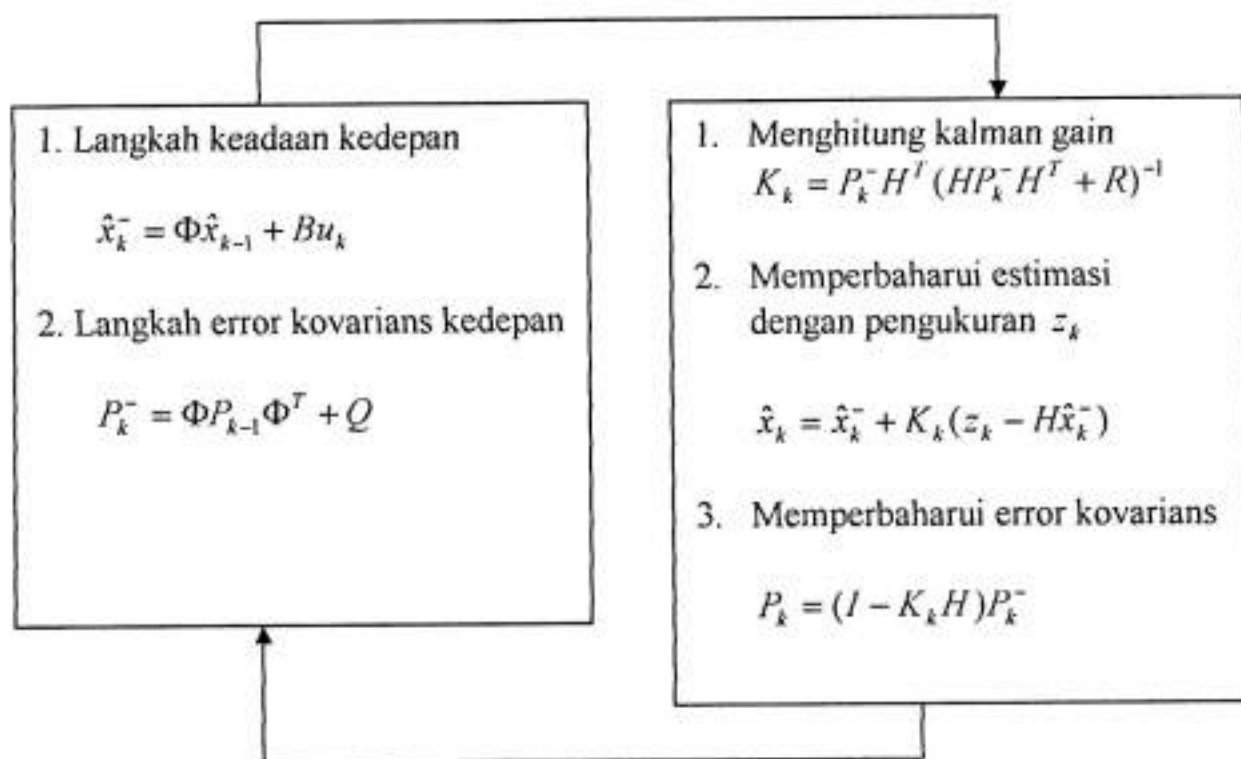
### 2.2.5 Tuning dan Parameter Filter

Pada implementasi aktual filter kovarians noise pengukuran  $R$  biasanya diukur sebelum (prior to) operasi filter. Dengan mengukur kovarians error pengukuran  $R$  secara pengukuran praktis dan memungkinkan karena kita butuh untuk

dapat mengukur proses dengan cara apa saja (ketika mengoperasikan filter) sehingga secara umum kita dapat mengambil beberapa pengukuran sample off-line untuk menentukan varians noise pengukuran

Penentuan kovarians noise proses  $Q$  secara umum lebih sulit karena secara tipikal kita memiliki kemampuan untuk mengamati secara langsung proses yang sedang kita estimasikan. terkadang model proses yang relatif lebih sederhana dapat menghasilkan hasil yang diterima jika satu "suntikan" cukup ketidakpastiannya kedalam proses melalui pemilihan  $Q$ . secara pasti dalam kasus ini satu yang diharapkan bahwa pengukuran proses terpercaya (*reliable*).

Dalam kasus lain , kita punya sebuah basis rasional untuk memilih parameter..Sering unjuk kerja filter yang bagus (menurut bahasa statistik) dapat diperoleh dengan meng-tuning parameter filter  $Q$  dan  $R$ . Tuning biasanya dilakukan secara off-line sering dengan bantuan *Kalman Filtering* yang lain dalam sebuah proses secara umum dikenal sebagai identifikasi system[4].



Gambar 2.2  
Gambaran lengkap operasi Kalman Filtering

Keduanya akan menstabilkan secara cepat dan kemudian tetap konstan (lihat persamaan *update* filter pada gambar 20). Jika begitu kasusnya, parameter-parameter tersebut dapat dikomputasi baik dengan menjalankan filter off-line ataupun misalnya melalui penentuan nilai keadaan *steady* dari  $P_k$ .

**Alternatif bentuk Kalman Filtering sebagai berikut:**

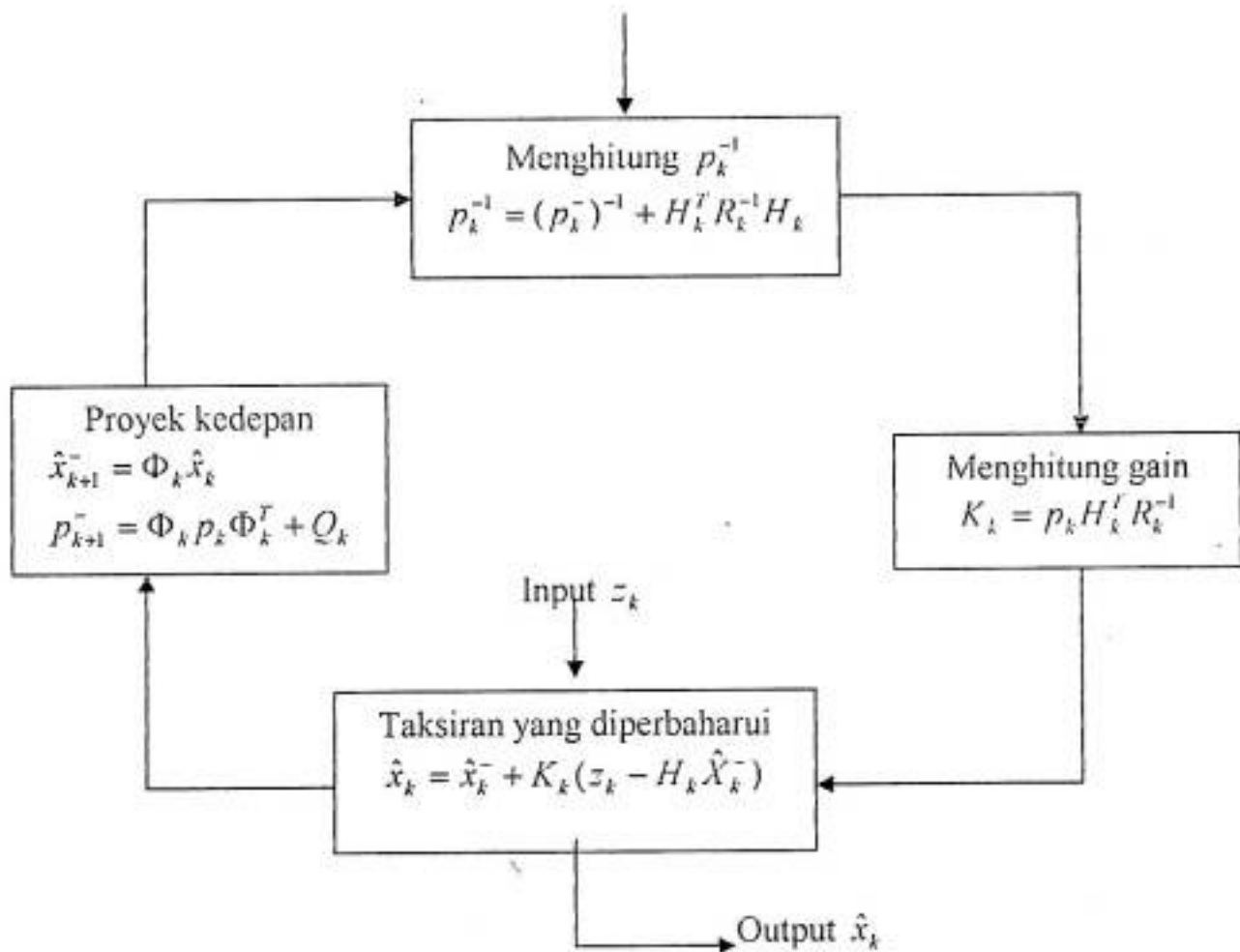
Alternatif bentuk persamaan Kalman Filtering dimanipulasi untuk mendapatkan bentuk baru error kovarians yang diperbaharui yaitu:

$$P_k^{-1} = (P_k^-)^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k \tag{42}$$

dan bentuk gain *Kalman Filtering* yang baru yaitu:

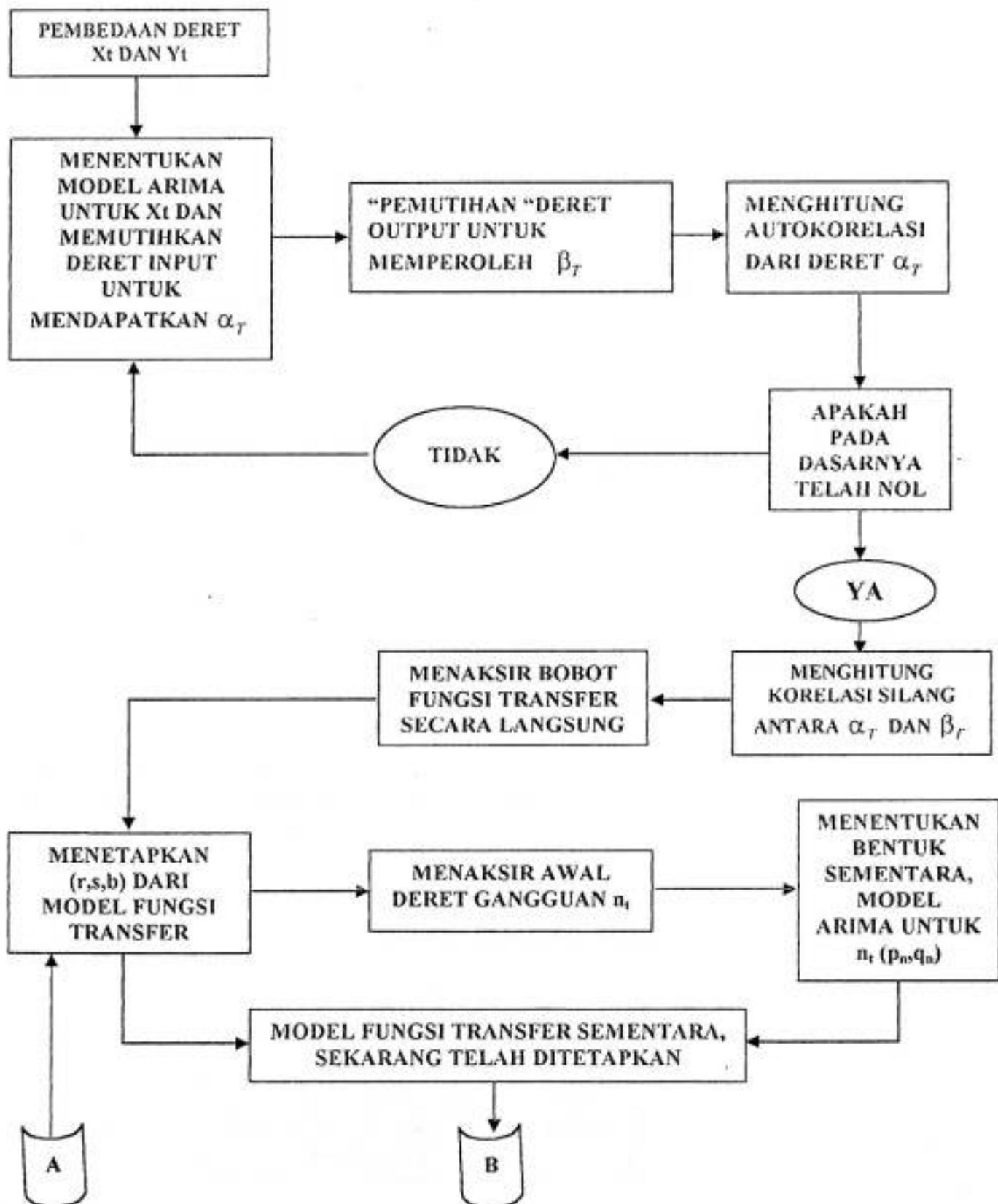
$$K_k = p_k H_k^T R_k^{-1} \quad (43)$$

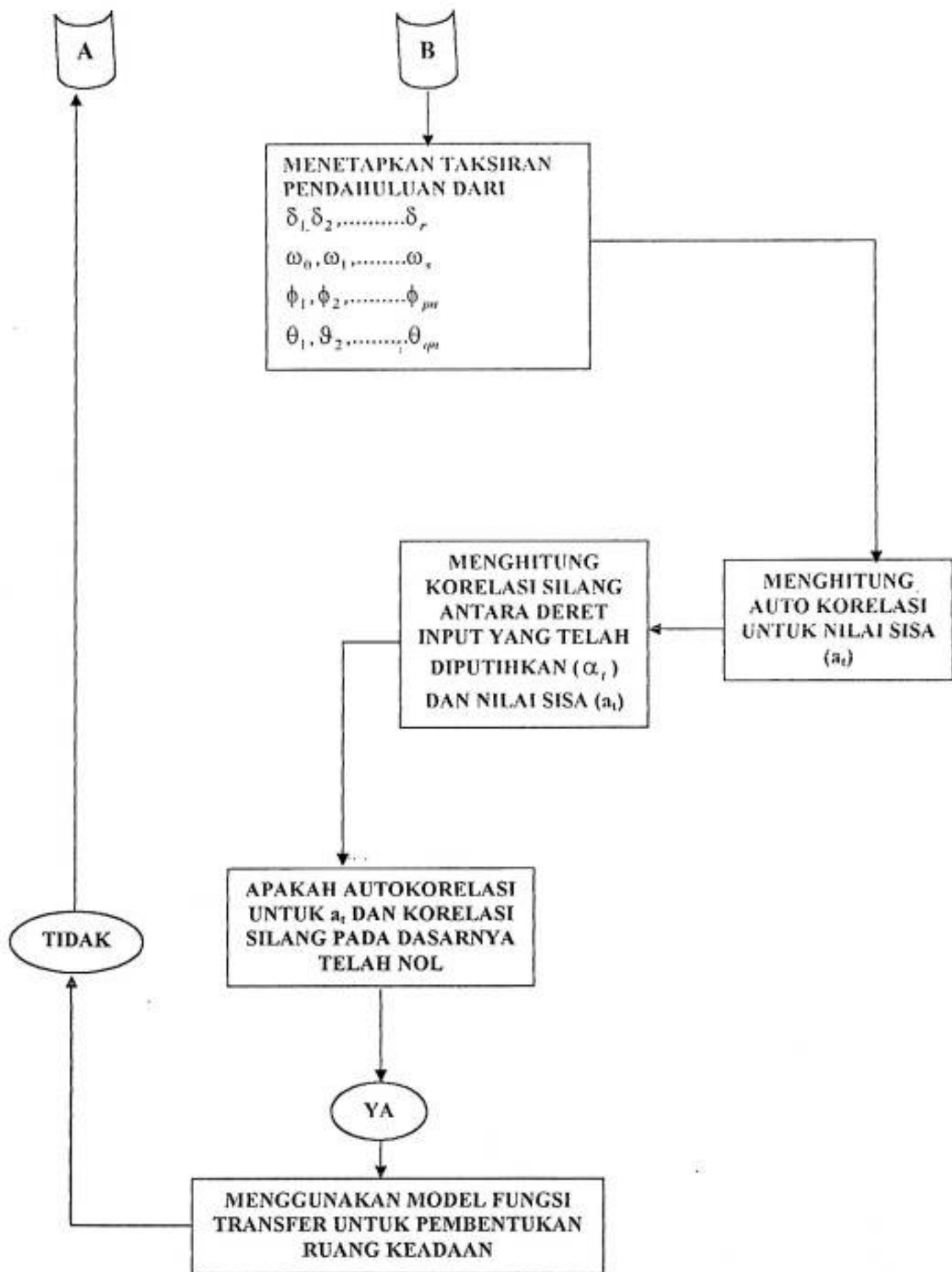
Model rekursif *Kalman Filtering* dapat digambarkan dalam bagan sebagai berikut:



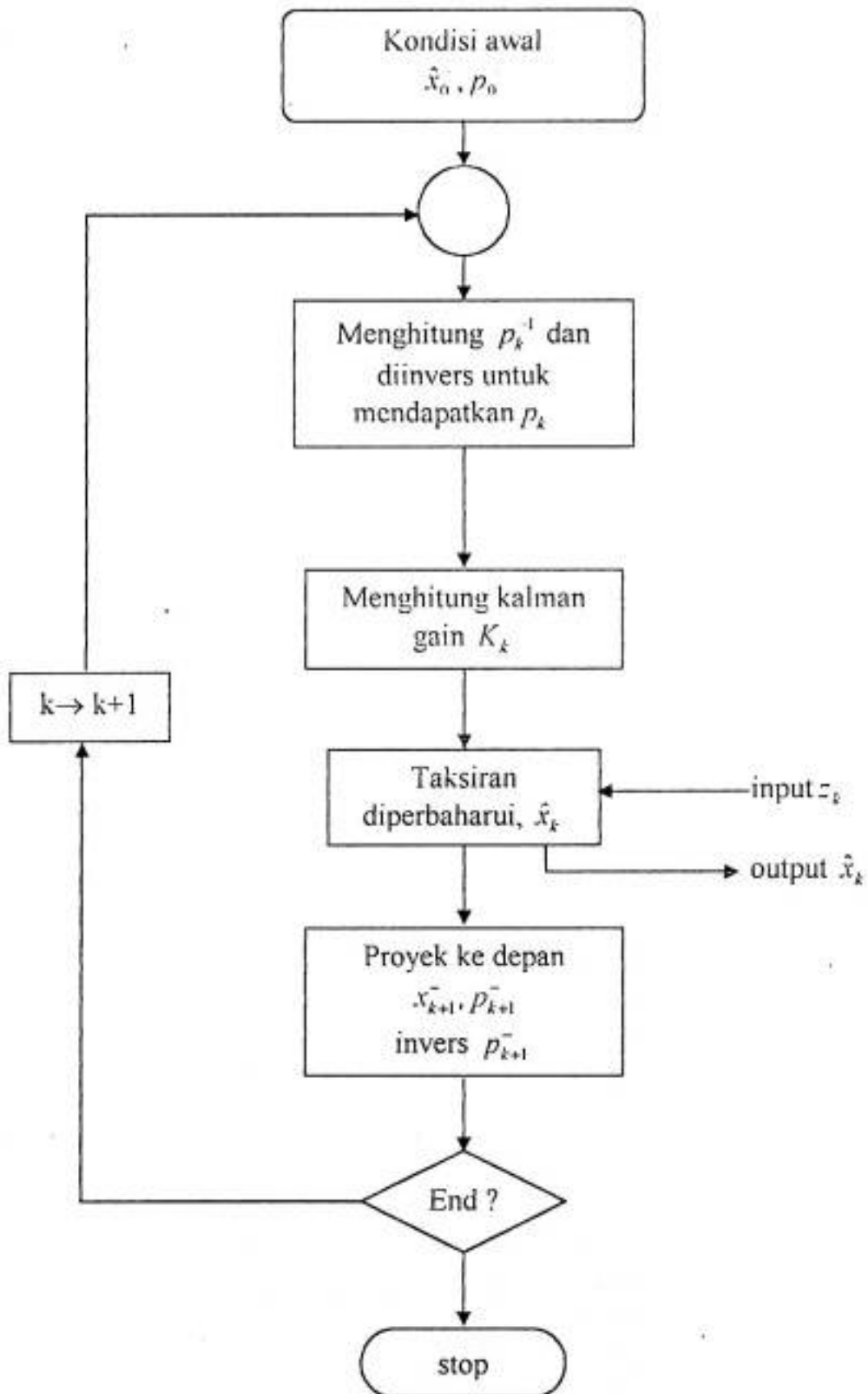
Gambar 2.3  
Alternatif rekursif *Kalman Filtering*

Langkah-langkah dalam pembentukan fungsi transfer secara garis besar dapat digambarkan dalam bagan sebagai berikut:





Proses alternatif rekursif Kalman Filtering:



### BAB III

#### PEMODELAN RUANG KEADAAN LIME SATURATION FACTOR (LSF)

Model ruang keadaan lime saturation factor (LSF) didasarkan pada data sebagai berikut:

Tabel 3.1 Data komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output hasil pengukuran pada PT. Semen Bosowa Maros pada tanggal 1 November 2002

Time step	LSF input	LSF output
1	95.69321427	102.7
2	95.69321427	101.1
3	93.44737487	102.3
4	95.70263227	99.9
5	95.70263227	98.2
6	95.70263227	100.7
7	92.89882637	100.8
8	92.89882637	101.9
9	92.89882637	91.4
10	92.89882637	93.9
11	92.89882637	91.7
12	96.28026017	92.8
13	96.28026017	94.6
14	96.28026017	98.2
15	96.28026017	97.3
16	96.28026017	92.4
17	96.28026017	100.4
18	96.28026017	95.8
19	96.28026017	95.2
20	97.45306598	98.3
21	97.45306598	100.4
22	97.45306598	98.1
23	97.45306598	94.7
24	97.45306598	101.3
25	97.45306598	104.9
26	94.56449309	102.7
27	94.56449309	96.3
28	94.56449309	97.5

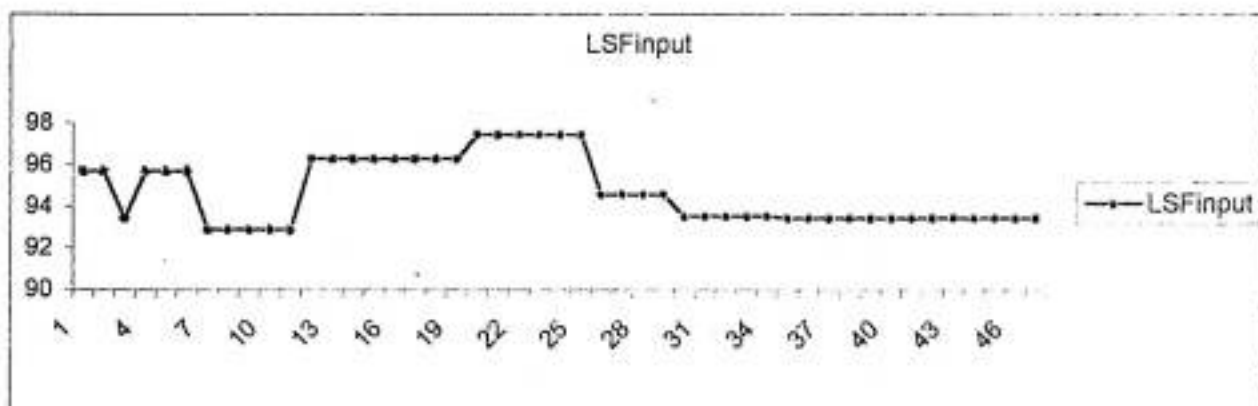




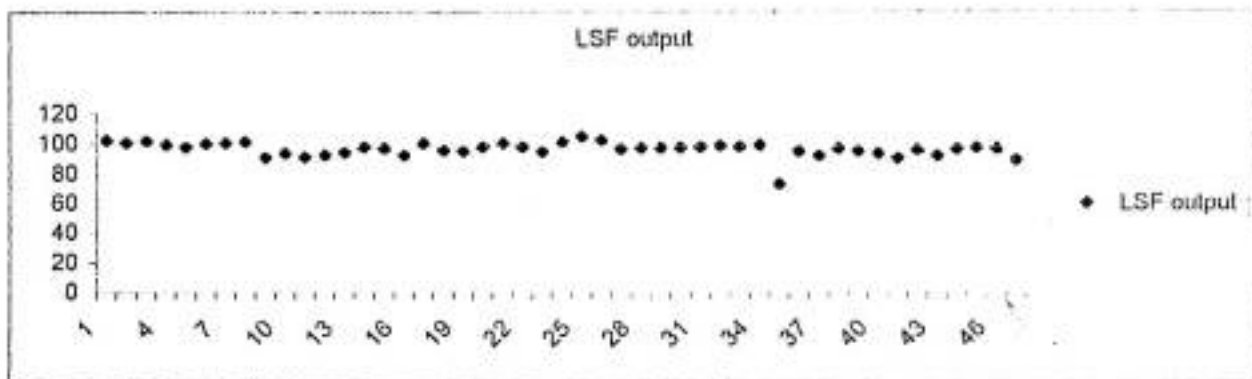
Time step	LSF input	LSF output
29	94.56449309	97.1
30	93.54679101	97.8
31	93.54679101	98.3
32	93.54679101	98.8
33	93.54679101	98
34	93.54679101	99.2
35	93.44861802	72.8
36	93.44861802	95.2
37	93.44861802	92.2
38	93.44861802	96.9
39	93.44861802	95.1
40	93.44861802	93.8
41	93.44861802	90.3
42	93.44861802	95.9
43	93.44861802	92.2
44	93.44861802	96.4
45	93.44861802	97.7
46	93.44861802	96.8
47	93.44861802	89.2

Berdasarkan Tabel 3.1 data diplot dan hasilnya terlihat pada Gambar 3.1 dan 3.2

Gambar 3.1 Grafik data Lime Saturation Factor (LSF) input



Gambar 3.2 Grafik data Lime Saturation Factor (LSF) output



Setelah data diplot dan hasilnya terlihat bahwa data LSF input tidak stasioner maka langkah selanjutnya dilakukan pembedaan pertama.

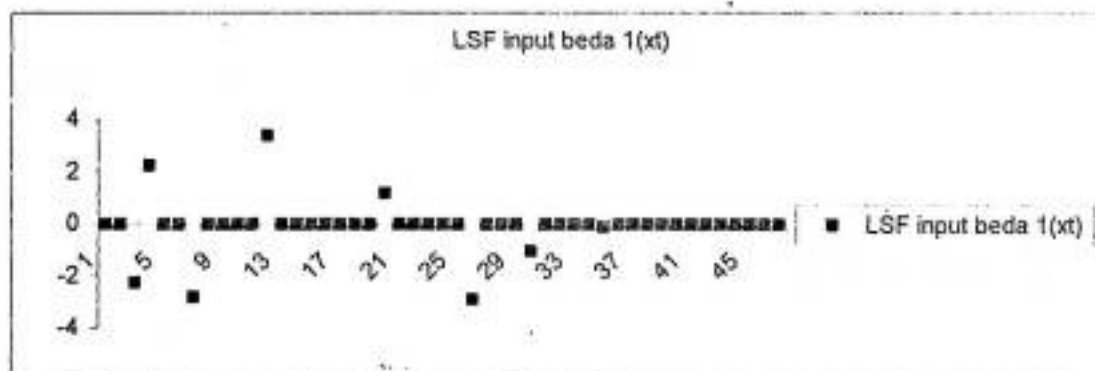
Tabel 3.2 Data komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output setelah pembedaan pertama

Time step	LSF input beda 1(xt)	LSF output beda 1(yt)
1	0	0
2	0	-1.6
3	-2.245839401	1.2
4	2.255257401	-2.4
5	0	-1.7
6	0	2.5
7	-2.803805895	0.1
8	0	1.1
9	0	-10.5
10	0	2.5
11	0	-2.2
12	3.381433798	1.1
13	0	1.8
14	0	3.6
15	0	-0.9
16	0	-4.9
17	0	8
18	0	-4.6
19	0	-0.6
20	1.172805808	3.1
21	0	2.1

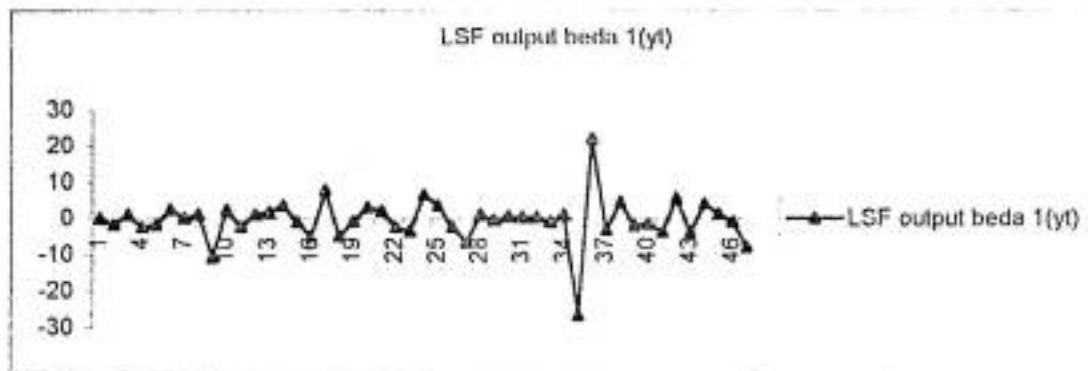
Time step	LSF input beda 1(xt)	LSF output beda 1(yt)
22	0	-2.3
23	0	-3.4
24	0	6.6
25	0	3.6
26	-2.888572889	-2.2
27	0	-6.4
28	0	1.2
29	0	-0.4
30	-1.017702078	0.7
31	0	0.5
32	0	0.5
33	0	-0.8
34	0	1.2
35	-0.098172988	-26.4
36	0	22.4
37	0	-3
38	0	4.7
39	0	-1.8
40	0	-1.3
41	0	-3.5
42	0	5.6
43	0	-3.7
44	0	4.2
45	0	1.3
46	0	-0.9
47	0	-7.6

Berdasarkan Tabel 3.2 data diplot dan hasilnya terlihat pada Gambar 3.3 dan 3.4

Gambar 3.3 Grafik data Lime Saturation Factor (LSF) input setelah pembedaan pertama



Gambar 3.4 Grafik data Lime Saturation Factor (LSF) output setelah pembedaan pertama



setelah pembedaan pertama dilakukan, dan grafik data terlihat stasioner maka langkah selanjutnya adalah melakukan pemutihan (prewhitening) terhadap deret input.

Deret LSF input  $X_t$  dapat dimodelkan sebagai ARIMA (0,1,1) dengan model sebagai berikut:

$$(1 - B)X_t = (1 - \theta_x B)\alpha_t$$

$$\alpha_t = \frac{(1 - B)}{(1 - \theta_x B)} X_t$$

untuk menaksir parameter  $\theta_x$  digunakan program SPSS V.9 untuk memperoleh hasil sebagai berikut:

$$\theta_x = 0,97$$

dengan hasil tersebut maka  $X_t$  dimodelkan sebagai berikut

$$(1 - B)X_t = (1 - 0,97B)\alpha_t$$

dan untuk mengkonversikan deret  $X$  menjadi "white noise"  $\alpha_t$ , maka digunakan persamaan:

$$\alpha_t = \frac{(1-B)}{(1-0,97B)} X_t$$

$$\alpha_t - 0,97\alpha_{t-1} = X_t - X_{t-1}$$

$$\alpha_t = X_t - X_{t-1} + 0,97\alpha_{t-1}$$

Tabel 3.3 Data komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input  $\alpha_t$  setelah pemutihan (prewhitening)

time step	Prewhitening $\alpha_t$
1	0
2	0
3	-2.25
4	2.3275
5	-0.00233
6	-0.00226
7	-2.80219
8	0.081878
9	0.079422
10	0.077039
11	0.074728
12	3.452486
13	-0.03109
14	-0.03016
15	-0.02925
16	-0.02837
17	-0.02752
18	-0.0267
19	-0.0259
20	1.144881
21	-0.05947
22	-0.05768
23	-0.05595
24	-0.05427
25	-0.05264
26	-2.94106
27	0.037167
28	0.036052

time step	Prewhitening $\alpha_t$
29	0.03497
30	-0.98608
31	0.063504
32	0.061599
33	0.059751
34	0.057958
35	-0.04378
36	0.057533
37	0.055807
38	0.054133
39	0.052509
40	0.050933
41	0.049405
42	0.047923
43	0.046485
44	0.045091
45	0.043738
46	0.042426
47	0.041153

Untuk menjaga integritas model fungsi transfer maka dilakukan transformasi pemutihan yang sama pada deret output. Deret  $y_t$  dikonversikan menjadi deret  $\beta_t$  sebagai berikut :

$$(1 - B)y_t = (1 - \theta_x B)\beta_t$$

$$\beta_t = \frac{(1 - B)}{(1 - \theta_x B)} y_t$$

dan  $\theta_x = 0,97$

sehingga  $y_t$  dimodelkan sebagai berikut

$$(1 - B)y_t = (1 - 0,97B)\beta_t$$

dan untuk mengkonversikan deret  $y$  menjadi "white noise"  $\beta$ , maka digunakan persamaan:

$$\beta_t = \frac{(1-B)}{(1-0,97B)} y_t$$

$$\beta_t = y_t - y_{t-1} + 0,97\beta_{t-1}$$

Tabel 3.4 Data komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF output  $\beta$ , setelah pemutihan (prewhitening)

time step	Prewhitening $\beta_t$
1	0
2	-1.6
3	1.248
4	-2.38944
5	-1.61776
6	2.630776
7	0.151853
8	1.147297
9	-10.4871
10	2.827492
11	-1.95733
12	1.401387
13	2.059345
14	3.797565
15	-0.81636
16	-4.79187
17	8.251885
18	-4.59567
19	-0.4578
20	3.255933
21	2.158255
22	-2.30649
23	-3.3373
24	6.762821
25	3.559936
26	-2.34686
27	-6.47646

time step	Prewhitening $\beta_t$
28	1.317838
29	-0.3217
30	0.787953
31	0.564315
32	0.547385
33	-0.76904
34	1.254035
35	-26.3836
36	23.20792
37	-2.88832
38	4.898333
39	-1.74862
40	-1.19616
41	-3.36027
42	5.840535
43	-3.63468
44	4.374359
45	1.343128
46	-0.89717
47	-7.57025

Menghitung standar deviasi untuk  $\alpha_t$  dan  $\beta_t$  sebagai berikut:

Standar deviasi  $\alpha_t = 0,946877$

Standar deviasi  $\beta_t = 6,301556$

Kemudian dilakukan penaksiran langsung bobot respon impuls dengan menggunakan persamaan (14, 15, 16) dan hasilnya didapat sebagai berikut:



Tabel 3.5 Data penaksiran bobot respon Impuls (V)

Korelasi silang antara $\alpha$ , dan $\beta$ ,	Bobot Respon Impuls (V)
0.024	0.15972
0.083	0.552363
0.165	1.098072
-0.07	-0.46585
-0.016	-0.10648
0.101	0.672153
-0.07	-0.46585
-0.098	-0.65219

Model identifikasi (r,s,b) adalah dengan menggunakan model (1,1,0) dengan menerapkan bentuk persamaan berikut :

$$y_t = \frac{(w_0 - w_1 B)}{(1 - \delta_1 B)} x_t + (model\ noise)$$

setelah model diidentifikasi maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengamatan awal pada deret noise. Menghitung taksiran awal dari komponen noise dari model fungsi transfer dengan menggunakan persamaan ( 13 ) dan hasilnya terlihat sebagai berikut:

$$n_9 = y_9 - v_0 x_9 - v_1 x_8 - v_2 x_7 - v_3 x_6 - v_4 x_5 - v_5 x_4 - v_6 x_3 - v_7 x_2$$

$$n_{10} = y_{10} - v_0 x_{10} - v_1 x_9 - v_2 x_8 - v_3 x_7 - v_4 x_6 - v_5 x_5 - v_6 x_4 - v_7 x_3$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$$

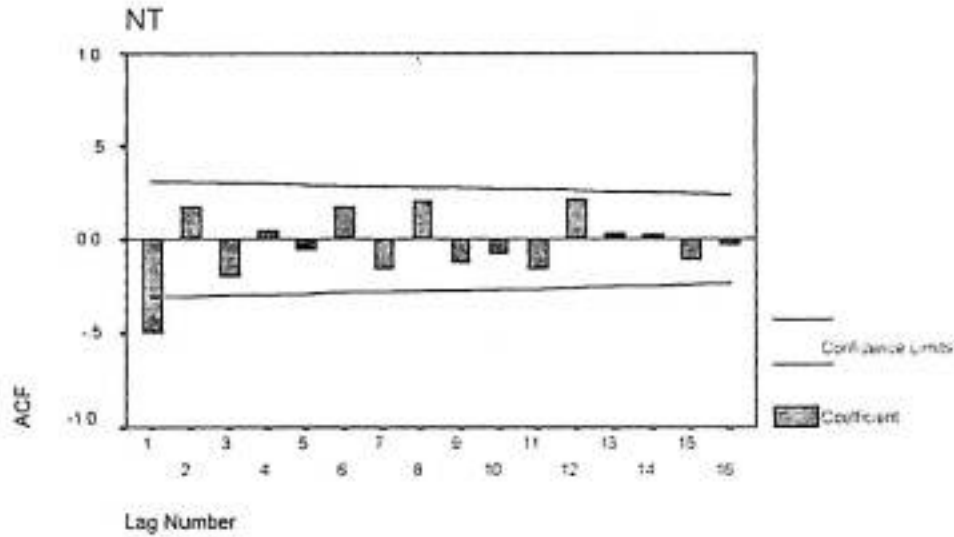
$$n_t = y_t - v_0 x_t - v_1 x_{t-1} - v_2 x_{t-2} - v_3 x_{t-3} - v_4 x_{t-4} - v_5 x_{t-5} - v_6 x_{t-6} - v_7 x_{t-7}$$

Tabel 3.6 Data perkiraan awal komponen noise dalam komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output

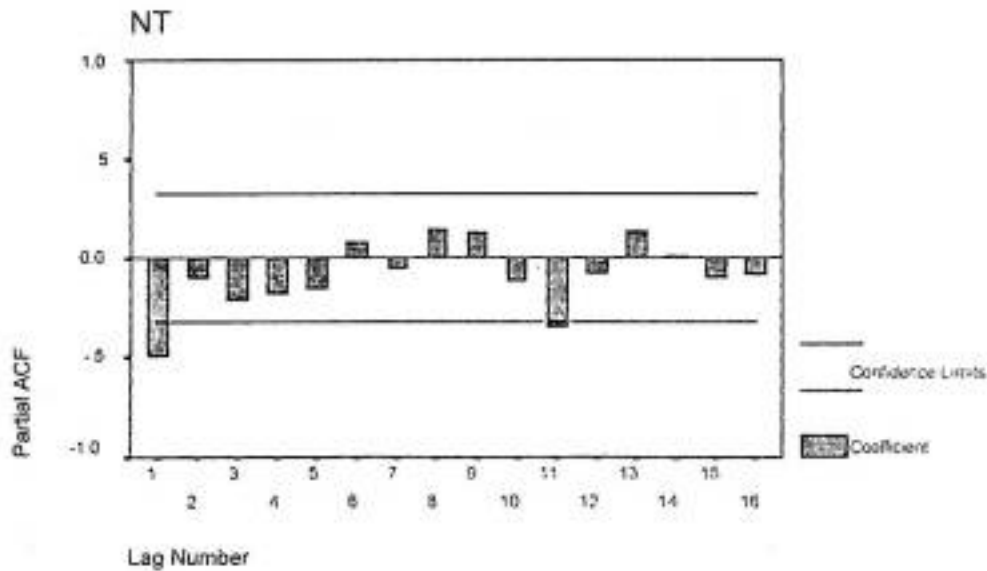
Time step	Noise ( $n_t$ )
1	-9.9922
2	0.780593
3	-1.02425
4	2.441746
5	-1.37137
6	-1.93771
7	0.67508
8	-4.54003
9	5.72864
10	-3.02543
11	1.604402
12	2.913128
13	1.453735
14	-3.58478
15	-2.85478
16	6.724605
17	2.81376
18	-1.19336
19	-4.04061
20	4.373509
21	-1.74674
22	0.555129
23	3.00549
24	0.273756
25	-3.16015
26	1.09137
27	-25.6986
28	21.98007
29	-3.55542
30	4.6534
31	-1.81065
32	-1.2328
33	-3.54659
34	5.534781
35	-3.7
36	4.2
37	1.3
38	-0.9
39	-7.6

### Menentukan model ARIMA dari deret noise

Gambar 3.5 Grafik autokorelasi noise dalam komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output



Gambar 3.6 Grafik partial autokorelasi noise dalam komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output



Model ARIMA yang diidentifikasi adalah model ARIMA(1,0,1) dengan model sebagai berikut :

$$(1 - \phi_1 B)n_t = (1 - \theta_1 B)a_t$$

$$n_t = \frac{(1 - \phi_1 B)}{(1 - \theta_1 B)} a_t$$

Model Fungsi transfer yang telah ditentukan adalah :

$$y_t = \frac{(w_0 - w_1 B)}{(1 - \delta_1 B)} x_t + \frac{(1 - \theta_1 B)}{(1 - \phi_1 B)} a$$

dengan nilai AR(1) dan MA(1) adalah sebagai berikut:

$$\phi_1 = 0,916$$

$$\theta_1 = -0,924$$

diperoleh

$$n_t = \frac{(1 - 0,916B)}{(1 + 0,924B)} a_t$$

dan taksiran akhir parameter-parameter adalah sebagai berikut:

$$1. v_0 = w_0 = 0,15972$$

$$2. \delta_1 = \frac{v_2}{v_1} = 1,99$$

$$3. v_1 = \delta_1 v_0 - w_1$$

$$w_1 = \delta_1 v_0 - v_1$$

$$= -0,232$$

Model selengkapnya secara tentatif dapat diidentifikasi sebagai berikut :

$$y_t = \frac{(0,1579 + 0,232B)}{(1 - 1,99B)} x_t + \frac{(1 + 0,92B)}{(1 - 0,91B)} a_t$$

Pemeriksaan Diagnostik pada model dengan deret nilai sisa akhir  $a_t$ ,

$$y_t = \frac{(0,1579 + 0,232B)}{(1 - 1,99B)} x_t + \frac{(1 + 0,92B)}{(1 - 0,91B)} a_t$$

$$y_t(1 - 1,99B)(1 - 0,91B) = (0,1579 + 0,232B)x_t + (1 - 1,99B)(1 + 0,92B)a_t$$

$$y_t(1 - 0,91B - 1,99B + 1,8278B^2) = (0,1579 + 0,088B - 0,211B^2)x_t + (1 - 0,57B - 1,83B^2)a_t$$

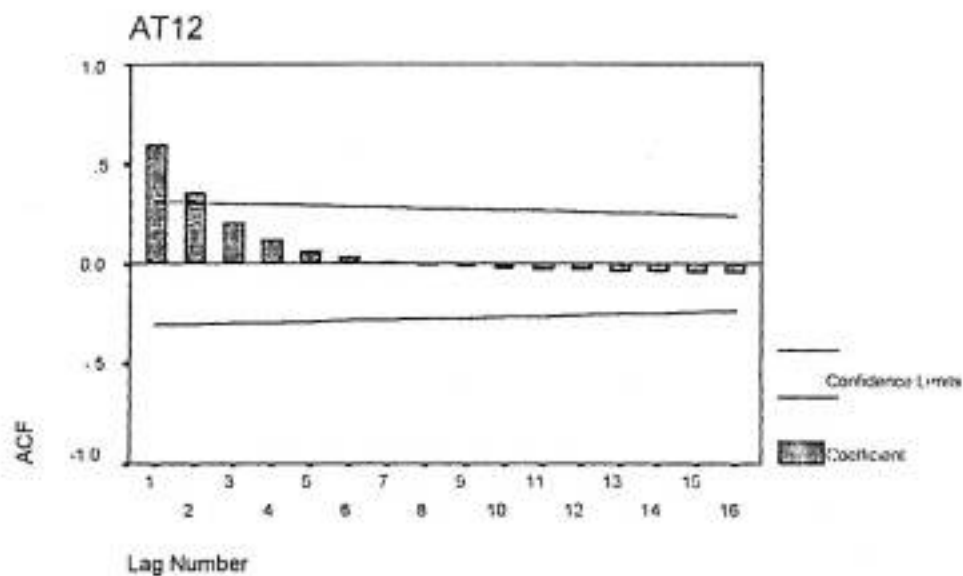
$$a_t = y_t - 2,91y_{t-1} + 1,8109y_{t-2} - 0,15972x_t - 0,088x_{t-1} + 0,211x_{t-2} + 0,57a_{t-1} + 1,83a_{t-2}$$

Tabel 3.7 Data Gugus Residu ( $a_{it}$ ) komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output

Time step	Gugus residu ( $a_{it}$ )
1	6.21537
2	-5.4209
3	15.06767
4	2.24603
5	19.04775
6	20.5501
7	32.46023
8	91.15601
9	82.87171
10	225.5418
11	274.5316
12	570.2916
13	819.3427
14	1514.897
15	2383.518
16	4094.114
17	6722.755

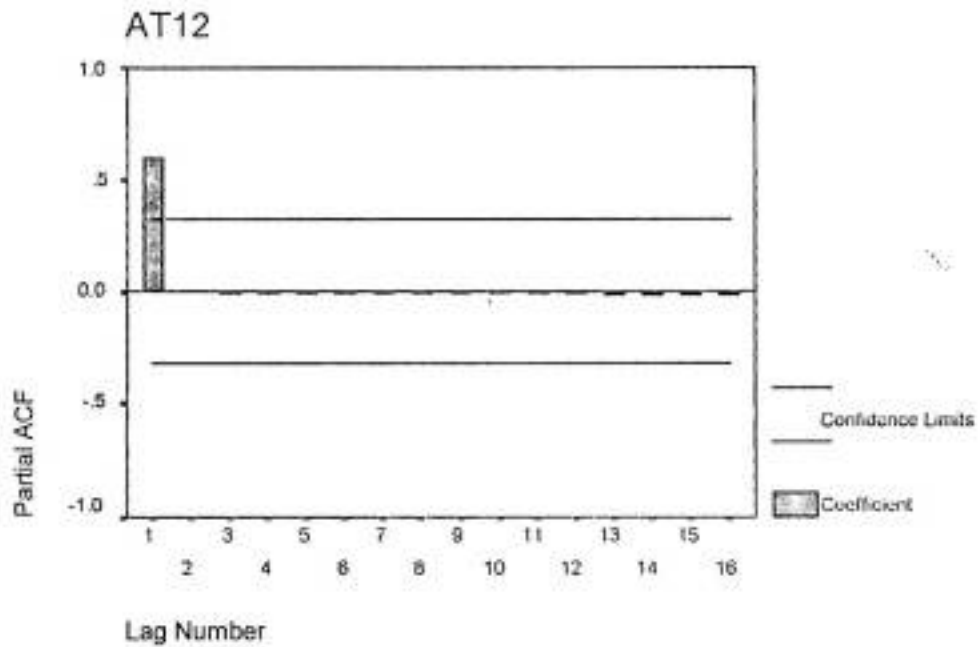
Time step	Gugus residu ( $\alpha_n$ )
18	11320.53
19	18747.23
20	31399.94
21	52212.5
22	87235.34
23	145251.2
24	242433.6
25	404003.7
26	673950.9
27	1123463
28	1873708
29	3123950
30	5209538
31	8686263
32	14484628
33	24152068
34	40273649
35	67154148
36	1.12E+08
37	1.87E+08
38	3.11E+08
39	5.19E+08

Gambar 3.7 Grafik autokorelasi gugus residu akhir ( $\alpha_n$ ) dalam komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output

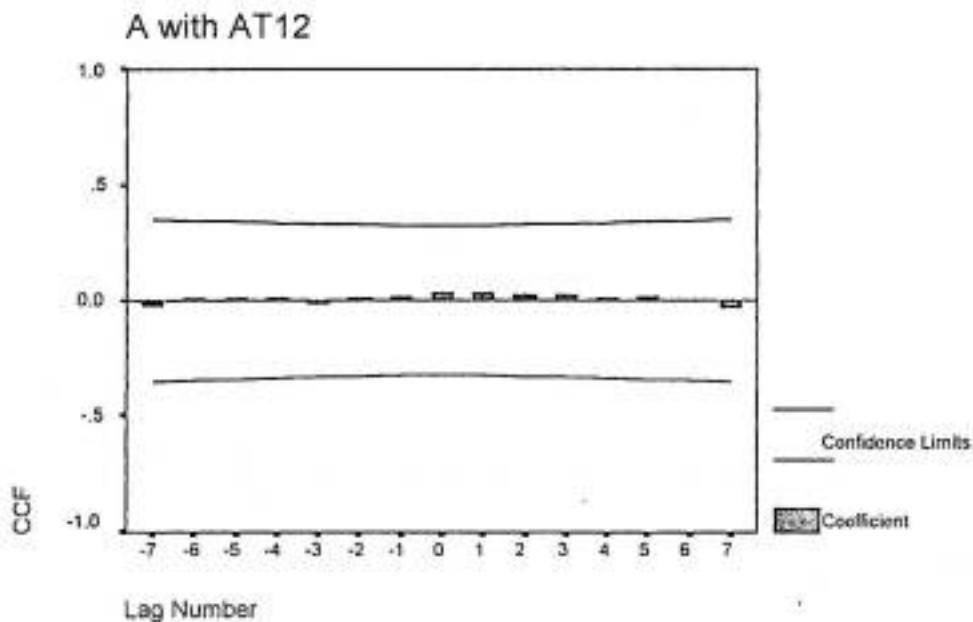




Gambar 3.8 Grafik partial autokorelasi gugus residu ( $\alpha_n$ ) dalam komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output



Gambar 3.9 Grafik partial autokorelasi gugus residu ( $\alpha_n$ ) dan input noise  $\alpha$ , dalam komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output



Tujuan dari pada pemeriksaan model ini adalah untuk menguji *validitas* (kesahihan) model. Untuk menguji, maka hal yang harus dilakukan adalah menggunakan uji Box-Pierce  $\chi^2$

**Langkah –langkah diagnostik:**

**1. Analisis Nilai sisa (residu) : autokorelasi**

1.  $H_0 = a_{it}$  merupakan deret random

$H_1 = a_{it}$  bukan merupakan deret random

2. Taraf signifikan  $\alpha = 0,01$

3. Daerah kritis: tolak  $H_0$  jika  $\chi^2$  hitung  $>$   $\chi^2$  tabel dengan  $db=16-1-1=14$

$$\chi^2 \text{ tabel} = 29,1413$$

4. Berdasarkan persamaan (17)

$$\begin{aligned} \chi_{(7-1-1)}^2 &= (47-1-1-1-0) / ((0,597)^2 + (0,354)^2 + (0,207)^2 + (0,118)^2 + (0,063)^2 \\ &\quad + (0,029)^2 + (0,007)^2 + (-0,007)^2 + (-0,016)^2 + (-0,023)^2 + (-0,029)^2 + \\ &\quad + (-0,033)^2 + (-0,037)^2 + (-0,040)^2 + (-0,043)^2 + (-0,047)^2 \end{aligned}$$

$$= (44)(0,438382)$$

$$= 19,28925$$

5. Kesimpulan

Karena  $\chi^2$  hitung  $<$   $\chi^2$  tabel maka  $H_0$  diterima, ini berarti bahwa deret  $a_{it}$  pada hakekatnya merupakan deret random. Model fungsi transfer untuk komposisi kimia bahan baku yang dikonversi menjadi LSF input dan LSF output benar-benar cocok dengan data tersebut



## 2. Analisis Nilai sisa (residu) : Korelasi Silang

1.  $H_0$  = Deret input  $\alpha$ , yang disesuaikan adalah bebas dari komponen noise

$(a_n)$  random

$H_1$  = Deret input  $\alpha$ , yang disesuaikan adalah tidak bebas dari

komponen noise  $(a_n)$  random

2. Taraf signifikan  $\alpha = 0,01$

3. Daerah kritis: tolak  $H_0$  jika  $\chi^2$  hitung  $>$   $\chi^2$  tabel dengan  $db=7-1-1=5$

$$\chi^2 \text{ tabel} = 15,0863$$

4. Berdasarkan persamaan (18)

$$\begin{aligned}\chi^2_{(15-1-1)} &= (47-2)[(0,029)^2 + (0,027)^2 + (0,025)^2 + (0,019)^2 + (0,009)^2 \\ &\quad + (0,012)^2 + (-0,003)^2 + (-0,030)^2] \\ &= (45)(0,00369) \\ &= 0,16605\end{aligned}$$

5. Kesimpulan

Karena  $\chi^2$  hitung  $<$   $\chi^2$  tabel maka  $H_0$  diterima, ini berarti bahwa deret input  $\alpha$ , yang disesuaikan adalah bebas dari komponen noise  $(a_n)$  random sehingga dapat disimpulkan bahwa model fungsi transfer memenuhi asumsi independensi antara deret  $\alpha$ , dan  $a_n$ .

**Model Auto Regressive yang diperoleh:**

$1,8109y_{t-2} - 2,9y_{t-1} + y_t = 0,1579x_t$  kemudian ditransformasikan menjadi:

$$1,8109y_k - 2,9y_{k+1} + y_{k+2} = -0,21x_t$$

Hasil tersebut dikonversi ke dalam bentuk persamaan keadaan diperoleh:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1,8109 & 2,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0,21 \end{bmatrix} w(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,21 \end{bmatrix} v(k)$$

**BAB IV**  
**HASIL DAN PEMBAHASAN**

**4.1 Hasil Proses Rekursif Kalman Filtering**

Hasil proses rekursif komposisi kimia bahan baku penyusun semen *Lime saturation factor* (LSF) dengan menggunakan *Kalman Filtering* dapat dilihat dalam rekursif berikut ini :

**k=0:**

$$P_0^{-1} = \begin{bmatrix} 6.7445 & 0 \\ 0 & 0.0105 \end{bmatrix}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.1483 & 0 \\ 0 & 95.6900 \end{bmatrix}$$

$$K_0 = \begin{bmatrix} 0.9985 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$z_0 = [102.6688]$$

$$\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 102.6580 \\ 95.6900 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_1^- = \begin{bmatrix} 95.6900 \\ 104.2160 \end{bmatrix}$$

$$P_1^- = \begin{bmatrix} -173.2630 & 277.5230 \\ -502.5046 & 804.5064 \end{bmatrix}$$

**k=1:**

$$P_1^{-1} = \begin{bmatrix} 19.0420 & -4.2458 \\ 7.6878 & -2.6507 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.1486 & -0.2381 \\ 0.4311 & -1.0677 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1.0009 \\ 2.9027 \end{bmatrix}$$

$$z_1 = [101.0688]$$

$$\hat{x}_1 = \begin{bmatrix} 101.0734 \\ 119.8292 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_2^- = \begin{bmatrix} 93.4470 \\ 101.7731 \end{bmatrix}$$

$$P_2^- = \begin{bmatrix} 1.9555 & -2.6433 \\ 4.8484 & -6.7262 \end{bmatrix}$$

**k=2**

$$P_2^{-1} = \begin{bmatrix} 26.6727 & -7.8355 \\ 14.3724 & -5.7967 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.1380 & -0.1866 \\ 0.3422 & -0.6351 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.9294 \\ 2.3044 \end{bmatrix}$$

$$z_2 = [102.2688]$$

$$\hat{x}_2 = \begin{bmatrix} 101.6462 \\ 122.1021 \end{bmatrix}$$

k=3

$$P_3^{-1} = \begin{bmatrix} 29.3101 & -9.2740 \\ 17.2320 & -7.3567 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0.1318 & -0.1661 \\ 0.3087 & -0.5251 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 0.8875 \\ 2.0789 \end{bmatrix}$$

$$z_3 = [99.8688]$$

$$\hat{x}_3 = \begin{bmatrix} 99.4000 \\ 112.8936 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_4^- = \begin{bmatrix} 95.7000 \\ 104.2269 \end{bmatrix}$$

$$P_4^- = \begin{bmatrix} 0.9729 & -1.1921 \\ 2.2348 & -2.8650 \end{bmatrix}$$

k=4

$$P_4^{-1} = \begin{bmatrix} 29.9668 & -9.6669 \\ 18.1224 & -7.8896 \end{bmatrix}$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 0.1288 & -0.1579 \\ 0.2959 & -0.4894 \end{bmatrix}$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} 0.8676 \\ 1.9928 \end{bmatrix}$$

$$z_4 = [98.1688]$$

$$\hat{x}_4 = \begin{bmatrix} 97.8419 \\ 109.1468 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_5^- = \begin{bmatrix} 95.7000 \\ 104.2269 \end{bmatrix}$$

$$P_5^- = \begin{bmatrix} 0.9082 & -1.1012 \\ 2.0742 & -2.6395 \end{bmatrix}$$

**k=5**

$$P_5^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0828 & -9.7409 \\ 18.3481 & -8.0335 \end{bmatrix}$$

$$P_5 = \begin{bmatrix} 0.1276 & -0.1548 \\ 0.2915 & -0.4779 \end{bmatrix}$$

$$K_5 = \begin{bmatrix} 0.8595 \\ 1.9630 \end{bmatrix}$$

$$z_5 = [100.6688]$$

$$\hat{x}_5 = \begin{bmatrix} 99.9705 \\ 113.9805 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_6^- = \begin{bmatrix} 92.8900 \\ 101.1665 \end{bmatrix}$$

$$P_6^- = \begin{bmatrix} 0.8875 & -1.0725 \\ 2.0244 & -2.5705 \end{bmatrix}$$

**k=6**

$$P_6^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0876 & -9.7440 \\ 18.3925 & -8.0631 \end{bmatrix}$$

$$P_6 = \begin{bmatrix} 0.1272 & -0.1537 \\ 0.2902 & -0.4747 \end{bmatrix}$$

$$K_6 = \begin{bmatrix} 0.8567 \\ 1.9541 \end{bmatrix}$$

$$z_6 = [100.7688]$$

$$\hat{x}_6 = \begin{bmatrix} 99.6395 \\ 116.5624 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_7^- = \begin{bmatrix} 92.8900 \\ 101.1665 \end{bmatrix}$$

$$P_7^- = \begin{bmatrix} 0.8816 & -1.0644 \\ 2.0108 & -2.5517 \end{bmatrix}$$

**k=7:**

$$P_7^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0798 & -9.7387 \\ 18.3969 & -8.0661 \end{bmatrix}$$

$$P_7 = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2899 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_7 = \begin{bmatrix} 0.8558 \\ 1.9520 \end{bmatrix}$$

$$z_7 = [101.8688]$$

$$\hat{x}_7 = \begin{bmatrix} 100.5745 \\ 118.6929 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_8^- = \begin{bmatrix} 92.8900 \\ 101.1665 \end{bmatrix}$$

$$P_8^- = \begin{bmatrix} 0.8803 & -1.0626 \\ 2.0078 & -2.5476 \end{bmatrix}$$

**k=8:**

$$P_8^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0751 & -9.7354 \\ 18.3953 & -8.0651 \end{bmatrix}$$

$$P_8 = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4738 \end{bmatrix}$$

$$K_8 = \begin{bmatrix} 0.8557 \\ 1.9516 \end{bmatrix}$$

$$z_8 = [91.3688]$$

$$\hat{x}_8 = \begin{bmatrix} 91.5884 \\ 98.1977 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_9^- = \begin{bmatrix} 92.8900 \\ 101.1665 \end{bmatrix}$$

$$P_9^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0623 \\ 2.0074 & -2.5471 \end{bmatrix}$$

**k=9:**

$$P_9^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0732 & -9.7340 \\ 18.3941 & -8.0642 \end{bmatrix}$$

$$P_9 = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4738 \end{bmatrix}$$

$$K_9 = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9516 \end{bmatrix}$$

$$z_9 = [93.8688]$$

$$\hat{x}_9 = \begin{bmatrix} 93.7275 \\ 103.0768 \end{bmatrix}$$





$$\hat{x}_{10}^- = \begin{bmatrix} 92.8900 \\ 101.1665 \end{bmatrix}$$

$$P_{10}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0623 \\ 2.0075 & -2.5471 \end{bmatrix}$$

**k=10:**

$$P_{10}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0726 & -9.7336 \\ 18.3936 & -8.0638 \end{bmatrix}$$

$$P_{10} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{10} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{10} = [91.6688]$$

$$\hat{x}_{10} = \begin{bmatrix} 91.8451 \\ 98.7831 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{11}^- = \begin{bmatrix} 96.2800 \\ 104.8585 \end{bmatrix}$$

$$P_{11}^- = \begin{bmatrix} 0.8802 & -1.0625 \\ 2.0077 & -2.5476 \end{bmatrix}$$

**k=11:**

$$P_{11}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0603 & -9.7284 \\ 18.3824 & -8.0590 \end{bmatrix}$$

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{11} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{11} = [92.7688]$$

$$\hat{x}_{11} = \begin{bmatrix} 93.2757 \\ 98.0058 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{12}^- = \begin{bmatrix} 96.2800 \\ 104.8585 \end{bmatrix}$$

$$P_{12}^- = \begin{bmatrix} 0.8803 & -1.0626 \\ 2.0080 & -2.5480 \end{bmatrix}$$

**k=12:**

$$P_{12}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0689 & -9.7317 \\ 18.3895 & -8.0617 \end{bmatrix}$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{12} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{12} = [94.5688]$$

$$\hat{x}_{12} = \begin{bmatrix} 94.8158 \\ 101.5186 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{13}^- = \begin{bmatrix} 96.2800 \\ 104.8585 \end{bmatrix}$$

$$P_{13}^- = \begin{bmatrix} 0.8802 & -1.0626 \\ 2.0079 & -2.5478 \end{bmatrix}$$

**k=13:**

$$P_{13}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0716 & -9.7329 \\ 18.3922 & -8.0630 \end{bmatrix}$$

$$P_{13} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{13} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{13} = [98.1688]$$

$$\hat{x}_{13} = \begin{bmatrix} 97.8962 \\ 108.5451 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{14}^- = \begin{bmatrix} 96.2800 \\ 104.8585 \end{bmatrix}$$

$$P_{14}^- = \begin{bmatrix} 0.8802 & -1.0625 \\ 2.0077 & -2.5475 \end{bmatrix}$$

**k=14:**

$$P_{14}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0723 & -9.7333 \\ 18.3930 & -8.0634 \end{bmatrix}$$

$$P_{14} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{14} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{14} = [97.2688]$$

$$\hat{x}_{14} = \begin{bmatrix} 97.1261 \\ 106.7885 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{15}^- = \begin{bmatrix} 96.2800 \\ 104.8585 \end{bmatrix}$$

$$P_{15}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=15:**

$$P_{15}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{15} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{15} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{15} = [92.3688]$$

$$\hat{x}_{15} = \begin{bmatrix} 92.9335 \\ 97.2250 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{16}^- = \begin{bmatrix} 96.2800 \\ 104.8585 \end{bmatrix}$$

$$P_{16}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=16:**

$$P_{16}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{16} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{16} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{16} = [100.3688]$$

$$\hat{x}_{16} = \begin{bmatrix} 99.7785 \\ 112.8388 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{17}^- = \begin{bmatrix} 96.2800 \\ 104.8585 \end{bmatrix}$$

$$P_{17}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=17:**

$$P_{17}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{17} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{17} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{17} = [95.7688]$$

$$\hat{x}_{17} = \begin{bmatrix} 95.8426 \\ 123.7649 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{18}^- = \begin{bmatrix} 96.2800 \\ 104.8585 \end{bmatrix}$$

$$P_{18}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=18:**

$$P_{18}^{-i} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{18} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{18} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{18} = [95.1688]$$

$$\hat{x}_{18} = \begin{bmatrix} 95.3292 \\ 102.6898 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{19}^- = \begin{bmatrix} 97.4500 \\ 106.1328 \end{bmatrix}$$

$$P_{19}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=19:**

$$P_{19}^{-i} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{19} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{19} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{19} = [98.2688]$$

$$\hat{x}_{19} = \begin{bmatrix} 98.1506 \\ 107.7309 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{20}^- = \begin{bmatrix} 97.4500 \\ 106.1328 \end{bmatrix}$$

$$P_{20}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=20:**

$$P_{20}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{20} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{20} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{20} = [100.3688]$$

$$\hat{x}_{20} = \begin{bmatrix} 99.9474 \\ 111.8295 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{21}^- = \begin{bmatrix} 97.4500 \\ 106.1328 \end{bmatrix}$$

$$P_{21}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=21:**

$$P_{21}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{21} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{21} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{21} = [98.0688]$$

$$\hat{x}_{21} = \begin{bmatrix} 98.0693 \\ 107.9290 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{22}^- = \begin{bmatrix} 97.4500 \\ 106.1328 \end{bmatrix}$$

$$P_{22}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=22:**

$$P_{22}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{22} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{22} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{22} = [94.6688]$$

$$\hat{x}_{22} = \begin{bmatrix} 94.8651 \\ 99.7238 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{23}^- = \begin{bmatrix} 97.4500 \\ 106.1328 \end{bmatrix}$$

$$P_{23}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$



**k=23:**

$$P_{23}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{23} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{23} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{23} = [101.2688]$$

$$\hat{x}_{23} = \begin{bmatrix} 100.8394 \\ 114.0719 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{24}^- = \begin{bmatrix} 97.4500 \\ 106.1328 \end{bmatrix}$$

$$P_{24}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=24:**

$$P_{24}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{24} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{24} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{24} = [104.8688]$$

$$\hat{x}_{24} = \begin{bmatrix} 103.8864 \\ 120.9173 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{25}^- = \begin{bmatrix} 94.5600 \\ 102.9853 \end{bmatrix}$$

$$P_{25}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=25:**

$$P_{25}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{25} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{25} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{25} = [102.6688]$$

$$\hat{x}_{25} = \begin{bmatrix} 101.5292 \\ 118.9027 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{26}^- = \begin{bmatrix} 94.5600 \\ 102.9853 \end{bmatrix}$$

$$P_{26}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=26:**

$$P_{26}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{26} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{26} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{26} = [96.2688]$$

$$\hat{x}_{26} = \begin{bmatrix} 96.0221 \\ 106.3204 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{27}^- = \begin{bmatrix} 94.5600 \\ 102.9853 \end{bmatrix}$$

$$P_{27}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=27:**

$$P_{27}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{27} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{27} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{27} = [97.4688]$$

$$\hat{x}_{27} = \begin{bmatrix} 97.0489 \\ 108.6625 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{28}^- = \begin{bmatrix} 94.5600 \\ 102.9853 \end{bmatrix}$$

$$P_{28}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

k=28:

$$P_{28}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{28} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{28} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{28} = [97.0688]$$

$$\hat{x}_{28} = \begin{bmatrix} 96.7066 \\ 107.8818 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{29}^- = \begin{bmatrix} 93.5400 \\ 101.8744 \end{bmatrix}$$

$$P_{29}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

k=29:

$$P_{29}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{29} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{29} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{29} = [97.7688]$$

$$\hat{x}_{29} = \begin{bmatrix} 97.1583 \\ 110.1279 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{30}^- = \begin{bmatrix} 93.5400 \\ 101.8744 \end{bmatrix}$$

$$P_{30}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=30:**

$$P_{30}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{30} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{30} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{30} = [98.2688]$$

$$\hat{x}_{30} = \begin{bmatrix} 97.5861 \\ 111.1038 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{31}^- = \begin{bmatrix} 93.5400 \\ 101.8744 \end{bmatrix}$$

$$P_{31}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=31:**

$$P_{31}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{31} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{31} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{31} = [98.7688]$$

$$\hat{x}_{31} = \begin{bmatrix} 98.0139 \\ 112.0796 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{32}^- = \begin{bmatrix} 93.5400 \\ 101.8744 \end{bmatrix}$$

$$P_{32}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=32:**

$$P_{32}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{32} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{32} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{32} = [97.9688]$$

$$\hat{x}_{32} = \begin{bmatrix} 97.3294 \\ 110.5182 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{33}^- = \begin{bmatrix} 93.5400 \\ 101.8744 \end{bmatrix}$$

$$P_{33}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=33:**

$$P_{33}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{33} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{33} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{33} = [99.1688]$$

$$\hat{x}_{33} = \begin{bmatrix} 98.3562 \\ 112.8603 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{34}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{34}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=34:**

$$P_{34}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{34} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{34} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{34} = [72.7688]$$

$$\hat{x}_{34} = \begin{bmatrix} 75.7531 \\ 61.4211 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{35}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{35}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=35:**

$$P_{35}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{35} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{35} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{35} = [95.1688]$$

$$\hat{x}_{35} = \begin{bmatrix} 94.9192 \\ 105.1397 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{36}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{36}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=36:**

$$P_{36}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{36} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$



$$K_{36} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{36} = [92.1688]$$

$$\hat{x}_{36} = \begin{bmatrix} 92.3523 \\ 99.2845 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{37}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{37}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=37:**

$$P_{37}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{37} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{37} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{37} = [96.8688]$$

$$\hat{x}_{37} = \begin{bmatrix} 96.3738 \\ 108.4576 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{38}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{38}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$



**k=38:**

$$P_{38}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{38} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{38} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{38} = [95.0688]$$

$$\hat{x}_{38} = \begin{bmatrix} 94.8337 \\ 104.9445 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{39}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{39}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=39:**

$$P_{39}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{39} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{39} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{39} = [93.7688]$$

$$\hat{x}_{39} = \begin{bmatrix} 93.7213 \\ 102.4073 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{40}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{40}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=40:**

$$P_{40}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{40} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{40} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{40} = [90.2688]$$

$$\hat{x}_{40} = \begin{bmatrix} 90.7266 \\ 95.5762 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{41}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{41}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=41:**

$$P_{41}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{41} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{41} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}_{41} = [95.8688]$$

$$\hat{x}_{41} = \begin{bmatrix} 95.5182 \\ 106.5059 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{42}^- = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{42}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=42:**

$$P_{42}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{42} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{42} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}_{42} = [92.1688]$$

$$\hat{x}_{42} = \begin{bmatrix} 92.3523 \\ 99.2845 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{43}^- = \begin{bmatrix} 96.4000 \\ 104.9892 \end{bmatrix}$$

$$P_{43}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=43:**

$$P_{43}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{43} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{43} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{43} = [96.3688]$$

$$\hat{x}_{43} = \begin{bmatrix} 96.3733 \\ 104.9284 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{44}^- = \begin{bmatrix} 104.9284 \\ 129.7698 \end{bmatrix}$$

$$P_{44}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=44:**

$$P_{44}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{44} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{44} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{44} = [97.6688]$$

$$\hat{x}_{44} = \begin{bmatrix} 97.0583 \\ 110.0190 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{45} = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{45}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=45:**

$$P_{45}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{45} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{45} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{45} = [96.7688]$$

$$\hat{x}_{45} = \begin{bmatrix} 96.2882 \\ 108.2624 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{46} = \begin{bmatrix} 93.4400 \\ 101.7655 \end{bmatrix}$$

$$P_{46}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5473 \end{bmatrix}$$

**k=46:**

$$P_{46}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

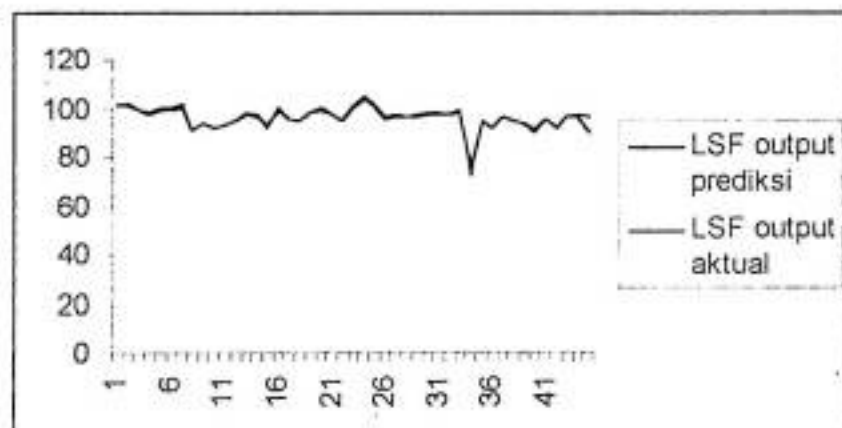
$$P_{46} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{46} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{46} = [93.4188]$$

$$\hat{x}_{46} = \begin{bmatrix} 89.7854 \\ 93.4293 \end{bmatrix}$$

#### 4. 2 Output Prediksi LSF Hasil Proses Rekursif Kalman Filtering



*Keterangan:*

*Rata-rata error : 0,122098*

Gambar 4.1 Grafik hasil proses rekursif Kalman Filtering untuk prediksi output satu step kedepan komposisi kimia bahan baku *Raw Meal*

k=47

$$\hat{x}_{47} = \begin{bmatrix} 93.9900 \\ 102.3645 \end{bmatrix}$$

$$P_{47} = \begin{bmatrix} 0.8802 & -1.0625 \\ 2.0077 & -2.5476 \end{bmatrix}$$

$$P_{47}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0603 & -9.7284 \\ 18.3824 & -8.0590 \end{bmatrix}$$

$$P_{47} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{47} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{47} = [89.7528]$$

$$\hat{x}_{47} = \begin{bmatrix} 90.3645 \\ 94.0948 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{48}^- = \begin{bmatrix} 93.9900 \\ 102.3645 \end{bmatrix}$$

$$P_{48}^- = \begin{bmatrix} 0.8803 & -1.0626 \\ 2.0080 & -2.5480 \end{bmatrix}$$

**k=48:**

$$P_{48}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0689 & -9.7317 \\ 18.3895 & -8.0617 \end{bmatrix}$$

$$P_{48} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{48} = \begin{bmatrix} 0.8557 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{48} = [90.3333]$$

$$\hat{x}_{48} = \begin{bmatrix} 90.8611 \\ 95.2273 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{49}^- = \begin{bmatrix} 93.9900 \\ 102.3645 \end{bmatrix}$$



$$P_{49}^- = \begin{bmatrix} 0.8802 & -1.0626 \\ 2.0079 & -2.5478 \end{bmatrix}$$

**k=49:**

$$P_{49}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0716 & -9.7329 \\ 18.3922 & -8.0630 \end{bmatrix}$$

$$P_{49} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{49} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{49} = [90.8299]$$

$$\hat{x}_{49} = \begin{bmatrix} 91.2861 \\ 96.1967 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{50}^- = \begin{bmatrix} 95.1000 \\ 103.5734 \end{bmatrix}$$

$$P_{50}^- = \begin{bmatrix} 0.8802 & -1.0625 \\ 2.0077 & -2.5475 \end{bmatrix}$$

**k=50:**

$$P_{50}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0723 & -9.7333 \\ 18.3930 & -8.0634 \end{bmatrix}$$

$$P_{50} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{50} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{50} = [91.2549]$$

$$\hat{x}_{50} = \begin{bmatrix} 91.8100 \\ 96.0687 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{51}^- = \begin{bmatrix} 95.1000 \\ 103.5734 \end{bmatrix}$$

$$P_{51}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5474 \end{bmatrix}$$

**k=51:**

$$P_{51}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{51} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{51} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{51} = [91.7788]$$

$$\hat{x}_{51} = \begin{bmatrix} 91.8100 \\ 96.0687 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{52}^- = \begin{bmatrix} 91.6900 \\ 99.8596 \end{bmatrix}$$

$$P_{52}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5474 \end{bmatrix}$$

k=52:

$$P_{52}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{52} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{52} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}_{52} = [92.2271]$$

$$\hat{x}_{52} = \begin{bmatrix} 92.1496 \\ 100.9079 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{53}^- = \begin{bmatrix} 91.6900 \\ 99.8596 \end{bmatrix}$$

$$P_{53} = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5474 \end{bmatrix}$$

k=53:

$$P_{53}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{53} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{53} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$\bar{z}_{53} = [92.1184]$$

$$\hat{x}_{53} = \begin{bmatrix} 92.0566 \\ 100.6957 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{54}^- = \begin{bmatrix} 93.6386 \\ 101.9818 \end{bmatrix}$$

$$P_{54}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5474 \end{bmatrix}$$

k=54:

$$P_{54}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{54} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{54} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{54} = [92.0254]$$

$$\hat{x}_{54} = \begin{bmatrix} 92.2583 \\ 98.8333 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{55}^- = \begin{bmatrix} 95.0536 \\ 103.5229 \end{bmatrix}$$

$$P_{55}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5474 \end{bmatrix}$$

k=55:

$$P_{55}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{55} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{55} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{55} = [92.2271]$$

$$\hat{x}_{55} = \begin{bmatrix} 92.6352 \\ 98.0064 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_{56} = \begin{bmatrix} 95.0536 \\ 103.5229 \end{bmatrix}$$

$$P_{56}^- = \begin{bmatrix} 0.8801 & -1.0624 \\ 2.0076 & -2.5474 \end{bmatrix}$$

**k=56:**

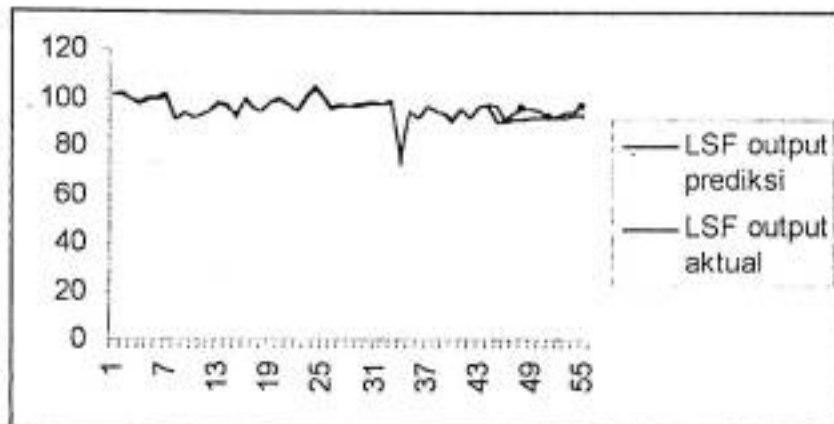
$$P_{56}^{-1} = \begin{bmatrix} 30.0724 & -9.7334 \\ 18.3933 & -8.0636 \end{bmatrix}$$

$$P_{56} = \begin{bmatrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{bmatrix}$$

$$K_{56} = \begin{bmatrix} 0.8556 \\ 1.9517 \end{bmatrix}$$

$$z_{56} = [92.6040]$$

$$\hat{x}_{56} = \begin{bmatrix} 92.9577 \\ 98.7420 \end{bmatrix}$$



Gambar 4.2 Grafik hasil proses rekursif Kalman Filtering untuk prediksi output beberapa ramalan ke depan komposisi kimia bahan baku *Raw Meal*

Dengan melihat Gambar 4.1 prediksi satu step kedepan, LSF output aktual dapat dikatakan hampir sama dengan LSF output prediksi, dengan mengetahui bahwa rata-rata error antara LSF output aktual dan LSF output prediksi adalah 0,122098. Namun pada tahap selanjutnya yakni pada Gambar 4.2 prediksi beberapa step kedepan yaitu pada 30 menit ke 47, prediksi LSF output mengalami suatu prediksi yang kurang akurat. Dengan melihat grafik bahwa LSF output prediksi mengalami penurunan pola atau tidak mampu menaikkan hampir sama dengan LSF output aktual. Hal ini disebabkan karena adanya fluktuasi pada data tersebut sehingga Kalman Filtering tidak mampu memprediksi dengan akurat, Kalman tidak mampu memprediksi dengan akurat, hal ini disebabkan kemungkinan adanya pengaruh noise yang tidak terdeteksi dalam pengamatan. Pada tahap selanjutnya yaitu pada 30 menit ke 52 dan ke 53 LSF output prediksi hampir dikatakan mendekati akurat lagi, ini berarti bahwa Kalman Filtering mampu mendeteksi pada tahap tersebut

Dengan memperhatikan pola grafik prediksi Lime Saturation Faktor (LSF) dengan menggunakan Kalman Filtering maka dapat dikatakan bahwa prediksi yang akurat dalam penelitian ini adalah satu step kedepan yang artinya bahwa Kalman Filtering mampu memprediksi dengan akurat satu langkah kedepan

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

1. Model ruang keadaan yang diperoleh adalah :

Persamaan input

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1,8109 & 2,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0,21 \end{bmatrix} w(k)$$

Persamaan output

$$Z(k) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + [-0,21]v(k)$$

dimana matriks  $[1 \quad 0]$  merupakan matriks pengukuran pada saat ke k untuk input  $x_1(k)$

2. Kalman Filtering merupakan suatu prosedur rekursif yang berfungsi sebagai penyaring untuk mengoptimalkan output prediksi
3. Prediksi *Lime Saturation Factor* (LSF) *Raw Meal* di industri semen dengan menggunakan Kalman filtering adalah akurat untuk satu step kedepan dengan mengetahui rata-rata error adalah 0,122098.

#### 5.2 Saran

Di industri semen penentuan komposisi kimia bahan baku sangat menentukan kualitas produk akhir . Ukuran kualitas kimiawi bahan baku dinyatakan dalam LSF(Lime Saturation Factor), AM (Alumina Modulus) dan SM (Silica Modulus). Dalam hal ini penelitian kami di batasi hanya pada LSF . Bagi pembaca yang berminat melanjutkan penelitian ini, dianjurkan untuk dapat menggunakan ketiga komposisi kimia bahan baku tersebut.



## DAFTAR PUSTAKA

1. A. A. Philip., *Cement Plant Operations Handbook for Dry Process Plants*, Houston, Trade Ship Publications, LTD., 1998.
2. Brown, R. G., Hwang, P. Y. C., *Introduction to Random Signal and Applied Kalman Filtering 3<sup>th</sup> Edition*, New York, John Wiley and Sons, 1995.
3. Candy, J. V., *Signal Processing : The Model-Based Approach*, New York, McGraw-Hill, Inc., 1986.
4. Department of Elec. & Comp. Engineering Universite de Sherbrooke (Quebec) Canada J1K 2R1., [michaudf@gel.usherb.ca](mailto:michaudf@gel.usherb.ca)
5. Friedland, B., *Control System Design : An Introduction to State-Space Methods*, New York, McGraw-Hill, Inc., 1986.
6. [Gb@cs.unc.edu](mailto:Gb@cs.unc.edu), <http://cs.UNC.edu/~gb>
7. Kateman, G., Buydens, L., *Quality Control in Analytical Chemistry 2<sup>nd</sup> Edition*, New York, John Wiley and Sons, Inc., 1993.
8. Makridakis, S., Wheelwright, S.C., McGee, V. E., *Forecasting 2<sup>nd</sup> Edition*, New York, John Wiley and Sons, 1983.
9. Mendel, J. M., *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications, and Controls*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1995.
10. Robotics Division-IREQ, Institute de recherche d'Hydro-Quebec Varennes (Quebec) Canada J3X 1S1., [drolet@gel.usherb.ca](mailto:drolet@gel.usherb.ca), [jean@robot.ireq.ca](mailto:jean@robot.ireq.ca)
11. Solo, V., Kong, X., *Adaptive Signal Processing Algorithms : Stability and Performance*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1995.
12. S. M. Shinnars, *Modern Control System Theory and Design*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1992.
13. Wei. W. W. S., *Time Series analysis : Univariate and Multivariate methods*, USA, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1990.
14. [Welch@cs.unc.edu](mailto:Welch@cs.unc.edu), <http://www.cs.unc.edu/~welch>

## LAMPIRAN 1

### Data Komposisi Kimia Raw Meal

TIME	mix	silica	Limestone	iron ore	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO
1	84.8	9	5.5	1	13.6452	3.95949	2.61964	42.18937
2	84.8	9	5.5	1	13.6452	3.95949	2.61964	42.18937
3	85.5	9.3	4.5	1	13.93841	3.98471	2.63459	41.9906
4	90	9.3	4.5	1	14.22191	4.17281	2.72594	44.07365
5	90	9.3	4.5	1	14.22191	4.17281	2.72594	44.07365
6	90	9.3	4.5	1	14.22191	4.17281	2.72594	44.07365
7	89.5	9.8	4.5	1	14.63826	4.16501	2.72669	43.8437
8	89.5	9.8	4.5	1	14.63826	4.16501	2.72669	43.8437
9	89.5	9.8	4.5	1	14.63826	4.16501	2.72669	43.8437
10	89.5	9.8	4.5	1	14.63826	4.16501	2.72669	43.8437
11	89.5	9.8	4.5	1	14.63826	4.16501	2.72669	43.8437
12	90.1	9.2	4.5	1	14.13864	4.17437	2.72579	44.11964
13	90.1	9.2	4.5	1	14.13864	4.17437	2.72579	44.11964
14	90.1	9.2	4.5	1	14.13864	4.17437	2.72579	44.11964
15	90.1	9.2	4.5	1	14.13864	4.17437	2.72579	44.11964
16	90.1	9.2	4.5	1	14.13864	4.17437	2.72579	44.11964
17	90.1	9.2	4.5	1	14.13864	4.17437	2.72579	44.11964
18	90.1	9.2	4.5	1	14.13864	4.17437	2.72579	44.11964
19	90.1	9.2	4.5	1	14.13864	4.17437	2.72579	44.11964
20	90.3	9	4.5	1	13.9721	4.17749	2.72549	44.21162
21	90.3	9	4.5	1	13.9721	4.17749	2.72549	44.21162
22	90.3	9	4.5	1	13.9721	4.17749	2.72549	44.21162
23	90.3	9	4.5	1	13.9721	4.17749	2.72549	44.21162
24	90.3	9	4.5	1	13.9721	4.17749	2.72549	44.21162
25	90.3	9	4.5	1	13.9721	4.17749	2.72549	44.21162
26	89.8	9.5	4.5	1	14.38845	4.16969	2.72624	43.98167
27	89.8	9.5	4.5	1	14.38845	4.16969	2.72624	43.98167
28	89.8	9.5	4.5	1	14.38845	4.16969	2.72624	43.98167
29	89.8	9.5	4.5	1	14.38845	4.16969	2.72624	43.98167
30	89.8	9.7	4.5	1	14.56759	4.17493	2.7306	43.98227
31	89.8	9.7	4.5	1	14.56759	4.17493	2.7306	43.98227
32	89.8	9.7	4.5	1	14.56759	4.17493	2.7306	43.98227
33	89.8	9.7	4.5	1	14.56759	4.17493	2.7306	43.98227
34	89.8	9.7	4.5	1	14.56759	4.17493	2.7306	43.98227
35	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
36	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
37	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
38	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
39	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969

TIME	mix	silica	Limestone	iron ore	SiO2	Al2O3	Fe2O3	CaO
40	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
41	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
42	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
43	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
44	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
45	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
46	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969
47	89.6	9.7	4.5	1	14.55499	4.16657	2.72654	43.88969

## LAMPIRAN 2

### Hasil Analisis X-Ray PT. Semen Bosowa Maros

TIME	LSF output	SM	AM
1	102.7	2.5	1.4
2	101.1	2.6	1.4
3	102.3	2.6	1.4
4	99.9	2.5	1.5
5	98.2	2.5	1.5
6	100.7	2.4	1.5
7	100.8	2.4	1.5
8	101.9	2.5	1.5
9	91.4	2.6	1.4
10	93.9	2.7	1.4
11	91.7	2.7	1.5
12	92.8	2.7	1.4
13	94.6	2.6	1.4
14	98.2	2.6	1.4
15	97.3	2.6	1.4
16	92.4	2.7	1.4
17	100.4	2.6	1.4
18	95.8	2.5	1.4
19	95.2	2.5	1.4
20	98.3	2.5	1.4
21	100.4	2.5	1.5
22	98.1	2.5	1.5
23	94.7	2.5	1.5
24	101.3	2.4	1.5
25	104.9	2.2	1.5
26	102.7	2.1	1.5
27	96.3	2.4	1.4
28	97.5	2.4	1.5
29	97.1	2.4	1.5
30	97.8	2.4	1.5
31	98.3	2.4	1.5
32	98.8	2.4	1.5
33	98	2.6	1.5
34	99.2	2.6	1.5
35	72.8	2.7	1.5
36	95.2	2.6	1.5
37	92.2	2.6	1.5
38	96.9	2.6	1.5
39	95.1	2.5	1.5

TIME	LSF output	SM	AM
40	93.8	2.6	1.4
41	90.3	2.6	1.4
42	95.9	2.6	1.4
43	92.2	2.4	1.5
44	96.4	2.6	1.5
45	97.7	2.6	1.4
46	96.8	2.7	1.4
47	89.2	2.5	1.6

### LAMPIRAN 3

#### Hasil Konversi Komposisi Kimia Raw Meal

TIME	LSFinput	Sminput	Aminput
1	95.69321427	2.074012825	1.511463407
2	95.69321427	2.074012825	1.511463407
3	93.44737487	2.105722659	1.512459244
4	95.70263227	2.061519841	1.530778374
5	95.70263227	2.061519841	1.530778374
6	95.70263227	2.061519841	1.530778374
7	92.89882637	2.124041964	1.527496708
8	92.89882637	2.124041964	1.527496708
9	92.89882637	2.124041964	1.527496708
10	92.89882637	2.124041964	1.527496708
11	92.89882637	2.124041964	1.527496708
12	96.28026017	2.049030747	1.531434923
13	96.28026017	2.049030747	1.531434923
14	96.28026017	2.049030747	1.531434923
15	96.28026017	2.049030747	1.531434923
16	96.28026017	2.049030747	1.531434923
17	96.28026017	2.049030747	1.531434923
18	96.28026017	2.049030747	1.531434923
19	96.28026017	2.049030747	1.531434923
20	97.45306598	2.024067866	1.53274824
21	97.45306598	2.024067866	1.53274824
22	97.45306598	2.024067866	1.53274824
23	97.45306598	2.024067866	1.53274824
24	97.45306598	2.024067866	1.53274824
25	97.45306598	2.024067866	1.53274824
26	94.56449309	2.086513349	1.529465491
27	94.56449309	2.086513349	1.529465491
28	94.56449309	2.086513349	1.529465491
29	94.56449309	2.086513349	1.529465491
30	93.54679101	2.109554227	1.528942357
31	93.54679101	2.109554227	1.528942357
32	93.54679101	2.109554227	1.528942357
33	93.54679101	2.109554227	1.528942357
34	93.54679101	2.109554227	1.528942357
35	93.44861802	2.111527308	1.528152897
36	93.44861802	2.111527308	1.528152897
37	93.44861802	2.111527308	1.528152897
38	93.44861802	2.111527308	1.528152897
39	93.44861802	2.111527308	1.528152897

TIME	LSFinput	Sminput	Aminput
40	93.44861802	2.111527308	1.528152897
41	93.44861802	2.111527308	1.528152897
42	93.44861802	2.111527308	1.528152897
43	93.44861802	2.111527308	1.528152897
44	93.44861802	2.111527308	1.528152897
45	93.44861802	2.111527308	1.528152897
46	93.44861802	2.111527308	1.528152897
47	93.44861802	2.111527308	1.528152897



## LAMPIRAN 4

### Metode Pengolahan Data Pembentukan Fungsi Transfer dengan Menggunakan SPSS V.9.0

Missing

Result Variable	Values Replaced	First Non-Miss	Last Non-Miss	Valid Cases	Creating Function
INPUT_1		2	47	46	DIFF(INPUT,1)
OUTPUT_1		2	47	46	DIFF(OUTPUT,1)

### Arima

MODEL: MOD\_1

Model Description:

Variable: OUTPUT\_1

Regressors: INPUT\_1

Non-seasonal differencing: 1

No seasonal component in model.

Parameters:

MA1 \_\_\_\_\_ < value originating from estimation >

INPUT\_1 \_\_\_\_\_ < value originating from estimation >

CONSTANT \_\_\_\_\_ < value originating from estimation >

95.00 percent confidence intervals will be generated.



Split group number: 1 Series length: 46

Number of cases skipped at beginning because of missing values: 1

Melard's algorithm will be used for estimation.

Termination criteria:

Parameter epsilon: .001

Maximum Marquardt constant: 1.00E+09

SSQ Percentage: .001

Maximum number of iterations: 10

Initial values:

MA1 .97039

INPUT\_1 .16167

CONSTANT -.00365

Marquardt constant = .001

Adjusted sum of squares = 1940.9286

Iteration History:

Iteration	Adj. Sum of Squares	Marquardt Constant
1	1931.8887	10.00000
2	1929.2411	100.00000

Conclusion of estimation phase.

Estimation terminated at iteration number 3 because:

Sum of squares decreased by less than .001 percent.

FINAL PARAMETERS:

Number of residuals	45
Standard error	6.4962303
Log likelihood	-148.41491
AIC	302.82981
SBC	308.2498

Analysis of Variance:

	DF	Adj. Sum of Squares	Residual Variance
Residuals	42	1929.2345	42.201009

Variables in the Model:

	B	SEB	T-RATIO	APPROX. PROB.
MA1	.99968315	28.746202	.03477618	.97242297
INPUT_1	.16259581	1.026035	.15847002	.87484597
CONSTANT	-.00349664	.072142	-.04846861	.96157253

Covariance Matrix:

	MA1
MA1	826.34414

Correlation Matrix:

	MA1
MA1	1.0000000

Regressor Covariance Matrix:

	INPUT_1	CONSTANT
INPUT_1	1.0527481	.0009592
CONSTANT	.0009592	.0052045

Regressor Correlation Matrix:

	INPUT_1	CONSTANT
INPUT_1	1.0000000	.0129584
CONSTANT	.0129584	1.0000000

>Warning # 16567. Command name: ARIMA

>Our tests have determined that the estimated model lies close to the

>boundary of the invertibility region. Although the moving average  
>parameters are probably correctly estimated, their standard errors  
and

>covariances should be considered suspect.

The following new variables are being created:

Name	Label
FIT_1	Fit for OUTPUT_1 from ARIMA, MOD_1 CON
ERR_1	Error for OUTPUT_1 from ARIMA, MOD_1 CON
LCL_1	95% LCL for OUTPUT_1 from ARIMA, MOD_1 CON
UCL_1	95% UCL for OUTPUT_1 from ARIMA, MOD_1 CON
SEP_1	SE of fit for OUTPUT_1 from ARIMA, MOD_1 CON

## CCF

MODEL: MOD\_3.

—  
Cross Correlations: AT  
BT



MODEL: MOD\_5

Model Description:

Variable: TIME

Regressors: NT

Non-seasonal differencing: 0

No seasonal component in model.

Parameters:

AR1 \_\_\_\_\_ < value originating from estimation >

MA1 \_\_\_\_\_ < value originating from estimation >

NT \_\_\_\_\_ < value originating from estimation >

CONSTANT \_\_\_\_\_ < value originating from estimation >

95.00 percent confidence intervals will be generated.

Split group number: 1 Series length: 39

Number of cases skipped at end because of missing values: 8

Melard's algorithm will be used for estimation.

-

Termination criteria:

Parameter epsilon: .001

Maximum Marquardt constant: 1.00E+09

SSQ Percentage: .001

Maximum number of iterations: 10

Initial values:

AR1 .91687

MA1 -.92402

NT -.00036

CONSTANT 19.99236

Marquardt constant = .001

Adjusted sum of squares = 39.973602

Iteration History:

Iteration	Adj. Sum of Squares	Marquardt Constant
1	19.218858	.00100000
2	16.130227	.00010000
3	14.919102	.00001000
4	14.329532	.00000100
5	14.017213	.00000010
6	13.846341	.00000001

-

Conclusion of estimation phase.

Estimation terminated at iteration number 7 because:

All parameter estimates changed by less than .001

FINAL PARAMETERS:

Number of residuals	39
Standard error	.56294541
Log likelihood	-35.127744
AIC	78.255488
SBC	84.909734

Analysis of Variance:

	DF	Adj. Sum of Squares	Residual Variance
Residuals	35	13.752186	.31690754

Variables in the Model:

	B	SEB	T-RATIO	APPROX. PROB.
AR1	.997119	.003881	256.90983	.00000000
MA1	-.924024	.404670	-2.28340	.02858968
NT	-.000144	.001728	-.08334	.93405450
CONSTANT	19.992387	13.894457	1.43888	.15906940

Covariance Matrix:

	AR1	MA1
AR1	.00001506	.00017409
MA1	.00017409	.16375776

Correlation Matrix:

	AR1	MA1
AR1	1.0000000	.1108410
MA1	.1108410	1.0000000

Regressor Covariance Matrix:

	NT	CONSTANT
NT	.0000030	.0001578
CONSTANT	.0001578	193.0559298

The following new variables are being created:

Name	Label
FIT_3	Fit for TIME from ARIMA, MOD_5 CON
ERR_3	Error for TIME from ARIMA, MOD_5 CON
LCL_3	95% LCL for TIME from ARIMA, MOD_5 CON
UCL_3	95% UCL for TIME from ARIMA, MOD_5 CON
SEP_3	SE of fit for TIME from ARIMA, MOD_5 CON

## ACF

MODEL: MOD\_9.

Variable: NT                      Missing cases: 8                      Valid cases: 39

Autocorrelations: NT

Lag	Auto-Corr.	Stand. Err.	Box-Ljung	Prob.
1	-.495	.154	10.320	.001



2	.170	.152	. /****	11.575	.003
3	-.201	.150	. ****/	13.366	.004
4	.049	.148	. /**	13.476	.009
5	-.052	.146	. */	13.605	.018
6	.174	.144	. /****	15.072	.020
7	-.155	.141	. ***/	16.268	.023
8	.206	.139	. /****	18.453	.018
9	-.127	.137	. ***/	19.316	.023
10	-.076	.135	. **/	19.638	.033
11	-.155	.132	. ***/	21.011	.033
12	.214	.130	. /****	23.730	.022
13	.028	.128	. /**	23.779	.033
14	.020	.125	. *	23.804	.048
15	-.110	.123	. **/	24.606	.055
16	-.028	.120	. */	24.659	.076

Plot Symbols:            Autocorrelations \*            Two Standard Error Limits

Total cases: 47            Computable first lags: 38

Partial Autocorrelations: NT

Pr-Aut- Stand.

Lag    Corr.    Err.   -1   -0.75   -0.5   -0.25   0   .25   .5   .75   1

Lag	Corr.	Err.	-1	-0.75	-0.5	-0.25	0	.25	.5	.75	1
1	-.495	.160	****	*****/	.						
2	-.099	.160	.	**/	.						
3	-.210	.160	.	****/	.						

4	-.185	.160	. ****/	.
5	-.161	.160	. \***/	.
6	.078	.160	. **/	.
7	-.059	.160	. */	.
8	.142	.160	. /****	.
9	.126	.160	. /****	.
10	-.120	.160	. **/	.
11	-.348	.160	+.*****/	.
12	-.080	.160	. **/	.
13	.136	.160	. /****	.
14	.005	.160	. */	.
15	-.099	.160	. **/	.
16	-.087	.160	. **/	.

Plot Symbols: Autocorrelations \* Two Standard Error Limits

Total cases: 47 Computable first lags: 38

### ACF

MODEL: MOD\_3.

Variable: AT12 Missing cases: 9 Valid cases: 39

Autocorrelations: AT12

Lag	Auto-	Stand.	Box-Ljung Prob.								
Corr.	Err.		-1	-.75	-.5	-.25	0	.25	.5	.75	1

Lag	Corr.	Err.	Autocorrelations	Two Standard Error Limits
1	.597	.154	*****	14.986 .000
2	.354	.152	*****	20.396 .000
3	.207	.150	****	22.297 .000
4	.118	.148	**	22.930 .000
5	.063	.146	*	23.116 .000
6	.029	.144	*	23.157 .001
7	.007	.141	*	23.159 .002
8	-.007	.139	*	23.162 .003
9	-.016	.137	*	23.176 .006
10	-.023	.135	*	23.206 .010
11	-.029	.132	*/	23.252 .016
12	-.033	.130	*/	23.317 .025
13	-.037	.128	*/	23.400 .037
14	-.040	.125	*/	23.503 .053
15	-.043	.123	*/	23.629 .072
16	-.047	.120	*/	23.780 .094

Plot Symbols: Autocorrelations \* Two Standard Error Limits  
 Total cases: 48 Computable first lags: 38

Partial Autocorrelations: AT12

Pr-Aut- Stand.  
 Lag Corr. Err. -1 -.75 -.5 -.25 0 .25 .5 .75 1

1	.597	.160	.	*****	*****
2	-.004	.160	.	*	.
3	-.004	.160	.	*	.
4	-.005	.160	.	*	.
5	-.006	.160	.	*	.
6	-.007	.160	.	*	.
7	-.007	.160	.	*	.
8	-.008	.160	.	*	.
9	-.009	.160	.	*	.
10	-.010	.160	.	*	.
11	-.010	.160	.	*	.
12	-.011	.160	.	*	.
13	-.012	.160	.	*	.
14	-.013	.160	.	*	.
15	-.014	.160	.	*	.
16	-.015	.160	.	*	.

Plot Symbols:            Autocorrelations \*            Two Standard Error Limits

Total cases: 48            Computable first lags: 38

**CCF**

MODEL: MOD\_4.

Listwise deletion.            Missing cases: 9            Valid cases: 39

Cross Correlations:    A  
                          AT12

Cross Stand.

Lag Corr. Err. -1 -.75 -.5 -.25 0 .25 .5 .75 1

Lag	Corr.	Err.	-1	-.75	-.5	-.25	0	.25	.5	.75	1
-7	-.020	.177	.	*	.	.	.	.	.	.	.
-6	.004	.174	.	*	.	.	.	.	.	.	.
-5	.005	.171	.	*	.	.	.	.	.	.	.
-4	.006	.169	.	*	.	.	.	.	.	.	.
-3	-.012	.167	.	*	.	.	.	.	.	.	.
-2	.011	.164	.	*	.	.	.	.	.	.	.
-1	.018	.162	.	*	.	.	.	.	.	.	.
0	.029	.160	.	/*	.	.	.	.	.	.	.
1	.027	.162	.	/*	.	.	.	.	.	.	.
2	.025	.164	.	*	.	.	.	.	.	.	.
3	.019	.167	.	*	.	.	.	.	.	.	.
4	.009	.169	.	*	.	.	.	.	.	.	.
5	.012	.171	.	*	.	.	.	.	.	.	.
6	-.003	.174	.	*	.	.	.	.	.	.	.
7	-.030	.177	.	*/*	.	.	.	.	.	.	.

Plot Symbols: Autocorrelations \* Two Standard Error Limits

Total cases: 48 Computable 0-order correlations: 39

## LAMPIRAN 5

### Hasil Pengolahan Data Pembentukan Fungsi Transfer

Time	input(x)	output(y)	at	bt	rab	v	nt	at12
1	0	0	0	0	0.024	0.15972	-9.9922	6.21537
2	0	-1.6	0	-1.6	0.083	0.552363	0.780593	-5.4209
3	-2.25	1.2	-2.25	1.248	0.165	1.098072	-1.02425	15.06767
4	2.26	-2.4	2.3275	-2.38944	-0.07	-0.46585	2.441746	2.24603
5	0	-1.7	-0.00233	-1.61776	-0.016	-0.10648	-1.37137	19.04775
6	0	2.5	-0.00226	2.630776	0.101	0.672153	-1.93771	20.5501
7	-2.8	0.1	-2.80219	0.151853	-0.07	-0.46585	0.67508	32.46023
8	0	1.1	0.081878	1.147297	-0.098	-0.65219	-4.54003	91.15601
9	0	-10.5	0.079422	-10.4871			5.72864	82.87171
10	0	2.5	0.077039	2.827492			-3.02543	225.5418
11	0	-2.2	0.074728	-1.95733			1.604402	274.5316
12	3.38	1.1	3.452486	1.401387			2.913128	570.2916
13	0	1.8	-0.03109	2.059345			1.453735	819.3427
14	0	3.6	-0.03016	3.797565			-3.58478	1514.897
15	0	-0.9	-0.02925	-0.81636			-2.85478	2383.518
16	0	-4.9	-0.02837	-4.79187			6.724605	4094.114
17	0	8	-0.02752	8.251885			2.81376	6722.755
18	0	-4.6	-0.0267	-4.59567			-1.19336	11320.53
19	0	-0.6	-0.0259	-0.4578			-4.04061	18747.23
20	1.17	3.1	1.144881	3.255933			4.373509	31399.94
21	0	2.1	-0.05947	2.158255			-1.74674	52212.5
22	0	-2.3	-0.05768	-2.30649			0.555129	87235.34
23	0	-3.4	-0.05595	-3.3373			3.00549	145251.2
24	0	6.6	-0.05427	6.762821			0.273756	242433.6
25	0	3.6	-0.05264	3.559936			-3.16015	404003.7
26	-2.89	-2.2	-2.94106	-2.34686			1.09137	673950.9
27	0	-6.4	0.037167	-6.47646			-25.6986	1123463
28	0	1.2	0.036052	1.317838			21.98007	1873708
29	0	-0.4	0.03497	-0.3217			-3.55542	3123950
30	-1.02	0.7	-0.98608	0.787953			4.6534	5209538
31	0	0.5	0.063504	0.564315			-1.81065	8686263
32	0	0.5	0.061599	0.547385			-1.2328	14484628
33	0	-0.8	0.059751	-0.76904			-3.54659	24152068
34	0	1.2	0.057958	1.254035			5.534781	40273649
35	-0.1	-26.4	-0.04378	-26.3836			-3.7	67154148
36	0	22.4	0.057533	23.20792			4.2	1.12E+08
37	0	-3	0.055807	-2.88832			1.3	1.87E+08
38	0	4.7	0.054133	4.898333			-0.9	3.11E+08

Time	input(x)	output(y)	at	bt	rab	v	nt	at12
39	0	-1.8	0.052509	-1.74862			-7.6	5.19E+08
40	0	-1.3	0.050933	-1.19616				
41	0	-3.5	0.049405	-3.36027				
42	0	5.6	0.047923	5.840535				
43	0	-3.7	0.046485	-3.63468				
44	0	4.2	0.045091	4.374359				
45	0	1.3	0.043738	1.343128				
46	0	-0.9	0.042426	-0.89717				
47	0	-7.6	0.041153	-7.57025				

stdv=            48    0.946877            6.301556

## LAMPIRAN 6

### Metode Konversi Fungsi Transfer Menjadi Ruang Keadaan dengan Menggunakan Model Auto Regressive

$$y_t = \frac{(0,1579 + 0,232B)}{(1 - 1,99B)} x_t + \frac{(1 + 0,92B)}{(1 - 0,92B)} a_t$$

$$Y_t = (1 - 1,99B)(1 - 0,91B) = (0,1579 + 0,232B)x_t(1 - 0,91B) + (1 - 1,99B)(1 + 0,92B)a_t$$

$$y_t(1 - 2,9B + 1,8109B^2) = (0,1579 + 0,088B - 0,21B^2)x_t + (1 - 0,57B - 1,83B^2)a_t$$

$$y_t - 2,9y_{t-1} + 1,8109y_{t-2} = 0,1579x_t + 0,088x_{t-1} - 0,21x_{t-2} + a_t - 0,57a_{t-1} - 1,83a_{t-2}$$

dengan menerapkan model Auto Regressive didapat model persamaan sebagai berikut:

$$1,8109y_{t-2} - 2,9y_{t-1} + y_t = 0,1579x_t$$

$t = k + 2$  diperoleh:

$$1,8109y_k - 2,9y_{k+1} + y_{k+2} = -0,21x_k$$

persamaan tersebut dikonversi:

$$x_1(k) = y(k)$$

$$x_2(k) = y(k+1)$$

$$x_1(k+1) = y(k+1) = x_2(k)$$

$$x_2(k+1) = y(k+2) = -1,8109y_k + 2,9y_{k+1} - 0,21x_k$$

dan model ruang keadaan hasil konversi adalah :

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1,8109 & 2,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0,21 \end{bmatrix} w(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,21 \end{bmatrix} v(k)$$



## LAMPIRAN 7

### Hasil Rekursif Kalman Filtering dengan Menggunakan Software Matlab V.5.0

```
» pinvers0=inv([95.69 0;0 95.69])+([1;0]*inv([0.1485])*[1 0])
```

```
pinvers0 =
```

```
6.7445    0  
0    0.0105
```

```
» p0=inv(pinvers0)
```

```
p0 =
```

```
0.1483    0  
0    95.6900
```

```
» k0=(p0)*[1;0]*inv([0.1485])
```

```
k0 =
```

```
0.9985  
0
```

```
» z0=[1 0]*[102.7;102.7]+([-0.21]*[0.1485])
```

```
z0 =
```

```
102.6688
```

```
» xtopi0=[95.69;95.69]+((k0)*((z0)-([1 0]*[95.69;95.69])))
```

```
xtopi0 =
```

```
102.6580  
95.6900
```

```
»  
» xtopi0minus1=[0 1;-1.8109 2.9]*[95.69;95.69]
```

xtopiminus1 =

95.6900  
104.2160

» pminus1=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p0)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus1 =

-173.2630 277.5230  
-502.5046 804.5064

» pinvers1=inv(pminus1)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers1 =

19.0420 -4.2458  
7.6878 -2.6507

» p1=inv(pinvers1)

p1 =

0.1486 -0.2381  
0.4311 -1.0677

» k1=(p1)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k1 =

1.0009  
2.9027

» z1=[1 0]\*[101.1;101.1]+([-0.21]\*[0.1485])

z1 =

101.0688

» xtopi1=(xtopiminus1)+((k1)\*((z1)-([1 0]\*(xtopiminus1))))

xtop1 =

101.0734  
119.8292

» xtopiminus2=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.447;93.447]

xtopiminus2 =

93.4470  
101.7731

» pminus2=( [0 1;-1.8109 2.9]\*(p1)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus2 =

1.9555 -2.6433  
4.8484 -6.7262

» pinvers2=inv(pminus2)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers2 =

26.6727 -7.8355  
14.3723 -5.7967

» p2=inv(pinvers2)

p2 =

0.1380 -0.1866  
0.3422 -0.6351

» k2=(p2)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k2 =

0.9294  
2.3044

» z1=[1 0]\*[102.3;102.3]+([-0.21]\*[0.1485])

z1 =

102.2688

» z2=[1 0]\*[102.3;102.3]+([-0.21]\*[0.1485])

z2 =

102.2688

» xtopi2=(xtopiminus2)+((k2)\*((z2)-([1 0]\*(xtopiminus2))))

xtopi2 =

101.6462

122.1021

» xtopiminus3=[0 1;-1.8109 2.9]\*[95.70;95.70]

xtopiminus3 =

95.7000

104.2269

» pminus3=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p2)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus3 =

1.1721 -1.4775

2.7453 -3.5968

» pinvers3=inv(pminus3)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers3 =

29.3101 -9.2740

17.2320 -7.3567

» p3=inv(pinvers3)

p3 =

0.1318 -0.1661  
0.3087 -0.5251

» k3=(p3)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k3 =

0.8875  
2.0789

» z3=[1 0]\*[99.9;99.9]+([-0.21]\*[0.1485])

z3 =

99.8688

» xtopi3=(xtopimimus3)+((k3)\*((z3)-([1 0]\*(xtopimimus3))))

xtopi3 =

99.4000  
112.8936

» xtopimimus4=[0 1;-1.8109 2.9]\*[95.70;95.70]

xtopimimus4 =

95.7000  
104.2269

» pminus4=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p3)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus4 =

0.9729 -1.1921  
2.2348 -2.8650

» pinvers4=inv(pminus4)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers4 =

```
29.9668 -9.6669
18.1224 -7.8896
```

» p4=inv(pinvers4)

p4 =

```
0.1288 -0.1579
0.2959 -0.4894
```

» k4=(p4)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k4 =

```
0.8676
1.9928
```

» z4=[1 0]\*[98.2;98.2]+([-0.21]\*[0.1485])

z4 =

```
98.1688
```

» xtopi4=(xtopimimus4)+((k4)\*((z4)-([1 0]\*(xtopimimus4))))

xtopi4 =

```
97.8419
109.1468
```

» xtopimimus5=[0 1;-1.8109 2.9]\*[95.70;95.70]

xtopimimus5 =

```
95.7000
104.2269
```

» pminus5=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p4)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus5 =

0.9082 -1.1012  
2.0742 -2.6395

» pinvers5=inv(pminus5)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers5 =

30.0828 -9.7409  
18.3481 -8.0335

» p5=inv(pinvers5)

p5 =

0.1276 -0.1548  
0.2915 -0.4779

» k5=(p5)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k5 =

0.8595  
1.9630

» z5=[1 0]\*[100.7;100.7]+([-0.21]\*[0.1485])

z5 =

100.6688

» xtopi5=(xtopiminus5)+((k5)\*((z5)-([1 0]\*(xtopiminus5))))

xtopi5 =

99.9705  
113.9805

» xtopiminus6=[0 1;-1.8109 2.9]\*[92.89;92.89]

xtopi minus6 =

92.8900  
101.1665

» p minus6 = ([0 1; -1.8109 2.9] \* (p5) \* [0 1; -1.8109 2.9]) + [0.0220]

p minus6 =

0.8875 -1.0725  
2.0244 -2.5705

» pinvers6 = inv(p minus6) + ([1; 0] \* inv([0.1485])) \* [1 0]

pinvers6 =

30.0876 -9.7440  
18.3925 -8.0631

» p6 = inv(pinvers6)

p6 =

0.1272 -0.1537  
0.2902 -0.4747

» k6 = (p6) \* [1; 0] \* inv([0.1485])

k6 =

0.8567  
1.9541

» z6 = [1 0] \* [100.8; 100.8] + [-0.21] \* [0.1485]

z6 =

100.7688

» xtopi6 = (xtopi minus6) + ((k6) \* ((z6) - ([1 0] \* (xtopi minus6))))



xtopi6 =

99.6395  
116.5624

» xtopi6minus7=[0 1;-1.8109 2.9]\*[92.89;92.89]

xtopi6minus7 =

92.8900  
101.1665

» pminus7=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p6)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus7 =

0.8816 -1.0644  
2.0108 -2.5517

» pinvers7=inv(pminus7)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers7 =

30.0798 -9.7387  
18.3969 -8.0661

» p7=inv(pinvers7)

p7 =

0.1271 -0.1534  
0.2899 -0.4739

» k7=(p7)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k7 =

0.8558  
1.9520

» z7=[1 0]\*[101.9;101.9]+([-0.21]\*[0.1485])

z7 =

101.8688

» xtopi7=(xtopiminus7)+((k7)\*((z7)-([1 0]\*(xtopiminus7))))

xtopi7 =

100.5745

118.6929

» xtopiminus8=[0 1;-1.8109 2.9]\*[92.89;92.89]

xtopiminus8 =

92.8900

101.1665

» pminus8=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p7)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus8 =

0.8803 -1.0626

2.0078 -2.5476

» pinvers8=inv(pminus8)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers8 =

30.0751 -9.7354

18.3953 -8.0651

» p8=inv(pinvers8)

p8 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4738

» k8=(p8)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k8 =

0.8557  
1.9516

» z8=[1 0]\*[91.4;91.4]+([-0.21]\*[0.1485])

z8 =

91.3688

» xtopi8=(xtopiminus8)+((k8)\*((z8)-([1 0]\*(xtopiminus8))))

xtopi8 =

91.5884  
98.1977

» xtopiminus9=[0 1;-1.8109 2.9]\*[92.89;92.89]

xtopiminus9 =

92.8900  
101.1665

» pminus9=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p8)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus9 =

0.8801 -1.0623  
2.0074 -2.5471

» pinvers9=inv(pminus9)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers9 =

30.0732 -9.7340  
18.3941 -8.0642

» p9=inv(pinvers9)



p9 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4738

» k9=(p9)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k9 =

0.8556  
1.9516

» z9=[1 0]\*[93.9;93.9]+([-0.21]\*[0.1485])

z9 =

93.8688

» xtopi9=(xtopi9)+(k9)\*((z9)-([1 0]\*(xtopi9))))

xtopi9 =

93.7275  
103.0768

» xtopi9=[0 1;-1.8109 2.9]\*[92.89;92.89]

xtopi9 =

92.8900  
101.1665

» pminus10=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p9)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus10 =

0.8801 -1.0623  
2.0075 -2.5471

» pinvers10=inv(pminus10)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers10 =

30.0726 -9.7336  
18.3936 -8.0638

» p10=inv(pinvers10)

p10 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k10=(p10)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k10 =

0.8556  
1.9517

» z10=[1 0]\*[91.7;91.7]+([-0.21]\*[0.1485])

z10 =

91.6688

» xtopi10=(xtopiminus10)+((k10)\*((z10)-([1 0]\*(xtopiminus10))))

xtopi10 =

91.8451  
98.7831

» xtopiminus11=[0 1;-1.8109 2.9]\*[96.28;96.28]

xtopiminus11 =

96.2800  
104.8585

» pminus11=([0 1;-1.8109 2.9]\*[0.1271 -0.1534;0.2898 -0.4739]\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus11 =

0.8802 -1.0625  
2.0077 -2.5476

» pinvers11=inv(pminus11)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers11 =

30.0603 -9.7284  
18.3824 -8.0590

» p11=inv(pinvers11)

p11 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k11=(p11)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k11 =

0.8556  
1.9517

» z11=[1 0]\*[92.8;92.8]+([-0.21]\*[0.1485])

z11 =

92.7688

» xtopi11=(xtopiminus11)+((k11)\*((z11)-([1 0]\*(xtopiminus11))))

xtopi11 =

93.2757  
98.0058

» xtopiminus12=[0 1;-1.8109 2.9]\*[96.28;96.28]

xtopiminus12 =

96.2800  
104.8585

» pminus12=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p11)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus12 =

0.8803 -1.0626  
2.0080 -2.5480

» pinvers12=inv(pminus12)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers12 =

30.0689 -9.7317  
18.3895 -8.0617

» p12=inv(pinvers12)

p12 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k12=(p12)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k12 =

0.8557  
1.9518

» z12=[1 0]\*[94.6;94.6]+([-0.21]\*[0.1485])

z12 =

94.5688

» xtopi12=(xtopiminus12)+((k12)\*((z12)-([1 0]\*(xtopiminus12))))

xtopi2 =

94.8158  
101.5186

» xtopiminus13=[0 1;-1.8109 2.9]\*[96.28;96.28]

xtopiminus13 =

96.2800  
104.8585

» pminus13=( [0 1;-1.8109 2.9]\*(p12)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus13 =

0.8802 -1.0626  
2.0079 -2.5478

» pinvers13=inv(pminus13)+([1;0]\*inv([0.1485]))\*[1 0]

pinvers13 =

30.0716 -9.7329  
18.3922 -8.0630

» p13=inv(pinvers13)

p13 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k13=(p13)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k13 =

0.8556  
1.9518

»



$$\gg z13=[1\ 0]*[98.2;98.2]+([-0.21]*[0.1485])$$

z13 =

98.1688

$$\gg xtopi13=(xtopimini13)+((k13)*((z13)-([1\ 0]*(xtopimini13))))$$

xtopi13 =

97.8962

108.5451

$$\gg xtopimini14=[0\ 1;-1.8109\ 2.9]*[96.28;96.28]$$

xtopimini14 =

96.2800

104.8585

$$\gg pminus14=([0\ 1;-1.8109\ 2.9]*(p13)*[0\ 1;-1.8109\ 2.9])+[0.0220]$$

pminus14 =

0.8802 -1.0625

2.0077 -2.5475

$$\gg pinvers14=inv(pminus14)+([1;0]*inv([0.1485])*[1\ 0])$$

pinvers14 =

30.0723 -9.7333

18.3930 -8.0634

$$\gg p14=inv(pinvers14)$$

p14 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

$$\gg k14=(p14)*[1;0]*inv([0.1485])$$

$$k14 =$$

0.8556  
1.9518

$$\gg z14=[1\ 0]*[97.3;97.3]+([-0.21]*[0.1485])$$

$$z14 =$$

97.2688

$$\gg xtopi14=(xtopimini14)+((k14)*((z14)-([1\ 0]*(xtopimini14))))$$

$$xtopi14 =$$

97.1261  
106.7885

$$\gg xtopimini15=[0\ 1;-1.8109\ 2.9]*[96.28;96.28]$$

$$xtopimini15 =$$

96.2800  
104.8585

$$\gg pminus15=([0\ 1;-1.8109\ 2.9]*(p14)*[0\ 1;-1.8109\ 2.9])+[0.0220]$$

$$pminus15 =$$

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5474

$$\gg pinvers15=inv(pminus15)+([1;0]*inv([0.1485])*[1\ 0])$$

$$pinvers15 =$$

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

$$\gg p15=inv(pinvers15)$$

p15 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k15=(p15)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k15 =

0.8556  
1.9517

» z15=[1 0]\*[92.4;92.4]+([-0.21]\*[0.1485])

z15 =

92.3688

» xtopi15=(xtopimini15)+((k15)\*((z15)-([1 0]\*(xtopimini15))))

xtopi15 =

92.9335  
97.2250

» iminus16=[0 1;-1.8109 2.9]\*[96.28;96.28]

xtopimini16 =

96.2800  
104.8585

» pminus16=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p15)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus16 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers16=inv(pminus16)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers16 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p16=inv(pinvers16)

p16 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k16=(p16)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k16 =

0.8556  
1.9517

» z16=[1 0]\*[100.4]+([-0.21]\*[0.1485])

z16 =

100.3688 -0.0312

» z16=[1 0]\*[100.4;100.4]+([-0.21]\*[0.1485])

z16 =

100.3688

» xtopi16=(xtopiminus16)+((k16)\*((z16)-([1 0]\*(xtopiminus16))))

xtopi16 =

99.7785  
112.8388

» xtopiminus17=[0 1;-1.8109 2.9]\*[96.28;96.28]

xtopi minus17 =

96.2800  
104.8585

» p minus17 = ([0 1; -1.8109 2.9] \* (p16) \* [0 1; -1.8109 2.9]) + [0.0220]

p minus17 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers17 = inv(p minus17) + ([1; 0] \* inv([0.1485]) \* [1 0])

pinvers17 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p17 = inv(pinvers17  
??? p17 = inv(pinvers17

Improper function reference. A ",", " or ")" is expected.

» p17 = inv(pinvers17)

p17 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k17 = (p17) \* [1; 0] \* inv([0.1485])

k17 =

0.8556  
1.9517

» z17 = [1 0] \* [95.8; 95.8] + ([-0.21] \* [0.1485])

z17 =

95.7688

$$\gg \text{xtopi17} = (\text{xtopiminus17}) + ((k17) * ((z17) - ([1 \ 0] * (\text{xtopiminus17}))))$$

$$\text{xtopi17} =$$

95.8426  
103.8609

$$\gg \text{xtopiminus18} = [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * [96.28; 96.28]$$

$$\text{xtopiminus18} =$$

96.2800  
104.8585

$$\gg \text{pminus18} = ([0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * (p17) * [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9]) + [0.0220]$$

$$\text{pminus18} =$$

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

$$\gg \text{pinvers18} = \text{inv}(\text{pminus18}) + ([1; 0] * \text{inv}([0.1485]) * [1 \ 0])$$

$$\text{pinvers18} =$$

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

$$\gg \text{p18} = \text{inv}(\text{pinvers18})$$

$$\text{p18} =$$

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

$$\gg \text{k18} = (p18) * [1; 0] * \text{inv}([0.1485])$$

$$\text{k18} =$$

0.8556  
1.9517

$$\gg z18=[1\ 0]*[95.2;95.2]+([-0.21]*[0.1485])$$

$$z18 =$$

95.1688

$$\gg xtopi18=(xtopimini18)+((k18)*((z18)-([1\ 0]*(xtopimini18))))$$

$$xtopi18 =$$

95.3292

102.6898

$$\gg xtopimini19=[0\ 1;-1.8109\ 2.9]*[97.45;97.45]$$

$$xtopimini19 =$$

97.4500

106.1328

$$\gg pminus19=([0\ 1;-1.8109\ 2.9]*(p18)*[0\ 1;-1.8109\ 2.9])+[0.0220]$$

$$pminus19 =$$

0.8801 -1.0624

2.0076 -2.5473

$$\gg pinvers19=inv(pminus19)+([1;0]*inv([0.1485])*[1\ 0])$$

$$pinvers19 =$$

30.0724 -9.7334

18.3933 -8.0636

$$\gg p19=inv(pinvers19)$$

$$p19 =$$

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

$$\gg k19=(p19)*[1;0]*inv([0.1485])$$

$$k19 =$$

0.8556  
1.9517

$$\gg z19=[1\ 0]*[98.3;98.3]+([-0.21]*[0.1485])$$

$$z19 =$$

98.2688

$$\gg xtopi19=(xtopi19)+((k19)*((z19)-([1\ 0]*(xtopi19))))$$

$$xtopi19 =$$

98.1506  
107.7309

$$\gg xtopi19=[0\ 1;-1.8109\ 2.9]*[97.45;97.45]$$

$$xtopi19 =$$

97.4500  
106.1328

$$\gg p19=[0\ 1;-1.8109\ 2.9]*(p19)*[0\ 1;-1.8109\ 2.9]+[0.0220]$$

$$p19 =$$

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

$$\gg pinvers19=inv(p19)+([1;0]*inv([0.1485])*[1\ 0])$$

$$pinvers19 =$$

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636



» p20=inv(pinvers20)

p20 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k20=(p20)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k20 =

0.8556  
1.9517

» z20=[1 0]\*[100.4;100.4]+([-0.21]\*[0.1485])

z20 =

100.3688

» xtopi20=(xtopiminus20)+((k20)\*((z20)-([1 0]\*(xtopiminus20))))

xtopi20 =

99.9474  
111.8295

» xtopiminus21=[0 1;-1.8109 2.9]\*[97.45;97.45]

xtopiminus21 =

97.4500  
106.1328

» pminus21=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p20)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus21 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers21=inv(pminus21)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers21 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p21=inv(pinvers21)

p21 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k21=(p21)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k21 =

0.8556  
1.9517

» z21=[1 0]\*[98.1;98.1]+([-0.21]\*[0.1485])

z21 =

98.0688

» xtopi21=(xtopiminus21)+((k1)\*((z21)-([1 0]\*(xtopiminus21))))

xtopi21 =

98.0693  
107.9290

» xtopiminus22=[0 1;-1.8109 2.9]\*[97.45;97.45]

xtopiminus21 =

97.4500  
106.1328

$$\gg \text{pminus22} = ([0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * (\text{p21}) * [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9]) + [0.0220]$$

$$\text{pminus22} =$$

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

$$\gg \text{pinvers22} = \text{inv}(\text{pminus22}) + ([1; 0] * \text{inv}([0.1485]) * [1 \ 0])$$

$$\text{pinvers22} =$$

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

$$\gg \text{p22} = \text{inv}(\text{pinvers22})$$

$$\text{p22} =$$

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

$$\gg \text{k22} = (\text{p22}) * [1; 0] * \text{inv}([0.1485])$$

$$\text{k22} =$$

0.8556  
1.9517

$$\gg \text{z22} = [1 \ 0] * [94.7; 94.7] + ([-0.21] * [0.1485])$$

$$\text{z22} =$$

94.6688

$$\gg \text{xtopi22} = (\text{xtopiminus22}) + ((\text{k22}) * ((\text{z22}) - ([1 \ 0] * (\text{xtopiminus22}))))$$

$$\text{xtopi22} =$$

94.8651  
99.7238

$$\gg \text{xtopiminus23} = [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * [97.45; 97.45]$$

xtopiminus23 =

97.4500  
106.1328

» pminus23=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p22)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus23 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers23=inv(pminus23)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers23 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p23=inv(pinvers23)

p23 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k23=(p23)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k23 =

0.8556  
1.9517

» z23=[1 0]\*[101.3;101.3]+([-0.21]\*[0.1485])

z23 =

101.2688

» xtopi23=(xtopiminus23)+((k3)\*((z23)-([1 0]\*(xtopiminus23))))

xtopi23 =

100.8394  
114.0719

» xtopi24=[0 1;-1.8109 2.9]\*[97.45;97.45]

xtopi24 =

97.4500  
106.1328

» p24=[(0 1;-1.8109 2.9)\*(p23)\*[0 1;-1.8109 2.9]]+[0.0220]

p24 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers24=inv(p24)+([1;0]\*inv([0.1485]))\*[1 0]

pinvers24 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p24=inv(pinvers24)

p24 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k24=(p24)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k24 =

0.8556  
1.9517

» z24=[1 0]\*[104.9;104.9]+([-0.21]\*[0.1485])

z24 =

104.8688

» xtopi24=(xtopiminius24)+((k4)\*((z24)-([1 0]\*(xtopiminius24))))

xtopi24 =

103.8864

120.9173

» xtopiminius25=[0 1;-1.8109 2.9]\*[94.56;94.56]

xtopiminius25 =

94.5600

102.9853

» pminus25=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p24)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus25 =

0.8801 -1.0624

2.0076 -2.5473

» pinvers25=inv(pminus25)+([1;0]\*inv([0.1485]))\*[1 0]

pinvers25 =

30.0724 -9.7334

18.3933 -8.0636

» p25=inv(pinvers25)

p25 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

» k25=(p25)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k25 =

0.8556  
1.9517

» z25=[1 0]\*[102.7;102.7]+([-0.21]\*[0.1485])

z25 =

102.6688

» xtopi25=(xtopi25)+((k5)\*((z25)-([1 0]\*(xtopi25))))

xtopi25 =

101.5292  
118.9027

» xtopi26=[0 1;-1.8109 2.9]\*[94.56;94.56]

xtopi26 =

94.5600  
102.9853

» p26=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p25)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

p26 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinv26=inv(p26)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinv26 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p26=inv(pinv26)



p26 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

$$\gg k26=(p26)*[1;0]*inv([0.1485])$$

k26 =

0.8556  
1.9517

$$\gg z26=[1\ 0]*[96.3;96.3]+([-0.21]*[0.1485])$$

z26 =

96.2688

$$\gg xtopi26=(xtopi26)+(k26)*((z26)-([1\ 0]*(xtopi26))))$$

xtopi26 =

96.0221  
106.3204

$$\gg xtopi27=[0\ 1;-1.8109\ 2.9]*[94.56;94.56]$$

xtopi27 =

94.5600  
102.9853

$$\gg pminus27=([0\ 1;-1.8109\ 2.9]*(p26)*[0\ 1;-1.8109\ 2.9])+[0.0220]$$

pminus27 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

$$\gg pinvers27=inv(pminus27)+([1;0]*inv([0.1485])*[1\ 0])$$



pinvers27 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p27=inv(pinvers27)

p27 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k27=(p27)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k27 =

0.8556  
1.9517

» z27=[1 0]\*[97.5;97.5]+([-0.21]\*[0.1485])

z27 =

97.4688

» xtopi27=(xtopiminus27)+((k27)\*((z27)-([1 0]\*(xtopiminus27))))

xtopi27 =

97.0489  
108.6625

» xtopiminus28=[0 1;-1.8109 2.9]\*[94.56;94.56]

xtopiminus28 =

94.5600  
102.9853

» pminus28=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p27)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus28 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers28=inv(pminus28)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers28 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p28=inv(pinvers28)

p28 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k28=(p28)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k28 =

0.8556  
1.9517

»

» z28=[1 0]\*[97.1;97.1]+([-0.21]\*[0.1485])

z28 =

97.0688

» xtopi28=(xtopiminus28)+((k28)\*((z28)-([1 0]\*(xtopiminus28))))

xtopi28 =

96.7066  
107.8818

» xtopiminus29=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.54;93.54]

xtopi minus29 =

93.5400  
101.8744

» p minus29 = ([0 1; -1.8109 2.9] \* (p28) \* [0 1; -1.8109 2.9]) + [0.0220]

p minus29 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers29 = inv(p minus29) + ([1; 0] \* inv([0.1485]) \* [1 0])

pinvers29 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p29 = inv(pinvers29)

p29 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k29 = (p29) \* [1; 0] \* inv([0.1485])

k29 =

0.8556  
1.9517

» z29 = [1 0] \* [97.8; 97.8] + ([-0.21] \* [0.1485])

z29 =

97.7688

» xtopi29 = (xtopi minus29) + ((k29) \* ((z29) - ([1 0] \* (xtopi minus29))))

xtopi29 =

97.1583  
110.1279

» xtopiminus30=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.54;93.54]

xtopiminus30 =

93.5400  
101.8744

»  
» pminus30=( [0 1;-1.8109 2.9]\*(p29)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus30 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers30=inv(pminus30)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers30 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p30=inv(pinvers30)

p30 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k30=(p30)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k30 =

0.8556  
1.9517

$$\gg z30 = [1 \ 0] * [98.3; 98.3] + ([-0.21] * [0.1485])$$

z30 =

98.2688

$$\gg xtopi30 = (xtopi30) + ((k30) * ((z30) - ([1 \ 0] * (xtopi30))))$$

xtopi30 =

97.5861

111.1038

$$\gg xtopi31 = [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * [93.54; 93.54]$$

xtopi31 =

93.5400

101.8744

$$\gg p31 = ([0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * (p30) * [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9]) + [0.0220]$$

p31 =

0.8801 -1.0624

2.0076 -2.5473

$$\gg pinvers31 = \text{inv}(p31) + ([1; 0] * \text{inv}([0.1485]) * [1 \ 0])$$

pinvers31 =

30.0724 -9.7334

18.3933 -8.0636

$$\gg p31 = \text{inv}(pinvers31)$$

p31 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

$$\gg k31 = (p31) * [1; 0] * \text{inv}([0.1485])$$

k31 =

0.8556  
1.9517

» z31=[1 0]\*[98.8;98.8]+([-0.21]\*[0.1485])

z31 =

98.7688

» xtopi31=(xtopiminius31)+((k31)\*((z31)-([1 0]\*(xtopiminius31))))

xtopi31 =

98.0139  
112.0796

» xtopiminius32=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.54;93.54]

xtopiminius32 =

93.5400  
101.8744

» pminus32=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p31)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus32 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers32=inv(pminus32)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers32 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p32=inv(pinvers32)

p32 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k32=(p32)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k32 =

0.8556  
1.9517

» z32=[1 0]\*[98;98]+([-0.21]\*[0.1485])

z32 =

97.9688

» xtopi32=(xtopiminius32)+((k32)\*((z32)-([1 0]\*(xtopiminius32))))

xtopi32 =

97.3294  
110.5182

» xtopiminius33=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.54;93.54]

xtopiminius33 =

93.5400  
101.8744

» pminus33=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p32)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus33 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers33=inv(pminus33)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers33 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p33=inv(pinvers33)

p33 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k33=(p33)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k33 =

0.8556  
1.9517

» z33=[1 0]\*[99.2;99.2]+([-0.21]\*[0.1485])

z33 =

99.1688

» xtopi33=(xtopiminius33)+((k33)\*((z33)-([1 0]\*(xtopiminius33))))

xtopi33 =

98.3562  
112.8603

» xtopiminius34=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopiminius34 =

93.4400  
101.7655

» pminus34=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p33)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]



pminus34 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers34=inv(pminus34)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers34 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p34=inv(pinvers34)

p34 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k34=(p34)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k34 =

0.8556  
1.9517

» z34=[1 0]\*[72.8;72.8]+([-0.21]\*[0.1485])

z34 =

72.7688

» xtopi34=(xtopiminus34)+((k34)\*((z34)-([1 0]\*(xtopiminus34))))

xtopi34 =

75.7531  
61.4211

» xtopiminus35=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopiminius35 =

93.4400  
101.7655

» pminus35=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p34)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus35 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers35=inv(pminus35)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers35 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p35=inv(pinvers35)

p35 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k35=(p35)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k35 =

0.8556  
1.9517

» z35=[1 0]\*[95.2;95.2]+([-0.21]\*[0.1485])

z35 =

95.1688

» xtopi35=(xtopiminius35)+((k35)\*((z35)-([1 0]\*(xtopiminius35))))

xtpi35 =

94.9192  
105.1397

»  
» xtopiminus36=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopiminus36 =

93.4400  
101.7655

» pminus36=( [0 1;-1.8109 2.9]\*(p35)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus36 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers36=inv(pminus36)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers36 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p36=inv(pinvers36)

p36 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k36=(p36)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k36 =

0.8556  
1.9517

» z36=[1 0]\*[92.2;92.2]+([-0.21]\*[0.1485])

z36 =

92.1688

» xtopi36=(xtopiminius36)+((k36)\*((z36)-([1 0]\*(xtopiminius36))))

xtopi36 =

92.3523

99.2845

» xtopiminius37=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopiminius37 =

93.4400

101.7655

» pminus37=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p36)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus37 =

0.8801 -1.0624

2.0076 -2.5473

» pinvers37=inv(pminus37)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers37 =

30.0724 -9.7334

18.3933 -8.0636

» p37=inv(pinvers37)

p37 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

» k37=(p37)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k37 =

0.8556  
1.9517

» z37=[1 0]\*[96.9;96.9]+([-0.21]\*[0.1485])

z37 =

96.8688

» xtopi37=(xtopi37)+((k37)\*((z37)-([1 0]\*(xtopi37))))

xtopi37 =

96.3738  
108.4576

» xtopi38=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopi38 =

93.4400  
101.7655

» p38=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p37)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

p38 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers38=inv(p38)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers38 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p38=inv(pinvers38)

p38 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k38=(p38)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k38 =

0.8556  
1.9517

» z38=[1 0]\*[95.1;95.1]+([-0.21]\*[0.1485])

z38 =

95.0688

» xtopi38=(xtopi38)+((k38)\*((z38)-([1 0]\*(xtopi38))))

xtopi38 =

94.8337  
104.9445

» xtopi38=(xtopi38)+((k38)\*((z38)-([1 0]\*(xtopi38))))

xtopi38 =

94.8337  
104.9445

» xtopi39=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopi39 =

93.4400  
101.7655

» p39=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p38)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus39 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers39=inv(pminus39)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers39 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p39=inv(pinvers39)

p39 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k39=(p39)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k39 =

0.8556  
1.9517

» z39=[1 0]\*[93.8;93.8]+([-0.21]\*[0.1485])

z39 =

93.7688

» xtopi39=(xtopimini39)+((k39)\*((z39)-([1 0]\*(xtopimini39))))

xtopi39 =

93.7213  
102.4073  
xtopimini40=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopi minus40 =

93.4400  
101.7655

» p minus40 = ([0 1; -1.8109 2.9] \* (p39) \* [0 1; -1.8109 2.9]) + [0.0220]

p minus40 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers40 = inv(p minus40) + ([1; 0] \* inv([0.1485]) \* [1 0])

pinvers40 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p40 = inv(pinvers40)

p40 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k40 = (p40) \* [1; 0] \* inv([0.1485])

k40 =

0.8556  
1.9517

» z40 = [1 0] \* [90.3; 90.3] + ([-0.21] \* [0.1485])

z40 =

90.2688

» xtopi40 = (xtopi minus40) + ((k40) \* ((z40) - ([1 0] \* (xtopi minus40))))



xtopi40 =

90.7266  
95.5762

» xtopiminus41=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopiminus41 =

93.4400  
101.7655

» pminus41=( [0 1;-1.8109 2.9]\*(p40)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus41 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers41=inv(pminus41)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers41 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p41=inv(pinvers41)

p41 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k41=(p41)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k41 =

0.8556  
1.9517

» z41=[1 0]\*[95.9;95.9]+([-0.21]\*[0.1485])



z41 =

95.8688

$$\gg \text{xtopi41} = (\text{xtopiminus41}) + ((k41) * ((z41) - ([1 \ 0] * (\text{xtopiminus41}))))$$

xtopi41 =

95.5182

106.5059

$$\gg \text{xtopiminus42} = [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * [93.44; 93.44]$$

xtopiminus42 =

93.4400

101.7655

$$\gg \text{pminus42} = ([0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * (p41) * [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9]) + [0.0220]$$

pminus42 =

0.8801 -1.0624

2.0076 -2.5473

$$\gg \text{pinvers42} = \text{inv}(\text{pminus42}) + ([1; 0] * \text{inv}([0.1485]) * [1 \ 0])$$

pinvers42 =

30.0724 -9.7334

18.3933 -8.0636

$$\gg \text{p42} = \text{inv}(\text{pinvers42})$$

p42 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

$$\gg \text{k42} = (p42) * [1; 0] * \text{inv}([0.1485])$$

k42 =

0.8556  
1.9517

» z42=[1 0]\*[92.2;92.2]+([-0.21]\*[0.1485])

z42 =

92.1688

» xtopi42=(xtopiminus42)+((k42)\*((z42)-([1 0]\*(xtopiminus42))))

xtopi42 =

92.3523  
99.2845

» xtopiminus43=[0 1;-1.8109 2.9]\*[96.4;96.4]

xtopiminus43 =

96.4000  
104.9892

» pminus43=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p42)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus43 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers43=inv(pminus43)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers43 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p43=inv(pinvers43)

p43 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k43=(p43)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k43 =

0.8556  
1.9517

» z43=[1 0]\*[96.4;96.4]+([-0.21]\*[0.1485])

z43 =

96.3688

» xtopi43=(xtopi43)+((k43)\*((z43)-([1 0]\*(xtopi43))))

xtopi43 =

96.3733  
104.9284

» xtopi44=[0 1;-1.8109 2.9]\*(xtopi43)

xtopi44 =

104.9284  
129.7698

» xtopi44=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopi44 =

93.4400  
101.7655

» p44=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p43)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus44 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers44=inv(pminus44)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers44 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p44=inv(pinvers44)

p44 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k44=(p44)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k44 =

0.8556  
1.9517

» z44=[1 0]\*[97.7;97.7]+([-0.21]\*[0.1485])

z44 =

97.6688

» xtopi44=(xtopiminus44)+((k44)\*((z44)-([1 0]\*(xtopiminus44))))

xtopi44 =

97.0583  
110.0190

» xtopiminus45=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopi45 =

93.4400  
101.7655

»

» pminus45=( [0 1;-1.8109 2.9]\*(p44)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus45 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers45=inv(pminus45)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers45 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p45=inv(pinvers45)

p45 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k45=(p45)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k45 =

0.8556  
1.9517

» z45=[1 0]\*[96.8;96.8]+([-0.21]\*[0.1485])

z45 =

96.7688

» xtopi45=(xtopi45)+((k45)\*((z45)-([1 0]\*(xtopi45))))

xtopi45 =

96.2882  
108.2624

» xtopi45=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.44;93.44]

xtopi46 =

93.4400  
101.7655

» xminus46=( [0 1;-1.8109 2.9]\*(p45)\*[0 1;-1.8109 2.9] )+[0.0220]

xminus46 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pminus46=( [0 1;-1.8109 2.9]\*(p45)\*[0 1;-1.8109 2.9] )+[0.0220]

pminus46 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers46=inv(pminus46)+([1;0]\*inv([0.1485]))\*[1 0]

pinvers46 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p46=inv(pinvers46)

p46 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k46=(p46)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k46 =

0.8556  
1.9517

» z46=[1 0]\*[89.2;89.2]+([-0.21]\*[0.1485])

z46 =

89.1688

» xtopi46=(xtopiminus46)+((k46)\*((z46)-([1 0]\*(xtopiminus46))))

xtopi46 =

89.7854  
93.4293

»» xtopiminus48=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.99;93.99]

xtopiminus48 =

93.9900  
102.3645

» pminus48=([0 1;-1.8109 2.9]\*[0.1271 -0.1534;0.2898 -0.4739]\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus46 =

0.8802 -1.0625  
2.0077 -2.5476

» pinvers48=inv(pminus48)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers48 =

30.0603 -9.7284  
18.3824 -8.0590

» p48=inv(pinvers48)



p48 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k48=(p48)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k48 =

0.8556  
1.9517

» z48=[1 0]\*[89.784;89.784]+([-0.21]\*[0.1485])

z48 =

89.7528

» xtopi48=(xtopimini48)+((k48)\*((z48)-([1 0]\*(xtopimini48))))

xtopi48 =

90.3645  
94.0948

» xtopimini49=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.99;93.99]

xtopimini49 =

93.9900  
102.3645

» pminus49=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p48)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus49 =

0.8803 -1.0626  
2.0080 -2.5480

» pinvers49=inv(pminus49)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers49 =

30.0689 -9.7317  
18.3895 -8.0617

» p49=inv(pinvers49)

p49 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k49=(p49)\*[1:0]\*inv([0.1485])

k49 =

0.8557  
1.9518

» z49=[1 0]\*[90.3645;90.3645]+([-0.21]\*[0.1485])

z49 =

90.3333

» xtopi49=(xtopiminus49)+((k49)\*((z49)-([1 0]\*(xtopiminus49))))

xtopi49 =

90.8611  
95.2273

» xtopiminus50=[0 1;-1.8109 2.9]\*[93.99;93.99]

xtopiminus50 =

93.9900  
102.3645

» pminus50=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p49)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus50 =

0.8802 -1.0626

2.0079 -2.5478

» pinvers50=inv(pminus50)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers50 =

30.0716 -9.7329

18.3922 -8.0630

» p50=inv(pinvers50)

p50 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

» k50=(p50)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k50 =

0.8556

1.9518

» z49=[1 0]\*[90.8611;90.8611]+([-0.21]\*[0.1485])

z49 =

90.8299

» xtopi50=(xtopiminus50)+((k50)\*((z49)-([1 0]\*(xtopiminus50))))

xtopi50 =

91.2861

96.1967

» xtopiminus51=[0 1;-1.8109 2.9]\*[95.1;95.1]

xtopiminus51 =

95.1000

103.5734

$$\gg \text{pminus51} = ([0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * (\text{p50}) * [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9]) + [0.0220]$$

$$\text{pminus51} =$$

$$\begin{matrix} 0.8802 & -1.0625 \\ 2.0077 & -2.5475 \end{matrix}$$

$$\gg \text{pinvers51} = \text{inv}(\text{pminus51}) + ([1; 0] * \text{inv}([0.1485]) * [1 \ 0])$$

$$\text{pinvers51} =$$

$$\begin{matrix} 30.0723 & -9.7333 \\ 18.3930 & -8.0634 \end{matrix}$$

$$\gg \text{p51} = \text{inv}(\text{pinvers51})$$

$$\text{p51} =$$

$$\begin{matrix} 0.1271 & -0.1534 \\ 0.2898 & -0.4739 \end{matrix}$$

$$\gg \text{k51} = (\text{p51}) * [1; 0] * \text{inv}([0.1485])$$

$$\text{k51} =$$

$$\begin{matrix} 0.8556 \\ 1.9518 \end{matrix}$$

$$\gg \text{z51} = [1 \ 0] * [91.2861; 91.2861] + ([-0.21] * [0.1485])$$

$$\text{z51} =$$

$$91.2549$$

$$\gg \text{xtopi51} = (\text{xtopiminus51}) + ((\text{k51}) * ((\text{z51}) - ([1 \ 0] * (\text{xtopiminus51}))))$$

$$\text{xtopi51} =$$

$$91.8100$$

96.0687

$$\gg \text{xtopiminus52} = [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * [95.1; 95.1]$$

xtopiminus52 =

95.1000

103.5734

$$\gg \text{pminus52} = ([0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * (\text{p51}) * [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9]) + [0.0220]$$

pminus52 =

0.8801 -1.0624

2.0076 -2.5474

$$\gg \text{pinvers52} = \text{inv}(\text{pminus52}) + ([1; 0] * \text{inv}([0.1485]) * [1 \ 0])$$

pinvers52 =

30.0724 -9.7334

18.3933 -8.0636

$$\gg \text{p52} = \text{inv}(\text{pinvers52})$$

p52 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

$$\gg \text{k52} = (\text{p52}) * [1; 0] * \text{inv}([0.1485])$$

k52 =

0.8556

1.9517

$$\gg \text{z52} = [1 \ 0] * [91.8100; 91.8100] + ([-0.21] * [0.1485])$$

z52 =

91.7788

$$\gg \text{xtopi52} = (\text{xtopiminus52}) + ((k52) * ((z52) - ([1 \ 0] * (\text{xtopiminus52}))))$$

xtopi52 =

92.2583

97.0913

$$\gg \text{xtopiminus53} = [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * [91.69; 91.69]$$

xtopiminus53 =

91.6900

99.8596

$$\gg \text{pminus53} = ([0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * (p52) * [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9]) + [0.0220]$$

pminus53 =

0.8801 -1.0624

2.0076 -2.5473

$$\gg \text{pinvers53} = \text{inv}(pminus53) + ([1; 0] * \text{inv}([0.1485]) * [1 \ 0])$$

pinvers53 =

30.0724 -9.7334

18.3933 -8.0636

$$\gg p53 = \text{inv}(pinvers53)$$

p53 =

0.1271 -0.1534

0.2898 -0.4739

$$\gg k53 = (p53) * [1; 0] * \text{inv}([0.1485])$$

k53 =

0.8556

1.9517

$$\gg z53 = [1 \ 0] * [92.2583; 92.2583] + ([-0.21] * [0.1485])$$

z53 =

92.2271

$$\gg xtopi53 = (xtopimini53) + ((k53) * ((z53) - ([1 \ 0] * (xtopimini53))))$$

xtopi53 =

92.1496

100.9079

$$\gg xtopimini54 = [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * [91.69; 91.69]$$

xtopimini54 =

91.6900

99.8596

$$\gg pminus54 = ([0 \ 1; -1.8109 \ 2.9] * (p53) * [0 \ 1; -1.8109 \ 2.9]) + [0.0220]$$

pminus54 =

0.8801 -1.0624

2.0076 -2.5473

$$\gg pinvers54 = \text{inv}(pminus54) + ([1; 0] * \text{inv}([0.1485]) * [1 \ 0])$$

pinvers54 =

30.0724 -9.7334

18.3933 -8.0636

$$\gg p54 = \text{inv}(pinvers54)$$

p54 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

$$\gg k54=(p54)*[1;0]*inv([0.1485])$$

k54 =

0.8556  
1.9517

$$\gg z54=[1\ 0]*[92.1496;92.1496]+([-0.21]*[0.1485])$$

z54 =

92.1184

$$\gg xtopi54=(xtopi54)+((k54)*((z54)-([1\ 0]*(xtopi54))))$$

xtopi54 =

92.0566  
100.6957

$$\gg xtopi55=[0\ 1;-1.8109\ 2.9]*[93.6386;93.6386]$$

xtopi55 =

93.6386  
101.9818

$$\gg pminus55=([0\ 1;-1.8109\ 2.9]*(p54)*[0\ 1;-1.8109\ 2.9])+[0.0220]$$

pminus55 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

$$\gg pinvers55=inv(pminus55)+([1;0]*inv([0.1485])*[1\ 0])$$

pinvers55 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636



» p55=inv(pinvers55)

p55 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k55=(p55)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k55 =

0.8556  
1.9517

» z55=[1 0]\*[92.0566;92.0566]+([-0.21]\*[0.1485])

z55 =

92.0254

» xtopi55=(xtopiminus55)+((k55)\*((z55)-([1 0]\*(xtopiminus55))))

xtopi55 =

92.2583  
98.8333

» xtopiminus56=[0 1;-1.8109 2.9]\*[95.05361;95.05361]

xtopiminus56 =

95.0536  
103.5229

» pminus56=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p55)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus56 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers56=inv(pminus56)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers56 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p56=inv(pinvers56)

p56 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k56=(p56)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k56 =

0.8556  
1.9517

» z56=[1 0]\*[92.2583;92.2583]+([-0.21]\*[0.1485])

z56 =

92.2271

» xtopi56=(xtopiminus56)+((k56)\*((z56)-([1 0]\*(xtopiminus56))))

xtopi56 =

92.6352  
98.0064

» xtopiminus57=[0 1;-1.8109 2.9]\*[95.05361;95.05361]

xtopiminus57 =

95.0536  
103.5229

» pminus57=([0 1;-1.8109 2.9]\*(p56)\*[0 1;-1.8109 2.9])+[0.0220]

pminus57 =

0.8801 -1.0624  
2.0076 -2.5473

» pinvers57=inv(pminus57)+([1;0]\*inv([0.1485])\*[1 0])

pinvers57 =

30.0724 -9.7334  
18.3933 -8.0636

» p57=inv(pinvers57)

p57 =

0.1271 -0.1534  
0.2898 -0.4739

» k57=(p57)\*[1;0]\*inv([0.1485])

k57 =

0.8556  
1.9517

» z57=[1 0]\*[92.6352;92.6352]+([-0.21]\*[0.1485])

z57 =

92.6040

» xtopi57=(xtopiminus57)+((k56)\*((z57)-([1 0]\*(xtopiminus57))))

xtopi57 =

92.9577  
98.7420

## LAMPIRAN 8

### Hasil Prediksi LSF Output Komposisi Kimia Bahan Baku Raw Meal

time	LSF output prediksi	LSF output aktual
1	102,658	102,7
2	101,0734	101,1
3	101,6462	102,3
4	99,4	99,9
5	97,8419	98,2
6	99,9705	100,7
7	99,6395	100,8
8	100,5745	101,9
9	91,5884	91,4
10	93,7275	93,9
11	91,8451	91,7
12	93,2757	92,8
13	94,8158	94,6
14	97,8962	98,2
15	97,1261	97,3
16	92,9335	92,4
17	99,7785	100,4
18	95,8426	95,8
19	95,3292	95,2
20	98,1506	98,3
21	99,9474	100,4
22	98,0693	98,1
23	94,8651	94,7
24	100,8394	101,3
25	103,8864	104,9
26	101,5292	102,7
27	96,0221	96,3
28	97,0489	97,5
29	96,7066	97,1
30	97,1583	97,8
31	97,5861	98,3
32	98,0139	98,8

time	LSF output prediksi	LSF output aktual
33	97,3294	98
34	98,3562	99,2
35	75,7531	72,8
36	94,9192	95,2
37	92,3523	92,2
38	96,3738	96,9
39	94,8337	95,1
40	93,7213	93,8
41	90,7266	90,3
42	95,5182	95,9
43	92,3523	92,2
44	96,3733	96,4
45	96,2882	97,7
46	89,7854	96,8

## LAMPIRAN 9

### Hasil Prediksi LSF Output Kedepan Komposisi Kimia Bahan Baku Raw Meal

time	LSF output prediksi	LSF output aktual
47	90,3645	91,3
48	90,8611	94,3
49	91,2861	95,7
50	91,81	95,8
51	92,2583	95,2
52	92,1496	92,1
53	92,0566	92,9
54	92,2583	93,6
55	92,6352	94,7
56	92,9577	96,7