APLIKASI PROGRAMASI LINIER DALAM ANALISIS INPUT-OUTPUT PADA PERENCANAAN KESEMPATAN KERJA

O L E H

FLORA C POLI
86 03 070

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN

1995

APLIKASI PROGRAMASI LINIER DALAM ANALISIS INPUT-OUTPUT PADA PERENCANAAN KESEMPATAN KERJA

OLEH

FLORA C POLI

86 03 070

Skripsi untuk melengkapi tugsa
dan memenuhi syarat untuk memperoleh
gelar sarjana

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

1 9 9 5

APLIKASI PROGRAMASI LINIER
DALAM ANALISIS INPUT-OUTPUT
PADA PERENCANAAN KESEMPATAN KERJA

Disetujui oleh :

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Drs. A. Suhardjono	Drs. Daeng Idris, M.Si
NIP. 130 264 122	NIP. 130 937 332

Pada tanggal : Pebruari 1995

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa, yang oleh berkat dan kasih karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi ini guna melengkapi syarat-syarat untuk mencapai gelar sarjana pada Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin.

Pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin.
2. Bapak Drs. A. Suhardjono, selaku pembimbing utama, dan Bapak Drs. Daeng Idris, M.Si selaku pembimbing pertama, yang telah meluangkan waktunya dalam memberikan saran, bimbingan dan dorongan dalam penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Alimin Bado, MS, Ibu Dra. Ong Mei Fang, MSi, Bapak Drs. Nirwan Ilyas, MSi, selaku tim penguji pada ujian sarjana Matematika Fakultas MIPA UNHAS.
4. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika, beserta seluruh dosen serta staf Fakultas MIPA UNHAS.
5. Kedua orang tua penulis yang tercinta Ibunda M M Manafe yang penuh kasih dan doa serta Ayahanda Samuel F Poli yang banyak memberikan masukan pada penulisan skripsi

ini, kepada mereka penulis persembahkan tulisan ini.

6. Kakak-kakak serta adik-adik yang tercinta yang telah banyak memberikan bantuan, pengorbanan, dorongan serta perhatian yang khusus untuk penulis.
7. Rekan-rekan mahasiswa dan semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, yang telah memberikan saran, dorongan moril dan bantuan lainnya.

Semoga Tuhan Yang Maha Esa membalas semua kebaikan yang telah penulis terima.

Haleluya !

Bersyukurlah kepada TUHAN, sebab Ia baik !

Bahwasanya untuk selama-lamanya kasih setia-Nya (Mz.106:1)

Penulis

ABSTRAK

Analisa input-output yang berdasar pada aljabar matriks dapat digunakan dalam barbagai perencanaan ekonomi. Dengan metode konsistensi memperlihatkan bahwa permintaan produksi diperoleh dari perkalian vektor permintaan akhir dengan matriks koefisien interdependensi, yang hasilnya dapat digunakan dalam membahas pendapatan dan kesempatan kerja. Programasi linier merupakan salah satu cara dalam membuat perencanaan kesempatan kerja di Indonesia untuk tahun 2000, dengan mengacu pada tabel input-output tahun 1971, 1980, dan 1990.

ABSTRACT

The input-output analysis, based on matrix algebra may be used in a number of different ways for the purpose of economic planning. The method to be described here is known as the consistency approach whereby a target final demand vector is pre-multiplied by matrix of interdependence coefficients to determine the production requirements, generate income or employment are discussed. A more advanced method which should be mentioned is linear programming approach in planning employment model for Indonesia the 2000 based on the 1971, 1980 and 1990 Input-Output tables.

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang Masalah

Pengangguran telah menjadi isu nasional maupun internasional. Pengangguran berdimensi jamak, ruwet dan luas. Karena luas dan ruwet maka banyak orang tidak ingin melibatkan diri dalam pembahasan masalah ini.

Dalam memecahkan masalah yang rumit seperti ini biasa digunakan progamasi linier untuk mendapatkan titik optimum yang hendak dicapai.

Tulisan ini berusaha mengaplikasikan Progamasi Linier (PL) untuk memecahkan masalah pengangguran melalui perencanaan ekonomi yang memanfaatkan data statistik dari tabel Input-Output (IO) Indonesia tahun 1971, 1980 dan 1990 untuk merencanakan Output, Pendapatan, dan Kesempatan Kerja tahun 2000. Yang diutamakan disini ialah penggunaan metode perencanaannya, sedang ketepatan angka masih dapat dikompromikan.

1.2 Ruang lingkup pembahasan

Masalah pengangguran atau kesempatan kerja di dalam tabel IO sangat erat terkait dengan besarnya pendapatan setiap sektor, output dan permintaan akhir. Faktor yang menyatakan keterkaitan itu dikenal dengan matriks invers dalam aljabar linier.

Keterkaitan antara pertumbuhan output dan kesempatan kerja kalau disusun dalam satu format PL seperti yang ditunjukkan oleh O'Connor dengan salah satu elemen permintaan akhir yakni konsumsi rumah tangga dan konsumsi pemerintah diberi simbol (C) sebagai fungsi objektif, maka dengan pertolongan program komputer Quantitative System for Business (QSB) dapat dihitung nilai dari berbagai variabel yang dibutuhkan seperti tingkat output dengan rumus:

$$X = (I-A)^{-1} (Y)$$

X = total output

I = matriks identitas

A = permintaan antara

Y = permintaan akhir

Pendapatan, kesempatan kerja dan distribusi pendapatan dapat diturunkan berdasarkan keterkaitan yang ada, yakni invers matriks (I - A).

Tabel 10 memberi gambaran tentang keterkaitan berbagai variabel ekonomi. Misal keterkaitan antara Permintaan Akhir dan Output dan Kesempatan Kerja.

Berdasarkan keterkaitan tersebut, maka perencanaan yang tepat tentang permintaan akhir (khususnya investasi) secara langsung mempengaruhi nilai output X dan kesempatan kerja.

Dengan metode konsistensi dari O'Connor perencanaan ekonomi (baca kesempatan kerja) dapat dibuat dengan menyusun Programasi Linier (PL) yang memanfaatkan koefisien input-output, permintaan akhir, output dan koefisien tenaga kerja dari Tabel IO Indonesia 1990.

Sebelum masuk dalam pembahasan tersebut, terlebih dahulu diuraikan materi tentang metode analisis input-output, dan metode programasi linier; algoritma simpleks, yang menetapkan fungsi obyektif C (konsumen) yang akan dimaksimumkan, dengan fungsi kendala output (X), investasi (CF), ekspor (EX), dan impor (IM). Hasil perencanaan ini diperoleh dengan bantuan program komputer QSB yang menghitung berbagai nilai variabel yang ingin diketahui.

1.3 Alasan memilih Judul

Dengan latar belakang tersebut di atas maka penulis tertarik untuk menuangkan dalam bentuk penulisan skripsi dengan judul: Aplikasi Programasi Linier dalam Analisis Input-Output Pada Perncanaaan Kesempatan Kerja.

BAB II

ANALISIS INPUT-OUTPUT

Analisis input-output merupakan suatu teknik disain yang digunakan untuk mengetahui hubungan yang saling mengkait antar sektor. Pada analisis input-output berlaku tiga asumsi, yaitu :

1. Setiap sektor memprodusir hanya satu jenis barang dengan susunan input yang tunggal (homogen)
2. Jika terjadi perubahan pada output maka sebelumnya didahului perubahan input. Hubungan ini linier dan homogen (proporsional)
3. Pengaruh total dari pelaksanaan produksi di berbagai sektor dihasilkan oleh masing-masing sektor secara terpisah (aditif)

Akan dibicarakan dahulu sistem analisis input-output kemudian penggunaan dalam menganalisa hubungan sektoral di bidang ekonomi.

2.1 Sistem Input-Output

Sistem input-output terdiri dari 3 tabel utama yakni: tabel transaksi, tabel koefisien teknologi dan tabel koefisien interdependensi.

2.1.1 Tabel Transaksi

Pada tabel ini termuat nilai-nilai dari kegiatan ekonomi dalam kurun waktu tertentu. Kegiatan-kegiatan ini dibagi dalam beberapa sektor yang biasanya bersumber dari sensus produksi dan klasifikasi statistik nasional. Output dari setiap sektor dinyatakan dengan baris dan input setiap sektor terdapat pada kolom tabel.

Tabel transaksi secara vertikal terbagi dua. Bagian kiri adalah input pada proses produksi dari sektor-sektor produktif sedangkan bagian kanan adalah penjualan pada sektor permintaan akhir. Setiap bagian ini dibagi secara horisontal menjadi 2 bagian input antara, dan primer. Jadi tabel transaksi terdiri dari 4 kuadran yakni:

- *Kuadran I* menunjukkan barang-barang yang diproduksi pada saat itu yang disebut permintaan antara, meliputi sektor Pertanian (A), sektor Industri (I) dan sektor Jasa (S).
- *Kuadran II* menunjukkan berbagai elemen dari permintaan akhir sebagai output dari setiap sektor produksi, mencakup Konsumsi rumah tangga dan pemerintah (C), Pembentukan Modal (CF), Ekspor (EX), dan Impor (IM).
- *Kuadran III* menunjukkan input primer dari sektor-sektor produktif ini bukan merupakan output dari produksi saat

itu. Ini meliputi Gaji (G), Surplus Usaha (SU), Penyusutan (PT) dan Pajak tidak langsung dan Subsidi (PS).

- *Kuadran IV* menunjukkan input primer yang langsung menuju ke sektor-sektor permintaan akhir.

Skema tabel transaksi

	1 ....n	1 ....m	
1 : n	I (nxn)	II (nxm)	1 : n
1 : p	III (pxn)	IV (pxm)	1 : p
	1 ....n	1 ....m	

Hal penting dari tabel transaksi ialah di kuadran I dibuat jumlah baris dan kolom sama. Dengan kata lain kuadran ini harus matriks bujursangkar. Pembatasan yang sama tidak ditentukan pada kuadran lain dan dalam pengerjaannya jumlah baris dalam kuadran jarang sama jumlahnya dengan kolom kuadran tersebut.

Tabel transaksi dibedakan dalam tabel atas harga transaksi pembeli yang unsur margin perdagangan dan biaya pengangkutan masuk dalam nilai untuk sektor pembeli sedang transaksi atas harga produsen unsur tersebut dipisahkan dan diperlakukan sebagai input sektor perdagangan bagi sektor yang membeli.

2.1.2 Tabel Koefisien Teknik

Bentuk Simbolis Dari Kegiatan Komoditi

Input	Permintaan Antara			Permintaan Akhir	Total Output
	x_1 . . .	x_i	. . . x_n		
Pertanian	x_{11} ...	x_{1i}	x_{1n}	Y_1	X_1
⋮				⋮	⋮
Industri	x_{i1} ...	x_{ii}	... x_{in}	Y_i	X_i
⋮				⋮	⋮
Jasa	x_{n1} ...	x_{ni}	... x_{nn}	Y_n	X_n
Input Primer	Z_1 ...	Z_i	... Z_n		
Total Input	X_1 ...	X_i	... X_n		

Dari tabel di atas dapat dinyatakan ke dalam sistem persamaan linier.

$$X_1 = x_{11} + \ldots + x_{1i} + \ldots + x_{1n} + Y_1$$

$$\vdots$$

$$X_i = x_{i1} + \ldots + x_{ii} + \ldots + x_{in} + Y_i$$

$$\vdots$$

$$X_n = x_{n1} + \ldots + x_{ni} + \ldots + x_{nn} + Y_n \qquad (2.1)$$

Atau secara umum :

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i , \quad i = (1, 2, ..., n)$$

dimana :

$x_{(ij)}$ = kegiatan ekonomi

$X_{(i)}$ = total output

Untuk mencari koefisien-koefisien matriks dari tabel, dihitung dengan cara membagi setiap barang dalam kuadran I dengan total kolom dari barang-barang yang dioperasikan.

Bentuk Simbolis Koefisien Teknik (Matriks A)

Sektor	Permintaan Antara		
	Pertanian	Industri	Jasa
Pertanian	a_{11} . . .	a_{1l} . . .	a_{1n}
⋮	⋮		⋮
Industri	a_{l1} . . .	a_{ll} . . .	a_{ln}
⋮	⋮		⋮
Jasa	a_{n1} . . .	a_{nl} . . .	a_{nn}

dimana $a_{11} = \frac{x_{11}}{X_1}$, $a_{12} = \frac{x_{12}}{X_2}$, ... $a_{nn} = \frac{x_{nn}}{X_n}$

atau dalam bentuk umumnya $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$ (2.2)

dimana a_{ij} = jumlah barang yang diproduksi oleh sektor i dan dipergunakan sebagai input oleh sektor j

x_{ij} = kegiatan ekonomi

X_j = total input.

Dari (2.1) didapat

$$x_{ij} = a_{ij} X_j \tag{2.3}$$

sehingga $x_{11} = a_{11} X_1$, $x_{12} = a_{12} X_2$, ..., $x_{nn} = a_{nn} X_n$ seterusnya. Substitusi persamaan (2.3) pada persamaan (2.1), diperoleh :

$$\begin{aligned}
X_1 &= a_{11} X_1 + \ldots + a_{1l} X_l + \ldots a_{1n} X_n + Y_1 \\
&\vdots \\
X_l &= a_{l1} X_1 + \ldots + a_{ll} X_l + \ldots a_{ln} X_n + Y_l \\
&\vdots \\
X_n &= a_{n1} X_1 + \ldots + a_{nl} X_l + \ldots a_{nn} X_n + Y_n
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Transfer semua X ke ruas kiri dan kelompokkan menjadi :

$$\begin{aligned}
&(1 - a_{n1} X_1) - \ldots - a_{nl} X_l \ldots + (1 - a_{nn}) X_n = Y_n \\
&\vdots \\
&- a_{n1} X_1 - \ldots (1 - a_{nl} X_l) \ldots - a_{nn} X_n = Y_n \\
&\vdots \\
&- a_{n1} X_1 - \ldots - a_{nl} X_l \ldots + (1 - a_{nn}) X_n = Y_n
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Dari sistim persamaan (2.5) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} (1-a_{11}) & \dots & -a_{1l} & \dots & -a_{1n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ -a_{l1} & \dots & (1-a_{ll}) & \dots & -a_{ln} \\ \vdots & & & & \vdots \\ -a_{n1} & \dots & -a_{nl} & \dots & (1-a_{nn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_l \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_l \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

Kolom X dan kolom Y merupakan vektor sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan :

$$(I - A)\, X = Y \qquad (2.6)$$

Vektor Y dalam analisa input-output adalah vektor permintaan akhir yang biasanya diberikan sebagai asumsi.

Contoh 1.

Tabel 2.1 Transaksi Antara Tahun 1990 (Milyar)

Sektor	Permintaan Antara		
	Pertanian	Industri	Jasa
Pertanian	1.651,0	26.222,4	1.892,5
Industri	4.866,6	80.353,4	15.582,6
Jasa	1.518,8	19.622,2	8.809,0
Total	8.036,4	126.198,0	26.284,1
Input Primer	41.734,5	95.044,7	71.022,0
Total Input	49.770,9	221.242,7	97.306,1

Sumber: diolah dari tabel IO-1990 (BPS Jakarta)

Tabel 2.2 Struktur Koefisien Input tahun 1990

Sektor	Permintaan Antara		
	Pertanian	Industri	Jasa
Pertanian	0,03263	0,09790	0,01838
Industri	0,09620	0,29999	0,15130
Jasa	0,03002	0,07326	0,08554
Total	0,15885	0,47115	0,25522
Input Primer	0,84115	0,52885	0,74478
Total Input	1,00000	1,00000	1,00000

Dengan bentuk (I - A) maka diperoleh bentuk matriks seperti berikut :

$$(I - A) = \begin{bmatrix} 0,96737 & -0,09790 & -0,01838 \\ -0,09620 & 0,70001 & -0,15130 \\ -0,03002 & -0,07326 & 0,91446 \end{bmatrix}$$

Jadi jika diketahui permintaan akhir atau terjadi perubahan pada sektor permintaan akhir maka akan diperoleh output yang sesuai dengan permintaan.

2.1.3 Tabel Koefisien Interdependensi

Tabel ini berisikan nilai invers dari matriks koefisien teknologi.

Dari persamaan (2.6)

$$(I - A)\ X = Y$$

$$(I - A)^{-1}\ (I - A)\ X = (I - A)^{-1}\ Y$$

$$X = (I - A)^{-1}\ Y \tag{2.7}$$

dimana $(I - A)^{-1}$ adalah invers dari matriks $(I - A)$ dan elemen-elemen dari matriks $(I - A)^{-1}$ disebut koefisien interdependensi.

Interpretasi dari koefisien interdependensi yaitu elemen-elemen matriks invers diterangkan secara pintas dari sistem persamaan $X = (I - A)^{-1}\ Y$.

Sistem ini menunjukkan hubungan antara output dari n sektor produksi dengan permintaan akhir dari produk setiap sektor tersebut.

Karena hubungan antara setiap sektor pada ekonomi, perubahan pada permintaan akhir untuk produk-produk dari suatu sektor menyebabkan perubahan ke seluruh sistem dimana bukan hanya output dari sektor-sektor tersebut tetapi juga sebagian atau seluruh sektor perekonomian. Inilah tujuan utama analisa input-output yakni mempelajari perubahan tersebut.

$X = (I - A)^{-1}\ Y$ artinya output X_i adalah fungsi dari permintaan akhir Y_i.

Dari persamaan (2.6)

$$(I - A)\,X = Y$$

$$(I - A)^{-1}(I - A)\,X = (I - A)^{-1}\,Y$$

$$X = (I - A)^{-1}\,Y \qquad (2.7)$$

dimana $(I - A)^{-1}$ adalah invers dari matriks $(I - A)$ dan elemen-elemen dari matriks $(I - A)^{-1}$ disebut koefisien interdependensi.

Interpretasi dari koefisien interdependensi yaitu elemen-elemen matriks invers diterangkan secara pintas dari sistem persamaan $X = (I - A)^{-1}\,Y$.
Sistem ini menunjukkan hubungan antara output dari n sektor produksi dengan permintaan akhir dari produk setiap sektor tersebut.

Karena hubungan antara setiap sektor pada ekonomi, perubahan pada permintaan akhir untuk produk-produk dari suatu sektor menyebabkan perubahan ke seluruh sistem dimana bukan hanya output dari sektor-sektor tersebut tetapi juga sebagian atau seluruh sektor perekonomian. Inilah tujuan utama analisa input-output yakni mempelajari perubahan tersebut.
$X = (I - A)^{-1}\,Y$ artinya output X_i adalah fungsi dari permintaan akhir Y_i.

Misal untuk setiap 1 unit permintaan akhir produksi pertanian (Y_i) maka total output pertanian adalah permintaan akhir dikali dengan hasil invers matriks. Meningkatnya 1 unit permintaan akhir untuk produksi pertanian tidak mensyaratkan permintaan akhir dari produk sektor-sektor lain meningkat.

Sehingga untuk $Y_1 = 1$, $Y_2 = 0$, $Y_3 = 0$, ..., $Y_n = 0$

Dengan koefisien interdependensi, ditunjukkan baik langsung maupun tidak langsung pengaruh dari kenaikan permintaan akhir untuk suatu sektor dengan nilai 1 unit.

$$A\ Y = X \tag{2.8}$$

Kenaikan permintaan akhir suatu sektor langsung mempengaruhi output sektor tersebut 1 unit. Orde 1 mempengaruhi kenaikan orde 2 dan orde 2 mempengaruhi orde 3 dan seterusnya. Karena orde 1 naik dalam output yang akan dibutuhkan untuk membangun input-input. Dan ini akan dipakai kembali untuk menaikkan output berikutnya, demikian seterusnya.

$$A\ Y = X$$

$$A\ X^{(1)} = X^{(2)}$$

Sektor yang permintaan akhir naik 1 unit (orde 1), maka pengaruh orde 2 kurang dari 1 dan orde 3 kurang dari orde 2 dan seterusnya sampai ke titik yang dicapai tidak ada lagi kenaikan lagi dari suatu signifikan yang didapat dari perkalian orde sebelumnya dengan matriks koefisien teknik dan total pengaruh semua orde dengan menjumlahkan pengaruh orde-orde tersebut.

Karena $X^{(1)} = A\ Y$

$$X^{(2)} = A\ X^{(1)} = A^2\ Y$$

$$X^{(3)} = A\ X^{(2)} = A^3\ Y$$

$$\vdots$$

$$X^{(n)} = A\ X^{(n-1)} = A^n\ Y \qquad (2.9)$$

Total pengaruh keragaman adalah

$X^{(1)} + X^{(2)} + X^{(3)} + \dots + X^{(n)}$ disimbolkan X^n (2.10)

Jadi $X^n = Y + A\ Y + A^2\ Y + A^3\ Y + \dots + A^n\ Y$

$$= [I + A + A^2 + A^3 + \dots + A^n]\ Y \qquad (2.11)$$

Vektor output X^n didapat untuk nilai n yang cukup besar. Jadi perulangan pendekatan ini adalah merupakan cara lain untuk mendapatkan total pengaruh kenaikan permintaan terhadap output dari sektor yang berbeda. Dari perhitungan tersebut akan mendekati pemecahan invers.

$$X^n = [I + A^1 + A^2 + A^3 + \dots + A^n]\ Y \approx (I - A)^{-1}\ Y$$

Jadi $(I - A)^{-1} \approx [I + A^1 + A^2 + A^3 + \dots + A^n]$ (2.12)

I = matriks unit

A = matriks koefisien teknologi

Keberadaan dari invers matriks $(I - A)$ amat penting dalam analisa input-output, dimana A adalah matriks n x n.

Definisi 1 A dan B matriks bujursangkar dikatakan ekivalen jika terdapat P matriks nonsingular sedemikian

$$B = P^{-1} A P \tag{2.13}$$

dimana $B = \Lambda$ adalah matriks diagonal

Definisi 2 $A_{n \times n}$ matriks disebut matriks diagonal jika semua elemen di luar diagonal utama bernilai nol dan paling sedikit satu elemen pada diagonal utama tidak sama dengan nol.

$$a_{ij} = \begin{cases} a_{ii} & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \qquad \text{untuk } i,j = 1, 2, \ldots, n$$

Bentuk umum matriks diagonal :

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Keberadaan matriks nonsingular $P_{n \times n}$ dan matriks diagonal diperlukan dalam perhitungan akar-akar karakteristik dan vektor karakteristik.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$$P^{-1} A P = \Lambda$$

$$P P^{-1} A P = P \Lambda$$

$$A P = P \Lambda \tag{2.16}$$

Teorema 2.1 Misal matriks $A_{n \times n}$ dengan akar-akar karakteristik Λ dan vektor karakteristik P maka :

i. Matriks A + k I mempunyai akar-akar karakteristik Λ + kI dan vektor karakteristik P, k adalah skalar

ii. A^k mempunyai akar-akar karakteristik Λ^k dan vektor karakteristik P.

Bukti :

i. $(A + k I) P = A P + k P$

$$= P \Lambda + P k$$

$$= P (\Lambda + k I)$$

$$P^{-1}(A + k I) P = P^{-1} P (\Lambda + k I)$$

$$P^{-1}(A + k I) P = \Lambda + k I$$

Sehingga A + k I mempunyai vektor karakteristik yang sama dengan A, dan akar-akar karakteristiknya adalah Λ + k I.

ii. Dari persamaan (2.16),

$$A\,P = P\,\Lambda$$

$$A^2\,P = A\,P\,\Lambda = P\,\Lambda^2$$

$$\vdots$$

$$A^k\,P = P\,\Lambda^k\,, \quad k \text{ bilangan bulat}$$

$$P^{-1}A^k\,P = P^{-1}P\,\Lambda^k$$

$$P^{-1}A^k\,P = \Lambda^k$$

Jadi A^k mempunyai akar karakteristik Λ^k.

Teorema di bawah ini memberikan dua syarat untuk menunjukkan eksistensi dari matriks $(I - A)^{-1}$.

Teorema 2.2 Misal matriks A_{nxn}

i. $(I - A)$ adalah matriks nonsingular, maka

$$(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k \qquad (2.17)$$

Jika dan hanya jika $\lim_{k \to \infty} (A^k) = 0$

ii. Persamaan (2.17) berlaku jika dan hanya jika modulus dari semua akar-akar karakteristik dari Λ lebih kecil dari 1.

Bukti:

i. $\Longrightarrow$

Dengan mengalikan pers (2.17) dengan $(I - A)$

$$(I - A)\,(I - A)^{-1} = (I - A)\sum_{k=0}^{\infty} A^k$$

$$(I - A)\,(I - A)^{-1} = (I - A)\,(I + A + A^2 \ldots + A^k \ldots)$$

$$I = (I - A^{k+1}) \qquad \text{untuk k yang berhingga,}$$

$$I = \lim_{k \to \infty} [(I - A^{k+1})]$$

$$I = I - \lim_{k \to \infty} - A^{k+1}$$

$$\lim_{k \to \infty} (A^{k+1}) = 0 = \lim_{k \to \infty} (A^k)$$

$\Longleftarrow$

$$\lim_{k \to \infty} (A^k) = 0$$

$$= I - I$$

$$= I - (I - A)\,(I - A)^{-1}$$

$$(I - A)\,(I - A)^{-1} = I - \lim_{k \to \infty} (A\,)^k$$

$$(I - A)^{-1}\,(I - A)\,(I - A)^{-1} = (I - A)^{-1}\,(I - \lim_{k \to \infty} (A^k)$$

$$(I - A)^{-1} = (I - A)^{-1}\,[(I - A)\,(I + A + A^2 + \ldots + A^k)]$$

$$(I - A)^{-1} = (I - A)^{-1}\,(I - A) \lim_{k \to \infty} (I + A + A^2 \ldots + A^k)]$$

$$= \lim_{k \to \infty} (I + A + A^2 \ldots + A^k)]$$

$$(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$$

ii. $\Longrightarrow$

Dari teorema (2.1) diketahui $P^{-1}A^k P = \Lambda^k$ dimana Λ dan P masing-masing adalah akar karakteristik dan vektor karakteristik.

$$\lim_{k \to \infty} (P^{-1}A^k P) = P^{-1}\left[\lim_{k \to \infty} (A^k)\right] P = \lim_{k \to \infty} (\Lambda^k)$$

Jadi modulus akar karakteristik A lebih kecil dari 1.

$\Longleftarrow$

Matriks A_{nxn}, modulus akar karakteristik kecil dari 1

$$\lim_{k \to \infty} (A^k) = 0 = \lim_{k \to \infty} (\Lambda^k)$$

$$\lim_{k \to \infty} (A^k) P = P \lim_{k \to \infty} (\Lambda^k)$$

$$P^{-1}\left[\lim_{k \to \infty} (A^k)\right] P = P^{-1}P\left[\lim_{k \to \infty} (\Lambda^k)\right]$$

$$\lim_{k \to \infty} (P^{-1}A^k P) = \lim_{k \to \infty} (\Lambda^k) = 0$$ *terbukti).*

2.2 Pembaruan Koefisien

Koefisien dari permintaan antara biasanya dipakai untuk meramal output tahun yang akan datang. Namun koefisien-koefisien ini merupakan koefisien lama sehingga harus diperbaiki untuk membuat ramalan.

2.2.1 Perhitungan Koefisien

Untuk mendapatkan koefisien permintaan antara tahun 2000 maka terlebih dahulu membahas bagaimana mencari koefisien teknologi tahun 1990 dengan menggunakan data IO tahun 1980 dan 1990. Asumsi yang sama diterapkan dalam mencari koefisien tahun 2000.

Pada perhitungan ini diperlukan nilai transaksi antara tahun 1980 dibandingkan dengan tahun 1990.

1. Tabel pertama adalah transaksi antara tahun 1980 yang diambil dari tabel IO 1980, dibandingkan dengan tahun 1990 (ratio).
2. Matriks transaksi antara tahun 1980 disimbolkan dengan T_0 dan ratio kedua tahun dinyatakan dengan :

$$\hat{P}_1 = p_1,\ p_2,\ p_3$$

3. Tabel kedua disimbolkan dengan T_1 diperoleh dari perkalian elemen matriks T_0 dan $\hat{P}_1$. Akan diperoleh:

$$2526,1 \times 3,91852 = 9898,6$$

$$869,7 \times 6,55256 = 5698,7$$

$$462,5 \times 5,99552 = 2772,9$$

Kolom kedua dan ketiga dari T_1 didapat dengan cara yang sama di atas. Total baris T_1 ekivalen dengan total baris tahun 1990. Karena hasil yang didapat tidak sama, maka pengerjaan dilanjutkan yaitu dengan mencari ratio total $\hat{Q}_1$ dengan membagi total tahun1990 dengan T_1. $\hat{Q}_1 = (q_1, q_2, q_3)$

4. $T_1 Q_2 = T_2$ dimana kolom pertama T_1 dikalikan dengan q_1 dan kolom kedua dengan q_2, juga q_3 hingga diperoleh elemen T_2.
5. Jumlah batis T_2 tidak sama dengan tahun 1990 cara ini dilanjutkan dengan membagi total 1990 dengan T_2 sehingga ratio ialah $\hat{P}_2$. Cara ini dilanjutkan hingga total baris tahun 1990 sama dengan total baris tabel hitung.

	Transakasi Antara 1980 (T_0)			Total Antara		Ratio
	A	I	S	1980(a_1)	1990(b)	P_1=b/a_1
A	2526,1	4520,7	549,4	759,2	29785,9	3,91852
I	869,7	12341,5	2172,5	15383,7	100802,6	6,55256
S	462,5	3455,6	1077,3	4995,4	29950,0	5,99552
	3858,3	20317,8	3799,2	27975,3	160518,5	

$$\hat{P}_1 \hat{T}_0 = t_1$$

	A	I	S	TOTAL	
A	9898,6	17714,4	2152,8	29765,8	
I	5698,7	80868,4	14235,4	100802,5	
S	2772,9	20718,1	6458,9	29949,9	
	18370,2	119300,9	22847,1	160518,2	(1)

Total transaksi tahun 1990

8036,4	126198,0	26289,1	160518,2	(2)

$$\hat{Q}_1 = \text{Ratio } (2)/(1)$$

0,43747	1,05781	1,15043
(q_1)	(q_2)	(q_3)

$$T_1 \hat{Q}_1 = T_2$$

	A	I	S	Total(a_2)	b	$\hat{P}_2 = b/a_2$
A	4330,3	18738,5	2476,6	25545,4	29765,9	1,16522
I	2493,0	85543,4	16376,8	104413,2	100802,6	0,96542
S	1213,0	21915,8	7430,5	30559,3	29950,0	0,98006
	8036,3	126197,7	26283,9	160517,9	160517,9	

$$\hat{P}_2 \; \hat{T}_2 \; = \; T_3$$

A	5045,7	21834,5	2885,8	29766,0
I	2406,8	82585,3	15810,5	160802,6
S	1188,8	21898,6	25978,6	1600518,5
	8641,3	125898,6	25978,6	1600518,5

(3)

$$\hat{Q}_1 \; = \; \text{Ratio} \;\; (3)/(1)$$

0,92999	1,00238	1,011176
q_1'	q_2'	q_3'

	T_3	$\hat{Q}_2$	$= T_4$	(a_3)	b	$\hat{P}_3 = b/a_3$
A	4692,4	21886,5	2919,7	29498,6	29765,9	1,00906
I	2238,3	82781,8	15996,4	101018,5	100802,6	0,99788
S	1105,6	21529,9	7367,9	30003,4	29950,0	0,99822
	8036,3	126198,2	26284,0	160518,5	160518,5	

$$\hat{P}_3 \; \hat{T}_4 \; = \; T_5$$

A	4734,9	22084,8	2946,2	29765,9
I	2233,5	82606,3	15962,5	100802,3
S	1103,6	21491,6	7353,8	29950,0
	8072,0	126182,7	26263,5	160518,5

Total transaksi 1990

8036,3	126198,2	26284,0	160518,5

Total Output

49770,9   221242,7   97306,2   368319,8

2.2.2 Pengecekan Perhitungan

Diketahui $\hat{P} = \hat{P}_1, \hat{P}_2, \hat{P}_3$ adalah matriks diagonal

$\hat{Q} = \hat{Q}_1 \quad \hat{Q}_2$ matriks diagonal

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 3,91852 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 6,55256 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 5,99552 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,16522 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,96542 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,98006 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1,00906 & 0.0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,99788 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,99822 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4,60731 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 6,31256 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 5,86551 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4,60731 & 0.0 & 0,0 \\ 0,0 & 6,31256 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 5,86551 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2526,1 & 4520,7 & 549,4 \\ 869,7 & 12341,5 & 2172,5 \\ 462,5 & 3455,6 & 1077,3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11638,5 & 20820,2 & 2531,3 \\ 5490,0 & 77906,5 & 13714,0 \\ 2712,8 & 20268,9 & 6318,9 \end{bmatrix}$$

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} 0,43747 & 0.0 & 0,0 \\ 0,0 & 1,05781 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 1,15043 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,92999 & 0.0 & 0,0 \\ 0,0 & 1,00238 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 1,01176 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,40684 & 0.0 & 0,0 \\ 0,0 & 1,06033 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 1,16396 \end{bmatrix}$$

Untuk diperiksa kalikan hasil $\hat{P}$ dengan $\hat{Q}$ sehingga diperoleh:

$$\hat{P}\,\hat{Q} = \begin{bmatrix} 4735,0 & 22084,8 & 2946,3 \\ 2233,6 & 82606,4 & 15962,6 \\ 1103,7 & 21491,6 & 7355,0 \end{bmatrix}$$

2.2.3 Metode RAS

Metode ini ditemukan oleh Stone yang dipakai untuk mencari hubungan antara koefisien tahun 1980 dan 1990. Karena tahun 1990 adalah setengah dari tahun 1980 dan tahun 2000, maka diasumsikan perubahan antara 1980 dan 1990 akan berlaku untuk 1990 - 2000.

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \qquad S = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{bmatrix}$$

Matriks tahun 1980 = ${}_0A$ dan tahun 1990 = ${}_1A$ dimana

$$iA = \begin{bmatrix} oa_{11} & oa_{12} & oa_{13} \\ oa_{21} & oa_{22} & oa_{23} \\ oa_{31} & oa_{32} & oa_{33} \end{bmatrix} = \hat{R}\ (Ao)\ \hat{S}$$

$$\begin{bmatrix} ia_{11} & ia_{12} & ia_{13} \\ ia_{21} & ia_{22} & ia_{23} \\ ia_{31} & ia_{32} & ia_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} oa_{11} & oa_{12} & oa_{13} \\ oa_{21} & oa_{22} & oa_{23} \\ oa_{31} & oa_{32} & oa_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_1(oa_{11})s_1 & r_1(oa_{12})s_2 & r_1(oa_{13})s_3 \\ r_1(oa_{11})s_1 & r_1(oa_{12})s_2 & r_1(oa_{13})s_3 \\ r_1(oa_{11})s_1 & r_1(oa_{12})s_2 & r_1(oa_{13})s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ia_{11} & ia_{12} & ia_{13} \\ ia_{21} & ia_{22} & ia_{23} \\ ia_{31} & ia_{32} & ia_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ oA \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ iA \\ \\ \end{bmatrix}$$

Dengan mengalikan r dengan skalar konstan $k \neq 0$ dan membagi s dengan k akan didapat oA dan iA tetap.

$$k\ \frac{1}{k} \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ oA \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ iA \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$k \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ oA \\ \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{bmatrix} \frac{1}{k} = \begin{bmatrix} \\ iA \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_{1k} & 0 & 0 \\ 0 & r_{2k} & 0 \\ 0 & 0 & r_{3k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} oA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{1/k} & 0 & 0 \\ 0 & s_{2/k} & 0 \\ 0 & 0 & s_{3/k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1A \end{bmatrix}$$

jadi kri dan 1/k s_j adalah sibstitusi dan faktor buatan sehingga $r_1 oa_{ij} s_j$ adalah elemen 1A

a) Ratio dari r dan s adalah tunggal

$$\text{jika } r's = r_1' = r_2' = r_3'$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_1' = r_2' = r_3'$$

$$\frac{r_1}{r_1'} = \frac{r_2}{r_2'} = \frac{r_3}{r_3'} = k \qquad k \neq 0$$

$$\frac{s_1}{s_1'} = \frac{s_2}{s_2'} = \frac{s_3}{s_3'} = m \qquad m \neq 0$$

Perkalian $r_i s_j$ konstan untuk setiap i,j dimana

$$r_i \; s_j = r_i' \; s_j'$$

Substitusi koefisien input tahun 1980 dan 1990 dari tabel.

$$1A = \begin{bmatrix} r_1(0,16021)s_1 & r_1(0,10575)s_2 & r_1(0,03089)s_3 \\ r_1(0,05516)s_1 & r_1(0,28869)s_2 & r_1(0,12207)s_3 \\ r_1(0,02933)s_1 & r_1(0,08083)s_2 & r_1(0,06056)s_3 \end{bmatrix}$$

$$1A = \begin{bmatrix} 0,09359 & 0,08265 & 0,02861 \\ 0.04414 & 0,30916 & 0,15499 \\ 0,02181 & 0,08043 & 0,07142 \end{bmatrix}$$

Dari sistem ini dengan mengambil $r_1 = 1$

$$r_1 s_2 = \frac{0,08265}{0,10575} \longrightarrow s_2 = 0,78156$$

$$r_2 s_2 = \frac{0,30916}{0,28869} \longrightarrow 0,78156\ s_2 = 1,07091$$

$$\longrightarrow r_2 = 1,37022$$

$$r_2 s_1 = \frac{0,04414}{0,05516} \longrightarrow 1,37022\ s_1 = 0,80022$$

$$\longrightarrow s_1 = 0,58401$$

$$r_2 s_3 = \frac{0,15499}{0,12207} \longrightarrow 1,37022\ s_3 = 1,26968$$

$$\longrightarrow s_3 = 0,92662$$

$$r_3 s_3 = \frac{0,07142}{0,06056} \longrightarrow 0,92662\ r_3 = 0,78156$$

$$\longrightarrow r_3 = 1,27272$$

$$R = \begin{bmatrix} 1,00000 & 0,00000 & 0,00000 \\ 0.00000 & 1,37022 & 0,00000 \\ 0,00000 & 0,00000 & 1,27272 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0,58401 & 0,00000 & 0,00000 \\ 0.00000 & 0,78156 & 0,00000 \\ 0,00000 & 0,00000 & 0,92662 \end{bmatrix}$$

Jika $r_1 = 2$ maka $s_1 = \dfrac{0,68401}{2} = 0,342005$

Jadi koefisien transaksi antara tahun 2000 adalah:

$$(I-A)_{2000} = \begin{bmatrix} 0,05466 & 0,06460 & 0,02651 \\ 0.03532 & 0,33708 & 0,19679 \\ 0,01621 & 0,08000 & 0,08423 \end{bmatrix}$$

Metode R dan S ini hanya memprediksi koefisien transaksi antara.

BAB III

PROGRAMASI LINIER

ALGORITMA SIMPLEKS

3.1 Algoritma Simpleks Maksimisasi

Algoritma[*)] adalah suatu prosedur sistematis untuk mendapatkan penyelesaian suatu soal. *Algoritma Simpleks* adalah suatu metode (atau prosedur perhitungan) untuk mementukan penyelesaian dasar yang fisibel yang dilakukan berulang kali (dengan perulangan yang terbatas) yang disebut prosedur iteratif sehingga akhir tercapai suatu penyelesaian yang optimal.

Untuk suatu sistem persamaan m dan variabel n, di mana $n > m$, suatu penyelesaian sedikitnya $n - m$ variabel sama dengan nol, adalah merupakan titik ekstrim. Jadi dengan menetapkan $n - m$ variabel sama dengan nol dan menyelesaikan m persamaan untuk m variabel yang tersisa, suatu titik ekstrim atau penyelesaian dasar dapat diperoleh. Besarnya penyelesaian dasar dinyatakan dengan rumus

$$K = \frac{n!}{m!\ (n - m)!} \tag{3.1}$$

---

*) Matematika untuk Ekonomi
Dowling, Edward T - Sugiarto Bambang
Hal 290

$n! = n\,(n-1)(n-2)\ \ldots\ (2)(1)$

K = kombinasi

Variabel-variabel yang tidak sama dengan nol disebut *dalam penyelesaian* atau *dalam basis* yang lebih sederhana disebut variabel-variabel dasar.

Contoh 1

Maksimumkan laba dengan ketentuan

Fungsi Obyektif : $\Pi = 3x_1 + 4x_2$

Fungsi kendala :

$$\begin{aligned} 5/2x_1 + x_2 &\le 20 \\ 3x_1 + 3x_2 &\le 30 \\ x_1 + 2x_2 &\le 16 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned} \qquad (3.2)$$

1. Tabel Simpleks

i. Ubah pertidaksamaan menjadi persamaan dengan menambahkan slack variabel

$$\begin{aligned} 5/2x_1 + x_2 + s_1 &= 20 \\ 3x_1 + 3x_2 + s_2 &= 30 \\ x_1 + 2x_2 + s_3 &= 16 \end{aligned} \qquad (3.3)$$

ii. Nyatakan persamaan di atas dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \\ 16 \end{bmatrix}$$

iii. Susun tabel simpleks awal yang terdiri dari matriks koefisien dari persamaan kendala dan vektor kolom dari konstanta yang di bawahnya terdapat *indikator* yang merupakan negatif-negatif dari koefisien fungsi obyektif dan sebuah koefisien nol untuk masing-masing slack variabel. Elemen kolom konstanta dari baris akhir adalah juga nol, sesuai dengan nilai dari fungsi obyektif di titik asal (untuk $x_1 = x_2 = 0$)

Tabel simpleks awal :

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	konstanta	
5/2	1	1	0	0	20	
3	3	0	1	0	30	
1	2^*	0	0	1	16	
−3	$\underline{-4}$	0	0	0	0	(3.4)

indikator

iv. Untuk $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$, penyelesaian dasar dari tabel simpleks awal ialah $s_1 = 20$, $s_2 = 30$ dan $s_3 = 16$ dan fungsi obyektif $\Pi = 0$

2. *Elemen Pivot dan Perubahan dasar (basis)*

Untuk menaikkan nilai fungsi obyektif, suatu penyelesaian dasar bergerak ke penyelesaian dasar yang baru. Variabel baru dimasukkan ke dalam basis dan salah satu variabel yang sebelumnya berada dalam basis harus dikeluarkan. Proses ini dinamakan *perubahan basis*

i. Indikator negatif terbesar akan menentukan variabel yang masuk dalam basis. Dalam hal ini −4, kolom kedua (atau x_2). Kolom x_2 menjadi *kolom pivot*

ii. Variabel yang dieliminasi ditentukan oleh *rasio pemindahan*, yang diperoleh dengan membagi elemen kolom konstan dengan elemen kolom pivot. Baris dengan rasio pemindahan terkecil (yaitu baris pivot), dengan mengabaikan rasio-rasio lebih kecil atau sama dengan nol, akan menentukan variabel yang meninggalkan basis. Karena 16/2 merupakan rasio terkecil ($16/2 < 30/3 < 20/1$), baris 4 merupakan baris pivot dan s_3 meninggalkan basis. *Elemen pivot* yakni perpotongan baris pivot dan kolom pivot yaitu 2 yang diberi tanda *

3. *Pivoting*

Pivoting adalah proses penyelesaian m persamaan dalam bentuk m variabel yang berada dalam basis. Karena hanya satu variabel baru yang memasuki basis pada setiap langkah proses, dan langkah sebelumnya selalu melibatkan suatu matriks identitas, pivoting hanya meliputi pengubahan elemen pivot menjadi 1 dan semua elemen lainnya menjadi nol, seperti dalam metode eliminasi Gauss.

i. Kalikan baris pivot dengan kebalikan dari elemen pivot yakni 1/2

5/2	1	1	0	0	20
3	3	0	1	0	30
1/2	1	0	0	1/2	8
–3	–4	0	0	0	0

ii. Setelah mereduksi elemen pivot menjadi 1, rampungkan kolom pivot dengan mengurangkan baris 3 dari basis 1, 3 kali baris 3 dari baris 2 dan tambahkan 4 kali baris 3 ke baris 4

Tabel kedua :

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	konstanta
2	0	1	0	−1/2	12
$3/2^*$	0	0	1	−3/2	6
1/2	1	0	0	1/2	8
−1	0	0	0	2	32

(3.5)

Penyelesaian dasar kedua diperoleh $s_1 = 12$, $s_2 = 6$ dan $s_3 = 8$ dan fungsi obyektif adalah 32

4. *Optimasi*

Fungsi obyektif dimaksimumkan jika tidak terdapat indikator negatif. Dengan mengubah basis dan melakukan pivoting berulang. Karena −1 dalam kolom pertama merupakan satu-satunya indikator negatif, maka x_1 dimasukkan dalam basis; kolom 1 menjadi kolom pivot. Dengan membagi kolom konstanta dengan kolom pivot memperlihatkan bahwa rasio terkecil adalah 3/2 yang merupakan elemen pivot baru.

i. Kalikan baris 2 dengan 2/3

2	0	1	0	−1/2	12
1	0	0	2/3	−1	4
1/2	1	0	0	1/2	8
−1	0	0	0	2	32

ii. Rampungkan kolom pivot dengan mengurangkan 2 kali baris 2 dari baris 1, 1/2 kali baris 2 dari baris 3, dan tambahkan baris 2 ke baris 4.

Tabel final :

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	konstanta
0	0	1	−4/3	3/2	4
1	0	0	2/3	−1	4
0	1	0	−1/3	1	6
0	0	0	2/3	1	36

(3.6)

Karena tidak ada lagi indikator yang bernilai negatif, maka penyelesaian berakhir dengan nilai $\bar{x}_1 = 4$, $\bar{x}_2 = 4$, $\bar{s}_1 = 4$, $\bar{s}_2 = 0$, $\bar{s}_3 = 0$ dan $\bar{\Pi} = 36$. Sedang harga bayangan masing-masing adalah 0, 2/3 dan 1.

3.2 Algoritma Simpleksi Minimisasi

Contoh 2

Minimumkan biaya

Fungsi tujuan : $C = 60x_1 + 80x_2$

Fungsi kendala

$$2x_1 + 3x_2 \geq 36$$
$$2x_1 + 2x_2 \geq 28$$
$$8x_1 + 2x_2 \geq 32 \qquad (3.7)$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

1. Tabel Simpleks Awal

i. Ubah pertidaksamaan menjadi persamaan dengan mengurangi variabel-variabel surplus

$$2x_1 + 3x_2 - s_1 = 36$$
$$2x_1 + 2x_2 - s_2 = 28$$
$$8x_1 + 2x_2 - s_3 = 32 \qquad (3.8)$$

ii. Nyatakan persamaan kendala dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 8 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ 28 \\ 32 \end{bmatrix}$$

Untuk $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$ maka $s_1 = -36$, $s_2 = -28$, $s_3 = -32$ penyelesaian dasar ini tidak fisibel (negatif) untuk mengatasi harus dimasukkan variabel-variabel buatan (artificial variables).

iii. Variabel buatan ($A_i \geq 0$) adalah suatu variabel kosong (dummy variabel) yang ditambahkan dengan maksud untuk menghasilkan suatu penyelesaian awal yang fisibel. Variabel tersebut tidak mempunyai makna ekonomi. Suatu variabel buatan yang terpisah ditambahkan untuk masing-masing pertidaksamaan asal yang "lebih besar atau sama dengan".

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ 28 \\ 32 \end{bmatrix}$$

2. Tabel Simpleks Awal yang disesuaikan untuk Minimisasi

i. Buat tabel simpleks awal dengan meletakkan matriks koefisien dan vektor kolom dari konstanta persamaan (3.2) di atas baris indikator negatf dari koefisien-

Untuk $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$ maka $s_1 = -36$, $s_2 = -28$, $s_3 = -32$ penyelesaian dasar ini tidak fisibel (negatif) untuk mengatasi harus dimasukkan variabel-variabel buatan (artificial variables).

iii. Variabel buatan ($A_i \geq 0$) adalah suatu variabel kosong (dummy variabel) yang ditambahkan dengan maksud untuk menghasilkan suatu penyelesaian awal yang fisibel. Variabel tersebut tidak mempunyai makna ekonomi. Suatu variabel buatan yang terpisah ditambahkan untuk masing-masing pertidaksamaan asal yang "lebih besar atau sama dengan".

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 \\ 28 \\ 32 \end{bmatrix}$$

2. *Tabel Simpleks Awal yang disesuaikan untuk Minimisasi*

i. Buat tabel simpleks awal dengan meletakkan matriks koefisien dan vektor kolom dari konstanta persamaan (3.2) di atas baris indikator negatf dari koefisien-

koefisien fungsi obyektif. Fungsi obyektif mempunyai koefisien-koefisien nol untuk variabel surplus dan koefisien M variabel-variabel buatan, di mana M adalah suatu bilangan yang cukup besar untuk meyakinkan bahwa A tidak akan dikeluarkan dari penyelesaian optimal.

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	konstanta
2	0	-1	0	0	1	0	0	36
2	2	0	-1	0	0	1	0	28
8	2	0	0	-1	0	0	1	32
-60	-80	0	0	0	-M	-M	-M	

indikator (3.9)

ii. Pindahkan M dari kolom variabel buatan dengan menambahkan M kali (baris 1 + baris 2 + baris 3) ke baris 4 yang menghasilkan tabel awal

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	konstanta
2	3	-1	0	0	1	0	0	36
2	2	0	-1	0	0	1	0	28
8^*	2	0	0	-1	0	0	1	32
12M-60	7M-80	-M	-M	-M	0	0	0	96M

(3.10)

dengan mengandaikan $x_1 = x_2 = s_1 = s_2 = s_3 = 0$, penyelesaian dasar adalah $A_1 = 36$, $A_2 = 28$, $A_3 = 32$, dan Fungsi obyeltif adalah 96M.

3. *Elemen Pivot*

i. Untuk minimisasi, indikator positif terbesar 12M–60 akan menentukan kolom pivot dan variabel x_1 yang memasuki basis.

ii. Baris pivot dan variabel yang meningalkan basis ditentukan oleh rasio terkecil yang dihasilkan dari pembagian elemen-elemen kolom pivot. Karena 32/8 adalah rasio pemindahan terkecil, maka 8 adalah elemen pivotnya.

4. *Pivoting*

i. Kalikan baris 3 dengan 1/8

2	3	–1	0	0	1	0	0	36
2	2	0	–1	0	0	1	0	28
1	1/4	0	0	–1/8	0	0	1/8	4
12M–60	7M–80	–M	–M	–M	0	0	0	96M

ii. Kurangkan 2 kali baris 3 dari baris 1, 2 kali baris 3 dari baris 2, dan (12M – 60) kali baris 3 dari baris 4.

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	konstanta
0	$5/2^*$	−1	0	1/4	1	0	−1/4	28
0	3/2	0	−1	1/4	0	1	−1/4	20
1	1/4	0	0	−1/8	0	0	1/8	4
0	4M−65	−M	−M	$\frac{M-15}{2}$	0	0	$\frac{-3M+15}{2}$	48M + 240

(3.11)

5. *Pengulangan (Reiterasi)*

Jika masih terdapat indikator positif, proses berjalan terus. Kolom pivot baru adalah kolom 2 baris 1 sehingga x_2 masuk dalam basis dan A_2 meninggalkan basis. Elemen pivotnya 5/2.

i. Kalikan baris 1 dengan 2/5

0	1	−2/5	0	1/10	2/5	0	−1/10	56/5
0	3/2	0	−1	1/4	0	1	−1/4	20
1	1/4	0	0	−1/8	0	0	1/8	4
0	4M−65	−M	−M	$\frac{M-15}{2}$	0	0	$\frac{-3M+15}{2}$	48M + 240

ii. Kurangkan 3/2 baris 1 dari baris 2, 1/4 baris 1 dari baris 3, dan (4M−65) baris 1 dari baris 4

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	konstanta
0	1	$-2/5$	0	$1/10$	$2/5$	0	$-1/10$	$56/5$
0	0	$3/5^*$	-1	$1/10$	$-3/5$	1	$-1/10$	$16/5$
1	0	$1/10$	0	$-1/20$	$-1/10$	0	$3/20$	$6/5$
0	0	$\frac{3M}{5}-26$	$-M$	$\frac{M}{10}-1$	$\frac{-8M}{5}+26$	0	$\frac{-11M}{10}+1$	$\frac{16M}{5}+969$

(3.12)

iii. Dengan mengingat bahwa elemen negatif tidak dapat digunakan dalam penyebut dari rasio pemindahan, merupakan elemen pivot yang baru. Kalikan baris 2 dengan 5/3

0	1	$-2/5$	0	$1/10$	$2/5$	0	$-1/10$	$56/5$
0	0	1	$-5/3$	$1/6$	-1	$5/3$	$-1/6$	$16/3$
1	0	$1/10$	0	$-1/20$	$-1/10$	0	$3/20$	$6/5$
0	0	$\frac{3M}{5}-26$	$-M$	$\frac{M}{10}-1$	$\frac{-8M}{5}+26$	0	$\frac{-11M}{10}+1$	$\frac{16M}{5}+969$

iv. Tambahkan 1/10 kali baris 2 ke baris 1 dan kurangkan 2/5 kali baris 2 dari baris 3 dan (3M/5–26) kali baris 2 dari baris 4

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	konstanta
0	1	0	−2/3	1/6	0	2/3	−1/6	40/3
0	0	1	−5/3	$1/6^*$	−1	5/3	−1/6	16/3
1	0	0	1/6	−1/6	0	−1/6	1/6	2/3
0	0	0	$-\frac{130}{5}$	$\frac{10}{3}$	−M	$M+\frac{130}{3}$	$-M-\frac{10}{3}$	$\frac{3320}{3}$

(3.13)

v. Kalikan baris 2 dengan 6

Tabel final :

x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	A_1	A_2	A_3	konstanta
0	1	−1	1	0	1	−1	0	8
0	0	6	−10	1	−6	10	−1	32
1	0	1	−3/2	0	−1	3/2	0	6
0	0	−20	−10	0	−M+20	−M+10	−M	1000

(3.14)

Hasil yang diperoleh di atas adalah $\bar{x}_1 = 6$, $\bar{x}_2 = 8$, $\bar{s}_1 = \bar{s}_2 = 0$, $\bar{s}_3 = 32$, dan $\bar{C} = 1000$. Harga bayangan dari persyaratan yang merupakan kendala masing-masing adalah 20, 10 dan 0.

3.3 Quantitative System for Business

Paket program Quantitative System for Business (QSB); merupakan salah satu program yang handal dalam melakukan analisis ekonomi, bisnis yang sifatnya kuantitatif. Program ini terdiri dari beberapa modul, dimana setiap modul mewakili satu perlatan analisis tertentu. Peralatan analisis yang dimaksud adalah Linear Programming, Dynamic Programming, Pert, CPM, Markov Chain, Inventory Control, dan sebagainya. Linear programmng, pada paket ini mengacu pada algoritma simpleks di dalam memecahkan berbagai masalah yang ada. Pada LP yang hendak dicari pemecahannya adalah nilai optimum suatu fungsi linier dari beberapa variabel. Fuungsi linier yang hendak dicari pemecahannya disebut fungsi tujuan(objective function), dengan batasan tertentu yang ekspresi matematikanya dikenal dengan fungsi kendala (constrain function).

Menu utama dari LP yaitu :

1. Overview of LP decison support system; penjelasan singkat mengenai kegunaan LP dan mengoperasikannya
2. Enter new problem; memasukkan data/masalah yang akan dipecahkan
3. Read existing problem for disk(ette); memuat/memanggil data/masalah yang sebelumnya sudah pernah dimasukkan atau direkam

4. Display and/or print input data; menayangkan atau mencetak masalah yang telah ada
5. Solve problem; memecahkan masalah yang telah dimasukkan
6. Save problem on disk(ette); merekam data/masalah yang telah dimasukkan pada disket
7. Modify problem; memodifikasi masalah yang ada
8. Display and/or print final solution; memecahkan ata mencetak pemecahan akhir LP
9. Return of the program menu; kembali ke menu utama QSB
10. Exit from QSB; keluar dari program QSB

Program QSB ini akan dipakai dalam menjalankan format LP matriks (I – A) untuk mencapai nilai optimum pada perencanaan ekonomi di bab berikut ini.

BAB IV

APLIKASI PROGRAMASI LINIER

Dalam bab ini akan dibahas bagaimana metode perencanaan menggunakan analisis Input-Output dan programasi linier yang dijalankan dengan mengunakan program Quantitative System For Business (QSB).

4.1 Penyusunan Perencanaan

Untuk merencanakan keadaan tahun 2000 nanti selalu mengacu pada keadaan pada masa lalu dengan melihat pertumbuhan dari kegiatan setiap sektor selama 10 tahun terakhir yakni tabel 10 klasifikasi 3 sektor yang diperas dari klasifikasi 19 sektor tahun 1971, 1980 dan 1990.

Ketiga sektor utama terdiri dari Sektor Pertanian yang meliputi: (1) padi, (2) tanaman bahan makanan lainnya, (3) tanaman pertanian lainnya, (4) ternak dan hasil-hasilnya, (5) kehutanan dan (6) perikanan. Sektor Industri meliputi: (7) pertambangan dan penggalian, (8) industri makanan, minuman dan tembakau (9) industri lainnya, (10) pengilangan minyak bumi dan gas alam cair (11) listrik gas dan air minum (12) bangunan (13) pengangkutan dan komunikasi. Sektor Jasa meliputi: (14) perdagangan (15) restoran dan hotel (16) lembaga keuangan, usaha bangunan dan jasa perusahaan (17) pemerintahan umum dan pertahanan (18) jasa-jasa (19) kegiatan yang tidak jelas batasannya.

Melihat hasil yang ada selama ini yaitu sektor pertanian menyerap tenaga kerja yang besar tetapi jumlah pendapatan yang kecil sedang sektor industri dengan pendapatan paling besar dari dua sektor lainnya dimana pada sektor ini menyerap tenaga kerja yang paling sedikit karena pada pengeoperasiannya lebih banyak menggunakan teknologi padat modal sehingga kesempatan kerja pada sektor tersebut cukup kecil bila dibandingkan dengan output sektor tersebut. Ini disebabkan karena penanaman investasi di sektor industri begitu besar (lihat tabel 4.3) menyebabkan output di sektor tersebut juga naik. Untuk mengatasi permasalahan ini caranya yaitu dengan mmenaikkan investasi sektor pertaniaan.

Seperti diketahui, output tergantung dari permintaan akhir; X = (I - A) dimana permintaan antara adalah given, jadi yang hanya dapat diubah adalah permintaan akhir. Sehingga dengan menaikkan output sektor pertaniaan untuk mendapatkan kenaikan pendapatan maka yang harus diubah adalah investasinya yang selama ini sangat kecil. Disini akan dicoba merencanakan kenaikan investasi pada sektor pertanian dengan pertimbangan pertumbuhan selama 10 tahun.

4.2 Langkah-langkah Perencanaan

Pemerintah mengharapkan kenaikan pendapatan nasional (GNP) tahun 2020 akan naik empat kali dari tahun 1990 sehingga untuk tahun 2000 nanti naik dua kali dari GNP 1990 sebesar 207.801,3 kira kira sebesar 415.602,6 dimana pendapatan ini merupakan jumlahan dari konsumsi rumah tangga dan pemerintah (C), investasi dan ekspor dikurang impor. Sehingga diperoleh :

$$GNP = C + CF + EX - IM \tag{4.1}$$

a) Nilai C didapat dari pertumbuhan tahun 1980 dan 1990 sebesar 88% (lihat tabel 4.6) yang didapat dari 808,4 (nilai riil 1990) dikurangkan 430,0 (nilai riil 1980) dibagi nilai tahun 1980. Jadi diharapkan nilai C kurang lebih 268.526,2

b) Dengan cara yang sama di atas diharapkan nilai CF menjadi 142.535,8 yaitu naik 120 % dari tahun 1990. Di sini nilai riil CF 1980 adalah 166,4 dan CF 1990 adalah 366,7. Melihat kenyataan dulu, dari total CF 1980-1990 sebesar 533,1; 1% diperuntukkan untuk pertanian, 111%

untuk industri dan 8% untuk jasa. Akan direncanakan pada tahun 2000 nanti CF disektor pertanian naik 10%, industri 80% dan jasa 10%, jadi akan diperoleh :

$$CFA + CFI + CFS < 142.535,8 \quad (4.2)$$

$$CFA < 14.253,6 \quad (4.3)$$

$$CFI < 114.028,6 \quad (4.4)$$

$$CFS < 14.253,6 \quad (4.5)$$

c) Pertumbuhan ekspor selama 10 tahun ini sebesar 55% sehingga diharapkan tahun 2000 juga akan naik sekitar itu sehingga nilai ekspor 2000 kurang lebih 82.597,6 dengan melihat nilai riil tahun 1980 adalah 221,1 dan tahun 1990 adalah 342,9 dan jika dijumlahkan maka jumlah ekspor selama 10 tahun 564 dipakai dengan perincian 4% di pertaniaan, 46% untuk industri dan 6% untuk jasa. Tahun 2000 ini direncanakan 10% untuk pertanian sehingga mendapat 8.529,6 untuk industri 75% yaitu 61.948,2 dan jasa 15% yaitu 12.389,6

$$EXA + EXS + EXS < 82.587,6 \quad (4.6)$$

$$EXA < 8.259,6 \quad (4.7)$$

$$EXI < 61.948,2 \quad (4.8)$$

$$EXS < 12.389,6 \quad (4.9)$$

d) Pertumbuhan EX - IM adalah sebesar 145%, dimana pada tahun 1980 ekspor adalah 221,1 dan impor 148,6 sehingga selisih adalah 72,6 sedang tahun 1990 selisihnya adalah 178,2 jadi tahun 2000 nanti EX - IM = ± 436,6 jadi selisih ekspor impor tiap sektor adalah :

$$(EXA + EXI + EXS) - IM < 436.6 \qquad (4.10)$$

e) Dari diatas maka dapat dihitung impor tahun 2000 yaitu nilai ekspor 2000 kurang 436 jadi kurang lebih 82.161,0 Melihat nilai riil impor tahun 1980 dan 1990 masing-masing adalah 148,5 dan 278,6 dengan jumlah total selama 10 tahun sebesar 427,1 dengan perincian 9,3 untuk pertanian (2%), 375,5 untuk industri (88%) dan 42,2 untuk jasa (10%). Pada tahun 2000 nanti direncanakan impor untuk sektor pertanian sebesar 5%, untuk industri 80% dan jasa 15%

f) Agregat pendapatan nasional dan input primer adalah sama dengan pertimbangan itu maka dibuat persamaan berikut :

$$G + SU + PT + PS < 415.602,6 \qquad (4.11)$$

$$C + CF + EX - IM < 415.602,6 \qquad (4.12)$$

g) Persentase CF didapat dari nilai CF dibagi nilai GNP yaitu 142.535,8/415602,6 = 0,34296

$$
\begin{aligned}
CF &= 0,34296\ (GNP) \\
&= 0,34296\ (C + CF + EX - IM) \\
&= 0,34296\ (C + 0,1\ CFA + 0,8\ CFI + 0,1\ CFS \\
&\quad + 0,1\ EXA + 0,75\ EXI + 0,15\ EXS - IM) \\
&= 0.34296\ C + 0.034296\ CFA + 0.274368\ CFI \\
&\quad + 0.035296\ CFS + 0.03429\ EXA + 0.25722\ EXI \\
&\quad + 0.05144\ EXS + 0.34296\ IM \\
\longrightarrow\ & 0,34296\ C + 0,965704\ CFA + 0,72563\ CFI \\
&\quad + 0,965704\ CFS - 0,034296\ EXA - 0,25722\ EXI \\
&\quad - 0,05144\ EXS + 0,34296\ IM \\
&= 0.0 \qquad (4.13)
\end{aligned}
$$

h) Karena direncanakan GNP dua kali maka output juga akan naik sebesar dua kali dari tahun 1990. Sehingga output akan menjadi :

$$X1 + X2 + X3 < 736.639,6 \qquad (4.14)$$

4.3 Penyusunan Format Programasi Linier

Untuk menyusun format LP ini diperlukan langkah-langkah seperti berikut : Langkah pertama menyusun tabel transaksi berdasarkan harga produsen Tabel I-O tahun 1990 berdimensi 3 x 3 terdiri dari sektor Pertanian (A), sektor Industri (I) dan sektor Jasa (S). Lihat Tabel (4.3). Langkah kedua, menyusun koefisien input antara dan input primer berdasarkan tabel (4.3) dengan mengubah koefisien permintaan akhir karena adanya perubahan pada investasi dan ekspor. Lihat Tabel (4.4). Langkah ketiga, menyusun persamaan berikut :

$$(1)\ X_1 = 0.03263\ X_1 + 0.09790\ X_2 + 0.01838\ X_3 + 0.13326\ C + 0.1\ CFA + 0.1\ EXA \qquad (4.15)$$

$$(2)\ X_2 = 0.09620\ X_1 + 0.29999\ X_2 + 0.15130\ X_3 + 0.44250\ C + 0.8\ CFI + 0.75\ EXI \qquad (4.16)$$

$$(3)\ X_3 = 0.03002\ X_1 + 0.07326\ X_2 + 0.08554\ X_3 + 0.42424\ C + 0.1\ CFS + 0.15\ EXS \qquad (4.17)$$

$$(4)\ G = 0.15090\ X_1 + 0.08677\ X_2 + 0.25344\ X_3 \qquad (4.18)$$

$$(5)\ SU = 0.64954\ X_1 + 0.21023\ X_2 + 0.35971\ X_3 \qquad (4.19)$$

$$(6)\ PT = 0.01740\ X_1 + 0.03992\ X_2 + 0.03716\ X_3 \qquad (4.20)$$

$$(7)\ PS = 0.00704\ X_1 + 0.01792\ X_2 + 0.03932\ X_3 \qquad (4.21)$$

$$(8)\ IM = 0.01627\ X_1 + 0.17401\ X_2 + 0.05514\ X_3 \qquad (4.22)$$

Untuk menggunakan persamaan diatas dalam programasi linier, maka persamaan dinyatakan dalam bentuk (I – A) sehingga menjadi :

(1) $$0.96737\ X_1 - 0.09790\ X_2 - 0.01838\ X_3 - 0.13326\ C - 0.1\ CFA - 0.1\ EXA + A_1 = 0.0 \tag{4.23}$$

(2) $$-\ 0.09620\ X_1 + 0.70001\ X_2 - 0.15130\ X_3 - 0.44250\ C - 0.8\ CFI - 0.75\ EXI + A_2 = 0.0 \tag{4.24}$$

(3) $$-\ 0.03002\ X_1 - 0.07326\ X_2 + 0.91446\ X_3 - 0.42424\ C - 0.1\ CFS - 0.15\ EXS + A_3 = 0.0 \tag{4.25}$$

(4) $$-\ 0.15090\ X_1 - 0.08677\ X_2 - 0.25344\ X_3 + 1.0\ G + A_4 = 0.0 \tag{4.26}$$

(5) $$-\ 0.64954\ X_1 - 0.21023\ X_2 - 0.35971\ X_3 + 1.0\ SU + A_5 = 0.0 \tag{4.27}$$

(6) $$-\ 0.01740\ X_1 - 0.03992\ X_2 - 0.03716\ X_3 + 1.0\ PT + A_6 = 0.0 \tag{4.28}$$

(7) $$-\ 0.00704\ X_1 - 0.01792\ X_2 - 0.03992\ X_3 + 1.0\ PS + A_7 = 0.0 \tag{4.29}$$

(8) $$-\ 0.01627\ X_1 - 0.17401\ X_2 - 0.05514\ X_3 + 1.0\ IM + A_8 = 0.0 \tag{4.30}$$

(9) $CFA + CFI + CFS < 142.535,8$

$$CFA + CFI + CFS + S9 = 142.535,8 \tag{4.31}$$

(10) $$CFA < 14.253,6 \Longrightarrow CFA + S10 = 14.253,6 \tag{4.32}$$

(11) $$CFI < 114.028,6 \Longrightarrow CFI + S11 = 114.028,6 \tag{4.33}$$

(12) $$CFS < 14.253,6 \Longrightarrow CFS + S12 = 14.253.6 \tag{4.34}$$

(13) $EXA + EXS + EXS < 82.587,6$

$EXA + EXI + EXS + S12 = 82.587,6$ (4.35)

(14) $EXA < 8.259,6 \Longrightarrow EXA + S14 = 8.259,6$ (4.36)

(15) $EXI < 61.948,2 \Longrightarrow EXI + S15 = 61.948,2$ (4.37)

(16) $EXS < 12.389,6 \Longrightarrow EXS + S16 = 12.389,6$ (4.38)

(17) $(EXA + EXI + EXS) - IM < 436.6$

$(EXA + EXI + EXS) - IM + S17 = 436,6$ (4.39)

(18) $G + SU + PT + PS < 415.602,6$

$G + SU + PT + PS + S18 = 415.602,6$ (4.40)

(19) $C + CF + EX - IM < 415.602,6$

$C + CF + EX - IM + S19 = 415.602,6$ (4.41)

(20) $- 0,34296\ C + 0,965704\ CFA + 0,72563\ CFI + 0,965704$

$CFS - 0,034296\ EXA - 0,25722\ EXI - 0,05144\ EXS$

$+ 0,34296\ IM + S20 = 0.0$ (4.42)

(21) $X_1 + X_2 + X_3 < 736.639,6$

$X_1 + X_2 + X_3 + S21 = 736.639,6$ (4.43)

Langkah berikut yakni membuat tabel format (I - A) persamaan linier dengan memasukkan semua variabel mulai dari persamaan (1) hingga persamaaan (21). Lihat tabel (4.5).

4.4 Run Format Programasi Linier

Run format programasi linier dengan QSB, yang dalam pengoperasian menggunakan metode simpleks.

Hasil output yang didapat, dipakai untuk perhitungan permintaan akhir untuk setiap sektor.

$$(I - A)\, X = Y$$

$$\begin{bmatrix} 0.96737 & -0.09790 & -0.01838 \\ -0.09620 & 0.70001 & -0.16130 \\ -0.03002 & -0.73260 & 0.91446 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 78.006,7 \\ 366.121,8 \\ 295.871,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34.179,9 \\ 204.019,3 \\ 241.398,8 \end{bmatrix}$$

Total permintaan akhir adalah 479.598,0 sehingga nilai GNP didapat dari total permintaan akhir kurang impor.

Impor dari masing-masing sektor menurut perencanaan 5% bagi pertanian, 80% untuk industri dan 15% untuk jasa sehingga nilai impor tiap sektor adalah sebagai berikut :

Pertanian = 5% x 81.292,4 = 4.064,6

Industri = 80% x 81.292,4 = 65.033,9

J a s a = 15% x 81.292,4 = 12.193,9

Jadi nilai GNP = total permintaan akhir − total impor

= 479.598,0 − 81.292,4 = 398.305,6

Dengan perincian untuk tiap sektor adalah :

GNP(A) = 34.179,9 – 4.064,6 = 30.115,3 (8%)

GNP(I) = 204.019,3 – 65.033,9 = 138.985,4 (35%)

GNP(S) = 241.398,8 – 12.193,9 = 229.204,9 (57%)

Untuk mencari jumlah tenaga kerja setiap sektor adalah jumlah output masing-masing sektor dikalikan dengan nilai koefisien tenaga kerja yang didapat dari total output sektor dibagi jumlah tenaga kerja dari sektor tersebut. Nilai koefisien tenaga kerja tahun 1990 untuk sektor pertanian, industri dan jasa masing-masing adalah 0,83956; 0,06022 dan 0,21366. Jadi kesempatan kerja tiap sektor :

Pertanian : (0,83956) x 78.006,7 = 65.491.305 (43%)

Industri : (0,06022) x 366.121,8 = 22.047.854 (15%)

J a s a : (0,21366) x 295.871,5 = 63.215.904 (42%)

Total kesempatan kerja adalah 150.755.063 orang.

Distribusi pendapatan diperoleh dari selisih persentase antara GNP dan penduduk (dalam hal ini diwakili oleh jumlah tenaga kerja). Sehingga distribusi pendapatan untuk sektor pertanian adalah 35%, industri 23% dan jasa 15%. Total keseluruhan adalah 73%.

4.5 Hasil Perencanaan

Dari perhitungan di atas dinyatakan dalam tabel (4.7). Akan dibandingkan hasil tahun 1990 dengan hasil perencanaan tahun 2000 dengan penjelasan berikut:

1. Dengan merencanakan GNP yang naik dua kali dari tahun 1990 yang kenaikkannya dititikberatkan pada investasi sektor pertanian menghasilkan hasil output naik hampir dua kalinya.
2. Output naik karena sebelumnya terjadi kenaikan pada sektor permintaan akhir yang meliputi investasi, konsumsi ekspor dan impor.
3. Sama dengan diatas, output naik disebabkan input naik terlebih dahulu menyebabkan input primer juga akan naik.
4. Kesempatan kerja di sektor pertanian tetap lebih besar dari sektor lainnya dengan jumlah total tenaga kerja yang dapat diserap sekitar 65 juta orang. Total ke- seluruhan kesempatan kerja tahun 2000 adalah 150 juta orang. Menurut data kesempatan kerja dan pengangguran di negara berkembang,*) gabungan tingkat pengangguran

*) Pembangunan Ekonomi di Dunia Ketiga
Michael P. Todro-Burhanuddin Abdullah
Hal. 232.

dan setengah pengangguran pada tahun 1960 adalah 24%, tahun 1971 adalah 28%, dan diperkirakan tahun 2000 menjadi 40%.

5. Persentase pendapatan pada sektor pertanian menurun juga di industri, tetapi pada jasa meningkat.

   Kurangnya pemanfaatan tenaga kerja oleh Prof. Edgar O. Edwards dibedakan atas 5 bentuk yaitu: (1) pengangguran terbuka, (2) setengah penganggur, (3) bukan gabungan dari kedua jenis sebelumnya, yaitu yang aktif bekerja tetapi tidak termanfaatkan seperti pengangguran terselubung, pengangguran tersembunyi, dan pensiunan dini, (4) mereka yang tidak mampu (kurang gizi atau pengobatan) dan (5) mereka yang tidak produktif.[1] Dari keterangan ini dapat ditarik kesimpulan bahwa jumlah tenaga kerja tahun 2000 nanti hanya sekitar 60% dari total jumlahan yang didapat yaitu berkisar 90.453.038 orang.

6. Dari tabel tahun sebelumnya pendapatan yang kecil sedang jumlah penduduk besar, menyebabkan distribusi pendapatan tidak merata yakni sebesar 0,70 yang hampir mendekati 1 (ketimpangan sempurna). Yang diinginkan

---

[1] hal. 235

agar tercipta keadilan yaitu jika selisih antara pendapatan dan jumlah penduduk mendekati 0 (merata sempurna). Untuk mendapatkan hasil tersebut maka perbedaan selisih harus diperkecil. Hasil dari tabel (4.7) memperlihatkan bahwa selisih pendapatan dan jumlah penduduk selama 20 tahun terus membesar. Dari perencanaan yang dilakukan didapat hasil yang diinginkan yaitu memperkecil selisih nilai keduanya sehingga didapat distribusi pendapatan tahun 2000 adalah 0,56.

Tabel 4.7 Data tahun 1971, 1980, 1990 dan perencanaan 2000

No	Sektor	1971	1980	1990	2000
1.	OUTPUT (Milyar)	7.107,9	76.305,3	368.319,8	740.000,0
	Pertanian (X1)	2.240,9	15.767,0	50.594,3	78.006,7
	Industri (X2)	3.016,9	42.749,9	267.850,8	366.121,8
	Jasa (X3)	1.850,1	17.788,4	102.985,3	295.871,5
2.	PERMINTAAN AKHIR (Milyar)	5.076,9	58.799,0	260.911,9	479.598,0
	Konsumsi (C)	3.500,9	30.742,5	142.833,1	240.244,0
	Investasi (CF)	1.005,7	11.894,4	64.789,0	88.871,6
	Pertanian (CFA)	26,8	260,1	417,2	14.235,6
	Industri (CFI)	908,8	11.112,7	59.672,0	60.364,4
	Jasa (CFS)	70,1	512,6	4.699,8	14.235,6
	Ekspor (EX)	570,3	16.162,1	53.288,8	81.729,0
	Impor (IM)	806,5	10.469,0	53.110,6	81.292,4
3.	INPUT PRIMER	4.270,4	48.330,0	207.801,3	398.299,6
	Gaji (G)	1.246,4	11.667,4	58.977,8	118.525,3
	Surplus usaha	2.662,9	34.429,1	126.219,2	234.063,1
	Penyusutan (PT)	227,8	2.617,8	15.399,8	26.967,5
	Pajak-subsidi	133,3	-374,3	9.204,5	18.743,7
4.	PENDAPATAN	4.270,4	48.330,0	207.801,3	438.646,3
	Pertanian	1.494,6	11.908,7	41.734,7	65.411,1
	Industri	1.391,2	22.432,1	95.044,7	157.284,1
	Jasa	1.384,6	13.989,2	71.022,0	215.951,1
	PERSENTASE (%)				
	Pertanian	35	25	20	15
	Industri	33	46	46	36
	Jasa	32	29	34	49
5.	KESEMPATAN KERJA (orang)	41261216	56265700	75850579	150755304
	Pertanian	26473477	32816809	41785683	65491305
	Industri	4434965	9424377	13322510	22048095
	Jasa	10352774	14024514	20742386	63215904
	PERSENTASE (%)				
	Pertanian	64	58	55	43
	Industri	11	17	18	15
	Jasa	25	25	27	42
6.	DISTRIBUSI PENDAPATAN*)	0,58	0,66	0,70	0,56
	Pertanian	0,29	0,33	0,35	0,28
	Industri	0,22	0,29	0,28	0,21
	Jasa	0,07	0,04	0,07	0,07

*) Selisih persentase pendapatan dan kesempatan kerja (penduduk) tanpa memperhatikan tanda +,-

Diperoleh dari tabel transaksi IO tahun 1971,1980,1990

BAB V
K E S I M P U L A N

5.1 Kesimpulan

Untuk mengatasi masalah pengangguran di Indonesia dapat digunakan metode perencanaan dengan teknik LP seperti yang dianjurkan O'Connor. Dari metode ini dapat disimpulkan :

1. Perencanaan hanya dibuat pada sektor pertanian akhir dalam hal ini investasi = CF, yang dapat diubah sesuai dengan keinginan akan permintaan. Sebab output bergantung pada permintaan akhir dan permintaan antara.
2. Sektor pertanian menyerap tenaga kerja yang cukup besar sedang investasi di sektor tersebut cukup kecil menyebabkan pendapatan pada sektor tersebut juga kecil sehingga distribusi pendapatan; yakni selisih mutlak persentase penduduk (tenaga kerja) dan persentase pendapatan nasional (GNP) akan semakin besar menyebabkan ketimpangan.
3. Untuk menciptakan keadilan seperti yang diinginkan dalam pembangunan yakni masyarakat adil dan makmur, maka ketimpangan distribusi pendapatan ini harus diper-

kecil, sehingga sektor yang menyerap kesempatan kerja yang besar akan menghasilkan pendapatan yang seimbang.

4. Hasil perencanaan memperlihatkan selisih pendapatan dan jumlah penduduk makin kecil menyebabkan ketimpangan distribusi pendapatan mengecil.

5.2 Saran

Untuk meningkatkan ketepatan dalam perencanaan tenaga kerja dalam mengatasi pengangguran di Indonesia teknik analisa yang lebih teliti perlu dibuat dengan menggunakan data dalam Tabel IO Indonesia berdimensi 175 x 175.

DAFTAR PUSTAKA

Basilevsky Alexander. 1983. *Applied Matrix Algebra In The Statistical Sciences*. ESP Co., New York

Chiang Alpha. 1984. *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. McGraw-Hill Inc., New York

Dowling, Edward T., Ph.D., Sugiarto, Bambang. 1980. *Matematika untuk Ekonomi*. Peenerbit Erlangga, Jakarta

Gass, I Saul. 1985. *Linear Programming*. McGraw-Hill Inc. New York

Poli, Samuel. 1994. *Pengenalan Paket QSB (Bahan Kuliah Pengantar Komputer pada Fakultas Ekonomi - UNHAS)*. Ujung Pandang

Supranto, J. 1983. *Linear Programming*. Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, Jakarta

Todaro, Michael P. - Abdullah Burhanuddin. 1991. *Pembangunan Ekonomi di Dunia Ketiga*. Penerbit Erlangga, Jakarta