



**USAHA PERBAIKAN SUATU ANALISIS VARIANSI
YANG MENGHASILKAN
DUGAAN KOMPONEN VARIANSI BERNILAI NEGATIF
(Studi Kasus : Rancangan Faktorial)**



60-9-2001
Fak. MIPA
1 Dep
010960 155
15398

**OLEH
ANWAR
95 03 030**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2001

**USAHA PERBAIKAN SUATU ANALISIS VARIANSI
YANG MENGHASILKAN
DUGAAN KOMPONEN VARIANSI BERNILAI NEGATIF
(Studi Kasus : Rancangan Faktorial)**

Oleh

A N W A R

95 03 030

SKRIPSI

**Untuk melengkapi tugas-tugas dan
memenuhi syarat memperoleh
gelar sarjana Matematika**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR**

2001

**USAHA PERBAIKAN SUATU ANALISIS VARIANSI
YANG MENGHASILKAN
DUGAAN KOMPONEN VARIANSI BERNILAI NEGATIF
(Studi Kasus : Rancangan Faktorial)**

Oleh

A N W A R

95 03 030

Disetujui Oleh :

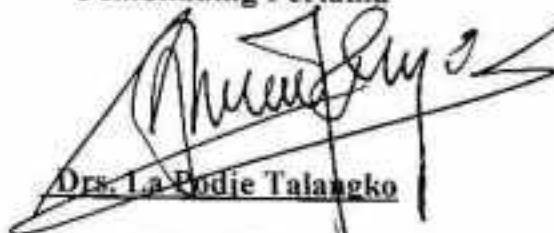
Pembimbing Utama



Drs. Alimin Bado, MS

NIP. 130 604 514

Pembimbing Pertama



Drs. La Bodie Talangko

NIP. 131 650 920

Makassar, Agustus 2001

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim.

Puji dan syukur, penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT, yang telah memberikan inayah dan magfirah kepada hamba-Nya sehingga skripsi ini dapat dirampungkan sebagaimana adanya guna melengkapi syarat-syarat memperoleh gelar sarjana pada Program Studi Statistika Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin.

Untuk itu tidaklah berlebihan bila melalui kesempatan ini penulis dengan penuh keikhlasan menghaturkan rasa terima kasih tak terhingga kepada:

1. Segenap pimpinan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta staf atas bantuannya.
2. Bapak Ketua Jurusan dan Sekretaris Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin.
3. Bapak Drs. Alimin Bado, MS, selaku pembimbing utama dan Bapak Drs. La Podje Talangko, selaku pembimbing pertama yang telah rela meluangkan waktu dengan sabar membimbing, memberikan saran, dan mengarahkan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
4. Bapak Drs. Amir Kamal Amir, MSc dan Bapak Drs. Muh. Saleh AF serta Bapak Drs. Budi Nurwahyu, MS selaku Tim Penguji pada Ujian Sarjana Matematika Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin.

5. Ayahanda Abd. Samad dan Ibunda St. Hasnah serta Saudaraku tercinta (Hasmawati dan Arisman) dan keluarga lainnya yang telah bersusah payah membiayai, membimbing, mengasuh serta memohon doa untuk penulis dalam meraih cita-cita.
6. Adinda tercinta Sitti Ramlah (Elha), yang senantiasa membantu dan dengan setia mendampingi dalam melewati segala ketegangan, kesulitan, serta suka dan duka dalam penyusunan skripsi ini.
7. Rekan-rekan mahasiswa (Hendra, Taufiq, Muh. Huzaefah, A. Barli) dan teman-teman di Pondok Sakti (Bakri, Said, Ancha, Ramli, Aty) serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang memberikan dorongan dan semangat dalam penyelesaian skripsi ini.

Disadari sepenuhnya bahwa tulisan ini masih banyak terdapat kekurangan, harapan penulis skripsi ini dapat digunakan untuk kepentingan ilmu pengetahuan.

Akhirul kalam, semoga tulisan ini bermanfaat adanya.

Makassar, Maret 2001

Penulis

Kupersembahkan Tulisan ini Untuk :

Ayah Bundaku Tersebut



Adinda Tersayang, St. Ramlah (Elha)

ABSTRAK

Dalam skripsi ini dibicarakan usaha perbaikan terhadap analisis variansi yang menghasilkan dugaan komponen variansi bernilai negatif. Perbaikan dilakukan terhadap analisis variansi dari data hasil percobaan yang menggunakan rancangan faktorial, melalui penyisihan data yang dicurigai sebagai pencilan, sehingga masalah mengenai nilai dugaan komponen variansi yang negatif dapat teratasi dan asumsi-asumsi yang melandasi analisis variansi relatif terpenuhi.

ABSTRACT

On this script had been discussed remedial measure to analysis of variance having negative variance component estimate. Remedial have be done for analysis of variance of experiment result data that used factorial design, by data elimination that be suspected as outlier, so that problem about value of negative variance component estimate could be overcome and fulfilled relative the assumptions underlying analysis of variance.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
ABSTRAK.....	v
ABSTRACT.....	vi
DAFTAR ISI.....	vii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Ruang Lingkup Pembahasan	2
BAB II ANALISIS VARIANSI	
2.1. Pengertian Analisis Variansi	3
2.2. Model Linear Aditif	4
2.3. Asumsi-Asumsi yang Melandasi Analisis Variansi	6
2.4. Pendugaan Parameter-Parameter Model	7
2.5. Tabel Analisis Variansi	10
2.6. Statistik Uji F.....	12
2.7. Munculnya Komponen Variansi Negatif	13

BAB III PEMBAHASAN KASUS

3.1.Kasus 1 : Hasil Penelitian tentang Pengaruh Konsentrasi Pupuk Daun Topsisil-D dan Zat Perangsang Tumbuh Dharmasri terhadap Panjang Daun Tanaman Tebu (cm).....	14
3.2.Kasus 2 : Hasil Penelitian tentang Ukuran Beban Kerja terhadap Kelompok Umur dan Jenis Pekerjaan ...	37
BAB IV KESIMPULAN	44
DAFTAR PUSTAKA.....	45
LAMPIRAN	46

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Adanya perlakuan-perlakuan pada suatu percobaan dimaksudkan untuk membangkitkan respons satuan-satuan percobaan dengan harapan total keragaman (variasi) respons tidak hanya dibangkitkan oleh faktor acak saja, tetapi juga oleh faktor-faktor perlakuan. Melalui uji F pada analisis variansi, variasi karena pengaruh faktor-faktor perlakuan dapat diuji dengan membandingkan statistik F (F-hitung) terhadap nilai F-tabel berdasarkan taraf uji (α) yang ditentukan saat perancangan percobaan.

Dalam analisis variansi tidak jarang ditemukan F-hitung (F_0) < 1. Hal ini bertentangan dengan teori penjabaran harapan kuadrat tengah suatu sumber variasi karena konsekuensinya ialah menghasilkan dugaan komponen variansi yang bernilai negatif. Padahal sembarang variansi minimum bernilai nol.

Ditemukannya dugaan suatu komponen variansi bernilai negatif biasanya dialamatkan pada kekeliruan model yang digunakan termasuk asumsi-asumsi yang melandasinya. Antisipasi yang dilakukan biasanya memperbaiki model termasuk mungkin meniadakan komponen yang dimaksud dari model. Pada tulisan ini penulis tidak menempuh cara tersebut, tetapi memeriksa asumsi-asumsi yang melandasi analisis variansi lalu mencoba memperbaikinya agar asumsi-asumsi itu terpenuhi dan masalah $F_0 < 1$ dapat teratasi. Cara tersebut diharapkan dapat memberikan perbaikan yang memadai sehingga hasil analisis menjadi sah dan bermakna.

1.2 Ruang Lingkup Pembahasan

Tulisan ini mengevaluasi dan mengusahakan perbaikan terhadap analisis variansi yang menghasilkan dugaan komponen variansi bernilai negatif berdasarkan data hasil percobaan yang menggunakan rancangan faktorial. Usaha perbaikan yang ditempuh adalah perbaikan model dengan memeriksa dan memperbaiki asumsi-asumsi analisis variansi melalui penyisihan data yang dianggap berpengaruh, sehingga hasil analisis variansi menjadi sah.

BAB II

ANALISIS VARIANSI

2.1. Pengertian Analisis Variansi

Analisis variansi adalah salah satu teknik statistika yang banyak dipakai untuk memudahkan analisis dan interpretasi data hasil percobaan. Analisis ini telah dimanfaatkan dalam semua bidang penelitian yang menggunakan data kuantitatif. Berdasarkan kosakatanya, pengertian analisis variansi mengandung makna mengenai teknik analisis atau penguraian suatu variansi respons ke dalam variansi-variansi dari komponen-komponen atau sumber-sumber pembangkit variasinya. Dalam hal ini variasi dalam data dari suatu atau lebih peubah respons. Teknik ini pertama kali diperkenalkan oleh Sir Ronald A. Fisher sebagai cara menghitung lebih ringkas untuk pengujian hipotesis berdasarkan data hasil percobaan.

Kita sebut dengan analisis variansi karena memang variansi dari masing-masing sumber variasi yang kita gunakan dalam pengujian (uji F), yang merupakan penduga tak bias dari variansi populasi, jika hipotesis nol yang dikemukakan benar. Atau, dalam mempelajari komponen-komponen variansi, analisis variansi kita gunakan untuk mengetahui sampai sejauh mana keanekaragaman (variabilitas) dari perlakuan tersebut.

Fisher semula mengartikan analisis variansi sebagai suatu cara menghitung jumlah kuadrat, menguraikan variasi data respons ke dalam variasi komponen-komponennya yang dipikirkan dapat menjelaskan total variasi data, lalu mendaftarkan ringkasan hasil analisis dalam suatu tabel yang disebut tabel analisis variansi. Dalam sejarah perkembangannya, banyak ilmuwan statistika ikut mengembangkan teknik ini sehingga mencakup pendugaan dan analisis komponen variansi.

2.2. Model Linear Aditif

Dalam statistika, ada sebuah model yang umum digunakan untuk menjelaskan komponen sebuah pengamatan; suatu pengamatan tersusun atas rata-rata dan galat. Ini adalah sebuah model linear aditif. Komponen rata-rata mungkin hanya terdiri atas satu parameter μ atau terdiri atas beberapa parameter. Asumsi mengenai parameter dan galat ini bergantung pada masalahnya. Asumsi yang paling minimum adalah bahwa galat bersifat acak.

Model yang demikian ini dapat digunakan untuk menduga atau menarik kesimpulan mengenai rata-rata dan variansi populasi. Model linear aditif yang paling sederhana adalah:

$$y_i = \mu + \varepsilon_i \dots \dots \dots (2.1)$$

Model ini menyatakan bahwa pengamatan ke- i terdiri atas komponen rata-rata μ dan pengaruh galat ε_i .

Untuk model dari data pada tulisan ini yang merupakan model statistik untuk percobaan faktorial yang terdiri dari dua faktor dalam rancangan kelompok berupa :

$$y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk} \dots\dots\dots(2.2)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, r$; $j = 1, 2, \dots, a$; $k = 1, 2, \dots, b$.

sedangkan :

y_{ijk} = nilai pengamatan (respons) dari kelompok ke-i yang memperoleh perlakuan taraf ke-j faktor pertama dan taraf ke-k faktor kedua.

μ = rata-rata umum.

ρ_i = pengaruh kelompok ke-i.

α_j = pengaruh perlakuan taraf ke-j faktor pertama.

β_k = pengaruh perlakuan taraf ke-k faktor kedua.

$(\alpha\beta)_{jk}$ = pengaruh interaksi taraf ke-j faktor pertama dan taraf ke-k faktor kedua.

ε_{ijk} = galat percobaan pada data kelompok ke-i, taraf ke-j faktor pertama dan taraf ke-k faktor kedua.

2.3. Asumsi-Asumsi yang Melandasi Analisis Variansi

Analisis variansi merupakan teknik statistika. Oleh karena itu, persyaratan-persyaratan yang dikehendaki oleh teknik tersebut harus dipenuhi agar pemakaiannya terhadap sesuatu gugus data dapat dianggap sah. Akan tetapi, meskipun percobaan yang dilakukan mampu dikendalikan, namun proses pengambilan data tidak dapat dikendalikan sepenuhnya. Oleh karena itu, tidak akan dikatakan persyaratan yang diminta untuk sahnya analisis variansi tetapi asumsi yang dikehendaki agar hasil analisis variansi tersebut dapat dipercaya.

Asumsi-asumsi yang melandasi analisis variansi untuk mendukung keabsahan pengujian (uji F), diantaranya yang dikemukakan oleh Eisenhart berupa empat asumsi dasar, yaitu :

1. Corak pengaruh komponen-komponen dalam model, di luar rata-rata umum (μ) yang dianggap bersifat tetap dan komponen sisa (galat percobaan) yang dianggap sebagai peubah acak, dapat bersifat tetap atau acak; sehingga model yang digunakan mungkin suatu model tetap, model acak atau model campuran.
2. Pengaruh perlakuan dalam komponen model bersifat tambah-menambah (aditif), begitu juga komponen sisa aditif terhadap model.
3. a. Untuk suatu model tetap, peubah respons Y bersifat homoskedastik dengan variansi bersamanya sama dengan σ^2 dan y_1, y_2, \dots, y_n tidak berkorelasi.



- b. Untuk model acak, berlaku asumsi bahwa masing-masing pengaruh memiliki variansi-variansi sama, dan semua kovariannya sama dengan nol. Jadi, jika komponen-komponen pengaruh acak dalam model ialah A_i dan B_j ($i = 1, 2, 3, \dots, a$; $j = 1, 2, 3, \dots, b$) maka variansi-variansinya adalah

$$\sigma_{A1}^2 = \sigma_{A2}^2 = \dots = \sigma_{Aa}^2 = \sigma_A^2 \text{ dan}$$

$$\sigma_{B1}^2 = \sigma_{B2}^2 = \dots = \sigma_{Bb}^2 = \sigma_B^2$$

4. a. Untuk suatu model tetap $y = X\beta + \varepsilon$, berlaku bahwa y menyebar dengan rata-rata $X\beta$ dan variansinya sama, yaitu σ^2 . Atau $y \sim (X\beta, \sigma^2)$ sedangkan $\varepsilon \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$.

- b. Untuk suatu model acak selain asumsi bahwa $\varepsilon \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$ diasumsikan pula bahwa pengaruh taraf-taraf faktor A dan faktor B, misalnya, bersifat :

$A_i \sim \text{NID}(0, \sigma_A^2)$ untuk setiap i dan $B_j \sim \text{NID}(0, \sigma_B^2)$ untuk setiap j . Jadi, diasumsikan bahwa setiap respons menyebar dengan rata-rata μ dan variansinya adalah $\sigma^2, \sigma_A^2, \sigma_B^2$. Komponen campuran antara pengaruh acak dan pengaruh tetap biasanya diperlakukan sebagai komponen acak.

2.4. Pendugaan Parameter-Parameter Model

Untuk pendugaan dan analisis yang sesuai dengan model (2.2) di atas diperlukan tabel, yang merupakan bentuk umum dari tabel yang digunakan untuk data pada tulisan ini, di mana y_{ijk} adalah nilai pengamatan pada kelompok

ke- i ($i = 1, 2, \dots, r$) yang memperoleh kombinasi perlakuan jk (taraf ke- j faktor A dan taraf ke- k faktor B).

Tabel 1. Tabel Tiga Arah untuk A, B, dan Kelompok

A	B	Kelompok					Total
		1	2	3	...	r	
1	1	y_{111}	y_{211}	y_{311}	...	y_{r11}	$y_{\cdot 11}$
	2	y_{112}	y_{212}	y_{312}	...	y_{r12}	$y_{\cdot 12}$
	b	y_{11b}	y_{21b}	y_{31b}	...	y_{r1b}	$y_{\cdot 1b}$
2	1	y_{121}	y_{221}	y_{321}	...	y_{r21}	$y_{\cdot 21}$
	2	y_{122}	y_{222}	y_{322}	...	y_{r22}	$y_{\cdot 22}$
	b	y_{12b}	y_{22b}	y_{32b}	...	y_{r2b}	$y_{\cdot 2b}$
...	1	y_{1a1}	y_{2a1}	y_{3a1}	...	y_{ra1}	$y_{\cdot a1}$
	2	y_{1a2}	y_{2a2}	y_{3a2}	...	y_{ra2}	$y_{\cdot a2}$
	b	y_{1ab}	y_{2ab}	y_{3ab}	...	y_{rab}	$y_{\cdot ab}$
Total		$y_{1..}$	$y_{2..}$	$y_{3..}$...	$y_{r..}$	y_{\dots}

Dalam statistika terdapat beberapa metode pendugaan parameter model linear, antara lain metode kuadrat terkecil. Atas dasar model (2.2) di atas dan dengan mempergunakan metode kuadrat terkecil diperoleh persamaan-persamaan normal :

$$(i) rab\hat{\mu} + ab \sum_{j=1}^r \rho_j + rb \sum_{j=1}^a \hat{\alpha}_j + ra \sum_{k=1}^b \hat{\beta}_k + r \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b (\hat{\alpha}\hat{\beta})_{jk} = \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^a \sum_{l=1}^b y_{jkl}$$

$$(ii) ab\hat{\mu} + ab\hat{\rho}_1 + b \sum_{j=1}^a \hat{\alpha}_j + a \sum_{k=1}^b \hat{\beta}_k + \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b (\hat{\alpha}\hat{\beta})_{jk} = \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b y_{jkl}$$

$$(iii). rb\hat{\mu} + b \sum_{i=1}^r \hat{\rho}_i + rb\hat{\alpha}_j + r \sum_{k=1}^b \hat{\beta}_k + r \sum_{k=1}^b \hat{\beta}_k + r \sum_{k=1}^b (\alpha\hat{\beta})_k = \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^b y_{ik}$$

$$(iv). ra\hat{\mu} + a \sum_{i=1}^r \hat{\rho}_i + r \sum_{j=1}^a \hat{\alpha}_j + ra\hat{\beta} + r \sum_{j=1}^a (\alpha\hat{\beta})_k = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^a y_{ij}$$

$$(v). r\hat{\mu} + \sum_{i=1}^r \hat{\rho}_i + r\hat{\alpha}_j + r\hat{\beta}_k + r(\alpha\hat{\beta})_k = \sum_{i=1}^r y_{ik}$$

Dengan batasan bahwa:

$$\sum_{i=1}^r \hat{\rho}_i = \sum_{j=1}^a \hat{\alpha}_j = \sum_{k=1}^b \hat{\beta}_k = \sum_{j=1}^a (\alpha\hat{\beta})_k = \sum_{k=1}^b (\alpha\hat{\beta})_k = 0$$

maka penduga-penduga parameter yang diperoleh berdasarkan model adalah:

$$(i). \hat{\mu} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b y_{ijk} / rab = \bar{y}_{...}$$

$$(ii). \hat{\rho}_i = \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b y_{ijk} / ab - \hat{\mu} = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$$

$$(iii). \hat{\alpha}_j = \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^b y_{ijk} / rb - \hat{\mu} = \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}$$

$$(iv). \hat{\beta}_k = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^a y_{ijk} / ra - \hat{\mu} = \bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{...}$$

$$(v). (\alpha\hat{\beta})_k = \sum_{i=1}^r y_{ik} / r - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_j - \hat{\beta}_k = \bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{...}$$

dan untuk:

$$\hat{\varepsilon}_{ijk} = y_{ijk} - \left\{ \bar{y}_{...} + (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{...}) + (\bar{y}_{.jk.} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{.k.} - \bar{y}_{...}) \right\}$$

dengan $i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, a; k = 1, 2, \dots, b.$

2.5. Tabel Analisis Variansi

Tabel 2 menyajikan tabel analisis variansi untuk model (2.2) di atas, dimulai oleh lajur sumber variasi sampai dengan lajur penjabaran kuadrat tengah. Lajur harapan kuadrat tengah teoritis dan lajur F_0 disajikan pada tabel 3.

Penentuan nilai harapan kuadrat tengah, $E(KT)$, sangat penting artinya, tidak saja dalam mempelajari komponen variansi tetapi juga penentuan F -hitungnya. Penentuan F -hitung yang dimaksud adalah penentuan kuadrat tengah yang layak dipergunakan sebagai penyebut dalam menghitung nilai F -hitung tersebut. Besarnya nilai harapan kuadrat tengah tergantung pada model yang digunakan. Umumnya kita mempertimbangkan jenis model tersebut berdasarkan klasifikasi hubungan taraf-taraf antar faktor yang terlibat.

Tabel 2 menyajikan hasil penjabaran harapan kuadrat tengah teoritis untuk model pengaruh-pengaruh tetap di atas dengan batasan :

$$\sum_{i=1}^k \rho_i = \sum_{j=1}^k \alpha_j = \sum_{s=1}^k \beta_s = \sum_{j=1}^k (\alpha\beta)_{js} = \sum_{s=1}^k (\alpha\beta)_{js} = 0$$

Tabel 2. Tabel Analisis Variansi Faktorial A x B . .

Sumber Variasi	Derajat Bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)
Kelompok	$r - 1$	$JK (K) = \sum_{i=1}^r y_{i.}^2 / ab - FK$	$KT(K) = JK(K)/(r - 1)$
Perlakuan	$ab - 1$	$JK (P) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^a y_{ij}^2 / r - FK$	$KT(P) = JK(P)/(ab - 1)$
A	$a - 1$	$JK (A) = \sum_{j=1}^a y_{.j}^2 / rb - FK$	$KT(A) = JK(A)/(a - 1)$
B	$b - 1$	$JK (B) = \sum_{i=1}^r y_{i.}^2 / ra - FK$	$KT(B) = JK(B)/(b - 1)$
A x B	$(a - 1)(b - 1)$	$JK_{AxB} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^a y_{ij}^2 / r - FK - JK(A) - JK(B)$	$KT(AxB) = JK(AxB)/(a - 1)(b - 1)$
Galat	$(r - 1)(ab - 1)$	$JK(G) = JK(Total) - JK(P) - JK(K)$	$KT(G) = JK(G)/(r - 1)(ab - 1)$
Total	$rab - 1$	$JK(Total) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b y_{ijk}^2 - FK$	

Catatan: $FK = y_{..}^2 / rab$

Tabel 3. Hasil Penjabaran Harapan Kuadrat Tengah Teoritis berdasarkan Model Tetap

Sumber Variasi	Harapan Kuadrat Tengah Teoritis E(KT)	F_0
Kelompok	$\sigma^2 + (ab / r - 1) \sum_{i=1}^r \rho_i^2$	$KT(K)/KT(G)$
Perlakuan	-	$KT(P)/KT(G)$
A	$\sigma^2 + (rb / a - 1) \sum_{j=1}^a \alpha_j^2$	$KT(A)/KT(G)$
B	$\sigma^2 + (ra / (b - 1)) \sum_{i=1}^r \beta_i^2$	$KT(B)/KT(G)$
A x B	$\sigma^2 + (r / (a - 1)(b - 1)) \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b (\alpha\beta)_{jk}^2$	$KT(AxB)/KT(G)$
Galat	σ^2	

Dari tabel analisis variansi dan tabel hasil penjabaran harapan kuadrat tengah teoritis ini, dapat dilakukan pendugaan beberapa parameter percobaan, termasuk pendugaan komponen variansi.

2.6. Statistik Uji F

Statistik uji F didefinisikan sebagai nisbah dua peubah acak χ^2 yang bebas, yang masing-masing dibagi dengan derajat bebasnya. Jadi dapat ditulis $F = \frac{U/v_1}{V/v_2}$, U dan V menyatakan peubah acak bebas, masing-masing berdistribusi χ^2 dengan derajat bebas v_1 dan v_2 . Bila s_1^2 dan s_2^2 variansi sampel acak ukuran n_1 dan n_2 yang diambil dari dua populasi normal, masing-masing dengan variansi σ_1^2 dan σ_2^2 , serta diketahui bahwa $\chi_1^2 = \frac{(n_1 - 1) s_1^2}{\sigma_1^2}$ dan $\chi_2^2 = \frac{(n_2 - 1) s_2^2}{\sigma_2^2}$ menyatakan dua peubah acak yang berdistribusi χ^2 dengan derajat bebas $v_1 = n_1 - 1$ dan $v_2 = n_2 - 1$. Selanjutnya, karena kedua sampel diambil secara acak maka kedua peubah acak bebas satu sama lain. Dengan $\chi_1^2 = U$ dan $\chi_2^2 = V$, diperoleh statistik uji $F = \frac{s_1^2 / \sigma_1^2}{s_2^2 / \sigma_2^2} = \frac{\sigma_2^2 s_1^2}{\sigma_1^2 s_2^2}$ yang berdistribusi F dengan derajat bebas $v_1 = n_1 - 1$ dan $v_2 = n_2 - 1$.

2.7. Munculnya Komponen Variansi Negatif

Munculnya suatu komponen variansi yang bernilai negatif dapat diketahui. Untuk model dari data kajian, dengan asumsi $\varepsilon \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$, jumlah kuadrat galat, $JK(G) \sim \sigma^2 \chi^2$ dengan $db_{\text{galat}} = (r-1)(ab-1)$ dan

$$JK(A \times B) \sim \left[\sigma^2 + (r/(a-1)(b-1)) \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b (\alpha\beta)_{jk}^2 \right] \chi^2_{ra}$$
 dengan

$db_{A \times B} = (a-1)(b-1)$, munculnya $\sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b (\alpha\beta)_{jk}^2$ bernilai negatif dapat dijelaskan

sebagai berikut: dari hasil penjabaran harapan kuadrat tengah teoritis, jika asumsi $\varepsilon \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$ dipenuhi, nilai harapan kuadrat tengah galat,

$E(KT(G)) = \sigma^2$ diduga melalui nilai $KT(G)$. Sedangkan nilai harapan kuadrat

tengah interaksi perlakuan, $E(KT(A \times B)) = \sigma^2 + (r/(a-1)(b-1)) \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b (\alpha\beta)_{jk}^2$

diduga oleh nilai $KT(A \times B)$ sehingga nilai $\sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b (\alpha\beta)_{jk}^2$ diduga melalui

$$\frac{KT(A \times B) - KT(G)}{r/(a-1)(b-1)}$$

Nilai dugaan untuk komponen variansi dari sumber variasi yang lain dapat diketahui dengan cara yang sama berdasarkan hasil penjabaran harapan kuadrat tengah teoritis. Nilai yang diperoleh akan bernilai negatif apabila nilai kuadrat tengah galat lebih besar dari nilai kuadrat tengah sumber variasi lainnya.

BAB III

PEMBAHASAN KASUS

3.1. Kasus 1 : Hasil Penelitian tentang Pengaruh Konsentrasi Pupuk Daun Topsil-D dan Zat Perangsang Tumbuh Dharmasri terhadap Panjang Daun Tanaman Tebu (cm).

Data hasil pengujian pengaruh konsentrasi pupuk daun Topsil-D (T) dan zat perangsang tumbuh Dharmasri (D) terhadap panjang daun tanaman tebu (cm) disajikan dalam tabel 4 .

Tabel 4. Data Panjang Daun Tanaman Tebu (cm) pada berbagai Konsentrasi Topsil-D dan Dharmasri.

Perlakuan	Kelompok			Total	Rata-rata	
	I	II	III			
T ₁	D ₁	99,45	96,50	95,71	291,66	97,22
	D ₂	95,96	96,63	96,06	288,65	96,21
	D ₃	96,20	98,52	85,12	279,84	93,28
T ₂	D ₁	99,13	89,76	97,72	286,61	95,53
	D ₂	98,75	96,00	89,00	283,75	94,58
	D ₃	89,08	89,08	89,10	269,23	89,74
T ₃	D ₁	89,54	92,60	90,19	272,33	90,77
	D ₂	91,66	91,45	90,94	274,05	91,35
	D ₃	91,26	91,43	91,26	273,95	91,31
Total	853,00	841,97	825,10	2520,07		

Hasil percobaan di atas mengikuti model percobaan faktorial menggunakan rancangan acak kelompok. Model statistika untuk percobaan faktorial yang terdiri dari dua faktor, dalam hal ini faktor konsentrasi Topsil-D dan faktor konsentrasi Dharmasri dengan menggunakan rancangan dasar berupa Rancangan Acak Kelompok (RAK) adalah :

$$y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \epsilon_{ijk} ;$$

$$i = 1,2,3; j = 1,2,3; k = 1,2,3$$

di mana :

y_{ijk} = panjang daun tanaman tebu (cm) yang menerima konsentrasi ke-j pupuk daun Topsil-D dan konsentrasi ke-k zat perangsang tumbuh Dharmasri pada kelompok ke-i.

μ = rata-rata umum

ρ_i = pengaruh kelompok ke-i

α_j = pengaruh konsentrasi ke-j pupuk daun Topsil-D

β_k = pengaruh konsentrasi ke-k zat perangsang tumbuh Dharmasri

$(\alpha\beta)_{jk}$ = pengaruh interaksi antara konsentrasi ke-j pupuk daun Topsil-D dan konsentrasi ke-k zat perangsang tumbuh Dharmasri

ϵ_{ijk} = galat (sisa) dari panjang daun tanaman tebu (cm).

Model yang telah dirumuskan di atas merupakan suatu model tetap karena percobaan yang dilakukan juga merupakan percobaan yang bersifat tetap, dalam arti peneliti hanya berkeinginan untuk mengetahui pengaruh taraf-taraf faktor yang dicobakan terhadap respons.

Dari data di atas selanjutnya dilakukan perhitungan analisis variansi.

Proses perhitungan mengikuti tahap-tahap berikut :

a. Derajat bebas (db) untuk setiap sumber variasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{db total} &= \text{total banyaknya pengamatan} - 1 \\ &= rab - 1 = (3)(3)(3) - 1 = 26 \\ \text{db kelompok} &= \text{banyaknya kelompok} - 1 \\ &= r - 1 = 3 - 1 = 2 \\ \text{db perlakuan} &= \text{banyaknya perlakuan} - 1 \\ &= ab - 1 = (3)(3) - 1 = 8 \\ \text{db galat} &= (r - 1)(ab - 1) \\ &= (3 - 1)(9 - 1) = 16 \end{aligned}$$

Sedangkan derajat bebas (db) untuk pengaruh utama dan interaksi faktor-faktor T dan D sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{db faktor Topsisil-D (T)} &= \text{banyaknya taraf T} - 1 \\ &= a - 1 = 3 - 1 = 2 \\ \text{db faktor Dharmasri (D)} &= \text{banyaknya taraf D} - 1 \\ &= b - 1 = 3 - 1 = 2 \\ \text{db interaksi (TxD)} &= (a - 1)(b - 1) = (2)(2) = 4 \end{aligned}$$

b. Perhitungan Faktor Koreksi (FK), Jumlah Kuadrat (JK) Total, JK Kelompok, JK Perlakuan, dan JK Galat:

$$FK = \frac{y^2}{rab} = \frac{(2.520,07)^2}{(3)(3)(3)} = 235.231,0668$$

$$\begin{aligned}
 JK(\text{Total}) &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 y_{ijk}^2 - FK \\
 &= (99,45)^2 + (96,50)^2 + \dots + (91,26)^2 - 235.213,0668 \\
 &= 392,0405
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK(K) &= \sum_{i=1}^3 y_{i..}^2 / ab - FK \\
 &= \frac{(853,00)^2 + \dots + (825,10)^2}{(3)(3)} - 235.213,0668 \\
 &= 43,8766
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK(P) &= \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 y_{.jk}^2 / r - FK \\
 &= \frac{(291,66)^2 + \dots + (273,95)^2}{3} - 235.231,0668 \\
 &= 171,7479
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK(G) &= JK(\text{Total}) - JK(K) - JK(P) \\
 &= 176,3690
 \end{aligned}$$

Dari nilai JK(P) yang diperoleh, ditentukan pengaruh-pengaruh utama dan interaksi faktor-faktor T dan D dengan terlebih dahulu menyusun tabel dua arah untuk data total faktor-faktor T dan D.

Tabel 5. Data Total Faktor Topsil-D (T) dan Diarmasri (D).

T	D			Total
	1	2	3	
1	291,66	288,65	279,84	860,15
2	286,61	283,75	269,23	839,59
3	272,33	274,05	273,95	820,33
Total	850,60	846,45	823,02	2520,07

$$\begin{aligned}
 JK(T) &= \sum_{r=1}^3 y_{+r}^2 / rb - FK \\
 &= \frac{(860,15)^2 + \dots + (820,33)^2}{(3)(3)} - 235.213,0668 \\
 &= 88,1220
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK(D) &= \sum_{k=1}^3 y_{k+}^2 / ra - FK \\
 &= \frac{(850,60)^2 + \dots + (823,02)^2}{(3)(3)} - 235.213,0668 \\
 &= 49,1424
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK(T \times D) &= JK(P) - JK(T) - JK(D) \\
 &= 34,5305
 \end{aligned}$$

c. Penentuan Kuadrat Tengah (KT) masing-masing melalui pembagian antara

JK dan derajat bebasnya, yaitu:

$$\begin{aligned}
 KT(K) &= JK(K)/(r - 1) \\
 &= 43,8766/(3 - 1) &= 21,9383
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 KT(P) &= JK(P)/(ab - 1) \\
 &= 171,7479/(9 - 1) &= 21,4744
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{KT(T)} &= \text{JK(T)} / (a - 1) \\
 &= 88,1220 / (3 - 1) &= 44,0610 \\
 \text{KT(D)} &= \text{JK(D)} / (b - 1) \\
 &= 49,1424 / (3 - 1) &= 24,5712 \\
 \text{KT(TxD)} &= \text{JK(TxD)} / (a - 1)(b - 1) \\
 &= 34,5305 / (3 - 1)(3 - 1) &= 8,6326 \\
 \text{KT(G)} &= \text{JK(G)} / (r - 1)(ab - 1) \\
 &= 176,369 / (3 - 1)(9 - 1) &= 11,0231
 \end{aligned}$$

d. Penentuan nilai F-hitung (F_o):

$$\begin{aligned}
 \text{Untuk perlakuan} &: F_o = \text{KT(P)} / \text{KT(G)} \\
 &= 21,4744 / 11,0231 = 1,95
 \end{aligned}$$

Untuk faktor perlakuan:

$$\begin{aligned}
 \text{T} &: F_o = \text{KT(T)} / \text{KT(G)} \\
 &= 44,0610 / 11,0231 = 3,44
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{D} &: F_o = \text{KT(D)} / \text{KT(G)} \\
 &= 24,5712 / 11,0231 = 2,23
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{T x D} &: F_o = \text{KT(TxD)} / \text{KT(G)} \\
 &= 8,6326 / 11,0231 = 0,78
 \end{aligned}$$

e. Penyusunan tabel analisis variansi seperti tampak pada tabel 6.

Tabel 6. Analisis Variansi

Sumber Variasi	Db	JK	KT	F _o
Kelompok	2	43,8766	21,9383	1,99
Perlakuan	8	171,7479	21,4744	1,95
T	2	88,1220	44,0610	3,99
D	2	49,1424	24,5712	2,23
TxD	4	34,5303	8,6326	0,78
Galat	16	176,3690	11,0231	
Total	26	392,0405		

Tabel di atas merupakan hasil analisis variansi dari data kajian menggunakan model awal dengan nilai F_o dihitung sesuai penjabaran nilai kuadrat tengah teoritisnya. Di bawah asumsi $\varepsilon \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$, hasil itu menunjukkan F_o untuk menguji variasi karena pengaruh interaksi konsentrasi Topsil-D x Dharmasri terhadap respons bernilai kurang dari 1, yaitu 0,78. Variasi respons yang dibangkitkan oleh faktor acak (galat) cukup besar sedangkan sumber variasi yang lain (konsentrasi Topsil-D, konsentrasi Dharmasri, dan interaksinya) sumbangan variasinya terhadap respons kecil.

Untuk menentukan tingkat keandalan model percobaan yang digunakan adalah dengan menghitung nilai koefisien determinasi (R²) model, yaitu:

$$R_{\text{model}}^2 = \frac{JK(K) + JK(P)}{JK(\text{Total})}; \text{ di mana } JK(P) = JK(T) + JK(D) + JK(\text{TxD})$$

$$= \frac{215,6715}{392,0405} = 55,01\%$$



$$R_{kelompok}^2 = \frac{JK(K)}{JK(Total)} = \frac{43,8766}{392,0405} = 11,19\%$$

$$R_T^2 = \frac{JK(T)}{JK(Total)} = \frac{88,1220}{392,0405} = 22,48\%$$

$$R_D^2 = \frac{JK(D)}{JK(Total)} = \frac{49,1424}{392,0405} = 12,53\%$$

$$R_{TxD}^2 = \frac{JK(TxD)}{JK(Total)} = \frac{34,5305}{392,0405} = 8,81\%$$

Dengan nilai R^2 itu, variasi respons yang dapat diterangkan model sebesar 55,01 %, sisanya merupakan sumbangan variasi karena faktor acak.

Dari data awal yang telah dianalisis terdapat pula sebuah data tak biasa (menyimpang) dengan perbedaan nilai yang cukup jauh dengan nilai rata-ratanya yaitu data ke-9 pada kelompok ke-3 yang menerima kombinasi perlakuan T_1D_3 . Hasil pemeriksaan sisa menunjukkan bahwa hanya data tersebut yang memiliki nilai harga mutlak dari sisa terbaku yang lebih besar dari 2, yaitu $(85,12 - 93,28) / \sqrt{11,0231} = -2,46$. Meskipun data tersebut belum dapat dikategorikan sebagai pencilan namun dapat dianggap sebagai data cacat di antara gugus data dan berpotensi sebagai data berpengaruh dalam analisis yang dilakukan terhadap data.

Jika asumsi $\varepsilon \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$ diterima, dugaan bagi σ^2 ialah $KT(G)$, koefisien keragaman (variasi) responsnya adalah :

$$KK = \frac{\sqrt{KT(\text{Galat})}}{\bar{y}} \times 100\% = \frac{\sqrt{11,0231}}{93,3359} \times 100\% \\ = 3,56 \%$$

Lampiran dari tulisan ini menyajikan plot-plot sisa untuk keperluan pemeriksaan terhadap asumsi-asumsi analisis variansi melalui pemeriksaan sisa. Plot kenormalan (gambar 1a) menunjukkan bahwa sisa dianggap menyebar normal pada taraf $\alpha = 0,01$ meskipun bentuk sebaran agak menjulur ke kiri. Penyimpangan terhadap asumsi kenormalan menyebabkan berkurangnya efisiensi pendugaan pengaruh-pengaruh perlakuan yang diuji. Kekuatan uji t maupun F dapat terpengaruh. Namun demikian kekuatan uji tersebut cukup tegar terhadap penyimpangan yang tidak terlalu jauh dari kenormalan.

Asumsi kebebasan galat tidak dapat diterima dengan melihat plot sisa terbaku terhadap respons (gambar 2a). Dari plot tersebut terlihat suatu pola yang mengindikasikan adanya korelasi positif, sehingga dapat dicurigai adanya pelanggaran yang tidak dapat diabaikan terhadap asumsi kebebasan galat. Hal tersebut kemungkinan disebabkan oleh proses pengalokasian perlakuan-perlakuan pada satuan-satuan percobaan yang masih belum benar.

Salah satu asumsi dalam analisis variansi adalah bahwa percobaan harus mempunyai variansi yang homogen (sama). Plot sisa terbaku terhadap respons duga (nilai dugaan pengamatan) sebagaimana terlihat pada gambar 3a menunjukkan bahwa asumsi kesamaan variansi relatif terpenuhi dengan tidak adanya pola tertentu, demikian pula dengan plot sisa terbaku terhadap faktor-faktor perlakuan (konsentrasi Topsis-D dan konsentrasi Dharmasri) seperti terlihat pada gambar 4a dan gambar 5a. Secara formal, untuk mengetahui apakah asumsi ini terpenuhi maka data percobaan dapat diuji dengan menggunakan Uji Bartlett, dengan prosedur sebagai berikut:

Jika y_{ij} menyatakan nilai pengamatan contoh, untuk $i = 1, 2, \dots, t$ dan $j = 1, 2, \dots, r$, maka variansi adalah:

$$s_i^2 = \sum_{j=1}^{r_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 / (r_i - 1)$$

Statistik uji yang digunakan adalah :

$$\chi^2 = 2,3026 \left\{ \left(\sum_{i=1}^t (r_i - 1) \log S^2 - \sum_{i=1}^t (r_i - 1) \log s_i^2 \right) \right\}$$

Nilai χ^2 perlu dikoreksi sebelum dibandingkan dengan nilai χ^2 tabel, di mana faktor koreksi (C) adalah :

$$C = 1 + \left[\frac{1}{3(t-1)} \right] \left\{ \sum_{i=1}^t 1/(r_i - 1) - \left[1 / \sum_{i=1}^t (r_i - 1) \right] \right\}$$

Untuk menguji kehomogenan variansi pada data kajian maka sebelumnya perlu dihitung dugaan variansi bagi masing-masing perlakuan, s_i^2 . Hasil perhitungan disajikan dalam tabel 7.

Tabel 7. Perhitungan Uji Bartlett untuk Kehomogenan Variansi Data Awal.

Perlakuan	Db ($r_i - 1$)	$1/(r_i - 1)$	JK	s_i^2	$\log s_i^2$	$(r_i - 1) \log s_i^2$
T ₁ D ₁	2	0,5	7,7714	3,8857	0,5895	1,1789
T ₁ D ₂	2	0,5	0,2613	0,1307	-0,8837	-1,7674
T ₁ D ₃	2	0,5	102,5696	51,2848	1,7100	3,4200
T ₂ D ₁	2	0,5	51,0489	25,5245	1,4070	2,8140
T ₂ D ₂	2	0,5	50,5417	25,2708	1,4026	2,8052
T ₂ D ₃	2	0,5	2,5613	1,2806	0,1074	0,2149
T ₃ D ₁	2	0,5	5,1981	2,5991	0,4148	0,8296
T ₃ D ₂	2	0,5	0,2742	0,1371	-0,8630	-1,7259
T ₃ D ₃	2	0,5	0,0193	0,0097	-2,0132	-4,0265
Total	18	4,5	220,2458	-	-	3,7428

$$s^2 \text{ (variansi gabungan)} = \text{Total JK} / \text{Total db}$$

$$= 220,2458 / 18$$

$$= 12,2359$$

$$\log s^2 = 1,0876$$

Dengan mensubstitusi angka-angka di atas ke dalam rumus, maka diperoleh:

$$\chi^2 = 2,3026 \{ (18)(1,0876) - 3,7428 \}$$

$$= 36,459; \text{ dengan derajat bebas } v = t - 1$$

$$= 9 - 1 = 8$$

$$\begin{aligned} \text{Faktor koreksi } C &= 1 + [1/(3)(8)][4,5 - 1/18] \\ &= 4,62963 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dengan demikian } \chi^2 (\text{terkoreksi}) &= (1/4,62963)(36,459) \\ &= 7,875 \end{aligned}$$

Dari tabel χ^2 dengan taraf nyata 5 % pada derajat bebas $v = 8$ diperoleh nilai 15,5. Karena nilai χ^2 (terkoreksi) = 7,875 lebih kecil dari nilai $\chi^2_{0,05(8)} = 15,5$ maka hipotesis tentang kehomogenan variansi diterima. Dengan demikian data panjang daun tanaman tebu (cm) pada berbagai konsentrasi Topsil-D dan Dharmasri telah cukup memenuhi asumsi mengenai kehomogenan variansi.

Asumsi lain yang diperlukan untuk sahnya suatu analisis variansi atas sesuatu gugus data adalah bahwa pengaruh perlakuan dan lingkungan harus bersifat aditif (saling menambah). Efek utama dari tidak terpenuhinya asumsi aditivitas pengaruh adalah hilangnya informasi, misalnya tentang pengaruh perlakuan. Pengaruh terhadap perlakuan ini tidak saja terhadap besarnya pengaruh tetapi juga terhadap pengujian ada tidaknya pengaruh perlakuan tersebut (dalam hal ini, uji F). Tentunya, hilangnya informasi yang dimaksud dapat diabaikan jika memang tidak ada pengaruh perlakuan atau jika penyimpangan tersebut tidak terlalu besar. Pengujian terhadap adanya non-aditivitas pengaruh telah ditunjukkan oleh Tukey (1949) dengan menghitung jumlah kuadrat yang mempunyai satu derajat bebas sebagai pengukur adanya non-aditivitas pengaruh. Prosedur pengujian sebagai berikut:

Perhitungan JK-JK yang terlibat (telah diperoleh dalam perhitungan sebelumnya):

$$JK(\text{Total}) = 392,0405$$

$$JK(K) = 43,8766$$

$$JK(P) = 171,7949$$

$$JK(G) = 176,3690$$

Penyusunan tabel untuk perhitungan JK non-aditif [JK(NA)] sebagaimana tampak dalam tabel 8.

Tabel 8. Tabel untuk Perhitungan JK(NA).

Perlakuan	Kelompok			$\bar{y}_{.k} - \bar{y}_{..}$	
	I	II	III		
T ₁	D ₁	99,45	96,50	95,71	3,8841
	D ₂	95,96	96,63	96,06	2,8741
	D ₃	96,20	98,52	85,12	-0,0559
T ₂	D ₁	99,13	89,76	97,72	2,1941
	D ₂	98,75	96,00	89,00	1,2441
	D ₃	91,05	89,08	89,10	-3,5959
T ₃	D ₁	89,54	92,60	90,19	-2,5659
	D ₂	91,66	91,45	90,94	-1,9859
	D ₃	91,26	91,43	91,26	-2,0259
$\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{...}$	1,4441	0,2141	-1,6559	-	

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 y_{ijk} (\bar{y}_{.k} - \bar{y}_{..}) (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{...}) = 29,3610$$

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 (\bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{...})^2 = 57,2741$$

$$\sum_{i=1}^3 (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{...})^2 = 4,8733$$

Diperoleh:

$$JK(NA) = \frac{\left\{ \sum_{l=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 y_{ljk} (\bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{...}) (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) \right\}^2}{\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 (\bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{...})^2 \sum_{i=1}^3 (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2} = \frac{(29,3610)^2}{(57,2741)(4,8733)}$$

$$= 3,0896$$

$$JK(\text{sisas}) = JK(G) - JK(NA)$$

$$= 176,3690 - 3,0886$$

$$= 173,2804$$

Penyusunan tabel analisis variansi sebagaimana tampak pada tabel 9.

Tabel 9. Analisis Variansi untuk Uji Non-Aditivitas.

Sumber Variasi	db	JK	KT	F _a
Kelompok	2	43,8766	21,9383	-
Perlakuan	8	171,7479	21,4744	-
NA	1	3,0886	3,0886	0,267
Sisa	15	173,2804	11,5520	
Total	26	392,0405		

Berdasarkan hasil Uji F sebagaimana tampak dalam tabel 9, kondisi F(non aditif) = 0,267 < F_{0,05(1,15)} = 4,54. Hal ini menunjukkan bahwa asumsi keaditifan antara perlakuan dan lingkungan relatif terpenuhi. Dengan kata lain data hasil percobaan tidak disifati oleh non-aditivitas pengaruh. Pola linear yang ditunjukkan oleh plot respons dengan respons duga (gambar 6a) juga mendukung kesimpulan tentang terpenuhinya asumsi tersebut.

Uji F pasti pada hasil analisis variansi model pengumpulan data menghasilkan F-hitung untuk interaksi konsentrasi Topsil-D x Dharmasri bernilai kurang dari 1 ($F_0 = 0,78$) yang berarti bahwa penduga variansi bagi $\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^2 (\alpha\beta)_{jk}^2$ bernilai negatif, yaitu:

$$\frac{KT(TxD) - KT(G)}{r/(a-1)(b-1)} = \frac{8,6326 - 11,0231}{3/(2)(2)} = -3,187$$

Padahal berdasarkan definisi, tidak mungkin variansi sesuatu peubah bernilai negatif atau nilai minimum sembarang variansi adalah nol. Keadaan ini atau bila nilai negatifnya besar, dapat diatasi dengan memberi nilai 0 untuk dugaan variansi atau komponen variansi yang dimaksud. Dalam hal ini dugaan yang diberikan untuk $\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^2 (\alpha\beta)_{jk}^2$ adalah 0 dan data diolah kembali dengan model tanpa komponen tersebut.

Namun penulis tidak menempuh cara tersebut tetapi memeriksa asumsi-asumsi yang melandasi analisis variansi kemudian mencoba memperbaikinya agar asumsi yang diperlukan dapat terpenuhi (relatif terpenuhi). Dengan demikian berarti juga mencoba memperbaiki model yang digunakan.

Perbaikan berupa menghitung kembali F_0 sesuai dengan penjabaran kuadrat tengah teoritis tidak perlu dilakukan karena sudah benar, sehingga perbaikan yang dilakukan adalah berusaha memenuhi asumsi-asumsi analisis

variansi antara lain menggunakan transformasi data. Transformasi logaritma, $\log y$, yang dicobakan pada data kajian tampaknya kurang tepat dan tidak mampu mengatasi masalah $F_0 < 1$, yang berarti bahwa tidak perlu dilakukan transformasi terhadap data.

Dengan pertimbangan adanya sebuah data cacat yang teridentifikasi dalam analisis sebelumnya maka dilakukan perbaikan terhadap analisis variansi dengan melakukan penyisihan (penghilangan) terhadap data tersebut, lalu dianalisis kembali. Tentu saja, data yang disisihkan tersebut perlu dilengkapi (diganti) dengan penduganya. Untuk menduga data yang disisihkan tersebut dapat digunakan metode kuadrat terkecil. Dengan metode ini, jika penduga data yang disisihkan tersebut dinyatakan sebagai y , maka:

$$y = \frac{rB + pT - G}{(r-1)(p-1)}$$

di mana:

B = total nilai pengamatan dalam kelompok data yang disisihkan

T = total nilai pengamatan dalam perlakuan dengan data yang disisihkan

G = total keseluruhan (tidak termasuk data yang disisihkan)

r,p = banyaknya kelompok dan perlakuan.

Dengan rumus di atas, maka data yang disisihkan dapat diduga:

$$y = \frac{\{(3)(739,98) + (9)(194,72) - 2434,95\}}{(3-1)(9-1)} = 96,09$$

Data setelah angka pengamatan 85,12 diganti dengan penduganya, yaitu 96,09 disajikan dalam tabel 10.

Tabel 10. Data Panjang Daun Tanaman Tebu (cm) pada berbagai Konsentrasi Topsil-D dan Dharmasri setelah Penyisihan Data Cacat.

Perlakuan	Kelompok			Total	Rata-rata	
	I	II	III			
T ₁	D ₁	99,45	96,50	95,71	291,66	97,22
	D ₂	95,96	96,63	96,06	288,65	96,21
	D ₃	96,20	98,52	96,09	290,81	96,94
T ₂	D ₁	99,13	89,76	97,72	286,61	95,53
	D ₂	98,75	96,00	89,00	283,75	94,58
	D ₃	91,05	89,08	89,10	269,23	89,74
T ₃	D ₁	89,54	92,60	90,19	272,33	90,77
	D ₂	91,66	91,45	90,94	274,05	91,35
	D ₃	91,26	91,43	91,26	273,95	91,31
Total	853,00	841,97	836,07	2531,04		

Setelah dilakukan penyisihan data cacat serta mengganti data tersebut dengan penduganya, maka kembali dilakukan perhitungan analisis variansi terhadap gugus data tersebut. Proses perhitungannya sebagai berikut:

a. Derajat bebas (db) untuk setiap sumber variasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{db total} &= (\text{total banyaknya pengamatan} - 1) - 1 \\ &= (rab - 1) - 1 = \{(3)(3)(3) - 1\} - 1 = 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{db kelompok} &= \text{banyaknya kelompok} - 1 \\ &= r - 1 = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{db perlakuan} &= \text{banyaknya perlakuan} - 1 \\ &= ab - 1 = (3)(3) - 1 = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{db galat} &= \{(r - 1)(ab - 1)\} - 1 \\ &= \{(3 - 1)(9 - 1)\} - 1 = 15 \end{aligned}$$

sedangkan db untuk pengaruh utama dan interaksi faktor-faktor T dan D yaitu:

$$\begin{aligned} \text{db faktor Topsis-D (T)} &= \text{banyaknya taraf T} - 1 \\ &= a - 1 = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{db faktor Dharmasri (D)} &= \text{banyaknya taraf D} - 1 \\ &= b - 1 = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{db interaksi (TxD)} &= (a - 1)(b - 1) \\ &= (2)(2) = 4 \end{aligned}$$

b. Perhitungan Faktor Koreksi (FK), Jumlah Kuadrat (JK) Total, JK Kelompok, JK Perlakuan, dan JK Galat:

$$FK = \frac{y^2}{rab} = \frac{(2531,04)^2}{(3)(3)(3)} = 237.265,3141$$

$$\begin{aligned} JK(\text{Total}) &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 y_{ijk}^2 - FK \\ &= (99,45)^2 + (96,50)^2 + \dots + (91,26)^2 - 237.265,3141 \\ &= 327,6669 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JK(K) &= \sum_{i=1}^3 y_i^2 / ab - FK \\ &= \frac{(853,00)^2 + \dots + (836,07)^2}{(3)(3)} - 237.265,3141 \\ &= 16,4110 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK(P) &= \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 y_{jk}^2 / r - FK \\
 &= \frac{(291,66)^2 + \dots + (273,95)^2}{3} - 237.265,3141 \\
 &= 206,2244
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK(G) &= JK(\text{Total}) - JK(K) - JK(P) \\
 &= 327,6669 - 16,4110 - 206,2244 \\
 &= 105,0315
 \end{aligned}$$

Untuk perhitungan JK(T), JK(D), dan JK(TxD) terlebih dahulu disusun tabel dua arah untuk data total faktor-faktor T dan D.

Tabel 11. Data Total Faktor Topsisil - D(T) dan Dharmasri (D) setelah Penyisihan Data Cacat.

T	D			Total
	1	2	3	
1	291,66	288,65	290,81	871,12
2	286,61	283,75	269,23	839,59
3	272,33	274,05	273,95	820,33
Total	850,60	846,45	833,99	2531,04

$$\begin{aligned}
 JK(T) &= \sum_{j=1}^3 y_{.j}^2 / rb - FK \\
 &= \frac{(871,12)^2 + \dots + (820,33)^2}{(3)(3)} - 237.265,3141 \\
 &= 146,1005
 \end{aligned}$$

$$JK(D) = \sum_{k=1}^3 y_{.k}^2 / ra - FK$$

$$= \frac{(850,60)^2 + \dots + (833,99)^2}{(3)(3)} - 237.265,3141$$

$$= 16,6062$$

$$JK(T \times D) = JK(P) - JK(T) - JK(D)$$

$$= 206,2244 - 146,1005 - 16,6062$$

$$= 43,5177$$

- c. Penentuan Kuadrat Tengah (KT) masing-masing melalui pembagian antara JK dan derajat bebasnya, yaitu:

$$\begin{aligned} KT(K) &= JK(K)/(r - 1) \\ &= 16,4110/(3 - 1) &= 8,2055 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KT(P) &= JK(P)/(ab - 1) \\ &= 206,2244/(9 - 1) &= 25,7780 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KT(T) &= JK(T)/(a - 1) \\ &= 146,1005/(3 - 1) &= 73,0502 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KT(D) &= JK(D)/(b - 1) \\ &= 16,6062/(3 - 1) &= 8,3031 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KT(T \times D) &= JK(T \times D)/(a - 1)(b - 1) \\ &= 43,5177/(3 - 1)(3 - 1) &= 10,8794 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KT(G) &= JK(G)/\{(r - 1)(ab - 1) - 1\} \\ &= 105,0315/\{(3 - 1)(9 - 1) - 1\} &= 7,0021 \end{aligned}$$

d. Penentuan nilai F-hitung (F_0):

$$\begin{aligned} \text{Untuk perlakuan: } F_0 &= \text{KT(P)}/\text{KT(G)} \\ &= 25,7780/7,0021 = 3,68 \end{aligned}$$

Untuk faktor perlakuan:

$$\begin{aligned} \text{T} : F_0 &= \text{KT(T)}/\text{KT(G)} \\ &= 73,0502/7,0021 = 10,43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D} : F_0 &= \text{KT(D)}/\text{KT(G)} \\ &= 8,3031/7,0021 = 1,19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{T x D} : F_0 &= \text{KT(TxD)}/\text{KT(G)} \\ &= 10,8794/7,0021 = 1,55 \end{aligned}$$

e. Penyusunan tabel analisis variansi seperti tampak pada tabel 12.

Tabel 12. Analisis Variansi setelah Penyisihan Data Cacat.

Sumber Variasi	Db	JK	KT	F_0
Kelompok	2	16,4110	8,2055	1,17
Perlakuan	8	206,2244	25,7780	3,68
T	2	146,1005	73,0502	10,43
D	2	16,6062	8,3031	1,19
T x D	4	43,5177	10,8794	1,55
Galat	15	105,0315	7,0021	
Total	25	327,6669		

Tabel di atas merupakan hasil analisis variansi pada data setelah sebuah data cacat disisihkan. Diperoleh F_0 untuk semua komponen model termasuk untuk menguji variasi karena pengaruh interaksi konsentrasi Topsil-D dan Dharmasri terhadap respons bernilai lebih dari satu ($F_0 = 1,55$).

Nilai koefisien determinasi model setelah penyisihan data cacat sebesar :

$$R_{model}^2 = \frac{JK(K) + JK(P)}{JK(Total)} = \frac{222,6354}{327,6669} = 67,95\%$$

$$R_{acak}^2 = \frac{JK(K)}{JK(Total)} = \frac{16,4110}{327,6669} = 5,01\%$$

$$R_T^2 = \frac{JK(T)}{JK(Total)} = \frac{146,1005}{327,6669} = 44,59\%$$

$$R_D^2 = \frac{JK(D)}{JK(Total)} = \frac{16,6062}{327,6669} = 5,07\%$$

$$R_{TxD}^2 = \frac{JK(TxD)}{JK(Total)} = \frac{43,5177}{327,6669} = 13,28\%$$

Nilai R^2 itu menunjukkan bahwa variasi respons yang dapat diterangkan oleh model hanya sebesar 67,95 % dan sisanya tetap merupakan sumbangan variasi karena pengaruh faktor acak. Meskipun demikian nilai itu lebih besar dari pada nilai koefisien determinasi model data awal (sebelum penyisihan data cacat) dan perbaikan maksimal yang dapat dilakukan hanya memberikan hasil demikian.

Koefisien keragaman (variasi) respons yang diperoleh setelah penyisihan data cacat adalah :

$$KK = \frac{\sqrt{KT(Galat)}}{\bar{y}_-} \times 100\% = \frac{\sqrt{7,0021}}{93,7422} \times 100\% = 2,82\%$$

Dengan demikian telah terjadi penurunan koefisien variasi respons setelah penyisihan data cacat yang mengindikasikan semakin baiknya percobaan dilakukan, dan variasi data juga semakin kecil.

Lampiran dari tulisan ini juga menyajikan plot-plot sisa untuk keperluan pemeriksaan terhadap asumsi-asumsi analisis variansi melalui pemeriksaan sisa setelah sebuah data cacat disisihkan. Plot kenormalan (gambar 1b) menunjukkan bahwa asumsi kenormalan tetap terpenuhi pada taraf $\alpha = 0,01$.

Dari plot sisa terbaku terhadap respons (gambar 2b) tidak terlihat adanya suatu pola tertentu yang mengindikasikan adanya korelasi antar galat, sehingga asumsi kebebasan galat relatif telah terpenuhi setelah penyisihan data cacat.

Asumsi kesamaan (kehomogenan) variansi relatif terpenuhi setelah penyisihan data cacat dengan melihat plot sisa terbaku terhadap respons duga (gambar 3b) dan plot sisa terbaku terhadap faktor-faktor perlakuan (konsentrasi Topsil-D dan konsentrasi Dharmasri) seperti terlihat pada gambar 4b dan gambar 5b. Uji formalnya dengan menggunakan uji Bartlett semakin memperkuat hasil yang diperoleh, yaitu bahwa variansi-variansi tersebut relatif sama (homogen) dengan nilai χ^2 (terkoreksi) = 6,988.

Asumsi keaditifan antara perlakuan dan lingkungan juga tetap terpenuhi setelah penyisihan data cacat dengan F (nonaditif) = 1,329 < $F_{0,05}(1,14) = 4,60$. Plot respons dengan respons duga (gambar 6b) juga tetap menunjukkan suatu pola linear yang mendukung terpenuhinya asumsi tersebut.

3.2. Kasus 2 : Hasil Penelitian tentang Ukuran Beban Kerja terhadap Kelompok Umur dan Jenis Pekerjaan.

Data hasil penelitian tersebut disajikan dalam tabel 13.

Tabel 13. Data Ukuran Beban Kerja Orang Dewasa berdasarkan Kelompok Umur I, II, III dan IV terhadap Jenis Pekerjaan A, B, C, D dan E.

Ukuran Beban Kerja		Kelompok				
		I	II	III	IV	V
I	A	4,31	4,89	4,05	4,44	4,59
	B	4,68	4,18	4,08	4,23	5,92
	C	4,17	3,77	5,20	4,42	4,44
	D	4,03	4,22	4,32	4,05	4,21
	E	4,41	4,36	4,32	4,01	4,75
II	A	4,13	4,11	3,91	4,52	4,43
	B	3,41	3,64	3,32	3,51	3,75
	C	4,51	4,02	4,18	4,48	4,27
	D	4,08	4,90	4,40	4,60	4,15
	E	4,31	4,05	4,05	4,44	4,03
III	A	3,79	4,17	4,47	4,35	4,52
	B	4,63	4,09	4,40	4,13	4,48
	C	4,33	4,21	4,33	4,68	4,54
	D	4,40	4,21	4,38	4,42	4,60
	E	4,13	4,61	3,91	4,52	4,43
IV	A	4,62	4,32	4,18	4,48	4,27
	B	4,08	4,51	4,51	4,18	4,15
	C	4,22	4,17	3,97	4,35	4,32
	D	4,70	4,44	4,18	4,48	4,27
	E	4,21	4,31	4,32	4,48	4,82

Percobaan di atas menggunakan rancangan faktorial yang terdiri atas dua faktor, dalam hal ini faktor pertama adalah kelompok umur yang terdiri atas empat taraf dan faktor kedua adalah jenis pekerjaan yang terdiri atas lima taraf.

Model statistika percobaan di atas adalah :

$$y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

dengan : $i = 1, 2, \dots, 5$

$$j = 1, 2, \dots, 4$$

$$k = 1, 2, \dots, 5$$

sedangkan :

y_{ijk} = nilai pengamatan (respons) pada kelompok ke- i yang memperoleh perlakuan taraf ke- j faktor kelompok umur dan faktor ke- k jenis pekerjaan

μ = rata-rata umum

ρ_i = pengaruh kelompok ke- i

α_j = pengaruh perlakuan taraf ke- j faktor kelompok umur

β_k = pengaruh perlakuan taraf ke- k faktor jenis pekerjaan

$(\alpha\beta)_{jk}$ = pengaruh interaksi antara taraf ke- j faktor kelompok umur dan taraf ke- k faktor jenis pekerjaan

ε_{ijk} = galat percobaan

Dari data di atas selanjutnya dilakukan perhitungan analisis variansi dengan proses perhitungan sebagaimana pada kasus 1. Hasil perhitungan disajikan dalam tabel 14.

Tabel 14. Analisis Variansi

Sumber Variasi	db	JK	KT	F _o
Kelompok	4	0,5858	0,1464	1,77
Perlakuan	19	4,6151	0,2429	2,93
Kelompok Umur	3	1,1829	0,3943	4,76
Jenis Pekerjaan	4	0,2365	0,0591	0,71
Interaksi	12	3,1957	0,2663	3,21
Galat	76	6,2982	0,0829	
Total	99	11,4991		

Untuk menentukan tingkat keandalan model percobaan yang digunakan adalah dengan menghitung koefisien determinasi (R^2) model, yaitu :

$$R_{model}^2 = \frac{JK(Kelompok) + JK(Perlakuan)}{JK(Total)}$$

$$= \frac{5,2009}{11,4991}$$

$$= 45,23\%$$

Dengan nilai R^2 model itu, variasi respons yang dapat diterangkan model sebesar 45,23% dan sisanya merupakan sumbangan variasi karena faktor acak.

Dari data awal yang telah dianalisis terdapat sebuah data menyimpang yaitu data pada kelompok ke-5 dengan kombinasi perlakuan IB. Hasil pemeriksaan sisa menunjukkan bahwa data tersebut memiliki nilai sisa terbaku cukup besar, yaitu

$(5,92 - 4,698) / \sqrt{0,0829} = 4,06$. Berdasarkan nilai sisa terbakunya maka data tersebut dapat dikategorikan sebagai pencilan.

Koefisien keragaman (variasi) respons yang diperoleh adalah :

$$KK = \frac{\sqrt{KT(galat)}}{\bar{y}_i} \times 100\% = \frac{\sqrt{0,0829}}{4,3092} \times 100\% = 6,68\%$$

Lampiran dari tulisan ini menyajikan plot-plot sisa untuk keperluan pemeriksaan asumsi-asumsi analisis variansi melalui pemeriksaan sisa. Plot kenormalan (gambar 7a) menunjukkan bahwa sisa dianggap menyebar normal meskipun terdapat sebuah data yang jauh dari nilai rata-ratanya yang menyebabkan bentuk sebaran agak menjulur ke kanan.

Asumsi kebebasan galat tidak dapat diterima dengan melihat plot sisa terbaku terhadap respons (gambar 8a). Dari plot tersebut terlihat suatu pola yang mengindikasikan adanya korelasi positif, sehingga dapat dicurigai adanya pelanggaran terhadap asumsi kebebasan galat.

Plot sisa terbaku dengan respons duga sebagaimana terlihat pada gambar 9a menunjukkan bahwa asumsi kesamaan variansi relatif terpenuhi dengan tidak adanya plot tertentu. Plot sisa terbaku terhadap faktor-faktor perlakuan (kelompok umur dan jenis pekerjaan) seperti terlihat pada gambar 10a dan gambar 11a juga mendukung kesimpulan tentang terpenuhinya asumsi kesamaan variansi.

Asumsi keaditifan antara perlakuan dan lingkungan relatif terpenuhi dengan kondisi $F(\text{non aditif}) = 0,002$. Terpenuhinya asumsi tersebut juga ditunjukkan oleh plot respons dengan respons duga (gambar 12a) yang berpola linear.

Uji F pada hasil analisis variansi menggunakan data awal menghasilkan nilai F-hitung untuk perlakuan jenis pekerjaan bernilai kurang dari 1 ($F_0 = 0,71$) yang berarti bahwa penduga variansi bagi $\sum_{i=1}^k \beta_i^2$ bernilai negatif yaitu :

$$\frac{KT(\text{Jenis pekerjaan}) - KT(\text{Galat})}{ra/(b-1)} = \frac{0,0591 - 0,0829}{(4)(5)/(4)} = -0,0048.$$

Dengan adanya nilai dugaan komponen variansi yang negatif tersebut diperlukan upaya perbaikan terhadap analisis variansi. Upaya perbaikan ditempuh melalui penyisihan data dengan pertimbangan adanya pencilan yang teridentifikasi dalam analisis sebelumnya. Pencilan yang disisihkan tersebut kemudian diganti dengan penduganya melalui metode kuadrat terkecil, sebagaimana pada kasus 1. Dengan metode tersebut diperoleh penduga bagi data pencilan (5,92) sebesar 4,49.

Setelah dilakukan penyisihan data serta mengganti data tersebut dengan penduganya, maka kembali dilakukan perhitungan analisis variansi dengan proses perhitungan sebagaimana pada kasus 1. Hasil perhitungan analisis variansi setelah penyisihan data pencilan disajikan dalam tabel 15.

Tabel 15. Analisis Variansi setelah Penyisihan Data

Sumber Variasi	db	JK	KT	F ₀
Kelompok	4	0,2735	0,6684	1,08
Perlakuan	19	3,8917	0,2048	3,23
Kelompok Umur	3	0,9322	0,3111	4,91
Jenis Pekerjaan	4	0,5906	0,1476	2,33
Interaksi	12	2,3679	0,1973	3,12
Galat	75	4,7515	0,0633	
Total	98	8,9167		

Dari hasil analisis variansi setelah pencilan disisipkan maka diperoleh F_0 untuk semua komponen model bernilai lebih dari 1 termasuk untuk menguji variasi karena pengaruh jenis pekerjaan ($F_0 = 2,33$).

Nilai koefisien determinasi model setelah penyisihan data sebesar :

$$\begin{aligned} R_{model}^2 &= \frac{JK(Kelompok) + JK(Perlakuan)}{JK(Total)} \\ &= \frac{4,1652}{8,9167} \\ &= 46,71\% \end{aligned}$$

Nilai R_{model}^2 menunjukkan bahwa variasi respons yang dapat diterangkan model hanya sebesar 46,71% dan sisanya tetap merupakan sumbangan variasi karena pengaruh faktor acak. Meskipun demikian nilai itu lebih besar dari nilai koefisien determinasi model data awal.

Koefisien keragaman (variasi) respons yang diperoleh setelah penyisihan data adalah :

$$KK = \frac{\sqrt{KT(galat)}}{\bar{y}_...} \times 100\% = \frac{\sqrt{0,0633}}{4,2949} \times 100\% = 5,86\%$$

Dengan demikian telah terjadi penurunan koefisien variasi respons setelah penyisihan data yang menunjukkan bahwa variasi data juga semakin kecil.

Lampiran dari tulisan ini menyajikan plot-plot sisa untuk keperluan pemeriksaan terhadap asumsi-asumsi analisis variansi melalui pemeriksaan sisa setelah sebuah data yang merupakan pencilan disisihkan. Plot kenormalan (gambar

7b) menunjukkan bahwa asumsi kenormalan tetap terpenuhi setelah penyisihan data.

Dari plot sisa terbaku terhadap respons (gambar 8b) menunjukkan bahwa asumsi kebebasan galat masih belum terpenuhi, tapi lebih baik dari kondisi awal. Plot tersebut masih memperlihatkan suatu pola tertentu yang mengindikasikan adanya korelasi antar galat.

Asumsi kesamaan (kehomogenan) variansi relatif terpenuhi setelah penyisihan data dengan melihat plot sisa terbaku terhadap respons duga (gambar 9b). Demikian pula plot sisa terbaku terhadap faktor-faktor perlakuan (kelompok umur dan jenis pekerjaan) seperti terlihat pada gambar 10b dan gambar 11b, juga mendukung kesimpulan tentang terpenuhinya asumsi tersebut.

Asumsi keaditifan antara perlakuan dan lingkungan juga tetap terpenuhi setelah penyisihan data dengan kondisi $F(\text{non aditif}) = 0,0044$. Plot respons dengan respons duga (gambar 12b) juga tetap menunjukkan suatu pola linear yang mendukung terpenuhinya asumsi tersebut.

BAB IV

KESIMPULAN

1. Adanya nilai F-hitung (F_o) < 1 pada analisis variansi dapat digunakan sebagai petunjuk adanya penduga komponen variansi bernilai negatif. Padahal nilai minimum sembarang variansi ialah nol. Hal ini menunjukkan bahwa telah terjadi kekeliruan model percobaan yaitu terdapat asumsi-asumsi analisis variansi yang tidak terpenuhi.
2. Dari kasus yang dipelajari, usaha perbaikan terhadap analisis variansi yang menghasilkan dugaan komponen variansi bernilai negatif pada data panjang daun tanaman tebu (cm) maupun data ukuran beban kerja orang dewasa dalam tulisan ini menunjukkan bahwa perbaikan model dengan memeriksa dan memperbaiki asumsi-asumsi analisis variansi dengan menyisihkan data yang cacat, ternyata dapat memberikan perbaikan yang memadai, yaitu mengatasi masalah $F_o < 1$, mampu meningkatkan koefisien determinasi model pengumpulan data dan memperkecil koefisien keragaman (variasi) respons, serta asumsi-asumsi hasil analisis variansi relatif terpenuhi sehingga hasil analisis dapat dianggap sah.



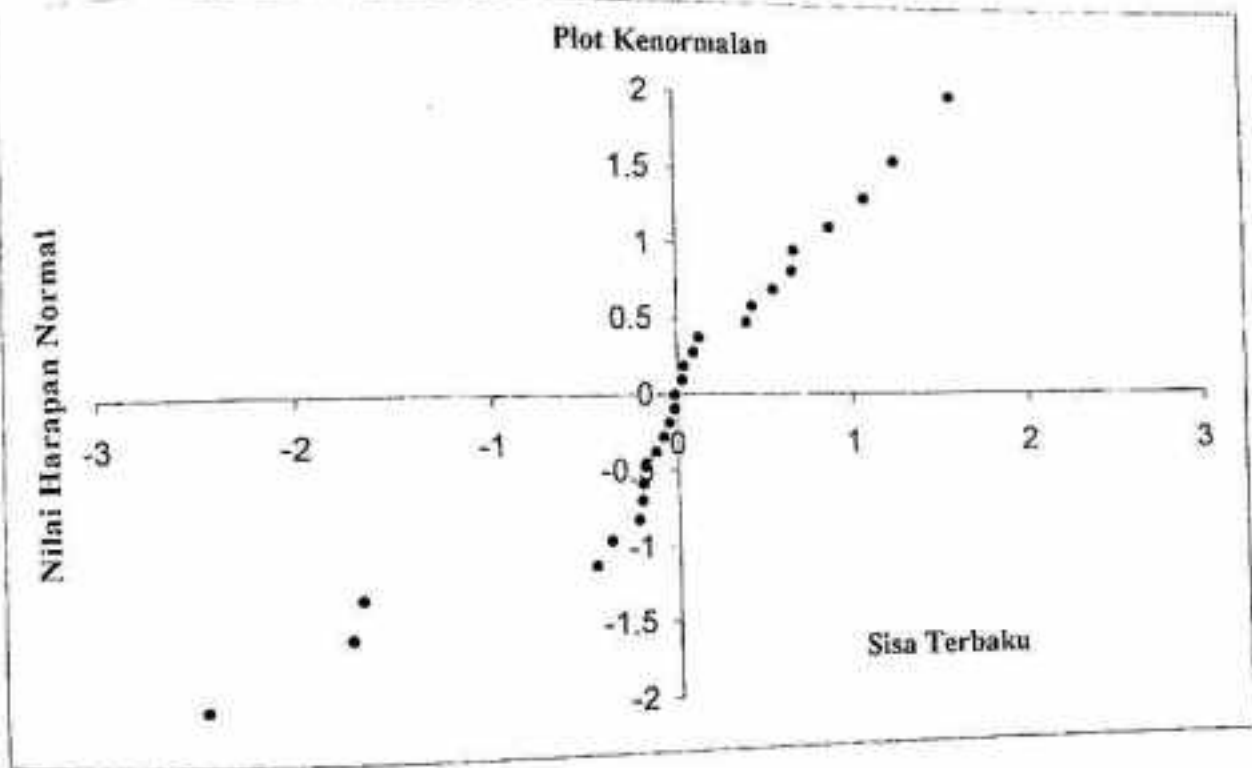
DAFTAR PUSTAKA

- Eisenhart, C. 1947. The assumptions underlying the analysis of variance. *Biometrics* 3: 1 - 21.
- Gaspersz, V. 1994. *Metode Perancangan Percobaan*. Armico. Bandung.
- Montgomery, D.C. 1991. *Design and Analysis of Experiments*. Third Edition. John Wiley and Sons. Singapore.
- Steel, R.G.D. dan J.H.Torrie. 1989. *Prinsip dan Prosedur Statistika*. Edisi ke-2. PT. Gramedia. Jakarta.
- Walpole, R.E. dan R.H. Myers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* (terjemahan R.K. Sembiring). Penerbit ITB. Bandung.
- Yitnosumarto, S. 1991. *Percobaan, Perancangan, Analisis dan Interpretasinya*. PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

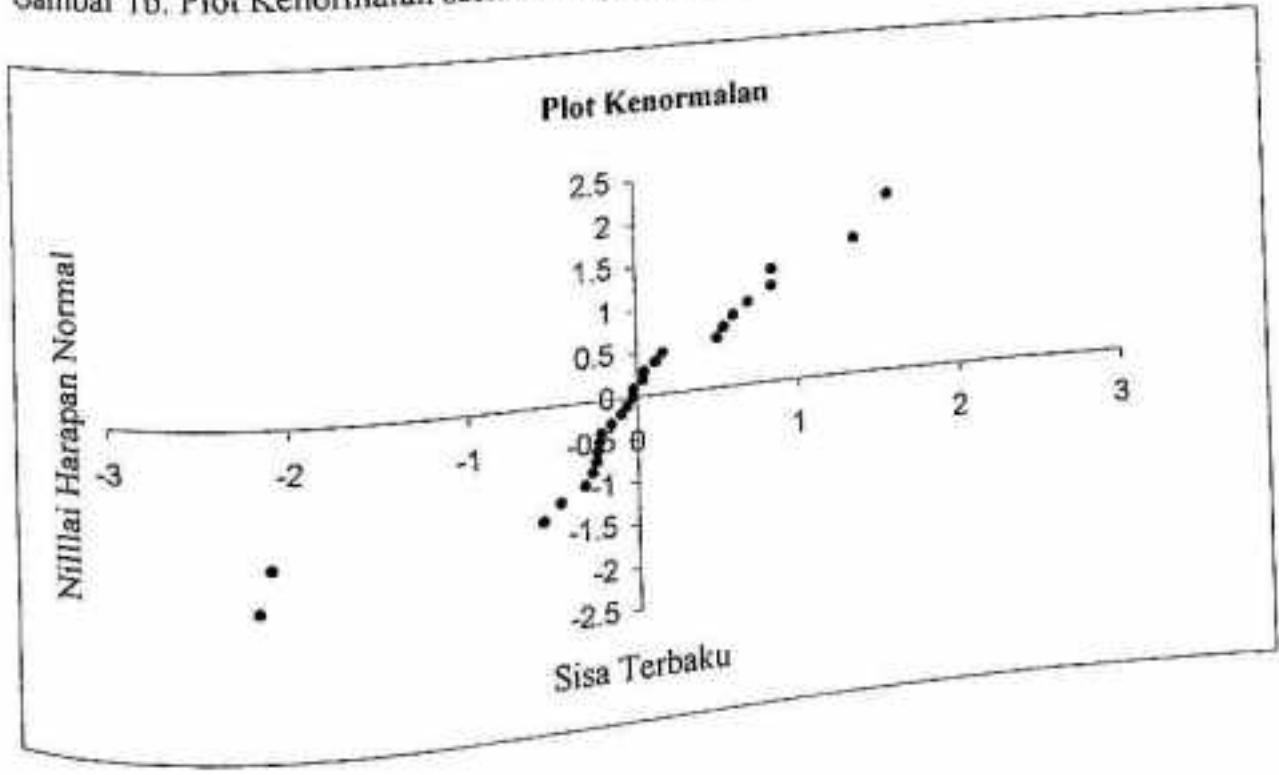
LAMPIRAN

LAMPIRAN I

Gambar 1a. Plot Kenormalan Model Pengumpulan Data

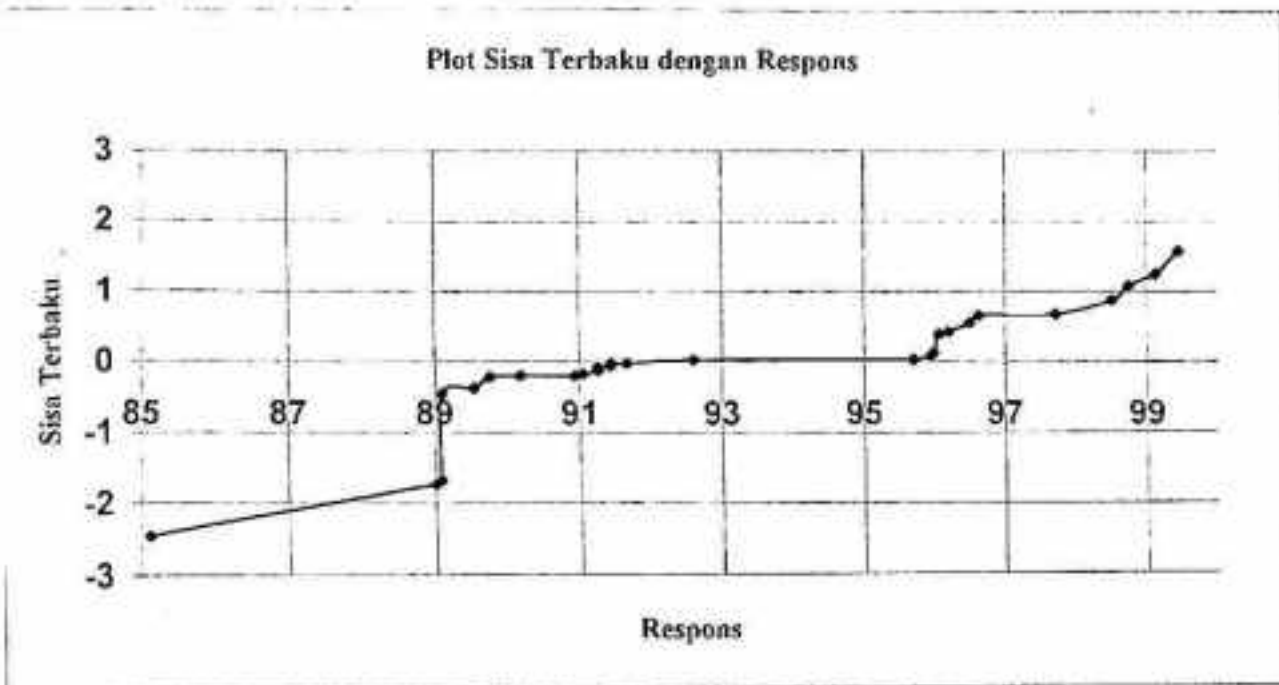


Gambar 1b. Plot Kenormalan setelah Penyisihan Data Cacat

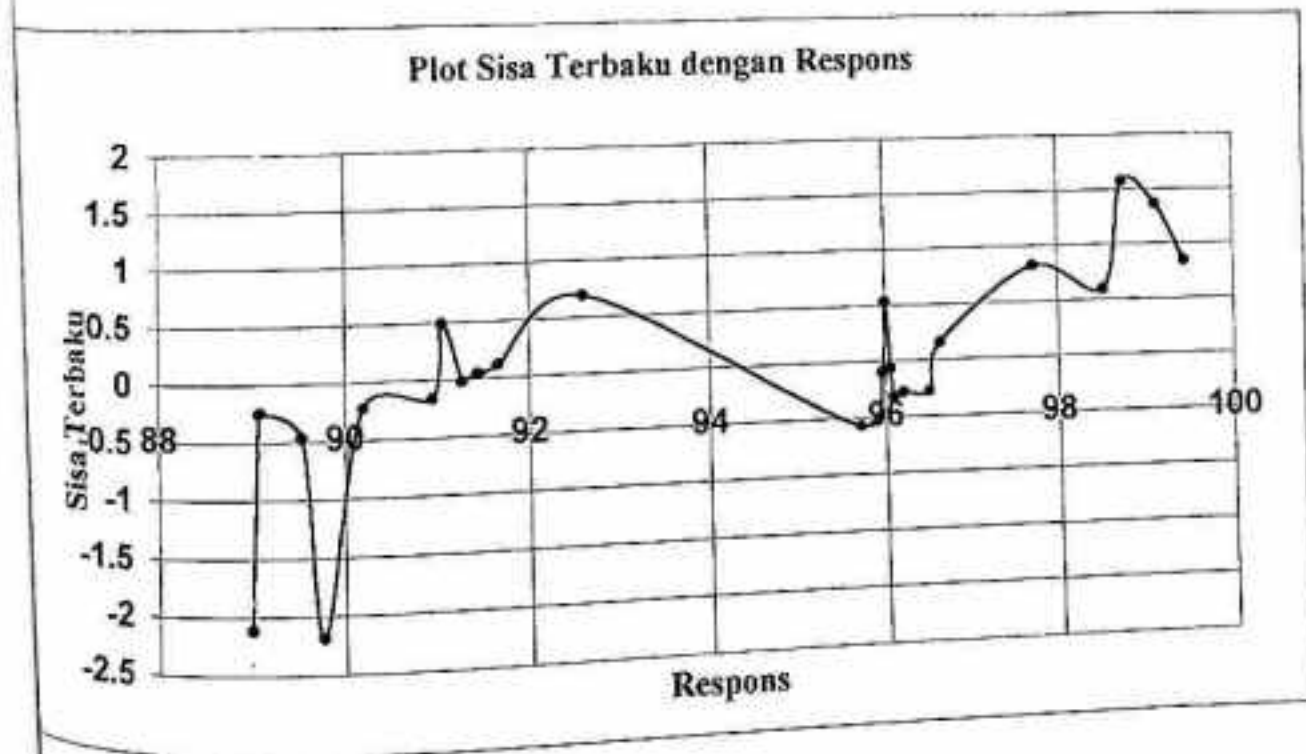


LAMPIRAN 2

ambar 2a. Plot Sisa Terbaku dengan Respons

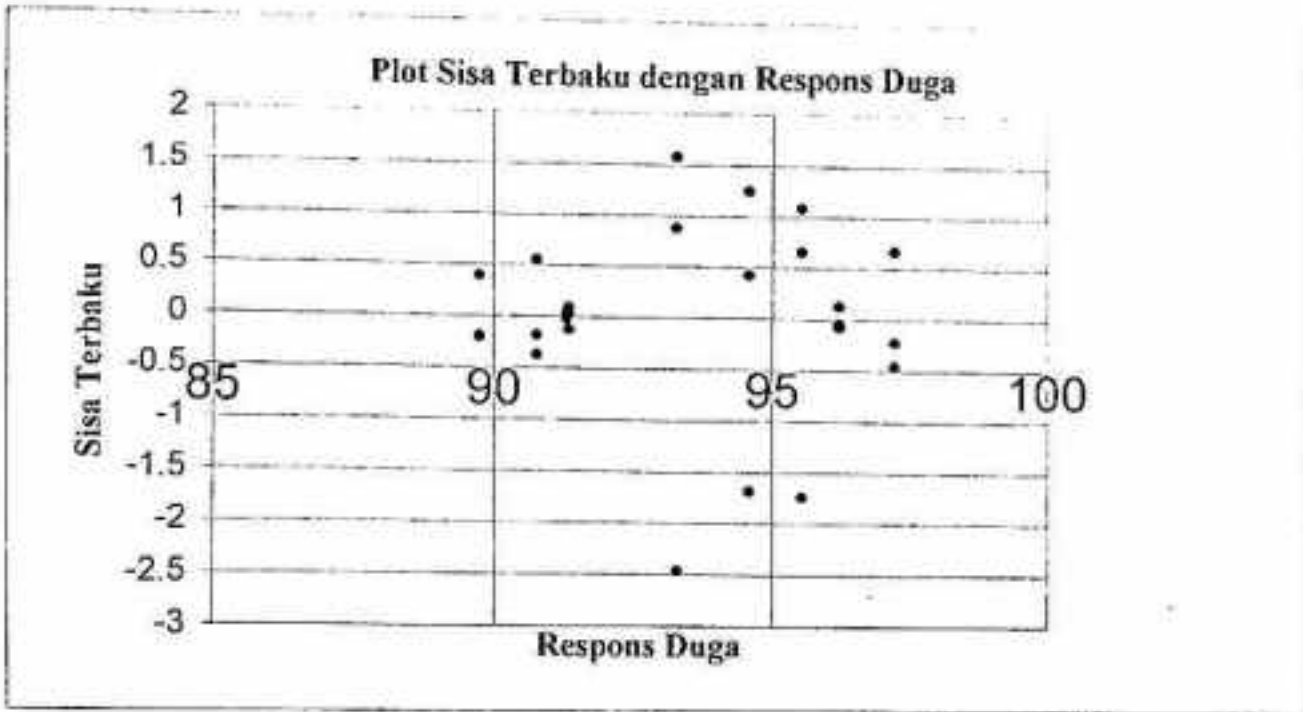


ambar 2b. Plot Sisa Terbaku dengan Respons setelah Penyisihan Data Cacat

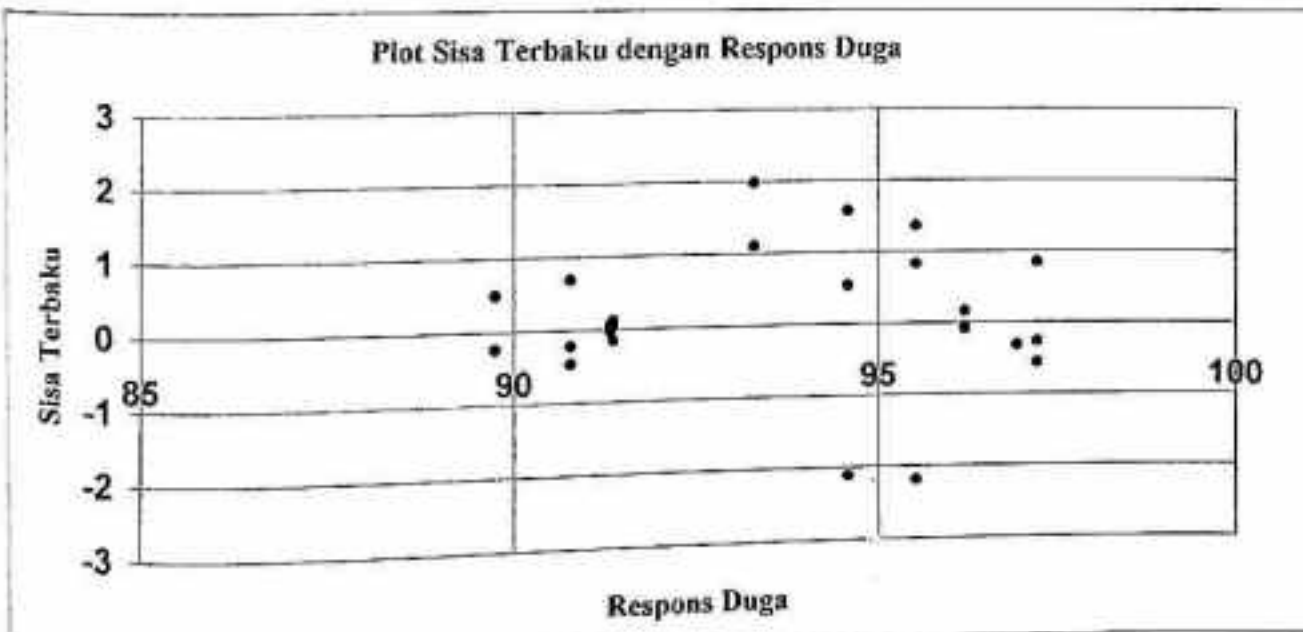


LAMPIRAN 3

Gambar 3a. Plot Sisa Terbaku dengan Respons Duga

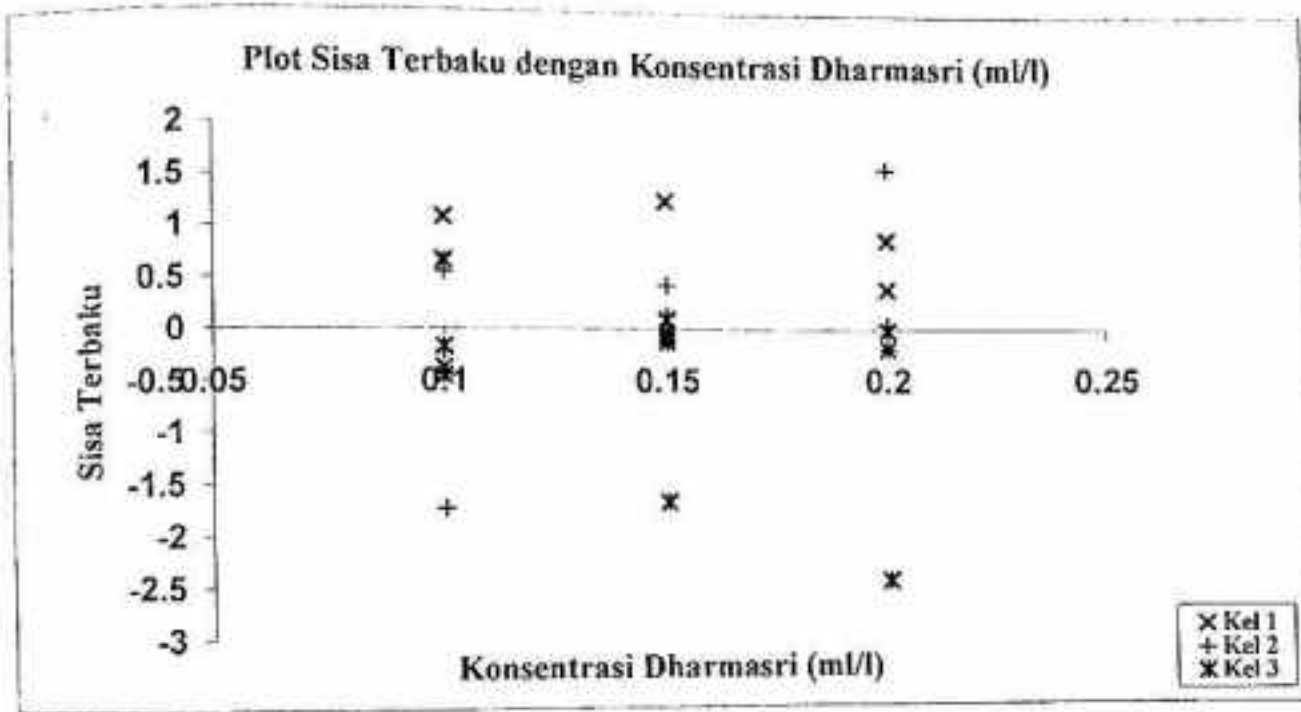


Gambar 3a. Plot Sisa Terbaku dengan Respons Duga setelah Penyisihan Data Cacat

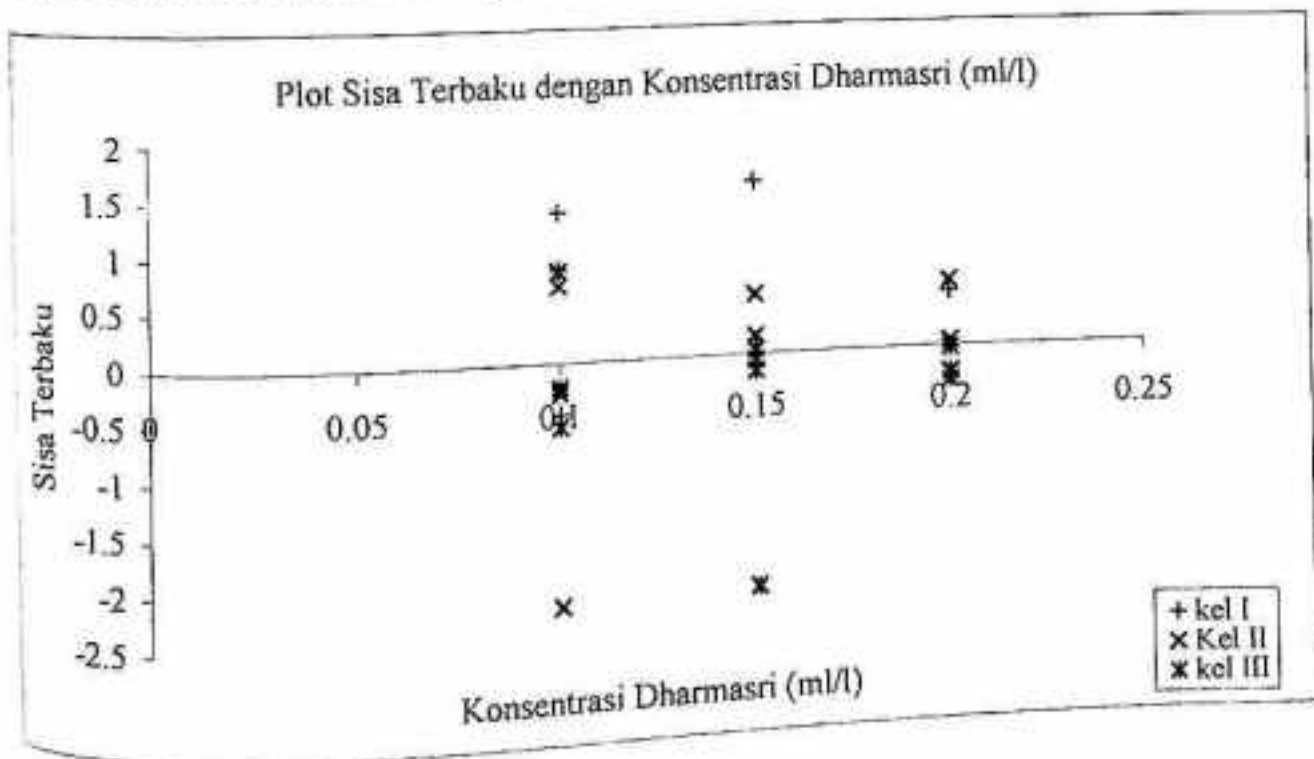


LAMPIRAN 5

Gambar 5a. Plot Sisa Terbaku dengan Konsentrasi Dharmsari

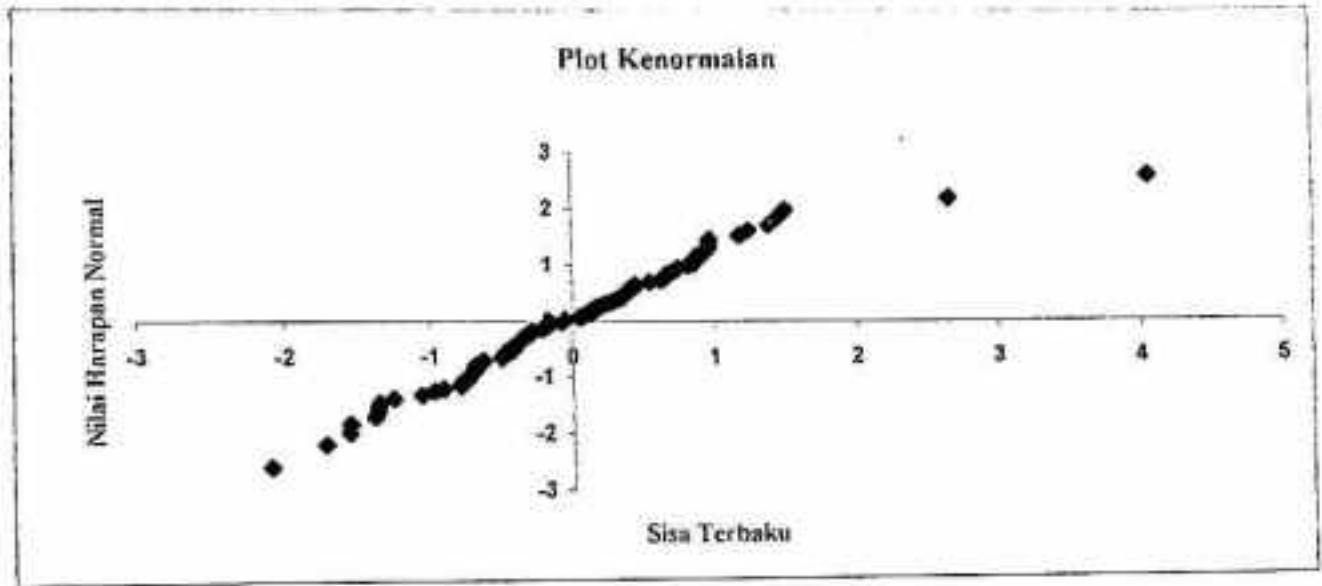


Gambar 5b. Plot Sisa Terbaku dengan Konsentrasi Dharmsari setelah Penyisihan Data Cacat

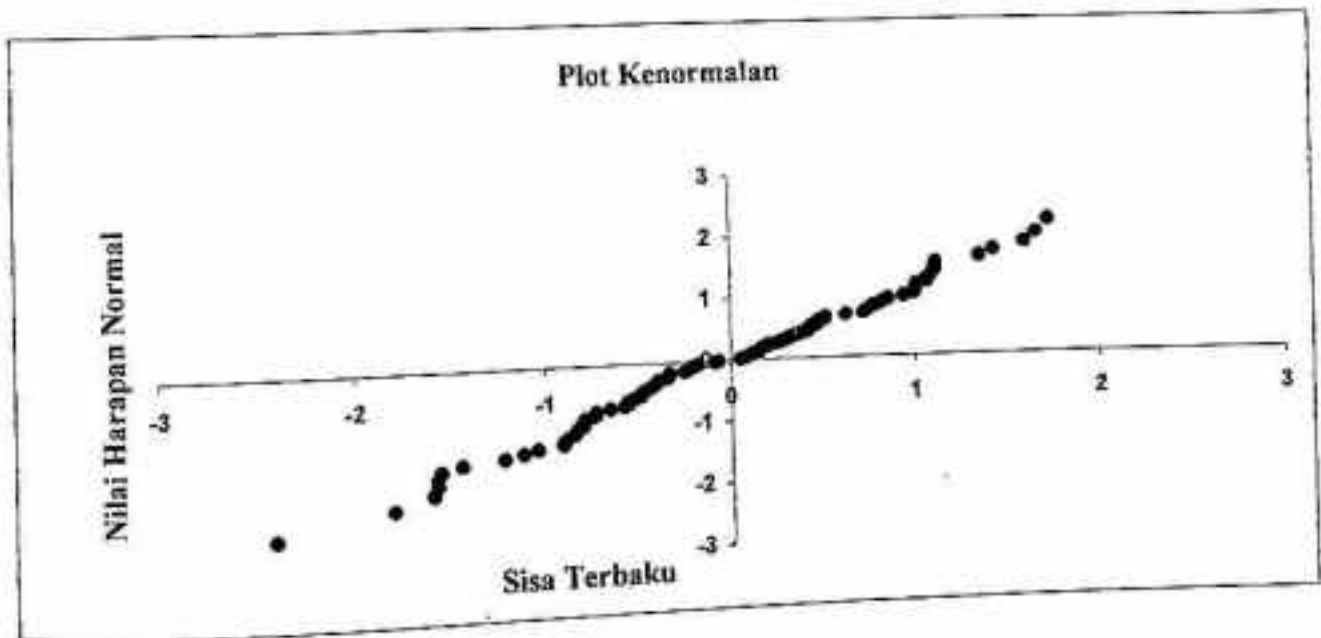


LAMPIRAN 7

Gambar 7a. Plot Kenormalan

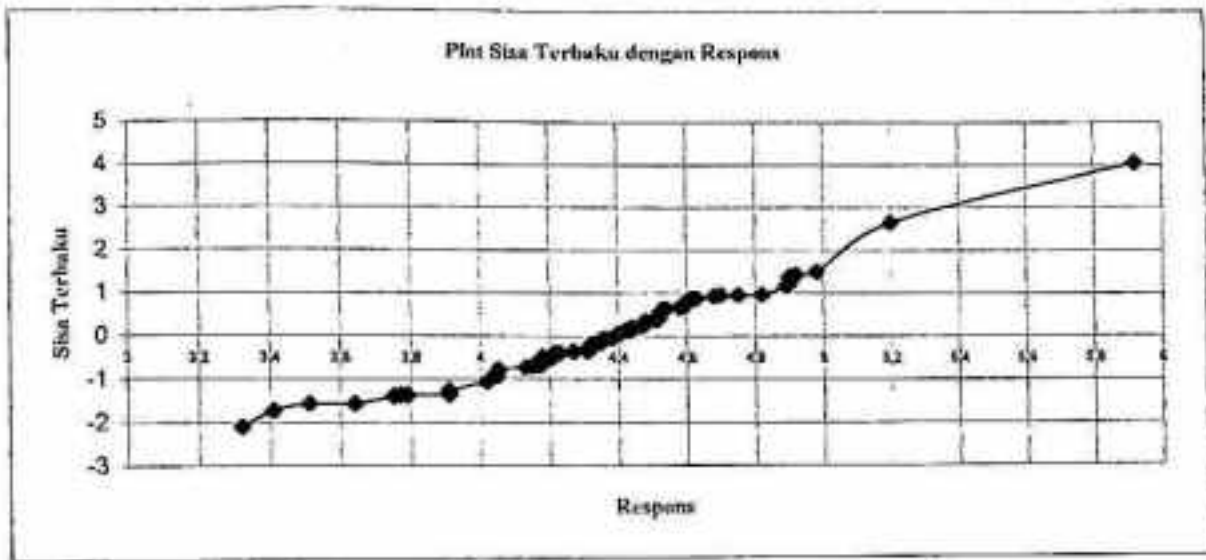


Gambar 7b. Plot Kenormalan setelah Penyisihan Data



LAMPIRAN 8

Gambar 8a. Plot Sisa Terbaku dengan Respons

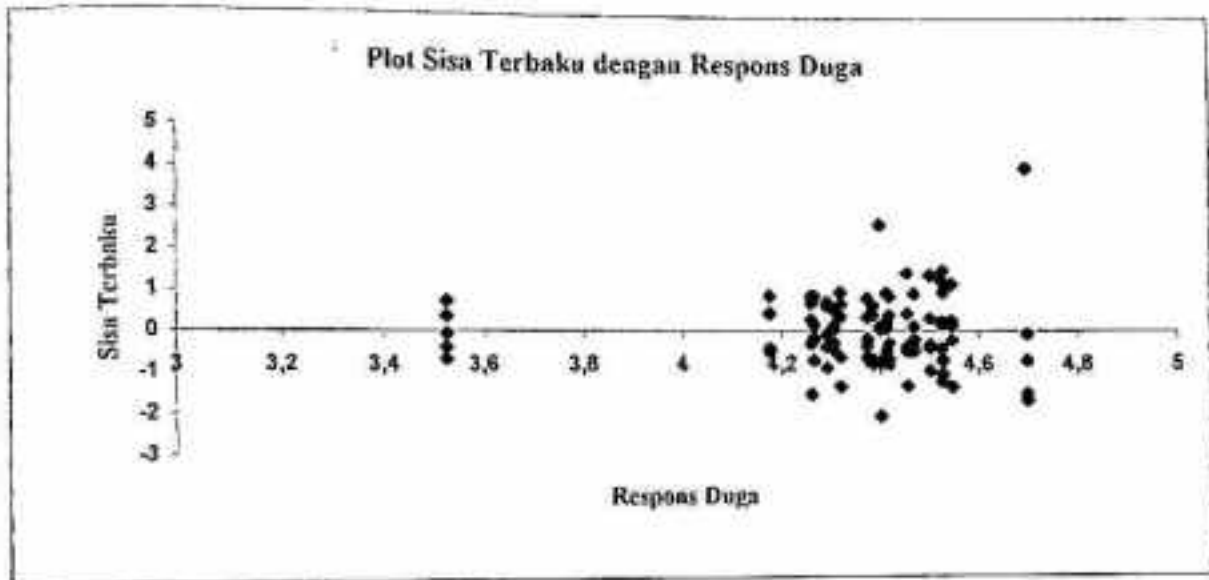


Gambar 8b. Plot Sisa Terbaku dengan Respons setelah Penyisihan Data

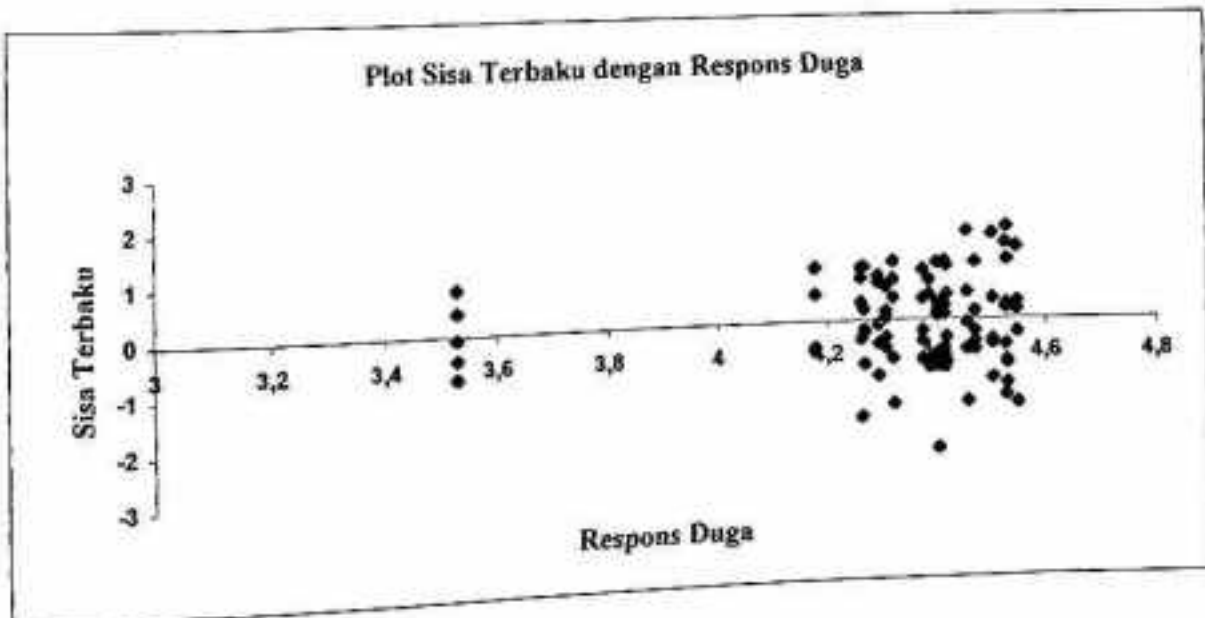


LAMPIRAN 9

Gambar 9a. Plot Sisa Terbaku dengan Respons Duga

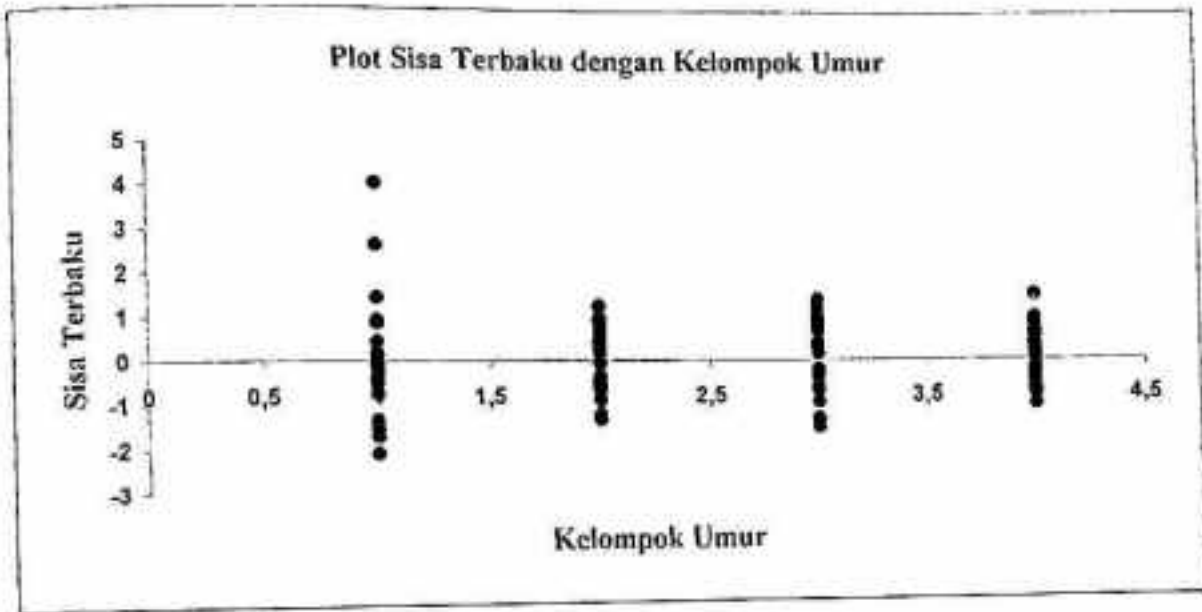


Gambar 9b. Plot Sisa Terbaku dengan Respons Duga setelah Penyisihan Data

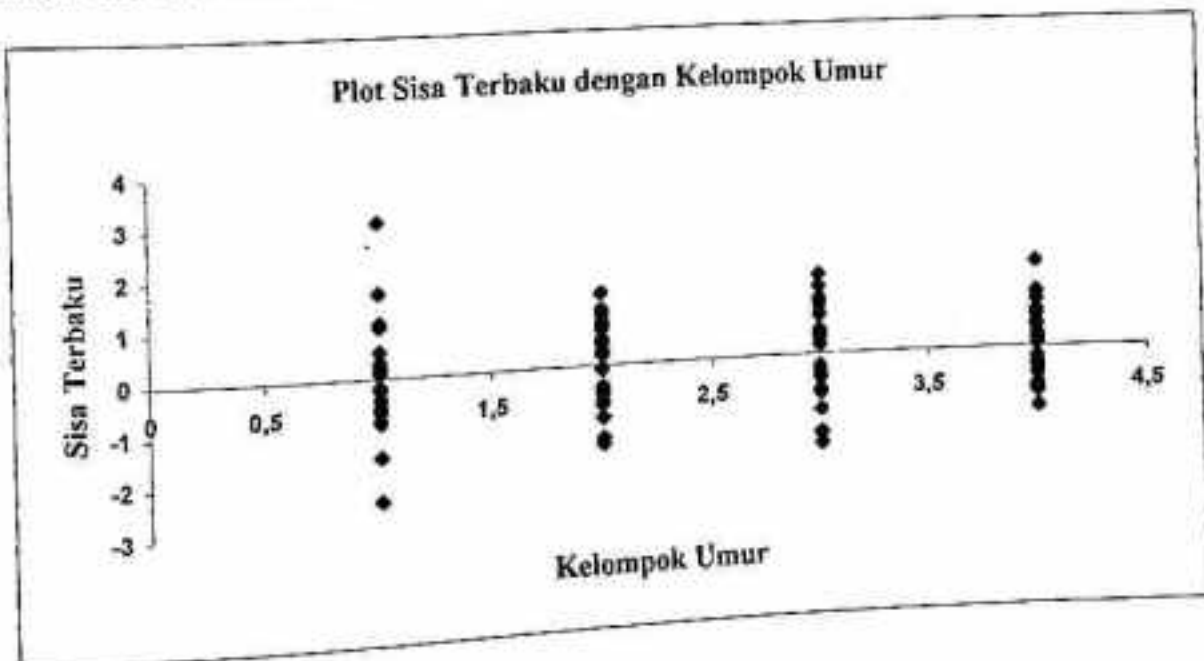


LAMPIRAN 10

Gambar 10a. Plot Sisa Terbaku dengan Kelompok Umur

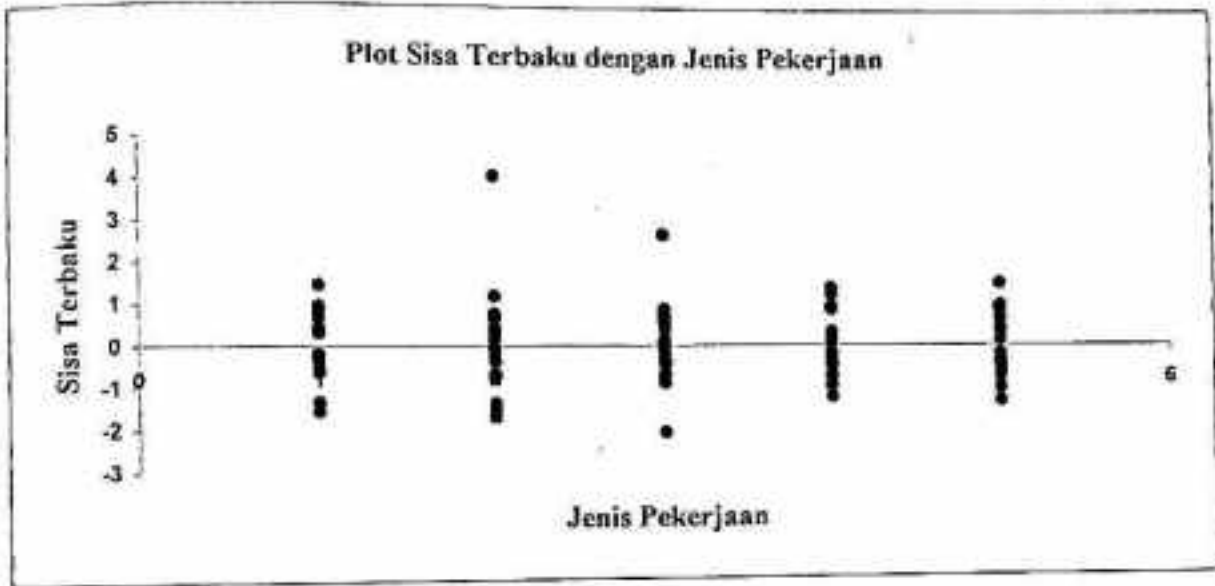


Gambar 10b. Plot Sisa Terbaku dengan Kelompok Umur setelah Penyisihan Data

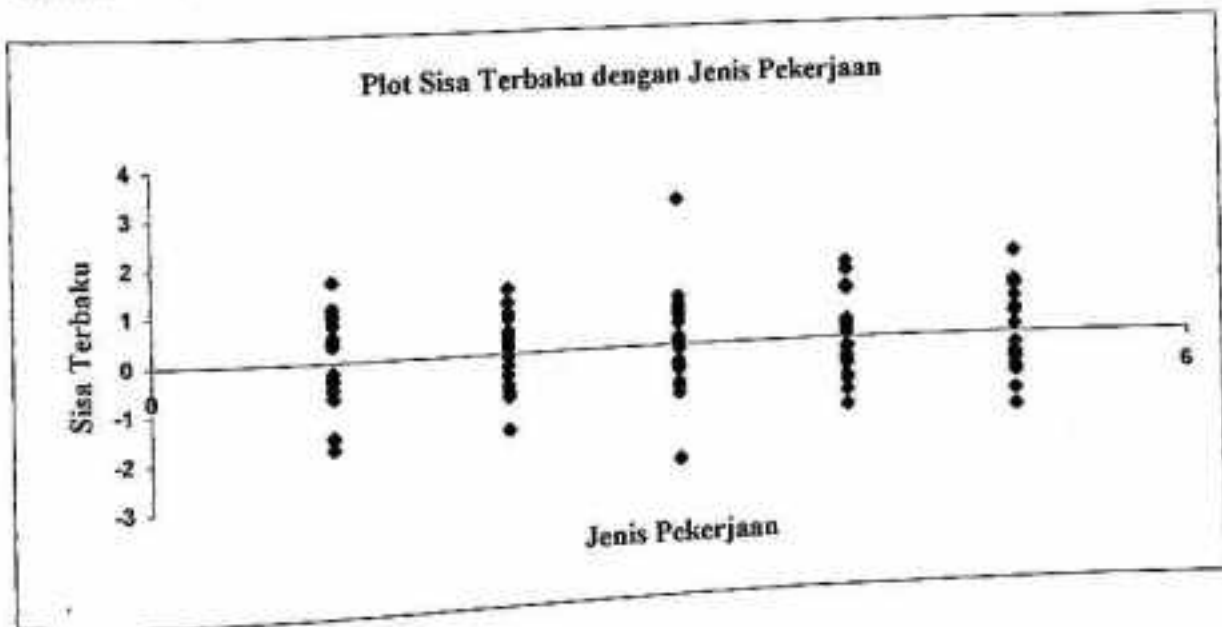


LAMPIRAN 11

Gambar 11a. Plot Sisa Terbaku dengan Jenis Pekerjaan

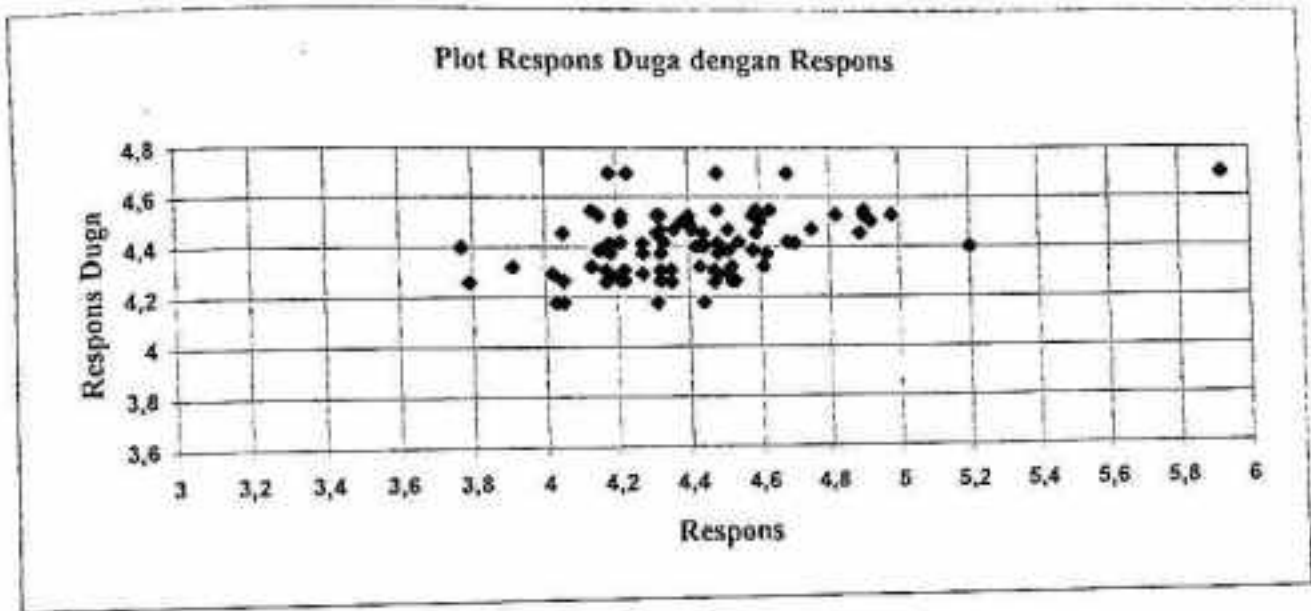


Gambar 11b. Plot Sisa Terbaku dengan Jenis Pekerjaan setelah Penyisihan Data



LAMPIRAN 12

Gambar 12a. Plot Respons dengan Respons Duga



Gambar 12b. Plot Respons dengan Respons Duga setelah Penyisihan Data

