

Skripsi

**ANALISIS PENGARUH FREKUENSI INPUT PADA TRANSMISI
GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK DALAM BAHAN
KONDUKTIF DENGAN *FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN*
*ALGORITHM***

NURKHALIQ FUTHRA MAULANA

H211 15 301



**DEPARTEMEN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2020**

**ANALISIS PENGARUH FREKUENSI INPUT PADA TRANSMISI
GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK DALAM BAHAN
KONDUKTIF DENGAN *FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN*
*ALGORITHM***

SKRIPSI

*Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Fisika Departemen Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Hasanuddin*

NURKHALIQ FUTHRA MAULANA

H211 15 301

**DEPARTEMEN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
MAKASSAR
2020**

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi ini diajukan oleh

Nama : Nurkhaliq Futhra Maulana

NIM : H211 15 301

Program Studi : Fisika

Judul : Analisis Pengaruh Frekuensi Input pada Transmisi Gelombang Elektromagnetik dalam Bahan Konduktif dengan *Finite Difference Time Domain Algorithm*

Makassar, 18 November 2020

Disahkan Oleh

Pembimbing Utama

Pembimbing Pertama



Drs. Bansawang BJ., M.Si

NIP. 19631206 199412 1 001

Eko Juarlin, S.Si., M.Si

NIP. 19811106 200812 1 002

Ketua Program Studi



Prof. Dr. Arifin, M.T.

NIP. 196705201994031002

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini merupakan karya orisinal saya dan sepanjang pengetahuan saya tidak memuat bahan yang pernah dipublikasi atau telah ditulis oleh orang lain dalam rangka tugas akhir untuk suatu gelar akademik di Universitas Hasanuddin atau di lembaga pendidikan tinggi lainnya di manapun; kecuali bagian yang telah dikutip sesuai kaidah ilmiah yang berlaku. Saya juga menyatakan bahwa skripsi ini merupakan hasil kerja saya sendiri dan dalam batas tertentu dibantu oleh pihak pembimbing.

Penulis



Nurkhaliq Futhra Maulana

ABSTRAK

Metode *Finite Difference Time Domain* (FDTD) telah banyak digunakan dalam analisis numerik dalam berbagai bidang, salah satunya dalam bidang komputasi fisika. Dalam bidang fisika, metode ini banyak digunakan untuk menganalisis penjalaran Gelombang elektromagnetik baik dalam medium maupun dalam ruang vakum. Dalam penelitian ini metode FDTD dibuat menggunakan bahasa python 3.7 yang dibagi menjadi 2 bagian yaitu ruang vakum dan medium. Gelombang elektromagnetik yang dianalisis transmisinya dibagi menjadi 3 tipe gelombang yakni gelombang sinusoidal, *square* dan *sawtooth*. Energi yang dibawa oleh setiap tipe gelombang menunjukkan perbedaan yang diakibatkan karena perbedaan karakteristik gelombang dan frekuensi sehingga memunculkan perbedaan transmisi setelah melewati medium konduktor.

ABSTRACT

The Finite Difference Time Domain (FDTD) method has been widely used in numerical analysis in various fields, one of which is in the field of computational physics. In the field of physics, this method is widely used to analyze the propagation of electromagnetic waves both in the medium and in the vacuum of space. In this study, the FDTD method was created using the python 3.7 which is the condition divided into 2 parts, namely the vacuum chamber and the medium. The electromagnetic waves analyzed for transmission are divided into 3 types of waves namely sinusoidal, square, and sawtooth waves. The energy under each wave type shows the difference caused by differences in the characteristics of the waves and frequencies so that they give rise to differences in transmission after passing through the conductor medium.

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala pujian bagi-Nya atas segala nikmat yang Ia curahkan pada hamba yang sedang berproses demi secuil pengetahuan ini. Selawat dan salam pun tercurah bagi Rasulullah serta para kekasihnya yang mulia atas segala contoh yang ia berikan bagi hamba untuk meraih hikmah atas setiap proses. Pada akhirnya karya yang ada ditangan anda ini menjadi salah satu penanda hikmah atas setiap proses yang penulis lalui selama belajar di kampus merah.

Penulis yakin bahwa sepanjang proses belajar yang telah dilewati selama di kampus merah, begitu banyak Doa yang tercurah oleh orang tua serta saudara tercinta, begitu banyak bantuan oleh para sahabat serta kawan-kawan, begitu banyak dinamika yang tertumpah. Karenanya, Karya ini serta setinggi-tingginya penghargaan dan setulus-tulusnya maaf penulis haturkan kepada :

1. Kedua orang tua tercinta **Amrullah Rasyid** dan **Nurgama** serta kakak tercinta **Azizah Azhmi Auliah**.
2. Kedua Pembimbing, **Drs. Bansawang BJ., M.Si** dan **Eko Juarlin, S.Si., M.Si**. Yang selalu meluangkan waktu dalam membantu penulis menyelesaikan masalah dalam penyusunan skripsi ini.
3. Para Tim Penguji, **Prof. Dr.rer. nat. Wira Bahari Nurdin** dan **Prof. Dr. Dahlang Tahir, M.Si** atas segala kritik dan saran demi kesempurnaan skripsi ini.
4. Penasehat Akademik, ibu **Dr. Sri Suryani., M.si., DEA** dan bapak **Prof. Dr. Tasrief Surungan, Ph.D** atas segala nasehat selama bermahasiswa.
5. Bapak **Prof. Dr. Arifin, M.T.** selaku Ketua Departemen Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
6. Seluruh **Dosen, Staf Administrasi dan Laboran di Departemen Fisika dan Fakultas MIPA**, atas segala ilmu serta uluran tangan yang tanpa pamrih diberikan kepada penulis.

7. Teman – teman **FISIKA 2015**, terkhusus **Maha n Friends** yang selalu membantu dan mengingatkan penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
8. Keluarga Besar **LDM AL-AQSHO UNHAS**, teman – teman **K15AH (Kami Sang Pejuang Dakwah)**, serta **Kabinet Mujahid** sebagai tempat penulis menimbah ilmu dan penyemangat untuk menyelesaikan skripsi ini.
9. Adik – adik anggota **Laboratorium Fisika Teori dan Komputasi** yang menemani dalam proses penyelesaian skripsi ini.
10. Serta kepada **kawan-kawan** yang tidak dapat disebut satu persatu atas segala dinamika selama bermahasiswa serta atas bantuannya dalam penyelesaian karya ini.

Penulis sepenuhnya menyadari bahwa karya ini tak lepas dari kekhilafan-kekhilafan. Karenanya, penulis senantiasa menanti kritik serta saran dari para pembaca. Akhirnya, Semoga karya ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Wassalamualaikum warahmatullahi wabarakatu

Makassar, 28 Oktober 2020

Nurkhaliq Futhra Maulana

DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
PERNYATAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
I.1 Latar Belakang	1
I.2 Rumusah Masalah	2
I.3 Tujuan Penelitian	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	3
II.1 Fenomena Kelistrikan	3
II.2 Fenomena Kemagnetan	6
II.3 Elektromagnetik	7

II.4 Persamaan Maxwell	10
II.4.1 Persamaan Maxwell dalam Ruang Vakum	10
II.4.2 Persamaan Maxwell dalam Medium Materi	10
II.5 Gelombang Elektromagnetik	11
II.5.1 Persamaan Gelombang Elektromagnetik	12
II.5.2 Energi Gelombang Elektromagnetik (μ)	13
II.5.3 <i>Vector Pointing</i> (\vec{S})	14
II.6 Transmisi Gelombang	14
II.7 Deret Fourier	16
II.8 Transformasi Fourier	17
II.9 <i>Finite Difference Time Domain</i>	17
BAB III METODE PENELITIAN	20
III.1 FDTD Vakum dan FDTD Bahan Konduktif (<i>Lossy Media</i>)	20
III.2 Metode Komputasi	21
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	22
IV.1 Simulasi Gelombang Elektromagnetik	22
IV.2 Frekuensi dan Energi Gelombang Elektromagnetik	26
IV.3 Transmisi Energi Gelombang Elektromagnetik	29
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	31

V.1 Kesimpulan	31
V.2 Saran	31
IV.3 Transmisi Energi Gelombang Elektromagnetik	31
DAFTAR PUSTAKA	32

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Interaksi antara 2 muatan menghasilkan gaya Coulomb	3
Gambar 2.2 Garis gaya listrik yang menembus suatu luas permukaan	4
Gambar 2.3 Garis gaya medan magnet	7
Gambar 2.4 Sirkulasi medan magnet terhadap arus di tengah	8
Gambar 2.5 Gelombang Elektromagnetik	13
Gambar 2.6 Sketsa arah penjalaran gelombang	15
Gambar 2.7 Transformasi Fourier	17
Gambar 2.8 Yee Cell	18
Gambar 3.1 Flowchart	21
Gambar 4.1 Gelombang elektromagnetik input	24
Gambar 4.3 Perubahan amplitudo gelombang elektromagnetik akibat refleksi..	25
Gambar 4.4 Energi gelombang elektromagnetik untuk setiap frekuensi input dan bentuk selama penjalarana	26
Gambar 4.5 Transformasi fourier gelombang	27
Gambar 4.6 Persentase transmisi pada setiap bentuk gelombang dan variasi frekuensi	30

DAFTAR TABEL

Tabel 1 Skindepth gelombang sinusoidal	28
Tabel 2 Perbandingan nilai transmisi energi gelombang elektromagnetik pada variasi frekuensi dan jenis gelombang	29

BAB 1

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Perkembangan komputasi elektromagnetik telah banyak dimanfaatkan dalam berbagai bidang keilmuan. Sebagai bidang multi disiplin, implementasi komputasi elektromagnetik dimanfaatkan dalam bidang desain antenna, simulasi propagasi gelombang, geosains, diagnosis medis dan bidang lainnya yang berhubungan dengan medan magnet dan medan listrik [1-3].

Pada dasarnya metode yang banyak digunakan dalam komputasi elektromagnetik untuk menyelesaikan persamaan yang berbentuk differensial ataupun integral gelombang elektromagnetik yaitu *Finite Difference* (FD). Namun setelah perkembangan komputer yang semakin canggih diperkenalkan metode *Finite Difference Time Domain* (FDTD) oleh Kane Yee (1966) dalam menyelesaikan persamaan differensial terkopel dua medan dalam satu lokasi dan ruang yang sulit untuk diselesaikan menggunakan persamaan FD [3].

Metode FDTD sebagai salah satu metode komputasi elektromagnetik dalam menyelesaikan bentuk persamaan Maxwell secara simulasi pada grid domain ruang dan waktu. Metode ini sangat bagus untuk menghitung efisiensi gelombang elektromagnetik dan energi [4]. Keunggulan metode FDTD adalah sangat mudah digunakan untuk menghitung medan listrik dan medan magnet dalam domain ruang dan waktu dalam skala grid yang besar. Hasil dari penelitian Kane Yee (1966) yang telah berhasil menghitung 30 x 30 x 30 grid tiga dimensi (3-D) atau telah dapat menghitung sampai 162.000 medan terdiskritisasi [4-5].

Dalam perambatan suatu gelombang elektromagnetik dalam ruang vakum tidak akan mengalami perubahan (konstan) karena tidak terjadi interaksi. Hal tersebut dibuktikan pada penelitian yang dilakukan oleh Rahmi (2017). Apabila suatu gelombang merambat pada medium dengan adanya nilai permeabilitas dan permitivitas maka akan menimbulkan interaksi sebagaimana penelitian yang dilakukan oleh Arief (2019) yang akan mengakibatkan perubahan energi. Namun, kedua penelitian tersebut hanya menerapkan algoritma FDTD pada medium non

konduktif dan tanpa menganalisis pengaruh perubahan frekuensi gelombang[6-9]. Sebagaimana Max Planck menjelaskan bahwa perubahan energi berbanding lurus terhadap frekuensi, serta berbanding terbalik dengan panjang gelombang [10-11].

Hal inilah yang menjadi landasan untuk melakukan analisis perbedaan transmisi pada beberapa bentuk gelombang dengan memvariasikan nilai frekuensi pada medium konduktif.

I.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana menganalisis gelombang elektromagnetik menggunakan metode FDTD pada bahan konduktif dengan memvariasikan bentuk dan frekuensi gelombang ?
2. Bagaimana pengaruh transmisi yang disebabkan akibat variasi bentuk dan frekuensi gelombang elektromagnetik ?

I.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Membuat program untuk menganalisis variasi bentuk dan frekuensi gelombang elektromagnetik dalam medium konduktif menggunakan FDTD.
2. Menganalisis transmisi dari setiap variasi bentuk dan frekuensi gelombang elektromagnetik.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

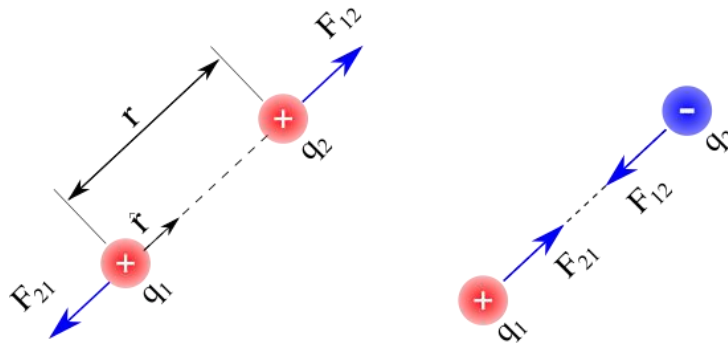
II.1 Fenomena kelistrikan

Ekperimen yang dilakukan oleh Benjamin Franklin (1706-1790) mengidentifikasi bahwa muatan listrik terdiri atas dua yaitu muatan listrik positif dan muatan listrik negatif serta dapat berpindah satu sama lain dari suatu objek ke objek lain [16].

Dalam sebuah material, muatan listrik (q) yang terkuantisasi dalam permukaan tertutup, dapat ditulis $q = Ne$ dengan N adalah bilangan bulat. Interaksi antara muatan listrik akan mengalami gaya listrik sebagaimana dalam eksperimen yang dilakukan oleh Charles Coulomb (1736-1806) dengan menggunakan *torsion balance* yang menunjukkan besar gaya listrik sebanding dengan kuadrat jarak kedua muatan tersebut $F_e \propto 1/r^2$. Dari eksperimen tersebut besar gaya listrik antara 2 titik muatan Gambar 2.1 disebut gaya Coulomb, secara matematis dapat dituliskan [16,17]:

$$\vec{F} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \hat{r} \quad (2.1)$$

dengan k adalah konstanta Coulomb, $k = 8.9875 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$.



Gambar 2.1 Interaksi antara 2 muatan menghasilkan gaya Coulomb

Interaksi antar muatan terjadi karena muatan listrik mengandung medan listrik di sekitarnya. Medan listrik diproduksi oleh satu atau beberapa muatan yang mendekati permukaan tertutup. Arah medan listrik muatan positif yaitu keluar dari sumber dan arah medan listrik dari muatan negatif masuk ke muatan [16].

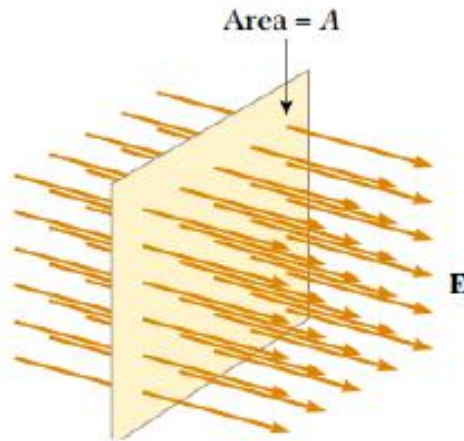
Jika kita memiliki beberapa muatan yang tersebar ($q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$) pada jarak ($r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$) dari titik referensi q_o maka total gaya Coulomb pada titik q_o dinyatakan [16-18]:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{q_1 q_o}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2 q_o}{r_2^2} \hat{r}_2 + \dots \right) \\ &= \frac{q_o}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \dots \right) \\ \vec{F} &= q_o \vec{E}\end{aligned}\tag{2.2}$$

dengan:

$$\vec{E}(r) = \frac{q_o}{4\pi\epsilon_o} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i\tag{2.3}$$

\vec{E} adalah medan listrik yang ditimbulkan oleh beberapa muatan ditinjau dari titik q_o .



Gambar 2.2 Garis gaya listrik yang menembus suatu luas permukaan

Untuk menampilkan visualisasi medan listrik dibutuhkan garis gaya listrik sebagai representasi arah maupun besarnya yang ditunjukkan oleh Gambar 2.2. Arah medan listrik sama dengan garis yang menembus suatu permukaan yang arahnya selalu dari muatan positif menuju muatan negatif dan jika muatannya sejenis maka arah medan listrik saling menjauh. Kuat medan listrik sebanding dengan kerapatan garis gaya per satuan luas permukaan yang ditembus oleh garis gaya. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa jumlah garis gaya yang keluar dari suatu permukaan tertutup sebanding dengan jumlah muatan listrik yang dilingkupi oleh permukaan tertutup tersebut per ϵ_o . Besar kuat medan listrik sebanding dengan jumlah muatan yang berada pada permukaan tertutup, semakin

banyak muatan yang terdistribusi semakin besar kuat medan listrik. Inilah yang mendasari hukum yang matematis dapat dituliskan sebagai [16-18]:

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.4)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.5)$$

persamaan (2.5) adalah bentuk persamaan differensial dari persamaan integral Gauss. Ketika medan listrik jauh dari sumber, $\rho = 0$, maka persamaan (2.5) berubah menjadi $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$.

Medan listrik pun memiliki pengaruh terhadap atom. Ketika suatu atom diletakkan dalam medan listrik maka atom tersebut mengalami polarisasi sebagai efek medan magnet karena atom memiliki elektron (muatan negatif) dan inti (muatan positif). Elektron dan nukleus yang berpisah akan mengalami gaya tarik menarik satu sama lain sampai mencapai keseimbangan dan membentuk momen dipol (\vec{p}) yang memiliki arah yang sama dengan medan listrik. Secara matematis dituliskan [17]:

$$\vec{p} = \alpha \vec{E} \quad (2.6)$$

dengan α adalah polarisasi atomik yang nilainya berbeda setiap unsur.

Peristiwa polarisasi serupa juga terjadi pada suatu material dielektrik, ketika sebagian kecil material dielektrik diletakkan dalam medan listrik, maka akan mengalami polarisasi material. Sama halnya dengan atom, material yang termasuk molekul nonpolar akan membentuk momen dipole permanen per satuan volume (P) yang berada pada sepanjang arah medan magnet. Peristiwa polarisasi di material dielektrik mengalami 2 polarisasi yaitu pertama polarisasi muatan yang berada dibatas yang didefinisikan sebagai $\rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$ dan yang kedua berada pada permukaan material yang didefinisikan sebagai $\sigma_b = -\vec{P} \cdot \hat{n}$. Peristiwa polarisasinya hanya terjadi pada muatan yang terikat di daerah perbatasan atom dan permukaan material [17].

Secara umum material dielektrik memiliki densitas muatan (ρ) yang terdiri atas 2 jenis muatan sebagai pembentuknya. Total densitas muatan dituliskan sebagai berikut:

$$\rho = \rho_b + \rho_f \quad (2.7)$$

dengan ρ_f adalah densitas muatan untuk muatan bebas dalam atom yang tidak di produksi oleh peristiwa polarisasi, sehingga hukum Gauss dalam sebuah material secara matematis menjadi:

$$\begin{aligned} \epsilon_o \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho_b + \rho_f \\ \epsilon_o \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} + \rho_f \\ \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_o \vec{E} + \vec{P}) &= \rho_f \end{aligned} \quad (2.8)$$

Pada persamaan (2.8) medan adalah \vec{E} medan total yang terdiri dari medan \vec{E} polarisasi dan medan \vec{E} yang ada di permukaan. Persamaan yang berada dalam tanda kurung didefinisikan sebagai pergeseran arus (\vec{D}), sehingga hukum Gauss dalam material dinyatakan sebagai:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \quad (2.9)$$

atau dalam bentuk integral

$$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = q_{of} \quad (2.10)$$

dengan q_{of} adalah muatan bebas dalam volume tertutup [17,18].

II.2 Fenomena kemagnetan

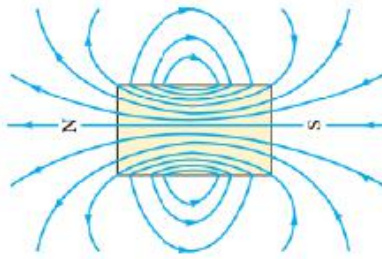
Penampakan aurora di dekat kutub bumi, pergerakan jarum kompas menuju utara selatan merupakan contoh fenomena kemagnetan yang sering diamati dalam kehidupan sehari-hari. Fenomena tersebut terjadi karena setiap batang magnet memiliki dua kutub yang berlawanan, batang magnet seperti ini dikelompokkan sebagai magnet permanen karena memiliki sifat kemagnetan tetap. Dua kutub yang magnet yang didekatkan akan saling melakukan gaya. Sifat gaya antar kutub magnet tersebut ialah kutub sejenis melakukan gaya tolak menolak sedangkan kutub tak sejenis melakukan gaya tarik-menarik. Dinamakan kutub utara karena kutub tersebut akan mengarah ke kutub utara geografi bumi, sebaliknya kutub selatan cenderung mengarah ke kutub selatan geografi bumi [16,17].

Timbulnya gaya magnet disebabkan oleh medan magnet yang berada disekitar batang magnet. Memvisualiasikan medan magnet dapat menggunakan garis gaya magnet yang memiliki sifat arah medan magnet sama dengan arah garis

gaya magnet yang selalu keluar dari kutub utara menuju kutub selatan, seperti pada Gambar 2.3. Garis gaya pada medan magnet selalu tertutup yang menunjukkan bahwa tidak ada muatan magnet monopole atau tidak ada sumber medan berupa medan magnet. Menurut hukum Gauss magnetik fluks medan magnet yang melewati suatu permukaan tertutup sama dengan nol. Sehingga secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut [17,18]:

$$\phi_B = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0 \quad (2.11)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.12)$$



Gambar 2.3 Garis gaya medan magnet

II.3 Elektromagnetik

Para ahli fisika telah menemukan hubungan yang sangat erat antara fenomena kelistrikan dan kemagnetan. Kelistrikan dapat dihasilkan oleh proses pada magnet, dan sebaliknya kemagnetan dapat dihasilkan oleh proses pada listrik. Oleh karena itu kelistrikan dan kemagnetan dapat dipandang sebagai satu fenomena saja yang sekarang dinamai elektromagnet (elektro dan magnet) [17].

Magnet bukan hanya timbul gaya dari sesama magnet, akan tetapi dapat melakukan gaya pada arus listrik yang ditempatkan dalam medan magnet. Jika kawat yang dialiri arus listrik ditempatkan dalam medan magnet maka kawat tersebut mendapat gaya dari magnet. Besar dan arah gaya yang dialami kawat yang dialiri arus listrik dalam medan magnet diberikan oleh hukum Lorentz [17]:

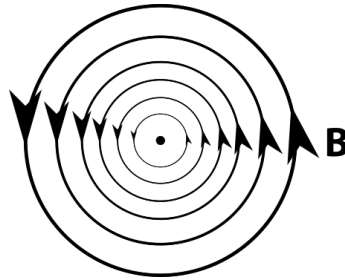
$$\vec{F} = Q [\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})] \quad (2.13)$$

dengan \vec{F} = gaya lorentz sesuai dengan kaidah tangan kanan, Q = muatan listrik dan \vec{v} = kecepatan partikel.

Medan magnet dapat terbentuk di sekitar arus listrik dan besarnya di sekitar arus listrik dapat ditentukan dengan hukum Biot-Savart. Misalnya sebuah kawat konduktor yang dialiri arus I dan elemen kecil kawat tersebut yang panjangnya $d\vec{L}$ memiliki arah sama dengan arah arus maka medan magnet pada posisi P dengan vector posisi r terhadap elemen kawat maka hukum Biot-Savart [16,17]:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \vec{I} \int \frac{d\vec{L} \times \vec{r}}{r^2} \quad (2.14)$$

dengan $\mu_o =$ permeabilitas magnetik vakum $= 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}$.



Gambar 2.4 Sirkulasi medan magnet terhadap arus di tengah

Untuk menimbulkan arus pada material konduktor maka diperlukan muatan listrik yang mengalir sepanjang material tersebut misalnya pada sebuah kawat. Densitas arus yang mengalir yang dinyatakan sebagai [16]:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.15)$$

Medan magnet yang terbentuk di sekitar kawat berarus listrik membentuk sirkulasi dengan radius s mengelilingi kawat berarus yang berada ditengah seperti pada Gambar 2.4. Jumlah medan magnet yang mengelilingi kawat berarus pada koordinat silinder dinyatakan sebagai berikut [18]:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_o \vec{I}}{2\pi s} \oint \left(\frac{1}{s}\right) d\phi = \frac{\mu_o \vec{I}}{2\pi s} \int_0^{2\pi} d\phi = \mu_o \vec{I} \quad (2.16)$$

dengan $\vec{I} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{a}$, dan menurut teorema stokes $\int_A (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{a} = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$ persamaan (2.16) menjadi:

$$\int_A (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{a} = \mu_o \int_A \vec{J} \cdot d\vec{a} \quad (2.17)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_o \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_o \vec{J} + \mu_o \epsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.18)$$

persamaan (2.17) merupakan bentuk differensial dari hukum Ampere yang menyatakan bahwa timbulnya sirkulasi medan magnet disebabkan oleh adanya pergeseran arus listrik (perpindahan muatan terhadap waktu) yang melewati suatu bahan dan persamaan (2.18) adalah tiada lain persamaan (2.17) yang diperluas oleh Maxwell agar medan listrik dan medan magnet bersifat sebagai gelombang.

Selain arus listrik dapat menimbulkan medan magnet, batang magnet juga dapat menjadi sebab arus dan medan listrik terbentuk pada kawat seperti yang percobaan yang dilakukan oleh Faraday (1831). Michael Faraday melakukan percobaan menggerakkan sebuah batang magnet ke dalam rangkaian kawat tertutup ke kanan dan ke kiri secara bergantian. Percobaan tersebut diulang dengan variasi medan magnet dan rangkaian. Hasil dari percobaan Faraday menunjukkan perubahan medan magnet menimbulkan induksi medan listrik. Secara matematis dinyatakan sebagai berikut [17,18]:

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-d\phi}{dt} \quad (2.19)$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{a} \quad (2.20)$$

melalui teorema stokes $\int_A (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{a} = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$ sehingga:

$$\int_A (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{a} = \frac{-\partial}{\partial t} \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{a} \quad (2.21)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.22)$$

II.4 Persamaan Maxwell

II.4.1 Persamaan Maxwell dalam Ruang Vakum

Sifat-sifat gelombang pada umumnya dinyatakan dalam fungsi gelombang yang merupakan solusi dari persamaan gelombang. Untuk gelombang elektromagnetik, persamaan gelombang diturunkan dari persamaan Maxwell. Persamaan Maxwell merupakan himpunan empat persamaan yang dirumuskan dalam besaran medan listrik dan medan magnet. Persamaan-persamaan tersebut dipandang sebagai hubungan antara sifat-sifat medan serta hubungannya dengan distribusi sumber, baik sumber muatan maupun sumber arus. Persamaan Maxwell adalah [17]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.23)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.24)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.25)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.26)$$

dengan:

\vec{E} = medan listrik (V/m)

\vec{B} = medan magnet (Wb/m²)

μ_0 = permeabilitas ruang hampa (1,256637061 x 10⁻⁶ Wb/A)

\vec{J} = rapat arus listrik (A/m²)

ρ = rapat muatan listrik

II.4.2 Persamaan Maxwell dalam Medium Materi

Telah diketahui bahwa atom-atom tersusun atas elektron-elektron, orbit dan inti yang mempunyai muatan sama besar namun berlawanan tanda. Meskipun atom-atom netral, akan tetapi dalam skala atom terdapat *medan atom* berupa medan multi-kutub yang tak dapat diabaikan. Selain itu karena elektron orbit bergerak dengan cepat maka medan itu juga berubah dengan cepat, sehingga besaran medan rapat arus (J), rapat muatan (ρ), medan (E) dan medan (B) juga berubah terhadap waktu dengan cepat. Untuk itu dalam skala makroskopis haruslah diambil rata-ratanya sebagai besaran terukur dalam pengamatan [18].

Persamaan Maxwell dalam medium materi diberikan oleh [18]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.31)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.32)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.33)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.34)$$

dimana $\rho = \rho_o$ dan $\vec{J} = \vec{J}_o$ merupakan sumber muatan bebas, sedangkan $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \text{Matau} \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$.

Untuk mendapatkan persamaan gelombang dalam medium konduktor digunakan persamaan Maxwell (2.33) dengan melakukan operasi curl, sehingga diperoleh persamaan:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (2.35)$$

Dimana telah digunakan hukum Ohm $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ dan $\nabla (\nabla \cdot \vec{P}) = 0$.

Selanjutnya, andaikan \vec{E} mempunyai penyelesaian sebagai gelombang datar, maka akan diperoleh solusi (2.35), yakni:

$$\begin{aligned} E &= E_o \exp(-i\omega t) \exp\left(i\omega \frac{r}{c} \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_o}(1+i)}\right) \\ &= E_o \exp\left\{i\omega \left(\frac{r}{c} \sqrt{\frac{\sigma}{2\varepsilon_o\omega}} - t\right)\right\} \exp\left(-\frac{r}{\delta}\right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Yang tampak mengalami redaman dimana $\delta = \sqrt{\frac{2\varepsilon_o c^2}{\sigma\omega}}$ ditafsirkan sebagai kedalaman penerobosan gelombang elektromagnet

II. 5 Gelombang elektromagnetik

Persamaan Maxwell menunjukkan hubungan timbal balik antara medan listrik dan medan magnet. Ketika salah satu dari medan tersebut berubah maka medan lainnya akan terpengaruh atau mengalami induksi. Perubahan medan listrik dan medan magnet terhadap waktu menyebabkan penjalaran gelombang elektromagnetik di ruang vakum dan medium pada kecepatan cahaya [17].

II.5.1 Persamaan gelombang Elektromagnetik

1. Persamaan gelombang medan listrik

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.37)$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(\frac{-\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \quad (2.38)$$

dari vektor identitas $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}$ dan $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ pada ruang vakum maka:

$$-\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{-\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \quad (2.39)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.40)$$

2. Persamaan gelombang medan magnet

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_o \epsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.41)$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \times \left(\mu_o \epsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.42)$$

dari vektor identitas $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B}$ dan $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ maka:

$$-\nabla^2 \vec{B} = \mu_o \epsilon_o \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \quad (2.43)$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_o \epsilon_o \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (2.44)$$

dengan kecepatan rambat gelombang di udara dan diruang vakum adalah [18]:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \epsilon_o}} \approx 3,00 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (2.45)$$

Persamaan (2.40) dan (2.44) memiliki solusi sebagai berikut [17,18]:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_o e^{i(kz - \omega t)} \hat{x} \quad \vec{B}(z, t) = \vec{B}_o e^{i(kz - \omega t)} \hat{y} \quad (2.46)$$

atau bila dinyatakan dalam komponen rill:

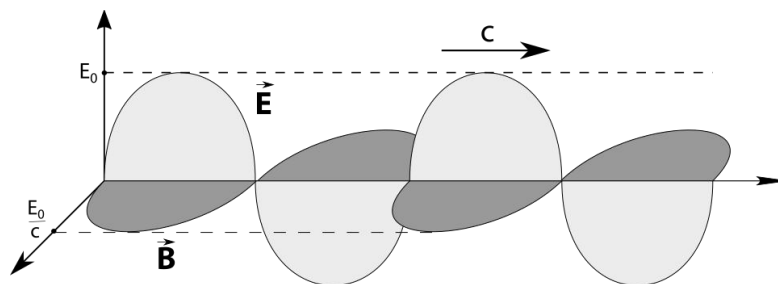
$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_o \cos(kz - \omega t) \hat{x} \quad \vec{B}(z, t) = \vec{B}_o \cos(kz - \omega t) \hat{y} \quad (2.47)$$

berdasarkan persamaan (2.47) dapat diketahui bahwa arah polarisasi medan listrik saling tegak lurus dengan arah medan magnet, sehingga hubungan amplitudo medan listrik dan medan magnet dinyatakan sebagai:

$$\vec{B}_o = \frac{k}{c} \vec{E}_o = \frac{1}{c} \vec{E}_o \quad (2.48)$$

maka persamaan (2.47) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_o \cos(kz - \omega t) \hat{x} \quad \vec{B}(z, t) = \frac{1}{c} \vec{E}_o \cos(kz - \omega t) \hat{y} \quad (2.49)$$



Gambar 2.5 Gelombang Elektromagnetik

Gambar 2.5 Penjalaran gelombang elektromagnetik kearah sumbu z dengan \vec{E} adalah amplitudo medan listrik yang terpolarisas terhadap sumbu-x, sedang $(1/c)\vec{E}_o$ adalah amplitudo medan magnet yang terpolarisasi sumbu-y [18].

II.5.2 Energi Gelombang Elektromagnetik (u)

Pada setiap titik ruang dan waktu medan listrik dan medan magnet membawa energi persatuan volume.

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_o E^2 \cos^2(kz - \omega t) \quad u_B = \frac{1}{2\mu_o} B^2 \cos^2(kz - \omega t) \quad (2.50)$$

Persamaan (2.50) merupakan dua densitas energi yang memiliki *magnitude* sama sehingga total energi yang dibawa oleh gelombang elektromagnetik adalah [17]:

$$u = u_B + u_E$$

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_o E^2 + \frac{1}{2\mu_o} B^2 \quad (2.51)$$

karena $\frac{E}{B} = c = \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_o \mu_o)}}$ maka:

$$u = u_B + u_E = \varepsilon_o E^2 \cos^2(kz - \omega t) \quad (2.52)$$

Rata-rata densitas energi setelah gelombang elektromagnetik pada waktu berikutnya $T = \frac{2\pi}{\omega}$ dan melewati satu gelombang yaitu:

$$u_{rata-rata} = \frac{1}{2} \varepsilon_o E_{max}^2 \quad (2.53)$$

dengan rata-rata nilai ($\cos^2\theta$) adalah $\frac{1}{2}$

II.5.3 Vector Pointing (\vec{S})

Seiring penjalaran gelombang elektromagnetik yang kemudian menumbuk suatu luasan area A yang tegak lurus terhadap sumbu penjalarnya maka energi yang dibawa oleh gelombang tersebut akan terlokalisasi ke setiap daerah yang dilewatinya, energi tersebut dari titik awal lokalisasi ke titik berikutnya haruslah secara terus menerus terdistribusi. Energi yang diterima persatuan waktu per satuan area disebut *vector pointing*. Secara matematis dituliskan[17]:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_o} (\vec{E} \times \vec{B}) \quad (2.54)$$

energi yang diterima secara matematis dituliskan:

$$S = c\epsilon_o E_o^2 \cos^2(kz - \omega t) \hat{z} \quad (2.55)$$

sehingga intensitas energi per satuan waktu per satuan area dari titik awal lokalisasi ke titik berikutnya adalah:

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_o E_o^2 \quad (2.56)$$

dengan rata-rata nilai $\cos^2\theta$ adalah $\frac{1}{2}$.

II.6 Transmisi Gelombang

Salah satu sifat gelombang elektromagnetik adalah dapat mengalami pemantulan (refleksi) dan transmisi. Sifat gelombang tersebut terjadi ketika gelombang elektromagnetik melewati dua medium misalnya salah satu mediumnya adalah ruang vakum. Fenomena pemantulan, bisa total atau hanya sebagian gelombang yang terpantul ataupun sebagian lagi ditransmisikan ke medium berikutnya melewati batas medium[19].

Amplitudo gelombang refleksi dan gelombang transmisi kemungkinan akan mengalami perubahan fase melalui penurunan terhadap syarat batas yang ditentukan. Secara matematis dituliskan sebagai berikut [18]:

$$E_I = E_{OI} e^{i(K_1 z - \omega t)} \hat{x} \quad (2.57)$$

$$B_R = \frac{1}{v_1} E_{OI} e^{i(K_1 z - \omega t)} \hat{y} \quad (2.58)$$

ketika gelombang kembali ke medium pertama, gelombang refleksi didefinisikan sebagai berikut:

$$E_R = E_{OR} e^{i(K_1 z - \omega t)} \hat{x} \quad (2.59)$$

$$B_I = \frac{1}{v_1} E_{OI} e^{i(K_1 z - \omega t)} \hat{y} \quad (2.60)$$

ketika gelombang diteruskan ke medium kedua maka gelombang transmisi didefinisikan sebagai berikut:

$$E_T = E_{OT} e^{i(K_2 z - \omega t)} \hat{x} \quad (2.61)$$

$$B_T = \frac{1}{v_2} E_{OT} e^{i(K_2 z - \omega t)} \hat{y} \quad (2.62)$$

Hubungan kedua persamaan diatas harus memenuhi syarat batas, yaitu medan listrik dan medan magnet pada medium pertama sama dengan medan listrik dan medan magnet di medium kedua, secara matematis didefinisikan sebagai berikut[18]:

$$E_1^{II} = E_2^{II} \text{ dan } \frac{1}{\mu_1} B_1^{II} = \frac{1}{\mu_2} B_2^{II} \quad (2.63)$$

atau

$$E_{OI} + E = E_{OT} \text{ dan } \frac{1}{v_2} E_{OI} + \frac{1}{v_1} E = \frac{1}{v_2} E_{OT} \quad (2.64)$$

Persamaan (2.64) didapatkan hubungan gelombang refleksi terhadap gelombang datang dan gelombang transmisi terhadap gelombang datang sebagai berikut [18]:

$$E_{OR} = \left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right) E_{OI} \quad E_{OT} = \left(\frac{1+\beta}{1+\beta}\right) E_{OI} \quad (2.65)$$

dengan $\beta \equiv \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2 v_2} \equiv \frac{\mu_1 n_1}{\mu_2 n_2}$

Berdasarkan persamaan (2.65) intensitas energi gelombang elektromagnetik yang dipantulkan maupun diteruskan dapat ditentukan melalui persamaan (2.66) dan persamaan (2.67). Jika diasumsikan $\mu_1 \neq \mu_2$ maka rasio intensitas refleksi dan rasio transmisi didefinisikan sebagai berikut [18]:

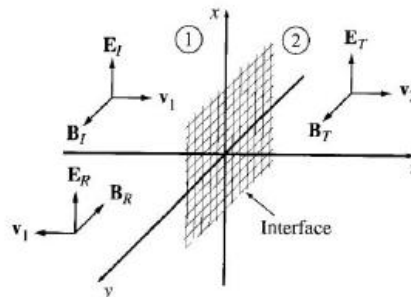
$$R \equiv \frac{I_R}{I_I} = \left(\frac{E_{OR}}{E_{OI}}\right)^2 = \left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^2 \quad (2.66)$$

dan

$$T \equiv \frac{I_T}{I_I} = \frac{\epsilon_1 n_2}{\epsilon_2 n_1} \left(\frac{E_{OT}}{E_{OI}}\right)^2 = \beta \left(\frac{2}{1+\beta}\right)^2 \quad (2.67)$$

R disebut dengan koefisien refleksi dan T disebut dengan koefisien transmisi. Kedua persamaan tersebut merupakan pecahan dari intensitas energi datang sehingga hubungan antara koefisien refleksi dan transmisi adalah sebagai berikut:

$$R + T = 1 \quad (2.68)$$



Gambar 2.6 Sketsa arah penjalaran gelombang

II.7 Deret Fourier

Deret Fourier merupakan suatu teknik yang pertama kali diperkenalkan oleh Jenan Baptiste Joseph Fourier sebagai penjumlahan tak hingga dari yang mengandung suku-suku sinus dan cosinus. Teknik ini digunakan untuk merepresentasikan fungsi periodik secara umum seperti gelombang *sawtooth* dan kotak. Sebagaimana yang ditunjukkan persamaan 2.69 untuk gelombang *sawtooth* dan 2.70 untuk gelombang kotak [20,21].

$$f(t) = 2 \left(\frac{\sin t}{1} - \frac{\sin 2t}{2} + \frac{\sin 3t}{3} - \frac{\sin 4t}{4} + \dots \right) \quad (2.69)$$

$$f(t) = \frac{16}{\pi} \left(\frac{\sin \pi t}{1} + \frac{\sin 3\pi t}{3} + \frac{\sin 5\pi t}{5} + \frac{\sin 7\pi t}{7} + \dots \right) \quad (2.70)$$

II.8 Transformasi Fourier

Transformasi Fourier adalah metode untuk merepresentasikan suatu fungsi dalam waktu menjadi fungsi frekuensi seperti yang terlihat pada gambar 2.7. Dalam satu dimensi persamaan transformasi Fourier dapat dituliskan sebagai berikut [22,23]:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) e^{i\omega x} dx \quad (2.71)$$



Gambar 2.7 Transformasi Fourier

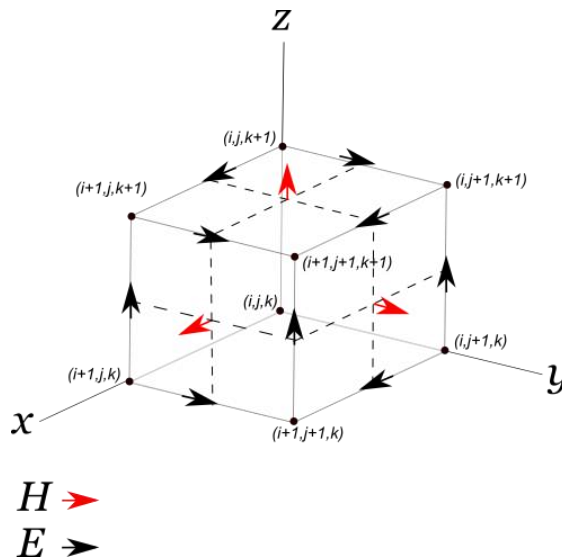
II.9 Finite Difference Time Domain

Metode *Finite Difference Time Domain* (FDTD) adalah metode yang diperkenalkan oleh Kane Yee dalam jurnalnya tahun 1966. Penelitian ini memiliki tujuan untuk mencari solusi diskritisasi persamaan Maxwell berdasarkan pendekatan turunan spasial atau temporal dari persamaan curl medan elektromagnetik [13].

Formulasi FDTD berdasarkan diskritisasi medan listrik dan medan magnetik tersusun berurutan dalam ruang dan waktu yang divisualisasikan pada grid kotak tiga dimensi (Yee cell). Node-node koordinat ruang dinyatakan dalam diskritisasi $(x, y, z)_{i,j,k} = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$ dimana i, j, k bilangan bulat. Untuk waktu dinyatakan diskritisasi $t = n\Delta t$ yang berubah terhadap fungsi $f(x, y, z, t)$. Secara matematis dituliskan sebagai berikut [15]:

$$f(x, y, z, t) = f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = f_{ijk}^n$$

Gambar 2.8 merupakan teknik untuk melihat tangensial medan listrik bersirkulasi di ujung-ujung grid terhadap vektor normal medan magnet. Medan listrik diproyeksikan secara paralel di ujung-ujung grid dan tengah grid kemudian medan magnet berada pada tengah-tengah permukaan grid. Teknik ini menunjukkan esensial dari perkalian curl medan elektromagnetik [13,15].



Gambar 2.8 Yee Cell