SKRIPSI

DIMENSI PARTISI GRAF KINCIR ANGIN BELANDA

Disusun dan diajukan oleh

RIDHO REZKI MAUDI SYARIFUDDIN

H11114511

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2021

DIMENSI PARTISI GRAF KINCIR ANGIN BELANDA

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

RIDHO REZKI MAUDI SYARIFUDDIN

H11114511

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2021

LEMBAR PERNYATAAN KEOTENTIKAN

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Ridho Rezki Maudi Syarifuddin

NIM : H11114511

Program Studi : Matematika

Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

DIMENSI PARTISI GRAF KINCIR ANGIN BELANDA

Adalah benar hasil karya saya sendiri bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain dan bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini merupakan hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 05 Agustus 2021

Yang Menyatakan

Ridho Rezki Maudi Syarifuddin

DIMENSI PARTISI GRAF KINCIR ANGIN BELANDA

Disetujui oleh :

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Prof. Dr. Hasmawati, M.Si	**Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc**
NIP. 19760102 20021 1 0012	**NIP. 19680803 199202 1 001**

Ketua Departemen

Prof. Dr. Nurdin, S.Si, M.Si.

NIP. 19700807 200003 1 002

Pada Tanggal : 05 Agustus 2021

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

DIMENSI PARTISI GRAF KINCIR ANGIN BELANDA

Disusun dan diajukan oleh :

RIDHO REZKI MAUDI SYARIFUDDIN

H11114511

Telah dipertahankan dihadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Sarjana pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Pada tanggal 05 Agustus 2021

dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui

Pembimbing Utama	Pembimbing Pertama
Prof. Dr. Hasmawati, M.Si	**Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc**
NIP. 19760102 20021 1 0012	**NIP. 19680803 199202 1 001**

Ketua Departemen

Prof. Dr. Nurdin, S.Si, M.Si.

NIP. 19700807 200003 1 002

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Segala puji bagi Allah Azza Wa Jalla Rabb semesta alam yang ditangan-Nya tergenggam nyawa seluruh makhluk semesta alam, yang Maha kekal sebelum sesuatunya ada, dan akan tetap kekal setelah segala sesuatunya tiada. Shalawat serta salam semoga selalu dilimpahkan kepada Nabi Muhammad ﷺ dan kepada para keluarga serta Sahabat beliau. Alhamdulillah Wasyukurillah, berkat pertolongan Allah akhirnya skripsi dengan judul **“ Dimensi Partisi Graf Kincir Angin Belanda "** yang disusun sebagai salah satu syarat akademik untuk meraih gelar sarjana matematika pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin ini dapat dirampungkan. Penulis berharap skiripsi ini dapat memberikan tambahan pengetahuan baru bagi para pembelajar dalam program studi Matematika.

Penulis menyadari bahwa penyelesaian tugas akhir ini masih terdapat kekurangan dalam penyelesaian dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada kedua orang tua penulis, Ayahanda **Syarifuddin** dan Ibunda **Sjahidah** yang telah mendidik dengan penuh kesabaran, terimakasih telah mencurahkan kasih sayang yang tak pernah putus, kesungguhan dalam memberikan dukungan moril serta tak kenal lelah dalam memanjatkan doa serta memberikan nasihat dan motivasi kepada penulis selama menjalani proses pendidikan. Untuk adik-adik penulis **Fikri Sulfikar Syarifuddin** dan **Annisa Nurul Hasanah Syarifuddin** serta keluarga yang senantiasa memberikan dukungan dan doa, terima kasih atas segala perhatian yang telah kalian berikan kepada penulis. Tugas akhir ini hanya setitik kebahagiaan kecil yang bisa penulis persembahkan kepada kalian.

Penghargaan yang tulus dan ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada :

1. Ibu **Prof. Dr. Dwia Aries Tina Palubuhu, MA,** selaku Rektor Universitas Hasanuddin berserta seluruh jajarannya.
2. Bapak **Dr. Eng. Amiruddin,** selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. Bapak **Prof. Dr. Nurdin, S.Si., M.Si,** selaku Ketua Departemen Matematika dan segenap dosen pengajar dan staf Departemen Matematika yang telah membekali ilmu dan kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika.
4. Ibu **Prof, Dr., Hasmawati, M.Si,** selaku selaku dosen pembimbing utama atas nasehat, dukungan, doa dan dengan setulus hati telah meluangkan waktunya ditengah berbagai kesibukan dan prioritasnya untuk membimbing penulis menyelesaikan tugas akhir ini.
5. Bapak **Prof. Dr. Amir Kamal Amir, M.Sc,** selaku dosen pembimbing pertama sekaligus penasehat akademik atas segala bimbingan, masukan bantuan, nasehat serta motivasi yang diberikan kepada penulis dalam membimbing penulis menyelesaikan tugas akhir ini.
6. Bapak **Prof. Dr. Nurdin, S.Si, M.Si**.selaku ketua penguji dan Ibu . **Dra. Nur Erawati, M.Si**. selaku sekretaris penguji atas kesediaannya untuk memberikan saran dan arahan kepada penulis dalam penyususunan skripsi ini.
7. **Dosen pengajar Departemen Matematika** yang telah membekali ilmu kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Departemen Matematika. Serta Staf Departemen Matematika yang telah membantu banyak dalam perkuliahan.
8. Saudara tak sedarah **TRANSPOSE 2014,** terkhusus ketua angkatan **Fandy Heribet,** saudara-saudara terkhusus **Arfyan Saputra, Setiawan Ahmad, Munawir Djamaluddin, Eko Prabowo, Hedi Kuswanto, Muh. Sarwan, Syahrul** serta seluruh saudara – saudari tanpa terkecuali Transpose 2014 terkhusus **Nurfahmi Afdhaly, Muslimah, A. Navira Indiyani Tamar, Nurul Rizky Aprilia , Zulfiarti,** terima kasih telah menjadi rumah ke dua bagi penulis.

9. Seluruh **Anggota Himatika FMIPA Unhas,** kanda POLINOM 2011, REKURENSI 2012, BINOMIAL 2013, adinda SIMETRIS 2015, ALGORITMA 2016, DISKRIT 2017, INTEGRAL 2018, POLIGON 2019 dan HORIZONTAL 2020. Terima kasih telah menjadi keluarga dan memberikan kenangan yang tidak akan penulis lupakan.
10. Saudara – saudari **MIPA 2014** tanpa terkecuali semoga selalu tetap pada slogan “Kita Semua Sama”.
11. Seluruh teman-teman KKN Pinrang Unhas Gel.96, terkhusus kepada teman **Posko Desa Buttu Sawe**, terima kasih atas waktu singkat dan pengalaman yang bermakna.
12. Saudari-saudari terkhusus **Sri Wahyuni, Rahayu, dan Tita Sulistyaningsih**.
13. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu, atas segala bentuk kontribusi, partisipasi, serta motivasi yang diberikan kepada penulis selama ini. Semoga apa yang telah diberikan akan dilipatgandakan oleh Allah Subhanahu Wa Ta’ala. Aamiin.

Makassar, 05 Agustus 2021

Ridho Rezki Maudi Syarifuddin

PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	: Ridho Rezki Maudi Syarifuddin
NIM	: H11114511
Program Studi	: Matematika
Departemen	: Matematika
Fakulstas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya	: Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Prediktor Royalti Noneksklusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right*)** atas tugas akhir saya yang berjudul :

Dimensi Partisi Graf Kincir Angin Belanda

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal diatas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (database), merawat, dan mempublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada 05 Agustus 2021

Yang menyatakan

(Ridho Rezki Maudi Syarifuddin)

ABSTRAK

Misalkan terdapat sebuah graf terhubung G dan k buah partisi $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ dari $V(G)$ dan $\in V(G)$. Koordinat v terhadap Π didefinisikan sebagai $r(v \mid \Pi) = min\{(d\ (v_i, S_1)\ , (d\ (v_i, S_2), \dots, (d\ (v_i, S_k)\}$. Jika untuk setiap dua titik berbeda $u, v \epsilon V(G)$ berlaku $r(u|\Pi) \neq r(v|\Pi)$, maka Π disebut $k - partisi$ pembeda dari (G) . Nilai minimum k agar terdapat $k - partisi$ pembeda dari $V(G)$ adalah dimensi partisi dari G atau sering dinotasikan dengan (G) . Dalam penelitian ini amalgamasi graf siklus disebut graf kincir angin Belanda dengan notasi $Amal(C_n)_m$ dan dimensi partisinya dinotasikan $pd(Amal(C_n)_m)$. Pada penelitian ini telah ditunjukkan bahwa $pd(Amal(C_n)_7 \leq 5$ untuk setiap , $n \geq 5$.

Kata kunci: Dimensi Partisi, Amalgamasi, Graf Siklus.

ABSTRACT

Let be a connected graph G and k $-$partition $\Pi = \{S_1, S_2, \ldots, S_k\}$ of $V(G)$ and $v \in V(G)$. The coordinate to Π define by $r(v|\Pi) = min\{(d\ (v_i, S_1)\ , (d\ (v_i, S_2), \ldots, (d\ (v_i, S_k)\}$. If every two vertices is distinct $u, v \epsilon V(G)$ applies $(u|\Pi) \neq r(v|\Pi)$, then Π is a called $k - resolving$ partition of $V(G)$. The minimum k for which k-resolving partition of $V(G)$ is the partition dimension G and denoted with (G) . In this paper, we investigates the partition dimension for a large Dutch windmill graph $Amal(C_n)_m$ for . In this study it has been shown that $pd(Amal(C_n)_7 \leq 5$ for each $, n \geq 5$.

Keywords: Partition Dimention, Amalgamation, Cycle Graph

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

BAB I
PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika yang masih sangat menarik untuk dibahas karena teori-teorinya masih aplikatif sampai saat ini dan dapat diterapkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mengkaji dan menganalisis model atau rumusan, teori graf dapat diperlihatkan peranan dan kegunaannya dalam memecahkan berbagai masalah. Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya (Purwanto, 1998).

Suatu graf G adalah suatu pasangan himpunan (V, E) dimana V adalah himpunan tak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut titik, E adalah himpunan dari pasangan tak terurut dari titik-titik berbeda di V yang disebut sisi. Himpunan titik di graf G ditulis $V(G)$ dan himpunan sisi di graf G dilambangkan dengan $E(G)$ (Chartrand & Lesniak, Graph and disgraph, 1986). Banyak penelitian telah dilakukan pada graf di antaranya adalah dimensi partisi pada graf. Dimensi partisi merupakan permasalahan yang menarik untuk dibahas dan banyak mendapat perhatian dari kalangan peneliti. Menurut (Syah, 2008), jika $m - vektor\ r\ (v \mid \Pi)$ untuk setiap titik v pada $V(G)$ berbeda, maka Π disebut himpunan partisi pembeda dari $V(G)$. Himpunan partisi pembeda dengan kardinalitas minimum disebut basis dari G. Banyak anggota pada basis disebut dimensi dari G dan ditulis $pd(G)$.

Terdapat beberapa hasil tentang dimensi partisi suatu graf yang telah diperoleh diantaranya dalam (Chartrand dkk., 2000) dituliskan bahwa $pd\ (G) = 2$ jika dan hanya jika G adalah graf lintasan P_n dan menunjukkan bahwa graf G mempunyai $pd\ (G) = n$ jika dan hanya jika G adalah graf lengkap K_n . Dalam penelitian (Juan, Yero, & Lemanska , 2014), disajikan batas atas dan bawah dimensi partisi untuk graf pohon. Sedangkan penelitian (Asmiati, 2012), menyajikan dimensi partisi graf amalgamasi bintang. Dimensi partisi graf amalgamasi bintang dan lintasan disajikan dalam penelitian (Asmiati, 2016), sedangkan penelitian

(Darmaji, 2011), membahas dimensi partisi untuk graf persahabatan. Dalam penelitian ini dibahas penentuan dimensi partisi untuk graf amalgamasi siklus yaitu graf kincir angin Belanda dengan $n \geq 5$ dan $7 \leq m \leq 9$.

I.2 Rumusan masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan di atas maka rumusan masalah yang diberikan dalam penulisan skripsi ini adalah:

Bagaimana menentukan dimensi partisi pada graf kincir angin Belanda.

I.3 Batasan Masalah

Agar pembahasan dalam penulisan skripsi ini tidak meluas, maka peneliti akan membahas masalah dengan batasan graf yang digunakan adalah graf kincir angin Belanda $n \geq 7$ dan $7 \leq m \leq 9$.

I.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian dalam penulisan skripsi ini adalah:

Untuk menentukan dimensi partisi pada graf kincir angin Belanda untuk $n \geq 7$ dan $7 \leq m \leq 9$.

I.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah diharapkan dapat memberikan kontribusi keilmuan dalam bidang teori graf, khususnya dimensi partisi pada graf kincir angin Belanda.

I.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pada BAB I dibahas mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini terdiri atas teori-teori yang mendukung pembahasan. Teori tersebut meliputi definisi graf, jenis graf, dimensi partisi graf, serta teori-teori lainnya yang mendukung.

BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab III membahas hasil utama dari tugas akhir yang memuat jumlah partisi pembeda pada graf kincir angin Belanda untuk $n \geq 7$ dan $7 \leq m \leq 9$.

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini memuat kesimpulan dan saran yang diperoleh pada hasil dan pembahasan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diberikan beberapa definisi dan konsep dasar himpunan, teori graf, jenis-jenis graf, serta dimensi partisi graf. Himpunan adalah kumpulan objek-objek yang keanggotaannya dapat didefinisikan dengan jelas. Partisi dari sebuah himpunan A adalah sekumpulan himpunan bagian tidak kosong $(A_1, A_2, \dots, A_n)$dari A sedemikian hingga:

(a) $A_1 \cup A_2, \dots = A$, dan

(b) Himpunan bagian A_i saling lepas, yaitu $A_i \cap A_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$

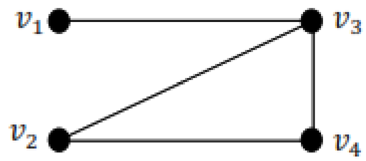
II.1 Pengertian Graf

Berikut diberikan beberapa definisi dan contoh yang berkaitan dengan konsep graf.

Definisi 2.1.1 *Graf G merupakan suatu pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan hingga dan tak kosong yang anggota-anggotanya disebut titik (vertex) dan E adalah himpunan pasangan tak terurut dari anggota-anggota V yang berbeda disebut sisi (edge).*

Himpunan titik graf G biasanya dinotasikan (G) dan banyaknya titik dari graf G yang dinotasikan $|V(G)|$ disebut *orde* dari G, sedangkan himpunan sisi graf G biasanya dinotasikan $E(G)$ dan banyaknya sisi dari graf G yang dinotasikan $|E(G)|$ disebut *ukuran* dari G.

Contoh 2.1



Gambar 2. 1 Graf G

Gambar 2.1 merupakan contoh suatu graf G dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi E = $\{v_1v_3$, v_2v_3, v_2v_4, $v_3v_4\}$ sehingga *orde* graf G adalah 4 dan *ukuran* graf G adalah 4.

Definisi 2.1.2 *Misalkan G adalah suatu graf dengan u, $v \in (G)$. Jika $e = uv$ adalah sisi pada graf G maka u dan v disebut bertetangga (adjacent), sedangkan u disebut terkait (incident) dengan e, begitu pula sebaliknya yaitu e terkait dengan v.*

Jumlah sisi yang terkait pada suatu titik v disebut derajat dari titik v (ditulis *deg(v)*). Derajat minimum dari suatu graf G dinyatakan dengan (G) dan derajat maksimum dinyatakan dengan Δ.

Definisi 2.1.3 *Jalan (walk) dalam suatu graf G adalah barisan berhingga dari titik-titik v_0, v_1, … , v_n dan sisi-sisi e_1, e_1, … , e_n di G yaitu v_0, e_1, v_1, e_2, … , e_n, v_n dimana e_i terkait dengan v_i*-1 *dan v_i untuk setiap i.*

Definisi 2.1.4 *Lintasan adalah suatu jalan (walk) dimana tidak ada titik yang berulang.*

Lintasan yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut lintasan tertutup sedangkan lintasan yang memiliki titik awal dan titik akhir berbeda disebut lintasan terbuka.

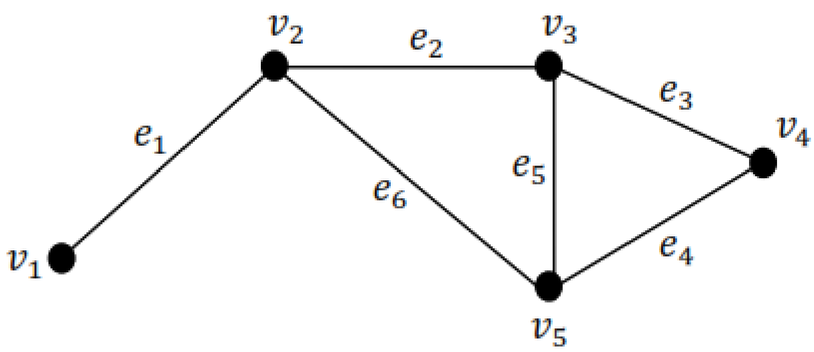
Definisi 2.1.5 *Graf G dikatakan terhubung (connected) jika untuk setiap titik u dan v di G terdapat suatu lintasan dari u ke v.*

Gambar 2.2 merupakan contoh suatu graf G dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan himpunan sisi $E = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$. Pada graf G diperoleh:

i. Titik v_1 dan titik v_2 bertetangga sedangkan titik v_1 dan titik v_3 tidak bertetangga.
ii. Sisi e_1 terkait dengan titik v_1 dan titik v_2 sedangkan sisi e_1 tidak terkait dengan titik v_3 dan titik v_4.
iii. Derajat pada titik v_2 adalah $deg(v_2)$ = 3. Derajat maksimum dari graf G adalah $\Delta(G)$ = 3 sedangkan derajat minimum dari graf G adalah $\delta(G)$ = 1.

iv. $v_1 - e_1 - v_2 - e_2 - v_3 - e_3 - v_4 - e_4 - v_5$ merupakan lintasan terbuka sedangkan $v_2 - e_2 - v_3 - e_5 - v_5 - e_6 - v_2$ merupakan lintasan tertutup.

Contoh 2.2



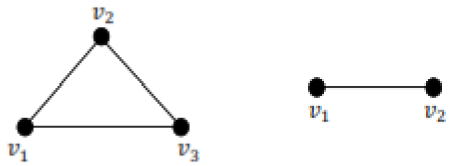
Gambarr 2. 2 Graf G

Definisi 2.1.6 *Misalkan $G = (V(G), E(G))$ dan $H = (V(H), E(H))$ merupakan suatu graf. Graf H dikatakan subgraf dari graf G jika $V\ (H) \subseteq\ V(G)$ dan $(H) \subseteq (G)$.*

Definisi 2.1.7 *Graf yang memiliki dua titik berderajat satu dan yang lainnya berderajat dua disebut graf lintasan (path). Graf lintasan berorde n, dinotasikan P_n.*

Definisi 2.1.8 *Graf siklus C_n adalah graf terhubung sederhana yang setiap titiknya berderajat dua.*

Contoh 2.3



Gambar 2. 3 Graf $\boldsymbol{P_2}$ merupakan subgraf $\boldsymbol{C_3}$

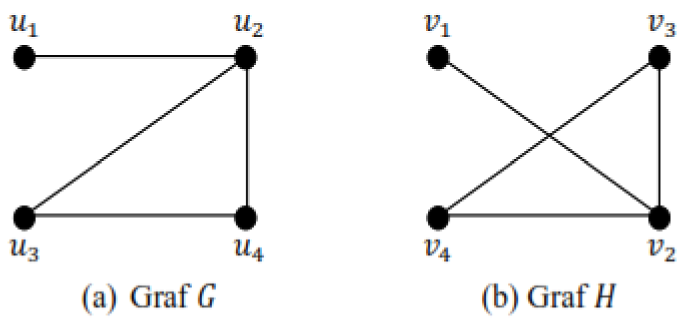
Pada Gambar 2.3 diberikan contoh subgraf $H = P_2$ dari graf $G = C_3$ dengan $(G) = \{v_1, v_2, v_3\}$ dan $(G) = \{v_1v_2, v_2v_3, v_1v_3\}$ sedangkan $(H) = \{v_1, v_2\}$ dan $(H) = \{v_1v_2\}$. Karena $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq (G)$ maka P_2 merupakan subgraf dari C_3.

Definisi 2.1.9 *Misalkan $G = (V(G), E(G))$ dan $H = (V(H), E(H))$ merupakan suatu graf. Subgraf maksimal H dari graf G adalah subgraf yang setiap sisi $e \in E(H)$ dan setiap titik $v \in V(H)$ berlaku e terkait dengan v di H jika dan hanya jika e terkait dengan v di G.*

Pada Gambar 2.3 diberikan contoh subgraf $H = P_2$ dari graf $G = C_3$. P_2 merupakan subgraf maksimal dari C_3 karena sisi v_1v_2 terkait dengan titik v_1 dan v_2 pada subgraf P_2. Begitu pula sisi v_1v_2 terkait dengan titik v_1 dan v_2 pada graf C_3.

Definisi 2.1.10 *Misalkan $G = (V(G), E(G))$ dan $H = (V(H), E(H))$ merupakan suatu graf. Graf G dan H dikatakan isomorfik jika terdapat fungsi bijektif dari $f: V(G) \rightarrow V(H)$ dan $g: E(G) \rightarrow E(H)$ sedemikian sehingga untuk setiap sisi e di $E(G)$ berlaku $e = v_w$ jika dan hanya jika $g(e) = f(v)f(w)$ dengan $v, w \in V(G)$. Jika G isomorfik dengan H ditulis $G \cong H$.*

Contoh 2.4



Gambar 2. 4 Graf $\boldsymbol{G}$ isomorfik dengan graf $\boldsymbol{H}$

Pada Gambar 2.4 graf G isomorfik dengan graf H atau $G \cong H$ karena terdapat fungsi satu-satu dari $f: V(G) \rightarrow V(H)\ dan\ g: E(G) \rightarrow E(H)$

didefinisikan oleh $f(u_1) = v_1$, $f(u_2) = v_2$, $f(u_3) = v_3$, dan $f(u_4) = v_4$ sehingga $g(u_1u_2) = v_1v_2$, $g(u_2u_3) = v_2v_3$, $g(u_2u_4) = v_2v_4$, $dan\ g(u_3u_4) = v_3v_4$.

II.2 Jenis-Jenis Graf Sederhana dan Graf Khusus

Pada bagian ini diberikan definisi graf sederhana dan beberapa jenis graf sederhana yang akan digunakan pada bab selanjutnya.

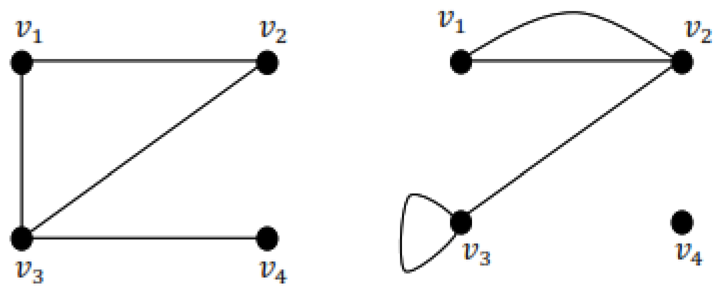
Definisi 2.2.1 *Sisi paralel adalah dua sisi atau lebih yang terkait pada dua titik yang sama.*

Definisi 2.2.2 *Loop adalah suatu sisi yang titik awal dan titik akhirnya sama.*

Definisi 2.2.3 *Misalkan G adalah suatu graf, G dikatakan graf sederhana jika G tidak memuat sisi paralel dan loop.*

Definisi 2.2.4 *Graf G disebut graf terhubung jika untuk setiap $u, v \in (G)$ terdapat lintasan dari titik u ke titik v. Jika tidak, maka G disebut graf tak terhubung.*

Contoh 2.5



(a) Graf G (b) Graf H

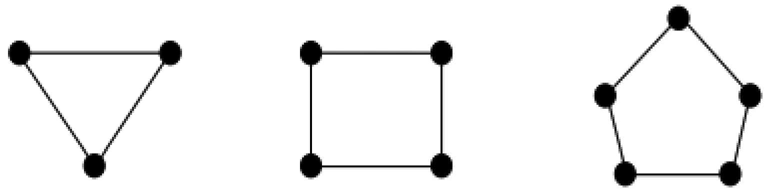
Gambar 2. 5 Graf terhubung dan graf tak terhubung

Pada Gambar 2.5 Graf G merupakan graf terhubung dan sederhana sedangkan graf H bukan merupakan graf terhubung karena tidak terdapat lintasan dari titik v_4 ke titik lainnya. Graf H bukan merupakan graf sederhana karena terdapat loop pada titik $v_3$dan terdapat sisi paralel pada titik v_1 dan v_2.

Definisi 2.2.5 *Derajat suatu titik v_i dalam graf G, dilambangkan "$d(v_i)$", adalah banyaknya sisi $x \in E(G)$ yang terkait dengan titik v_i atau $d(v_i) = |N_G(v_i)|$.*

Definisi 2.2.6 *Graf lingkaran (cycle) adalah graf terhubung yang semua titiknya berderajat 2. Graf lingkaran dengan n titik ditulis dengan C_n.*

Contoh 2.6

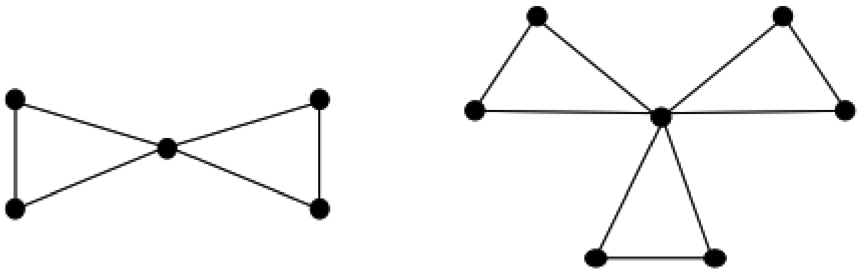


(a) Graf C_3 (b) Graf C_4 (c) Graf C_5

Gambar 2. 6 Graf lingkaran $\boldsymbol{C_n}$, $\mathbf{3 = n = 5}$

Defenisi 2.2.7 ***(Graf Kincir,** (Hasmawati, Pengantar Dan Jenis- Jenis Graf, 2020)**)*** *Graf kincir (windmill graph) dinotasikan W_n^m adalah graf yang diperoleh dari m kopi graf lengkap K_n dengan mengambil satu titik sebagai titik bersama.*

Contoh 2.8



(a) Graf F_2 (b) Graf F_3

Gambar 2. 7 Graf kincir $\boldsymbol{F_n}$, $\mathbf{2 = n = 3}$

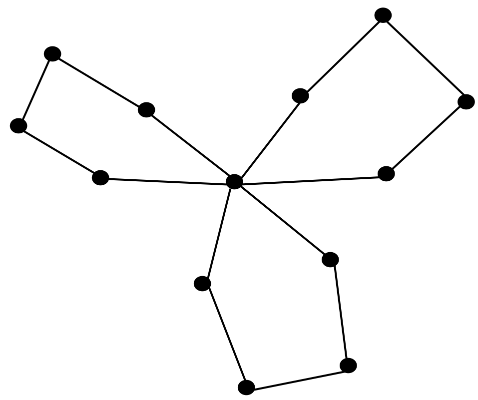
Defenisi 2.2.8 *Misalkan $\{G_i \,|\, i \in \{1,2,3,\dots,m\}\}$ untuk $m \in \mathbb{N}$ dan $m \geq 2$, merupakan kumpulan graf berhingga dan masing-masing G_i memiliki titik tetap v_{0i} yang disebut terminal. $Amal(G_i, v_{0i})$ adalah graf yang dibentuk dengan* *mengambil semua G_i dan menyatukan terminalnya (Hasmawati, Nurwahyu, Daming, & Amir, 2021).*

Dengan memperhatikan pengertian graf kincir dan operasi amalgamasi dapat diketahui bahwa graf kincir dapat didefenisikan dengan menggunakan operasi jumlah atau operasi amalgamasi. Melalui operasi jumlah, graf kincir W_n^m sama dengan $K_n + mK_{n-1}, n \geq 2$. Dengan operasi amalgamasi titik, graf kincir $W_n^m = Amal(mK_n, v)$.

Khususnya untuk $n = 3$ yakni graf kincir $W_3^m = Amal(mC_3, v)$ disebut graf **Persahabatan** dan dinotasikan f_m.

Defenisi 2.2.8 *Misalkan C_{ni} dan $v_{ni} \in V(C_{ni})$. Untuk $m \geq 2$, graf $Amal(C_{n1}; C_{n2}; \dots; C_{nk}, v_{n1}, v_{n2}, \dots, v_{nk})$ disebut graf **kincir angin Belanda dan dinotasikan** $D^m_{n1,n2,\dots,nk}$. Jika $n_i = n_j = n$ untuk setiap i, j, maka $Amal(C_{n1}; C_{n2}; \dots; C_{nk}, v_{n1}, v_{n2}, \dots, v_{nk})$ disebut graf kincir Belanda seimbang, ditulis D_k^m atau $Amal(kC_n, v)$ atau $Amal(C_n)k$* $(Hasmawati, 2020)$.

Contoh 2.9



Gambar 2. 8 Graf kincir angin Belanda

II.3 Dimensi Partisi Graf (pd(G))

Untuk setiap titik v dari graf terhubung G dan $S \subseteq V(G)$, jarak antara v dan S adalah

$$d\,(v, S) = min\,\{d(v, x)\ |x \in S)\}$$

Untuk setiap pasangan m-partisi $\Pi = \{S_1, S_2, \ldots, Sm\}$ dari $V(G)$ dan setiap titik v dari G, representasi v pada Π didefinisikan sebagai $m - vektor$ (Irawan, 2008).

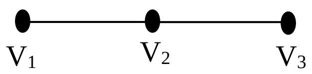
$$r(v \mid \Pi) = (\min\{d\ (v, S_1)\}, \min\{\ d(\ v, S_2)\}, \ldots\ , \min\{\ d(v, Sm\ )\})$$

Menurut (Syah, 2008), jika $m - vektor\ r\ (v, \Pi)$ untuk setiap titik v pada $V(G)$ berbeda, maka Π disebut himpunan resolving partisi dari $V(G)$. Dimensi partisi dari suatu graf atau banyaknya anggota pada basis, dilambangkan dengan $pd(G)$, adalah kardinalitas minimum dari partisi pembeda G.

Himpunan resolving partisi dengan kardinalitas minimum disebut basis dari G.

Contoh 2.10

Perhatikan gambar berikut.



Gambarr 2. 9 Graf Lintasan P_3

Ambil $\Pi = \{S_1, S_2\}$ dengan

$S_1 = \{v_1, v_2\}$

$S_2 = \{v_3\}$

$$r\ (v_1 \mid \Pi) = \{\ (d\ (v_1, S_1)\ , (d\ (v_1, S_2)\ \}$$

sedangkan

$$d\ (v_1, S_1) = min\{d\ (\ v_1, v_1), d\ (\ v_1, v_2)\}$$

$= min\{0,1\}$

$= 0$

$d\ (v_1, S_2) = min\{d\ (v_1, v_3)\}$

$= min\ \{2\}$

$= 2$

$\therefore r\ (v_1 \mid \Pi\ ) = (0,2)$

$$r\ (v_2 \mid \Pi) = (d\ (v_2, S_1), d(v_2, S_2))$$

sedangkan

$d\ (v_2, S_1) = min\{d(v_2, v_2), d(v_2, v_3)\}$

$= min\{0,1\}$

$= 0$

$d(v_2, S_2) = min\{d(v_2, v_3)\}$

$= min\ \{1\}$

$= 1$

$\therefore r\ (v_2 \mid \Pi) = (0,1)$

$$r(v_3 \mid \Pi) = (d(v_3, S_1), (d\ (v_3, S_2))$$

sedangkan

$d(v_3, S_1) = min\ \{d(v_3, v_1), d(v_3, v_2)\}$

$= min\ \{2,1\}$

$= 1$

$d(v_3, S_2) = min\{d(v_3, v_3)\}$

$= min\ \{0\}$

$= 0$

$\therefore r\ (v_3 \mid \Pi) = (1{,}0)$

Karena representasi semua titik pada graf lintasan (P_3) berbeda terhadap $\Pi = S_1, S_2$, dan Π mempunyai jumlah anggota minimum yaitu 2, maka $\Pi = S_1, S_2$ adalah basis graf lintasan (P_3), sehingga dapat disimpulkan bahwa $pd\ P_3 = 2$.