PENGELOMPOKAN POPULASI BERDASARKAN WALD-ANDERSON DENGAN MATRIKS KOVARIANSI BERBEDA

(Studi Kasus : Keadaan Tanah pada Hutan Pinus Kecamatan Tinggi Moncong Kabupaten Gowa)

OLEH :

M A R W A T I

H 121 98 003

Program Studi Statistika
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar

2002

UNIVERSITAS HASANUDDIN

Skripsi Ini
Aku Persembahkan Untuk :

♥ **Ayah dan Ibundaku** ♥

Yang telah memberikan do'a, dukungan, segala cinta dan kasih sayangnya pada Ananda

PENGELOMPOKAN POPULASI BERDASARKAN WALD-ANDERSON DENGAN MATRIKS KOVARIANSI BERBEDA

(Studi Kasus : Keadaan Tanah pada Hutan Pinus Kecamatan Tinggi Moncong Kabupaten Gowa)

SKRIPSI

Melengkapi tugas-tugas dan memenuhi syarat-syarat untuk meraih gelar Sarjana Sains

OLEH :

M A R W A T I

H 121 98 003

Program Studi Statistika
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin
Makassar
2002

PENGELOMPOKAN POPULASI BERDASARKAN WALD – ANDERSON DENGAN MATRIKS KOVARIANSI BERBEDA

(Studi Kasus : Keadaan Tanah Pada Hutan Pinus Kecamatan Tinggi Moncong Kabupaten Gowa)

Disetujui Oleh :

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Drs. Raupong, MSi	**Drs. Moh. Saleh AF.**
NIP. 131 802 902	**NIP. 130 675 575**

Pada Tanggal : Januari 2003

Kata Pengantar

بسم الله الرحمن الرحيم

Alhamdulillah, penulis panjatkan kehadirat ALLAH SWT, karena atas Rahmat dan Hidayah-Nya sehingga penulis diberikan kekuatan untuk menyelesaikan skripsi dengan judul " Pengelompokan Populasi berdasarkan Wald-Anderson dengan Matriks Kovariansi Berbeda", yang disusun sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar Sarjana Sains pada Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis menyadari adanya banyak kekurangan dan kelemahan yang penulis miliki. Dengan segala keterbatasan itu, bantuan dan dorongan dari berbagai pihak sangatlah membantu penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.

Sembah sujud Ananda haturkan pada Ayahanda **Abd. Majid** dan Ibunda **Cinnong**, terima kasih sebesar-besarnya atas bimbingan Ayah dan Ibunda sejak Ananda kecil hingga dewasa seperti saat ini.

Dalam kesempatan ini pula, penulis ingin mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada yang terhormat :

1. Kakanda tercinta : Kak Makmur Majid; Adinda tersayang : Maryama Majid, Mansur Majid, dan kemanakanku Nilamsari. Terima kasih atas dukungan dan do'anya.
2. Bapak Drs. Raupong, MSi. selaku Pembimbing Utama dan Bapak Drs. Muh. Saleh AF. selaku Pembimbing Pertama.
3. Bapak Drs. Nirwan Ilyas, MSi. selaku Ketua Jurusan Matematika serta Bapak Drs. Muh. Zakir, MSi. selaku Sekretaris Jurusan Matematika.
4. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika FMIPA Unhas serta seluruh staff pegawai Jurusan Matematika FMIPA Unhas.

5. Teruntuk sahabat-sahabatku tercinta : Mbak Yanti Dwi Indra Wahyuni, SSi., Fitriyah Hidayati, SSi. beserta kedua orang tuanya, Masrita Gani, SSi., dan Rasmi Abdullah, SSi. Terima kasih atas dukungan, nasehat dan motivasi kalian selama ini.
6. Mas Kholim, thanks atas dukungan dan do'anya.
7. Teruntuk ana' Armita I : Darna, Hajrah, K'Mini, Tuti, Chia, Kusma, Ros, Rini, Ani, Icha, Amma, Novi, Budi, bibi, Karman, Ramlan, Rahman, Iwan . Terima kasih atas dukungannya.
8. Rekan-rekan Tercinta Angkatan '98 : Zulkhaersyam; Lukman Syafie, SSi.; Ibrahim; Dalmi;Yuni; Nanna; Anca; Maria, SSi; Sandra; Nita, SSi; Ida, SSi; Adi; Ichal; Edy; Darnah, SSi ; Ikas, SSi; Faika, SSi; Asli; Hendra; Iwan; Ayu; Lina; Eva; Rini; Tuti; Astri, SSi; Vera, SSi; Ode'; Nurarfiah; Fatihiyah; Robiatul; Ipat; Nino'; Pepen; Azis; Aspiah (Alm.); Ronald; Hamka; Rahman; Rahmatiah; Arman; Asniah; Chery, SSi; Ros; Kamariah; Tina, SSi; Ina; Asra; Dedi; Cully; Bram; dan Idris serta kakak-kakak Senior dan rekan HIMATIKA '99, '00, '01.
9. Rekan-rekan Chambaku : Ida, Uchi SKg, Iva SKM, Irna SKed., Fitri, Mila, Marni, Udin, Maddi, Iwan, Mono, Wawan

Terima kasih atas segala bantuan, saran dan do'a yang telah diberikan kepada penulis, semoga Allah SWT memberikan balasan yang setimpal, Amin.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan, oleh karena itu saran dan kritik yang sifatnya membangun sangat penulis harapkan untuk penyempurnaan selanjutnya.

Akhirnya, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua, Amin.

Wassalam

Makassar, Januari 2003

Penulis

ABSTRAK

Metode Pengelompokan populasi ada tiga yakni pengelompokan Diskriminan Linier Fisher, Jarak Minimum D^2-Mahalanobis, dan Wald-Anderson dengan tiga hal yang melandasinya : Pertama, data diasumsikan berdistribusi Multinormal (Multivariate Normal) dengan vektor rata-rata μ dan matriks kovariansi Σ; kedua, vektor rata-rata μ diantara kelompok berbeda; ketiga, matriks kovariansi Σ setiap kelompok sama.

Namun dalam pengelompokan populasi disini tidak memenuhi asumsi ketiga karena matriks kovariansinya berbeda. Metode pengelompokan yang digunakan adalah berdasarkan Wald-Anderson.

ABSTRACT

Trere are three method classification of population, that is classification of Discriminant Fisher Linear , Minimum Distance D^2-Mahalanobis, and Wald-Anderson, With Three assumption that provide the basic : first, the data assumted Multinormal (Multivariate Normal) with means Vector μ and covariance matrix Σ ; second, means Vector μ between classification unequel; third, covariance matrix Σ every class is Equal.

But in this classification of population is not comply with third assumption because the covariance matrix is unequal. The method classification of population that use is based on Wald-Anderson.

DAFTAR ISI

HALAMAN PERSEMBAHAN i

HALAMAN JUDUL ii

HALAMAN PENGESAHAN iii

KATA PENGANTAR iv

ABSTRAK vi

ABSTRACT vii

DAFTAR ISI viii

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang 1

1.2. Rumusan dan Batasan Masalah 2

1.3. Tujuan dan Mamfaat Penulisan 3

1.4. Sistematika Pembahasan 4

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Distribusi Multivariat Ganda 5

2.2. Matriks Kovariansi 7

2.3. Uji Kesamaan Matriks Kovariansi 8

2.4. Matriks Kovariansi Gabungan dengan Matriks Kovariansi yang Berbeda 12

2.5. Pengelompokan Berdasarkan Wald-Anderson 13

BAB III METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data 14

3.2. Langkah Analisis Data 14

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Hasil 21

4.2. Pembahasan 34

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan 36

5.2. Saran 37

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Jika diketahui dua populasi atau lebih yang diukur dalam beberapa karakter $x_1, x_2, ..., x_p$, maka akan terbentuk kelompok-kelompok populasi berdasarkan karakter-karakter tersebut karena karakter-karakter tersebut merupakan variabel-variabel penciri yang dapat membedakan kelompok-kelompok populasi yang ada yang juga dapat dipergunakan sebagai kriteria pengelompokan.

Setelah kelompok-kelompok tersebut terbentuk maka dengan mengasumsikan bahwa rataan setiap kelompok berbeda dan matriks kovariansinya sama maka kita dapat menentukan kelompok populasi yang cocok atau sesuai jika ada suatu objek pengamatan yang baru yang belum diketahui populasi asalnya. Metode pengelompokan populasi terbagi atas tiga metode yakni pertama metode diskriminan Linier Fisher yakni membandingkan skor-skor diskriminan dari suatu objek (individu) pengamatan terhadap skor rata-rata kelompok, kedua metode Jarak Minimum D^2-Mahalanobis yakni nilai skor diskriminan yang paling rendah dari semua kelompok, dan yang ketiga adalah metode Wald-Anderson yakni pengelompokan berdasarkan skor diskriminan linier . Ketiga metode pengelompokan tersebut diatas mempunyai nilai akhir yang sama.

Pengelompokan populasi berdasarkan Wald-Anderson ini tidak perlu lagi mencari fungsi diskriminannya yang diperlukan hanyalah matriks kovariansi gabungan dari setiap kelompok. Jadi yang perlu diperhatikan adalah keadaan matriks kovariansi setiap kelompok karena kita lihat kenyataannya bahwa matriks kovariansi setiap kelompok populasi tidak selamanya sama, kadang ada yang berbeda. Jika matriks kovariansi berbeda maka matriks kovariansi gabungannya tidak sama dengan jika matriks kovariansinya setiap kelompok sama. Jika matriks kovariansinya berbeda maka setiap kelompok populasi harus dikalikan dengan suatu nilai yang dapat meminimumkan beberapa kombinasi dari sejumlah kesalahan klasifikasi yang akhirnya memperoleh matriks kovariansi gabungan yang dipergunakan dalam pengelompokan Wald-Anderson.

Untuk itulah penulis tertarik mengajukan rencana judul skripsi sebagai keperluan tugas akhir yaitu :

"PENGELOMPOKAN POPULASI BERDASARKAN WALD-ANDERSON DENGAN MATRIKS KOVARIANSI BERBEDA"

(Studi kasus : Keadaan Tanah pada Hutan Pinus Kecamatan Tinggi Moncong Kabupaten Gowa)

1.2 Rumusan dan Batasan Masalah

Adapun rumusan masalahnya adalah bagaimana mencari matriks kovariansi gabungannya jika matriks kovariansi setiap kelompok berbeda dan menentukan kelompok populasi yang sesuai jika ada suatu objek pengamatan yang baru yang belum diketahui populasi asalnya.

Dalam penulisan ini yang diolah hanya sampai 3 kelompok populasi saja dengan jumlah variabel pembeda sebanyak lima yakni $x_1, x_2, \ldots, x_5$ yang masing-masing kelompok mempunyai matriks kovariansi yang berbeda serta pengelompokannya berdasarkan metode Wald-Anderson.

1.3 Tujuan dan Mamfaat Penulisan

Adapun tujuan penulisan adalah sebagai berikut :

1. Untuk mengetahui matriks kovariansi gabungan dari kelompok-kelompok populasi yang masing-masing berbeda matriks kovariansinya.
2. Untuk mengetahui daerah asal tanah berdasarkan kedalamannya jika diketahui kadar fenolnya, kadar nitrogen, bahan organik, kadar karbon, dan PH (H_2O)

Adapun mamfaat dari penulisan ini adalah :

Sebagai bahan masukan bagi penelitian tentang keadaan tanah yang ditumbuhi pohon pinus.

1.4 Sistematika Pembahasan

Adapun sistematika pembahasannya sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

1.2 Rumusan dan Batasan masalah

1.3 Tujuan dan Mamfaat Penulisan

1.4 Sistematika Penulisan

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Multivariat Normal

2.2 Matriks Kovariansi

2.3 Uji Kehomogenan Matriks Kovariansi

2.4 Matriks Kovariansi Gabungan dengan Matriks Kovariansi Berbeda

2.5 Pengelompokan Berdasarkan Wald-Anderson

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

3.2 Langkah Analisis Data

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil

4.2 Pembahasan

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

5.2 Saran

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Multivariat Normal

Sebelum kita membahas tentang distribusi multivariate ganda maka kita perlu mengetahui tentang distribusi multivariat karena distribusi multivariate ganda adalah merupakan gabungan dari beberapa distribusi multivariate.

Adapun fungsi kepadatan dari distribusi multivariate adalah sebagai berikut : $ke^{-\frac{1}{2}\alpha(x-\beta)^2} = ke^{-\frac{1}{2}(x-\beta)\alpha(x-\beta)}$ ....(2.1.1)

dimana α adalah positif dan k adalah dipilih sehingga hasil integral dari (2.1.1) melebihi dari kesatuan x-aksis. Fungsi kepadatan dari distribusi multivariate ganda $x_1, x_2, \ldots, x_p$ adalah sama [2]. Variabel skalar x dapat ditulis dalam bentuk vektor :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_p \end{bmatrix} \qquad \text{..(2.1.2)}$$

Nilai konstan β dapat ditulis dalam bentuk vektor, yang mana nilai β diduga oleh b sebagai berikut :

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ . \\ b_p \end{bmatrix} \quad \text{.......(2.1.3)}$$

dan nilai konstan α dapat ditulis dalam bentuk matriks positif defenitif, yang mana nilai α diduga oleh nilai A :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & . & . & . & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & . & . & . & a_{2p} \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ a_{p1} & a_{p2} & . & . & . & a_{pp} \end{bmatrix} \quad \text{.......(2.1.4)}$$

$\alpha(x-\beta)^2 = (x-\beta)\alpha(x-\beta)$ dapat dibentuk dalam bentuk kuadrat yakni :

$$(x-b)' A(x-b) = \sum_{i,j=1}^{p} a_{ij}(x_i - b_i)(x_j - b_j) \quad \text{.......(2.1.5)}$$

sehingga fungsi kepadatan p-variate normal adalah :

$$f(x_1, x_2, ..., x_p) = ke^{-\frac{1}{2}(x-b)' A(x-b)} \text{ [2]} \quad \text{.......(2.1.6)}$$

2.2 Matriks Kovariansi

Jika kita mengambil contoh acak berukuran n_k dari populasi P_k untuk k=1, 2, ..., g dan p buah variabel pembeda $x_1, x_2, ..., x_p$ maka akan diperoleh matriks data pengamatan berukuran p x n_k dari populasi P_k yang dapat ditulis sebagai berikut :

$$X_k = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & . & . & . & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & . & . & . & x_{2n} \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ x_{p1} & x_{p2} & . & . & . & x_{pn} \end{bmatrix} \quad \text{.......(2.2.1)}$$

Berdasarkan matriks data (2.2.1) maka vektor rata-rata untuk kelompok ke-k dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \frac{1}{n_k}\sum_{j=1}^{n_k} X_{kj} \quad \text{.......(2.2.2)}$$

Dengan mengetahui rata-rata untuk kelompok ke-k maka kita dapat menguji vektor-vektor nilai rata-rata diantara kelompok apakah sama atau berbeda dengan menggunakan uji statistik V-Barlett seperti dibawah ini :

$$V = -\{n-1-(p+g)/2\} \ln \Lambda \quad \text{.......(2.2.3)}$$

dimana :

$$\Lambda = \frac{|W|}{|W+B|} \quad , \quad B = \sum_{k=1}^{g} (\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}})(\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}})'$$

Statistik V ini akan berdistribusi mendekati distribusi Chi square dengan derajat bebas p(g – 1). Dengan kaidah keputusan adalah :

Jika V $\begin{cases} \leq \chi^2_{\alpha, v = p(g-1)}, \; terima \; H_0 \\ > \chi^2_{\alpha, v = p(g-1)}, \; tolak \; H_0 \end{cases}$

Selanjutnya matriks kovariansi untuk kelompok ke-k dapat ditentukan sebagai berikut :

$$S_k = \frac{1}{n_k - 1} \sum_{j=1}^{n_k} (X_{kj} - \bar{\mathbf{x}}_k)(X_{kj} - \bar{\mathbf{x}}_k)' \quad [4] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.4)$$

Dengan mengetahui matriks kovariansinya setiap kelompok maka matriks kovariansi gabungannya dapat diketahui. Namun sebelumnya kita harus mengetahui apakah kovariansi setiap kelompok sama atau berbeda.

2.3 Uji Kesamaan Matriks Kovariansi

Adapun cara menguji kesamaan matriks kovariansi sebagai berikut :

Misalkan g-kelompok populasi normal ganda, hipotesis kesamaan matriks kovariansi adalah :

$$H_0 = \Sigma_1 = \Sigma_2 = \ldots = \Sigma_g \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.3.1)$$

Untuk menguji kesamaan beberapa matriks kovariansi maka kita menggunakan fungsi likelihood yakni :

$$L = \Pi_{i=1}^{g} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}pNi} |\Sigma|^{\frac{1}{2}Ni}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{N_i} \left(x_\alpha^{(i)} - \mu^{(i)} \right) \Sigma_g^{-1} \left(x_\alpha^{(i)} - \mu^{(i)} \right) \right] \ldots\ldots\ldots\ldots(2.3.2)$$

Fungsi likelihood tersebut dapat berubah dengan menentukan bahwa penduga $\mu = \bar{x}$ *dan* $\Sigma = S$ yakni :

$$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}pNi}|S|^{\frac{1}{2}Ni}}\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{g}\sum_{\alpha=1}^{N_{ni}}\left(x_\alpha^{(i)}-\overline{\mathbf{x}}^{(i)}\right)S_g^{-1}\left(x_\alpha^{(i)}-\overline{\mathbf{x}}^{(i)}\right)\right]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.3.3)$$

dan maksimum fungsi likelihood adalah :

$$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}pNi}|S_w|^{\frac{1}{2}Ni}}e^{-\frac{1}{2}pN_i}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.3.4)$$

criteria test untuk perbandingan likelihood adalah :

$$\lambda_1=\frac{\Pi^{g}{}_{i=1}|S_i|^{\frac{1}{2}Ni}}{|S_w|^{\frac{1}{2}Ni}}[1]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.3.5)$$

Barltett kemudian memodifikasi persamaan (2.3.5) kedalam bentuk univariat dengan mengubah nomor sample menjadi nomor derajat kebebasan S_i menjadi persamaan seperti M yang merupakan statistik uji seperti dibawah ini :

$$M=\prod_{k=1}^{g}\left(\frac{|S_k|}{|S_w|}\right)^{\frac{v_k}{2}} \qquad , V_k=n_k-1[1]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.3.6)$$

dimana :

$$S_k=\frac{1}{n_k-1}\sum_{j=1}^{n_k}(X_{kj}-\overline{X}_k)(X_{kj}-\overline{X}_k)^t$$

$$S_w=\frac{\sum_{k=1}^{g}V_kS_k}{\sum_{k=1}^{g}V_k} = \frac{W}{V_E}$$

dimana :

$$W = \sum_{k=1}^{g} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{kj} - \overline{X}_k)(X_{kj} - \overline{X}_k)'$$

$$V_E = \sum_{k=1}^{g} (n_k - 1)$$

Statistik M merupakan modifikasi dari rasio likelihood yang bernilai antara 0 dan 1, jika M mendekati 0, maka H_0 ditolak yang artinya ada matriks kovariansi populasi normal ganda yang berbeda, tetapi bila M mendekati 1, maka terima H_0 yang berarti matriks kovariansi g-populasi normal ganda sama.

Namun ukuran mendekati nilai 1 atau 0 belum jelas atau tidak pasti maka Box (1949,1950) dalam Rencher (1995) melakukan pendekatan ke χ^2 dan F untuk sebaran M. Kedua uji pendekatan tersebut dikatakan uji Box M *(Box's M-test)*.[2]

a. Uji pendekatan sebaran χ^2

Pertama kita harus cari nilai c_1 yakni dengan rumus sebagai berikut :

$$c_1 = \left[\sum_{i=1}^{g} \frac{1}{v_i} - \frac{1}{\sum_{i=1}^{g} v_i} \right] \left(\frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(g-1)} \right) \text{[2]} \qquad (2.3.7)$$

setelah mengetahui c_1 maka u = -2 (1- c_1) ln M mendekati sebaran $\chi^2_{\alpha, \frac{1}{2}(g-1)p(p+1)}$,

dimana ln M berasal dari persamaan (2.3.6), yaitu :

$$\ln M = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{g} \left(v_i \ln|S_i| \right) - \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^{g} v_i \right) \ln|S_w|$$

jadi, tolak H_0 jika u > $\chi^2_{\alpha, \frac{1}{2}(g-1)p(p+1)}$.

b. Uji pendekatan sebaran F

Menghitung c_1 seperti pada bagian (a) persamaan (2.3.7) dan

$$C_2 = \frac{(p+1)(p+2)}{6(g-1)}\left[\sum_{i=1}^{g}\left(\frac{1}{v_i^2}\right) - \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{g} v_i\right)^2}\right], \text{ serta}$$

$$a_1 = \frac{1}{2}(g-1)p(p-1), \qquad a_2 = \frac{a_1+2}{\left|c_2 - c_1^2\right|}$$

$$b_1 = \frac{1 - c_1 - \frac{a_1}{a_2}}{a_2}, \qquad b_2 = \frac{1 - c_1 - \frac{2}{a_2}}{a_2}$$

Jika $c_2 \geq c_1^2$, F = -2 b_1 ln M mendekati sebaran $F_{\alpha,(a_1,a_2)}$ dan

Jika $c_2 < c_1^2$, $F = \frac{-a_2 b_2 \ln M}{a_1\left(1 + 2b_2 \ln M\right)}$, mendekati sebaran $F_{\alpha,(a_1,a_2)}$

Untuk kedua kasus tersebut diatas, H_0 ditolak jika F > $F_{\alpha,(a_1,a_2)}$.[2]

2.4 Matriks Kovariansi Gabungan Jika Matriks Kovariansi setiap kelompok Berbeda

Setelah mengadakan pengujian maka dapat diketahui matriks kovariansinya sama atau berbeda. Adapun matriks kovariansi gabungan jika setiap populasi memiliki matriks kovariansi yang sama adalah :

$$S_G = \frac{(n_1 - 1)S_1 + \ldots + (n_g - 1)S_g}{n_1 + n_2 + \ldots + n_{g-1}} \text{ [4]} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(2.4.1)}$$

Namun jika matriks kovariansi gabungan jika setiap populasi memiliki kovariansi yang berbeda adalah dengan mengalikan setiap matriks kovariansi dengan suatu nilai yang dapat meminimalkan kombinasi sejumlah kesalahan klasifikasi. Nilai tersebut adalah jumlah sample setiap kelompok dibagi dengan jumlah sample semua kelompok. Dengan demikian diperoleh rumus matriks gabungan sebagai berikut :

$$S_G = r_1 S_1 + r_2 S_2 \ldots + r_g S_g, \qquad \frac{n_i}{\sum_{i=1}^{g} n_i}$$

$$= S_{G_1} + S_{G_2} + \cdots + S_{G_g}, \qquad S_{G_i} = r_i S_i \text{ dim}\mathit{ana} \;\; i = 1, 2, \cdots, g \qquad \text{[3]} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(2.4.2)}$$

2.5 Pengelompokan Populasi Berdasarkan Wald-Anderson

Dengan mengetahui matriks kovariansi gabungannya maka pengelompokkan dapat dilakukan dengan 3 cara yakni pengelompokkan berdasarkan diskriminan linier fisher, pengelompokkan dengan jarak minimum D^2–Mahalonobis dan pengelompokkan Wald – Anderson. Karena yang digunakan adalah pengelompokkan Wald – Anderson maka akan dibahas selanjutnya.

Jika X adalah suatu objek pengamatan baru yang tidak diketahui populasi asal, maka penggolongan Wald – Anderson dilakukan dengan jalan menghitung skor diskriminan linier berikut :

$$W_{kh} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_h\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{x}}_h\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_h\right) \quad \text{, dimana } k \neq h \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.5.1)$$

Dengan menggunakan tiga buah kelompok populasi dan p buah variabel pembeda ($p \geq 2$) maka kita dapat menuliskan statistik diskriminan Wald –Anderson, sebagai berikut :

$$W_{12} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_2\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2\right)$$

$$W_{13} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_3\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_3\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_3\right)$$

$$W_{23} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_3\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_2 + \bar{\mathbf{x}}_3\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_3\right)$$

Oleh karena dalam kasus-kasus di atas $W_{23} = W_{13} - W_{12}$, maka sebenarnya yang diperlukan dalam pengelompokkan Wald – Anderson hanya statistik W_{12} dan W_{13}. Berdasarkan kenyataan ini maka kriteria pengelompokkan dapat didefinisikan dengan cara berikut :

X berasal dari populasi 1, jika $W_{12} > 0$ dan $W_{13} > 0$

X berasal dari populasi 2, jika $W_{12} < 0$ dan $W_{13} > W_{12}$

X berasal dari populasi 3, jika $W_{13} < 0$ dan $W_{13} < W_{12}$.[4]

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang penulis gunakan adalah merupakan data sekunder yang berupa data laporan penelitian dari skripsi Fitriany Muslimin dengan judul "*Analisa Kandungan Alelokemi, Nitrogen, Bahan Organik Tanah pada berbagai kedalaman Tanah di sekitar tegakan* " (Studi Kasus : Keadaan Tanah pada Hutan Pinus Kecamatan Tinggi Moncong Kabupaten Gowa).

3.2 Langkah Analisis Data

Adapun langkah-langkah dalam menganalisis data adalah sebagai berikut :

3.2.1 Mengelompokkan data yang diperoleh

Data yang diperoleh dikelompokkan dalam tiga kelompok berdasarkan kedalaman tanahnya yakni :

Kelompok I : kedalaman 0 – 5 cm

Kelompok II : kedalaman 30 – 35 cm

Kelompok III : kedalaman 60 – 65 cm

Dengan lima variabel pembeda yakni :

X_1 = kadar fenol tanah

X_2 = kadar nitrogen total tanah

X_3 = bahan organik total tanah

X_4 = kadar karbon tanah

X_5 = PH (H_2O) tanah

Serta jumlah sampel setiap kelompok adalah sebagai berikut :

Untuk kelompok pertama sebanyak 6 sampel dan disimbolkan $n_1 = 6$, untuk kelompok kedua jumlah sampelnya adalah 6 dan disimbolkan $n_2 = 6$, serta kelompok ketiga jumlah sampelnya sebanyak 5 dan disimbolkan $n_3 = 5$.

Dengan mengetahui pengelompokannya maka akan terbentuk matriks data sebanyak tiga kelompok yang masing-masing berukuran 5 x 6 untuk kelompok pertama dan kedua seperti yang terlihat dibawah ini :

$$x_{1(5\times6)} = x_{2(5\times6)} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} & x_{16} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & x_{25} & x_{26} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & x_{35} & x_{36} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & x_{45} & x_{46} \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & x_{55} & x_{56} \end{bmatrix}$$

serta 5 x 5 untuk kelompok ketiga seperti dibawah ini :

$$x_{3(5\times5)} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & x_{25} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & x_{35} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & x_{45} \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & x_{55} \end{bmatrix}$$

3.2.2 Menentukan rata-rata setiap kelompok dan menguji kesamaannya

Setelah mengelompokkan data yang ada maka kita dapat dengan mudah menghitung rata-rata setiap kelompok dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \frac{1}{n_k}\sum_{j=1}^{n_k} X_{kj}$$

$$\bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{n_i}\begin{bmatrix} x_{11}+x_{12}+\cdots+x_{1p} \\ x_{21}+x_{22}+\cdots+x_{2p} \\ \vdots \\ x_{p1}+x_{p2}+\cdots+x_{pp} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{x}}_i = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}_1 \\ \bar{\mathbf{x}}_2 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{x}}_p \end{bmatrix}$$

Dengan melihat bentuk tersebut diatas maka dapat kita ketahui bahwa jika kita mempunyai data yang mempunyai sampel berukuran n_i untuk kelompok ke-I dan variabel pembedanya sebanyak p maka rata-rata setiap kelompok nantinya akan berukuran p x 1

Jika rata- rata setiap kelompok diketahui maka kita harus menguji terlebih dahulu dengan menggunakan uji statistik V-Barlett apakah berbeda atau tidak dengan asumsi sebagai berikut:

$H_0 : \bar{\mathbf{x}}_1 = \bar{\mathbf{x}}_2 = \bar{\mathbf{x}}_3$

H_1 : ada $\bar{\mathbf{x}}_i \neq \bar{\mathbf{x}}_j$ dimana $i \neq j$ dan $I,j = 1,2,3$

3.2.3 Menentukan matriks kovariansi setiap kelompok

Dengan menggunakan rata-rata setiap kelompok diatas maka kita dapat menghitung matriks kovariansi setiap kelompok yaitu dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$S_k = \frac{1}{n_k - 1} \sum_{j=1}^{n_k} (X_{kj} - \bar{\mathbf{x}}_k)(X_{kj} - \bar{\mathbf{x}}_k)'$$

$$S_i = \frac{1}{n_i - 1} \begin{bmatrix} (x_{11} - \bar{\mathbf{x}}_1)(x_{11} - \bar{\mathbf{x}}_1)' + (x_{12} - \bar{\mathbf{x}}_1)(x_{12} - \bar{\mathbf{x}}_1)' + \cdots + (x_{1p} - \bar{\mathbf{x}}_1)(x_{1p} - \bar{\mathbf{x}}_1)' \\ (x_{21} - \bar{\mathbf{x}}_2)(x_{21} - \bar{\mathbf{x}}_2)' + (x_{22} - \bar{\mathbf{x}}_2)(x_{22} - \bar{\mathbf{x}}_2)' + \cdots + (x_{2p} - \bar{\mathbf{x}}_2)(x_{2p} - \bar{\mathbf{x}}_2)' \\ \vdots \\ (x_{p1} - \bar{\mathbf{x}}_p)(x_{p1} - \bar{\mathbf{x}}_p)' + (x_{p2} - \bar{\mathbf{x}}_p)(x_{p2} - \bar{\mathbf{x}}_p)' + \cdots + (x_{pp} - \bar{\mathbf{x}}_p)(x_{pp} - \bar{\mathbf{x}}_p)' \end{bmatrix}$$

$$S_i = \frac{1}{n_i - 1} \left[\begin{bmatrix} (x_{11} - \bar{\mathbf{x}}_1) & (x_{12} - \bar{\mathbf{x}}_1) & \cdots & (x_{1p} - \bar{\mathbf{x}}_1) \\ (x_{21} - \bar{\mathbf{x}}_2) & (x_{22} - \bar{\mathbf{x}}_2) & \cdots & (x_{2p} - \bar{\mathbf{x}}_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (x_{p1} - \bar{\mathbf{x}}_p) & (x_{p2} - \bar{\mathbf{x}}_p) & \cdots & (x_{pp} - \bar{\mathbf{x}}_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x_{11} - \bar{\mathbf{x}}_1) & (x_{12} - \bar{\mathbf{x}}_1) & \cdots & (x_{1p} - \bar{\mathbf{x}}_1) \\ (x_{21} - \bar{\mathbf{x}}_2) & (x_{22} - \bar{\mathbf{x}}_2) & \cdots & (x_{2p} - \bar{\mathbf{x}}_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (x_{p1} - \bar{\mathbf{x}}_p) & (x_{p2} - \bar{\mathbf{x}}_p) & \cdots & (x_{pp} - \bar{\mathbf{x}}_p) \end{bmatrix}' \right]$$

$$S_i = \frac{1}{n_i - 1} \left(X^* (X^*)' \right)$$

3.2.4 Menguji kehomogenan matriks kovariansi dari beberapa kelompok

Setelah mengetahui matriks kovariansi setiap kelompok maka kita sudah dapat menguji kehomogenan matriks kovariansinya namun sebelumnya kita harus mencari matriks antar kelompok (S_w) sesuai dengan rumus sebagai berikut :

$$S_w = \frac{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n_i}\left(x_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_i\right)\left(x_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_i\right)'}{\sum_{i=1}^{g}(n_i - 1)}$$

$$S_w = \frac{\sum_{i=1}^{g}\left((n_i - 1)S_i\right)}{\sum_{i=1}^{g}(n_i - 1)}$$

Jika nilai S_w sudah diperoleh maka kita mencari nilai M yang merupakan statistik uji kesamaan matriks kovariansi. Adapun rumus mencari nilai M adalah sebagai berikut :

$$M = \prod_{k=1}^{g}\left(\frac{|S_k|}{|S_w|}\right)^{n_i - 1/2}$$

Statistik uji M ini didekatkan dengan distribusi chi-square (χ^2) yaitu :

u = -2 (1- c_1) ln M, dimana nilai c_1 adalah :

$$c_1 = \left[\sum_{i=1}^{g}\frac{1}{v_i} - \frac{1}{\sum_{i=1}^{g} v_i}\right]\left(\frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(g-1)}\right)$$

Dengan mengetahui nilai u mak kita dapat membuat keputusan apakah H_0 ditolak atau dietrima dengan aturan sebagai berikut :

H_0 ditolak jika H_0 jika u > $\chi^2_{\alpha, \frac{1}{2}(g-1)p(p+1)}$ artinya matriks kovariansi setiap kelompok berbeda dan juga sebaliknya.

3.2.5 Menghitung matriks kovariansi gabungan

Sesuai dengan judulnya maka yang akan saya bahas disini adalah yang matriks kovariansi setiap kelompok berbeda. Jadi jika dalam uji kesamaan matriks kovariansi diatas diterima artinya matriks kovariansinya sama maka kita kan cari data lain yang menyebabkan H_0 ditolak atau yang data matriks kovariansinya berbeda setiap kelompok.

Kita dapat menghitung matriks kovariansi gabunghannya dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$S_G = r_1 S_1 + \ldots + r_g S_g$$

dimana :

$$r_i = \frac{n_i}{\sum n_i}$$

sehingga rumusnya dapat dikembangkan menjadi sebagai berikut :

$$S_G = \frac{n_1 S_1 + n_2 S_2 + \cdots + n_g S_g}{\sum_{i=1}^{g} n_i}$$

Setelah Matriks kovariansi gabungannya diperoleh maka kita harus mencari inversnya untuk dipergunakan dalam pengelompokan langkah berikutnya. Invers matriks ini dicari dengan mempergunakan bantuan komputer. Dapat dilambangkan S_G^{-1}.

3.2.6 Pengelompokan berdasarkan Wald-Anderson

Dengan menggunakan invers matriks kovariansi gabungannya maka pengelompokan berdasarkan Wald-Anderson dapat diketahui sesuai dengan rumus sebagai berikut :

$$W_{kh} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_h\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{x}}_h\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_h\right), \qquad \text{dimana } k \neq h$$

Karena diatas menggunakan X yang merupakan data pengamatan baru yang belum diketahui kelompok yang terbaik maka disini data pengamatan yang baru ini saya ambil dari data hasil penelitian keadaan tanah di daerah pinus tersebut.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil

Adapun data sekunder yang akan diolah adalah sebagai berikut :

Tabel data keadaan tanah berdasarkan kedalamannya :

Variabel Pembeda					kelompok
x1	x2	x3	x4	x5	
0	0.48	43.12	2.85	6.23	1
0	0.48	42.41	2.75	6.22	1
0	0.51	42.92	3.04	6.24	1
0.048	0.127	40.16	0.048	5.16	1
0.079	0.11	36.22	0.079	4.88	1
0.018	0.11	35.21	0.018	4.79	1
0	0.32	41.08	2	6.29	2
0	0.28	42.62	2	6.29	2
0	0.27	41.89	3	6.25	2
0.026	0.153	34.95	0.026	5.19	2
0.034	0.13	35.03	0.034	5	2
0.057	0.12	37.43	0.057	4.79	2
0	0.18	31.7	1.47	6.52	3
0	0.18	32.14	1.63	6.41	3
0	0.19	31.41	1.52	6.4	3
0.012	0.157	37.37	0.012	5.37	3
0.015	0.15	38.34	0.015	5.29	3

4.1.1 Hasil pengelompokan data kedalam bentuk matriks

Dari table data tersebut diatas maka kita dapat mengetahui bahwa kelompok pertama mempunyai sample sebanyak enam (6) dengan variable pembeda sebanyak lima (5) sehingga dapat terbentuk matriks yang berukuran 5 x 6 seperti yang tercantum dibawah ini :

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}048 & 0.079 & 0.018 \\ 0{,}48 & 0{,}48 & 0{,}51 & 0{,}127 & 0{,}11 & 0{,}11 \\ 43{,}12 & 42{,}41 & 42{,}92 & 40{,}16 & 36{,}22 & 35{,}21 \\ 2{,}85 & 2{,}75 & 3{,}04 & 0{,}048 & 0{,}079 & 0{,}018 \\ 6{,}23 & 6{,}22 & 6{,}24 & 5{,}16 & 4{,}88 & 4{,}79 \end{bmatrix}$$

Dan untuk kelompok kedua sampelnya juga terdiri dari enam (6) serta variable pembedanya juga lima (5) sehingga ukuran matriksnya sama dengan kelompok pertama yakni 5 x 6 sebagaimana dibawah ini :

$$X_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}026 & 0{,}034 & 0{,}057 \\ 0{,}32 & 0{,}28 & 0{,}27 & 0{,}153 & 0{,}13 & 0{,}12 \\ 41{,}08 & 42{,}62 & 41{,}89 & 34{,}95 & 35{,}03 & 37{,}43 \\ 2 & 2 & 3 & 0{,}026 & 0{,}034 & 0{,}057 \\ 6{,}29 & 6{,}29 & 6{,}25 & 5{,}19 & 5 & 4{,}79 \end{bmatrix}$$

Serta kelompok ketiga mempunyai sample sebanyak lima (5) dengan variable pembeda sebanyak lima (5) sehingga ukuran matriks yang terbentuk adalah 5 x 5 sebagaimana tertulis dibawah ini :

$$X_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}012 & 0{,}015 \\ 0{,}18 & 0{,}18 & 0{,}19 & 0{,}157 & 0{,}15 \\ 31{,}70 & 32{,}14 & 31{,}41 & 37{,}37 & 38{,}78 \\ 1{,}47 & 1{,}63 & 1{,}52 & 0{,}012 & 0{,}015 \\ 6{,}52 & 6{,}41 & 6{,}4 & 5{,}37 & 5{,}29 \end{bmatrix}$$

4.1.2 Hasil Perhitungan Rata-rata dan pengujian kesamaan rata-rata

Setelah dibentuk kedalam benuk matriks maka kita dapat menghitung rata-rata setiap kelompok data, dengan menggunakan rumus (2.2.2)

Dengan demikian dengan menggunakan Excel rata-rata kelompok pertama dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\overline{\mathbf{x}_1} = \frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{6} x_{1j}$$

$$\overline{\mathbf{x}_1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 0+0+0+0{,}048+0{,}079+0{,}018 \\ 0{,}48+0{,}48+0{,}51+0{,}127+0{,}11+0{,}11 \\ 43{,}12+42{,}41+42{,}92+40{,}16+36{,}22+35{,}21 \\ 2{,}85+2{,}75+3{,}04+0{,}048+0{,}079+0{,}018 \\ 6{,}23+6{,}22+6{,}24+5{,}16+4{,}88+4{,}79 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}024167 \\ 0{,}302833 \\ 40{,}0067 \\ 1{,}464167 \\ 5{,}586667 \end{bmatrix}$$

Rata-rata untuk kelompok kedua dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\overline{\mathbf{x}_2} = \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{6} x_{2j}$$

$$\overline{\mathbf{x}_2} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 0+0+0+0{,}026+0{,}034+0{,}057 \\ 0{,}32+0{,}28+0{,}27+0{,}153+0{,}13+0{,}12 \\ 41{,}08+42{,}62+41{,}89+34{,}95+35{,}03+37{,}43 \\ 2+2+3+0{,}026+0{,}034+0{,}057 \\ 6{,}29+6{,}29+6{,}25+5{,}19+5+4{,}79 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0195 \\ 0{,}212167 \\ 38{,}83333 \\ 1{,}186167 \\ 5{,}635 \end{bmatrix}$$

Rata-rata untuk kelompok ketiga adalah sebagai berikut :

$$\overline{\mathbf{x}_3} = \frac{1}{n_3}\sum_{j=1}^{5} x_{3j}$$

$$\overline{\mathbf{x}_3} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 0+0+0+0{,}012+0{,}015 \\ 0{,}18+0{,}18+0{,}19+0{,}157+0{,}15 \\ 31{,}70+32{,}14+31{,}41+37{,}37+38{,}78 \\ 1{,}47+1{,}63+1{,}52+0{,}012+0{,}015 \\ 6{,}52+6{,}41+6{,}4+5{,}37+5{,}29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0054 \\ 0{,}1714 \\ 34{,}28 \\ 0{,}936 \\ 5{,}998 \end{bmatrix}$$

Setelah mengetahui rata-rata setiap kelompok maka kita terlebih dahulu menguji kesamaannya dengan menggunakan rumus (2.2.3).

Dengan bantuan excel maka diperoleh matriks W dan B sebagai berikut :

$$W = \begin{bmatrix} 0{,}008387533 & -0{,}02768 & -0{,}58382 & -0{,}36159 & -0{,}1901277 \\ -0{,}027679183 & 0{,}319269 & 3{,}511628 & 1{,}724928 & 0{,}8565222 \\ -0{,}583816667 & 3{,}601983 & 165{,}4348 & 25{,}5178 & 9{,}9522333 \\ -0{,}361585667 & 1{,}724928 & 33{,}47711 & 23{,}38545 & 11{,}863868 \\ -0{,}190127667 & 0{,}856522 & 14{,}51223 & 11{,}86387 & 6{,}6089633 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}00941306 & -0{,}02519 & -0{,}26706 & -0{,}33495 & -0{,}2134263 \\ -0{,}025186449 & 0{,}310904 & 4{,}255558 & 1{,}820768 & 0{,}8054861 \\ -0{,}267061704 & 4{,}255558 & 268{,}9088 & 44{,}00606 & 7{,}266414 \\ -0{,}334954802 & 1{,}80487 & 41{,}56791 & 23{,}98595 & 11{,}287834 \\ -0{,}213426338 & 0{,}805486 & 7{,}266414 & 10{,}99663 & 7{,}1489424 \end{bmatrix}$$

Dengan bantuan maple (lampiran 1) maka diperoleh:

Det matriks W = 0,72606348 ; Det matriks W+B =56,7232798

$\Lambda =$ 0,0128001 sehingga nilai V = 52,29962765

maka H_0 ditolak karena V= 52,29962765 > $\chi^2_{0,05;10}$ =18,307 artinya ada nilai rata-rata kelompok yang berbeda

4.1.3 Hasil Matriks Kovariansi

setelah mengetahui rata-rata setiap kelompok maka kita menghitung matriks kovariansi setiap kelompok. Dengan menggunakan bantuan Excel maka kita memperoleh matriks kovariansinya, sesuai dengan rumus (2.2.4)

Adapun matriks kovariansi untuk kelompok pertama adalah sebagai berikut :

$$S_1 = \frac{1}{n_1 - 1}\sum_{j=1}^{6}\left(x_{1j} - \overline{\mathbf{x}}_1\right)\left(x_{1j} - \overline{\mathbf{x}}_1\right)'$$

$$S_1 = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} -0.02417 & -0.02417 & -0.02417 & 0.023833 & 0.054833 & -0.00617 \\ -0.25483 & 0.177167 & 0.207167 & -0.17583 & -0.19283 & -0.19283 \\ 3.113333 & 2.403333 & 2.913333 & 0.153333 & -3.78667 & -4.79667 \\ 1.385833 & 1.285833 & 1.575833 & -1.41617 & -1.38517 & -1.44617 \\ 0.643333 & 0.633333 & 0.653333 & -0.42667 & -0.70667 & -0.79667 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.02417 & -0.02417 & -0.02417 & 0.023833 & 0.054833 & -0.00617 \\ -0.25483 & 0.177167 & 0.207167 & -0.17583 & -0.19283 & -0.19283 \\ 3.113333 & 2.403333 & 2.913333 & 0.153333 & -3.78667 & -4.79667 \\ 1.385833 & 1.285833 & 1.575833 & -1.41617 & -1.38517 & -1.44617 \\ 0.643333 & 0.633333 & 0.653333 & -0.42667 & -0.70667 & -0.79667 \end{bmatrix}'$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 0.001073 & -0.00334 & -0.07563 & -0.04069 & -0.01813 \\ -0.00334 & 0.048907 & 0.372829 & 0.199219 & 0.089705 \\ -0.07563 & -0.07563 & 11.18385 & 3.200253 & 1.460047 \\ -0.04069 & 0.199219 & 4.792115 & 2.414553 & 1.094131 \\ -0.01813 & 0.089705 & 2.372047 & 1.094131 & 0.511587 \end{bmatrix}$$

Matriks kovariansi untuk kelompok kedua adalah :

$$S_2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{j=1}^{6} \left(x_{2j} - \overline{\mathbf{x}}_2\right)\left(x_{2j} - \overline{\mathbf{x}}_2\right)'$$

$$S_2 = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -0.0195 & -0.0195 & -0.0195 & 0.0065 & 0.0145 & 0.0375 \\ 0.107833 & 0.067833 & 0.057833 & -0.19687 & -0.08217 & -0.09217 \\ 2.246667 & 3.786667 & 3.056667 & -3.88333 & -3.80333 & -1.40333 \\ 0.813833 & 0.813833 & 1.813833 & -1.16017 & -1.15217 & -1.12917 \\ 0.655 & 0.655 & 0.615 & -0.445 & -0.635 & -0.845 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.0195 & -0.0195 & -0.0195 & 0.0065 & 0.0145 & 0.0375 \\ 0.107833 & 0.067833 & 0.057833 & -0.19687 & -0.08217 & -0.09217 \\ 2.246667 & 3.786667 & 3.056667 & -3.88333 & -3.80333 & -1.40333 \\ 0.813833 & 0.813833 & 1.813833 & -1.16017 & -1.15217 & -1.12917 \\ 0.655 & 0.655 & 0.615 & -0.445 & -0.635 & -0.845 \end{bmatrix}'$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0.00056 & -0.0021 & -0.06205 & -0.02674 & -0.01627 \\ -0.0021 & 0.014715 & 0.37645 & 0.135001 & 0.073658 \\ -0.06205 & 0.37645 & 12.04891 & 4.185279 & 2.23214 \\ -0.02674 & 0.135001 & 4.185279 & 1.712627 & 0.876735 \\ -0.01627 & 0.073658 & 2.23214 & 0.876735 & 0.51031 \end{bmatrix}$$

Matriks kovariansi untuk kelompok ketiga adalah sebagai berikut :

$$S_3 = \frac{1}{n_3 - 1}\sum_{j=1}^{5}\left(x_{3j} - \overline{\mathbf{x}}_3\right)\left(x_{3j} - \overline{\mathbf{x}}_3\right)'$$

$$S_3 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -0.0054 & -0.0054 & -0.0054 & 0.0066 & 0.0096 \\ 0.0086 & 0.0086 & 0.0186 & -0.0144 & -0.0214 \\ -2.58 & -2.14 & -2.87 & 3.09 & 4.5 \\ 0.534 & 0.694 & 0.584 & -0.91 & -0.902 \\ 0.522 & 0.412 & 0.402 & -0.628 & -0.708 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.0054 & -0.0054 & -0.0054 & 0.0066 & 0.0096 \\ 0.0086 & 0.0086 & 0.0186 & -0.0144 & -0.0214 \\ -2.58 & -2.14 & -2.87 & 3.09 & 4.5 \\ 0.534 & 0.694 & 0.584 & -0.91 & -0.902 \\ 0.522 & 0.412 & 0.402 & -0.628 & -0.708 \end{bmatrix}'$$

$$S_3 = \begin{bmatrix} 0.0000558 & -0.00012 & 0.026145 & -0.00611 & -0.00454 \\ -0.00012 & 0.00029 & -0.05869 & 0.013458 & 0.009926 \\ 0.026145 & -0.05869 & 12.31775 & -2.85247 & -2.12718 \\ -0.00611 & 0.013458 & -2.85247 & 0.687388 & 0.502385 \\ -0.00454 & 0.009926 & -2.12718 & 0.502385 & 0.37487 \end{bmatrix}$$

4.1.4 Pengujian kehomogenan matriks kovariansi

Setelah mengetahui matriks kovariansi setiap kelompok maka kita dapat menguji kehomogenannya dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$M = \prod_{k=1}^{g}\left(\frac{|S_k|}{|S_w|}\right)^{\frac{n_k - 1}{2}}$$

Adapun uji hipotesisnya adalah sebagai berikut :

$H_0 = \Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma_3$

H_1 =ada $\Sigma_i \neq \Sigma_j$ untuk $i \neq j$, I=j = 1,2,3

Dengan pendekatkan dengan distribusi chi-square (χ^2) yaitu :

u = -2 (1- c_1) ln M, dimana nilai c_1 adalah :

$$c_1 = \left[\sum_{i=1}^{g} \frac{1}{v_i} - \frac{1}{\sum_{i=1}^{g} v_i} \right] \left(\frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(g-1)} \right)$$

Dengan mengetahui nilai u maka kita dapat membuat keputusan apakah H_0 ditolak atau dietrima dengan aturan sebagai berikut :

H_0 ditolak jika H_0 jika $u > \chi^2_{\alpha, \frac{1}{2}(g-1)p(p+1)}$ artinya matriks kovariansi setiap kelompok berbeda dan juga sebaliknya.

Dari hasil perhitungan dengan bantuan Excel maka matriks antar kelompok diperoleh sebagai berikut :

$$S_w = \begin{bmatrix} 0.000599 & -0.00198 & -0.0417 & -0.02583 & -0.01358 \\ -0.00198 & 0.022805 & 0.250831 & 0.123209 & 0.06118 \\ -0.0417 & 0.250831 & 11.81677 & 1.8227 & 0.710874 \\ -0.02583 & 0.123209 & 2.391222 & 1.670389 & 0.847419 \\ -0.01358 & 0.06118 & 1.036588 & 0.847419 & 0.472069 \end{bmatrix}$$

Dan dengan bantuan Maple (Lampiran 1) maka kita diperoleh :

determinan dari matriks S_w yakni = 0,135000594 x 10^{-5}

determinan dari matriks kovariansi kelompok pertama (S_1) = 0,2282811433.10^{-5}

determinan dari matriks kovariansi kelompok kedua = $0{,}23046397.10^{-8}$

determinan dari matriks kovariansi kelompok ketiga = $-0{,}190.10^{-19}$

Dengan mengetahui determinannya tersebut diatas maka diperoleh nilai $M = 0{,}3166.10^{-33}$ dan selanjutnya nilai Ln M = -78,40799568 . Nilai c_1 = 0,514285714 sehingga nilai dari u = -2 (1 – 0,514285714)(-77,13539904)

= 76,16776723

Karena nilai u = 76,16776723 > $\chi^2_{0{,}05;30}$ = 43,773 (Tabel VI Lampiran 2) sehingga H_0 ditolak artinya matriks kovariansi setiap kelompok ada berbeda.

4.1.5 Hasil Matriks kovariansi Gabungan

Dengan mengetahui bahwa matriks kovariansi setiap kelompok berbeda maka kita dapat menghitung matriks kovariansi gabungannya dengan menggunakan rumus (2.4.2)

Dengan demikian matriks kovariansi gabungannya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$S_{G_1} = \frac{n_1}{n_1 + n_2 + n_3} S_1$$

$$S_{G_1} = \frac{6}{17} S_1$$

$$S_{G_1} = \begin{bmatrix} 0.0003786944 & -0.00118 & -0.02669 & -0.01436 & -0.0064 \\ -0.0011791665 & 0.017261 & 0.131587 & 0.070313 & 0.031661 \\ -0.0266912944 & 0.137965 & 3.94724 & 1.129501 & 0.515311 \\ -0.0143601299 & 0.070313 & 1.691335 & 0.852195 & 0.386164 \\ -0.0063985888 & 0.031661 & 0.837193 & 0.386164 & 0.18056 \end{bmatrix}$$

$$S_{G_2} = \frac{n_2}{n_1 + n_2 + n_3} S_2$$

$$S_{G_2} = \frac{6}{17} S_2$$

$$S_{G_2} = \begin{bmatrix} 0.0001976122 & -0.00074 & -0.0219 & -0.00944 & -0.00574 \\ -0.0007398044 & 0.005194 & 0.132865 & 0.047647 & 0.025997 \\ -0.0219014412 & 0.132865 & 4.252555 & 1.477157 & 0.787814 \\ -0.0094376882 & 0.047647 & 1.477157 & 0.604456 & 0.309436 \\ -0.0057405888 & 0.025997 & 0.787814 & 0.309436 & 0.180109 \end{bmatrix}$$

$$S_{G_3} = \frac{n_3}{n_1 + n_2 + n_3} S_3$$

$$S_{G_3} = \frac{5}{17} S_3$$

$$S_{G_3} = \begin{bmatrix} 2.32966E-05 & -6.3E-05 & 0.010327 & -0.00237 & -0.00191 \\ -6.31985E-05 & 0.00019 & -0.02756 & 0.006188 & 0.005147 \\ 0.0103267116 & -0.02756 & 4.632892 & -1.05763 & -0.84406 \\ -0.0023687113 & 0.006188 & -1.05763 & 0.249516 & 0.19505 \\ -0.00190527 & 0.005147 & -0.84406 & 0.19505 & 0.157491 \end{bmatrix}$$

Matriks kovariansi gabungannya adalah $S_G = S_{G_1} + S_{G_2} + S_{G_3}$ yakni :

$$S_G = \begin{bmatrix} 0.000599602 & -0.00198 & -0.03827 & -0.02617 & -0.01404 \\ -0.001982167 & 0.022645 & 0.23689 & 0.124148 & 0.062804 \\ -0.03826599 & 0.243268 & 12.83269 & 1.549025 & 0.459061 \\ -0.026166525 & 0.124148 & 2.110859 & 1.706168 & 0.890649 \\ -0.014044446 & 0.062804 & 0.780943 & 0.890649 & 0.518161 \end{bmatrix}$$

4.1.5 Hasil Pengelompokan Wald-Anderson

Sebelum kita mengelompokkan data maka kita harus mencari terlebih dahulu invers matriks kovariansi gabungannya. Dengan menggunakan bantuan Maple (Lampiran 1) maka kita akan peroleh sebagai berikut :

$$S_G^{-1} = \begin{bmatrix} 5569.029954 & -7.441271627 & 5.253996770 & 42.28289513 & 74.51383425 \\ -19.94799766 & 79.47393073 & -.6611691019 & -4.707600416 & -1.495938532 \\ 11.03823494 & -1.073649884 & .1325036511 & -.3477454272 & .9096554710 \\ 17.81795098 & -2.721990600 & -.4591991203 & 8.154464062 & -12.79674256 \\ 106.1002274 & -3.537561639 & .8121442754 & -11.77568742 & 24.75578324 \end{bmatrix}$$

Setelah mengetahui invers matriks kovariansi gabungan maka kita dapat menghitung pengelompokan berdasarkan Wald-Anderson yakni dengan menggunakan rumus :

$$W_{kh} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_h\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{x}}_h\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_h\right) \qquad \text{dimana } k \neq h$$

Karena disini hanya menggunakan tiga kelompok maka akan dipeoleh sebagai berikut :

$$W_{12} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_2\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_2\right)$$

$$W_{12} = X' \begin{bmatrix} 39.6319635\ 6 \\ 5.10036476\ 4 \\ -0.03100145 \\ 2.18301322\ 2 \\ -3.3428592 \end{bmatrix} + 3.3428592$$

$$W_{12} = 39.6319635\ 6x_1 + 5.10036476\ 4x_2 - 0.03100145\ x_3 + 2.18301322\ 2x_4$$
$$-3.3428592x_5 + 3.3428592$$

$$W_{13} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_3\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 + \bar{\mathbf{x}}_3\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_1 - \bar{\mathbf{x}}_3\right)$$

$$W_{13} = X' \begin{bmatrix} 125.304377\ 8 \\ 4.41380291\ 2 \\ 0.26700257\ 4 \\ 6.91758582\ 8 \\ -10.2253308 \end{bmatrix} + 38.1104766\ 1$$

$$W_{13} = 125.304377\ 8x_1 + 4.41380291\ 2x_2 + 0.26700257\ 4x_3 + 6.91758582\ 8x_4$$
$$-3.3428592x_5 + 38.1104766\ 1$$

$$W_{23} = X' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_3\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\mathbf{x}}_2 + \bar{\mathbf{x}}_3\right)' S_G^{-1}\left(\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_3\right)$$

$$W_{23} = X' \begin{bmatrix} 85.6724142\ 4 \\ -0.68656185 \\ 0.29800402\ 7 \\ 4.73457260\ 6 \\ -6.88247157 \end{bmatrix} - 12520.4523\ 7$$

$$W_{23} = 85.6724142\ 4x_1 - 0.68656185\ 2x_2 + 0.29800402\ 74x_3 + 4.73457260\ 6x_4$$
$$-6.88247157\ x_5 - 12520.4523\ 7$$

Misalkan data yang baru adalah :

$X_1 = 0,016$

$X_2 = 0,13$

$X_3 = 38,34$

$X_4 = 0,016$

$X_5 = 5,12$

Maka dapat dibentuk keddalam matriks sebagai berikut :

$$X' = [0,016 \quad 0,13 \quad 38,34 \quad 0,016 \quad 5,12]$$

Maka dengan mensubtitusi nilai-nilai tersebut diatas kedalam persamaan Wald-Anderson yang diperoleh maka dapat diperoleh sebagai berikut :

$W_{12} = -16739,36$

$W_{13} = 627935,7701$

$W_{23} = -6378,04849$

4.2 Pembahasan

Dengan mengetahui matriks kovariansi setiap kelompok maka kita tidak dapat menguji apakah kovariansi setiap kelompok sama atau berbeda, dengan menggunakan uji kehomogenan matriks kovariansi dengan mengadakan pendekatan uji chi-square. Dari perhitungan diatas diperoleh matriks kovariansi setiap kelompok berbeda maka untuk mengethui matriks kovariansi gabungannya maka kita mengalikan dengan suatu nilai yakni nilai pembagian antara jumlah sample setiap kelompok dengan jumlah seluruh sample yang ada. Dengan mengalikan nialai tersebut maka dapat meminimumkan kesalahan pengelompokan.

Setelah kita mengetahui matriks kovariansi gabungannya maka dengan mudah kita dapat mengetahui persamaan Wald-Anderson untuk keperluan pengelompokan dari perhitungan diatas kiat dapat mengetahui kelompok yang terbaik untuk data pengamatan yang baru (X) yakni kelompok kedua karena nilai $W_{12} < 0$ dan nilai $W_{13} > W_{12}$.

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang diperoleh adalah sebagai berikut:

1. Pengelompokan populasi berdasarkan Wald-Anderson tidak perlu menggunakan fungsi diskriminan, hanya menggunakan matriks kovariansi gabungannya untuk mengetahui fungsi persamaannya.
2. Matriks kovariansi gabungannya adalah sebagai berikut :

$$S_G = \begin{bmatrix} 0.000599602 & -0.00198 & -0.03827 & -0.02617 & -0.01404 \\ -0.001982167 & 0.022645 & 0.23689 & 0.124148 & 0.062804 \\ -0.03826599 & 0.243268 & 12.83269 & 1.549025 & 0.459061 \\ -0.026166525 & 0.124148 & 2.110859 & 1.706168 & 0.890649 \\ -0.014044446 & 0.062804 & 0.780943 & 0.890649 & 0.518161 \end{bmatrix}$$

3. Adapun fungsi persamaan Wald-Anderson yang kita peroleh adalah sebagai berikut :

$$W_{12} = 39.63196356x_1 + 5.100364764x_2 - 0.03100145x_3 + 2.183013222x_4 - 3.3428592x_5 + 3.3428592$$

$$W_{13} = 125.3043778x_1 + 4.413802912x_2 + 0.267002574x_3 + 6.917585828x_4 - 3.3428592x_5 + 38.11047661$$

$$W_{23} = 85.67241424x_1 - 0.686561852x_2 + 0.2980040274x_3 + 4.734572606x_4 - 6.88247157x_5 - 12520.45237$$

Jika ada data pengamatan baru (X) maka kita kelompokan berdasarkan criteria berikut :

X berasal dari populasi 1, jika $W_{12} > 0$ dan $W_{13} > 0$
X berasal dari populasi 2, jika $W_{12} < 0$ dan $W_{13} > W_{12}$
X berasal dari populasi 3, jika $W_{13} < 0$ dan $W_{13} < W_{12}$.

4. Setelah mengadakan perhitungan data pengamatan maka hasil Wald-Anderson yang diperoleh memenuhi criteria pengelompokan kedua ($W_{13} > 0$ dan $W_{13} > W_{12}$) yaitu nilai $W_{12} = -1{,}16739{,}36 < 0$ dan $W_{12} = -1{,}16739{,}36 < W_{13} = 627935{,}7701$

5.2 Saran

Dalam mengolah data yang hampir sama dengan di atas sebaiknya menggunakan program SAS untuk lebih memudahkan.

DAFTAR PUSTAKA

1. **Anderson, T. W.**, *An Introduction to Mulyivariate Statistical Analysis*, 1971., John Wiley and SonsInc., New York.
2. **Donald F. Morisson.**, *Multivariate Statisyical Methods*, 1967, Mc Graw-Hill Publishing Company.
3. **Sidney Marks and Olive Jean Dunn.**, *Discriminant Function When Covariance Matrices Are Unequel*, Journal of the American Statistical Association , Juni 1974, Volume 69, Number 346, Theory and Methods Section.
4. **Vincent Gasperz,Drs.Ir.**, *Teknik Analisis dalam Penelitian*, 1992, Tarsito Bandung.

LAMPIRAN 1

```
> with (linalg):
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected
> S1:=matrix(5,5,[0.001072967, -0.003340967, -0.075625333, -0.040687
  033,
  -0.018129333,-0.003340967, 0.048906567, 0.372829333, 0.199219033,
  0.089705333,-0.075625333, 0.390900333, 11.18384667, 3.200253,
  1.460046667,-0.040687033, 0.199219033, 4.792114667, 2.414552967,
   1.094130667,-0.018129333, 0.089705333, 2.372046667, 1.094130667,
   0.511586667]);
```

$$S1 := \begin{bmatrix} .001072967 & -.003340967 & -.075625333 & -.040687033 & -.018129333 \\ -.003340967 & .048906567 & .372829333 & .199219033 & .089705333 \\ -.075625333 & .390900333 & 11.18384667 & 3.200253 & 1.460046667 \\ -.040687033 & .199219033 & 4.792114667 & 2.414552967 & 1.094130667 \\ -.018129333 & .089705333 & 2.372046667 & 1.094130667 & .511586667 \end{bmatrix}$$

```
> A1:= det(S1);
```

$$A1 := .2282811429\ 10^{-5}$$

```
> S2:=matrix(5,5,[0.0005599, -0.00209611, -0.062054, -0.0267401,
  -0.016265,-0.00209611,0.014715325,0.376450333,0.135000557,
       0.0736583,-0.062054 ,0.376450333 ,12.04890667, 4.185279333,
  2.23214,-0.0267401, 0.135000557, 4.185279333, 1.712626567,
  0.876735,-0.016265, 0.0736583, 2.23214, 0.876735, 0.51031]);
```

$$S2 := \begin{bmatrix} .0005599 & -.00209611 & -.062054 & -.0267401 & -.016265 \\ -.00209611 & .014715325 & .376450333 & .135000557 & .0736583 \\ -.062054 & .376450333 & 12.04890667 & 4.185279333 & 2.23214 \\ -.0267401 & .135000557 & 4.185279333 & 1.712626567 & .876735 \\ -.016265 & .0736583 & 2.23214 & .876735 & .51031 \end{bmatrix}$$

```
> A2:=det(S2);
```

$$A2 := .23046385\ 10^{-8}$$

```
> S3:=matrix(5,5,[0.0000558, -0.00012345, 0.026145, -0.0061125,
  -0.004539,-0.00012345, 0.0002898, -0.0586925, 0.0134575,
  0.009926,0.026145, -0.0586925, 12.31775, -2.852465, -2.127175,
       -0.0061125, 0.0134575, -2.852465, 0.687388, 0.502385,
       -0.004539, 0.009926, -2.127175, 0.502385, 0.37487]);
```

$$S3 := \begin{bmatrix} .0000558 & -.00012345 & .026145 & -.0061125 & -.004539 \\ -.00012345 & .0002898 & -.0586925 & .0134575 & .009926 \\ .026145 & -.0586925 & 12.31775 & -2.852465 & -2.127175 \\ -.0061125 & .0134575 & -2.852465 & .687388 & .502385 \\ -.004539 & .009926 & -2.127175 & .502385 & .37487 \end{bmatrix}$$

```
> A3:=det(S3);
```

$$A3 := -.190\ 10^{-19}$$

```
> Sw:=matrix(5,5,[0.00059911, -0.001977085, -0.04170119, -0.02582754
8,
-0.013580548,-0.001977085, 0.022804904, 0.250830595, 0.123209139,

0.061180155,-0.04170119, 0.257284524, 11.81676905, 1.822700119,
0.71087381,-0.025827548, 0.123209139, 2.391222143, 1.670389262,
0.847419167,-0.013580548, 0.061180155, 1.036588095, 0.847419167,
0.47206881]);
```

$$Sw := \begin{bmatrix} .00059911 & -.001977085 & -.04170119 & -.025827548 & -.013580548 \\ -.001977085 & .022804904 & .250830595 & .123209139 & .061180155 \\ -.04170119 & .257284524 & 11.81676905 & 1.822700119 & .71087381 \\ -.025827548 & .123209139 & 2.391222143 & 1.670389262 & .847419167 \\ -.013580548 & .061180155 & 1.036588095 & .847419167 & .47206881 \end{bmatrix}$$

```
> A4:=det(Sw);
```

$$A4 := .1350005939\ 10^{-5}$$

```
> SG:=
matrix(5,5,[0.000599602, -0.001982167, -0.03826599, -0.026166525,

-0.014044446,-0.001982167, 0.022645043, 0.236889882, 0.12414776,
0.062804444,-0.03826599, 0.243267882, 12.83268745, 1.549025382,
0.45906098,-0.026166525, 0.12414776, 2.110858912 ,1.70616774,
0.890649279,-0.014044446, 0.062804444, 0.780943333, 0.890649279,
0.518160833]);
```

$$SG := \begin{bmatrix} .000599602 & -.001982167 & -.03826599 & -.026166525 & -.014044446 \\ -.001982167 & .022645043 & .236889882 & .12414776 & .062804444 \\ -.03826599 & .243267882 & 12.83268745 & 1.549025382 & .45906098 \\ -.026166525 & .12414776 & 2.110858912 & 1.70616774 & .890649279 \\ -.014044446 & .062804444 & .780943333 & .890649279 & .518160833 \end{bmatrix}$$

```
> A5:=inverse(SG);
```

$$A5 := \begin{bmatrix} 5569.029954 & -7.441271627 & 5.253996770 & 42.28289513 & 74.51383425 \\ -19.94799766 & 79.47393073 & -.6611691019 & -4.707600416 & -1.495938532 \\ 11.03823494 & -1.073649884 & .1325036511 & -.3477454272 & .9096554710 \\ 17.81795098 & -2.721990600 & -.4591991203 & 8.154464062 & -12.79674256 \\ 106.1002274 & -3.537561639 & .8121442754 & -11.77568742 & 24.75578324 \end{bmatrix}$$

```
> W:=
matrix(5,5,[0.008387533, -0.027679183, -0.583816667, -0.361585667,
-0.190127667,-0.027679183, 0.319268657, 3.511628333, 1.72492795,
0.856522167,-0.583816667, 3.601983333, 165.4347667, 25.51780167,
9.952233333,-0.361585667, 1.72492795, 33.47711, 23.38544967,
11.86386833,-0.190127667, 0.856522167, 14.51223333, 11.86386833,
6.608963333]);
```

$$W := \begin{bmatrix} .008387533 & -.027679183 & -.583816667 & -.361585667 & -.190127667 \\ -.027679183 & .319268657 & 3.511628333 & 1.72492795 & .856522167 \\ -.583816667 & 3.601983333 & 165.4347667 & 25.51780167 & 9.952233333 \\ -.361585667 & 1.72492795 & 33.47711 & 23.38544967 & 11.86386833 \\ -.190127667 & .856522167 & 14.51223333 & 11.86386833 & 6.608963333 \end{bmatrix}$$

```
> A6:=det(W);
```

$$A6 := .7260636478$$

```
> WB:=matrix(5,5,[0.017800594, -0.052865632, -0.85087837, -0.6965404
69,
-0.403554005,-0.052865632, 0.630172747, 7.767186667, 3.545696364,
1.662008244,-0.85087837, 7.857541667, 434.3435222, 69.52386154,
17.21864741,-0.696540469, 3.529798339, 75.04501704, 47.37140023,
23.15170272,-0.403554005, 1.662008244, 21.77864741, 22.86050221,
13.75790577]);
```

$$WB := \begin{bmatrix} .017800594 & -.052865632 & -.85087837 & -.696540469 & -.403554005 \\ -.052865632 & .630172747 & 7.767186667 & 3.545696364 & 1.662008244 \\ -.85087837 & 7.857541667 & 434.3435222 & 69.52386154 & 17.21864741 \\ -.696540469 & 3.529798339 & 75.04501704 & 47.37140023 & 23.15170272 \\ -.403554005 & 1.662008244 & 21.77864741 & 22.86050221 & 13.75790577 \end{bmatrix}$$

```
> A7:=det(WB);
```

$$A7 := 56.7232798$$

LAMPIRAN 2

TABEL
NILAI-NILAI CHI KUADRAT

dk	Taraf signifikansi					
	50%	30%	20%	10%	5%.	1%
1	0,455	1,074	1.642	2.706	3,481	6,635
2	0.139	2.408	3,219	3.605	5.591	9,210
3	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	11.341
4	3,357	4.878	5.989	7,779	9,488	13,277
5	4,351	6.064	7.289	9.236	11,070	15,086
6	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	16,812
7	6.346	8.383	9,803	12.017	14.017	18,475
8	7,344	9.524	11,030	13,362	15,507	20,090
9	8,343	10.656	12,242	14,684	16,919	21,666
10	9,342	11,781	13.442	15.987	18.307	23.209
11	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	24,725
12	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	26,217
13	12,340	15.19	16,985	19,812	22,368	27,688
14	13,332	16,222	18,151	21,064	23,685	29,141
15	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	30,578
16	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	32,000
17	16,337	19,511	21,615	24,785	27,587	33,409
18	17,338	20,601	22,760	26,028	28,869	34,805
19	18,338	21,689	23,900	27,271	30,144	36,191
20	19,337	22,775	25,038	28,514	31,410	37,566
21	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	38,932
22	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	40,289
23	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	41,638
24	23,337	27,096	29,553	33,194	35,415	42,980
25	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	44,314
26	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	45,642
27	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	46,963
28	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	48,278
29	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	49,588
30	29,336	33,530	36,250	40,256	43,775	50,892