TESIS

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA SCPUR PADA PENYEBARAN COVID-19 (CORONA VIRUS DISEASE-19)

Disusun dan diajukan oleh

ALVIONI BANI

H022191005

PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2020

LEMBAR PENGESAHAN TESIS

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA SCPUR PADA PENYEBARAN COVID-19 (CORONA VIRUS DISEASE-19)

Disusun dan diajukan oleh

ALVIONI BANI
H022191005

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka Penyelesaian Studi Program Magister Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
Pada tanggal 23 Desember 2020
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

Pembimbing Utama,

Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc.
NIP. 19680114 199412 1 001

Pembimbing Pendamping,

Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si.
NIP. 19800904 200312 2 001

Ketua Program Studi
Magister Matematika,

Dr. Muhammad Zakir, M.Si.
NIP. 19640207 199103 1013

Dekan Fakultas MIPA
Universitas Hasanuddin,

Dr. Eng. Amiruddin, M.Si.
NIP. 19720515 199702 1 002

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Alvioni Bani
NIM	: H022191005
Program Studi	: Matematika
Jenjang	: S2

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

Analisis Kestabilan Model Matematika SCPUR pada Penyebaran COVID-19 (Corona Virus Disease-19)

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa Tesis yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan Tesis ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut

Makassar, 23 Desember 2020

Yang menyatakan,

Alvioni Bani

PRAKATA

Alhamdulillahirobbil ‘alamin, segala puji syukur kehadirat Allah SWT, atas berkat rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan tesis ini sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar Magister pada Program Pascasarjana Universitas Hasanuddin. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada nabi besar Muhammad SAW sebagai *uswatun hasanah* dalam meraih kesuksesan dunia akhirat.

Penulis sangat menyadari bahwa dalam proses penyusunan tesis ini, tidak sedikit hambatan yang telah dilalui. Akan tetapi rasa optimis, usaha dan doa yang mampu mengalahkan hambatan-hambatan yang dihadapi.

Terima kasih yang tak terhingga penulis hanturkan kepada orang tua tercinta, Ns. Baharuddin, S.Kep. dan Husniar Ishak, S.ST., M.Kes. atas segala doa, kasih sayang, cinta, nasihat, motivasi, serta berbagai macam bantuan, baik secara moril maupun materil. Terima kasih atas perhatian, bimbingan serta ketulusan dalam merawat penulis dari lahir hingga saat ini.

Iringan doa dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, kepada:

1. Prof. Dr. Syamsuddin Toaha, M.Sc, selaku pembimbing yang telah meluangkan banyak waktu, tenaga dan pikiran untuk senantiasa memberi bimbingan, saran, semangat dan arahannya dalam menyelesaikan tesis ini.
2. Dr. Kasbawati, S.Si., M.Si, selaku pembimbing yang telah meluangkan banyak waktu, tenaga dan pikiran untuk senantiasa memberi bimbingan, saran, semangat dan arahannya dalam menyelesaikan tesis ini.
3. Prof. Dr. Jeffry Kusuma, Prof. Dr. Moh. Ivan Azis, M.Sc, dan Dr. Firman, S.Si., M.Si, selaku penguji yang telah banyak memberikan masukan dalam penyempurnaan tesis ini.
4. Rektor Universitas Hasanuddin dan Direktur Program Pascasarjana beserta seluruh staf yang telah memberikan layanan administrasi baik selama penulis menempuh pendidikan di Universitas Hasanuddin.

5. Dekan FMIPA Universitas Hasanuddin Dr. Eng Amiruddin, M.Si, seluruh dosen dan staf administrasi pada Program Studi S2 Matematika Program Pascasarjana Universitas Hasanuddin yang telah memberikan layanan akademik maupun layanan administrasi selama penulis menempuh pendidikan.
6. Saudaraku drg. Novia Bani, SKG. dan Aqila Alviola Bani, S.Farm. atas dukungannya dalam bentuk apapun kepada penulis.
7. Saudara dan sepupu yang selalu mendukung penulis dalam hal apapun Ita Puspita Sari, Amd.Keb., Trisna Selfiani, Amd.AK., Yuyun Ramadani, Amd.RMIK., Awal Subayu, Dodi Muhammad, Ns. Ayu Islamiah Selfiani, S.Kep., Deski Selfiani, Amd.Keb., Muh. Aqsyah Selfian, dan Syalun Mahani Safitri.
8. Saudara dan sahabat penulis "Geng Terong" Faisah, S.Si., Meisy Tri Elsa, S.Si., Nurwahidah Sari, S.Si., dan Sella Cindirella Muhtar, S.Si., karena telah menjadi sahabat yang apa adanya, telah setia mendengar curhatan penulis dalam berbagai hal. Semoga persahabatan kita bisa bertahan hingga nanti kita bisa memperkenalkan anak kita masing-masing.
9. Saudara dan sahabat penulis Aswar, S.Si., A. Diki Nurbaldatun Islam, S.Si., dan Muh. Edy Rizal, S.Si., atas dukungan dan segala bantuan yang diberikan kepada penulis dalam rangka penulis menyelesaikan tesis ini.
10. Saudara dan sahabat penulis semasa SMA. Muh. Oktoufik Yunus, S.E., Dwi Yuni Wulandari, S.E., Andi Sugiana Sartifar, S.E., dan Femmy Angreani, S.Pd., M.Pd., untuk segala dukungan dan semangat yang tiada hentinya diberikan kepada penulis. Semoga impian kita jadi orang sukses, secepatnya jadi kenyataan.
11. Kakanda senior Nurfitri Prawandi, S.Si., M.Si., atas bantuan dan arahan yang diberikan kepada penulis dalam proses penulis menyelesaikan tesis ini.
12. Nita Angreani, S.Si., Fitri Amalyah, S.Si., M.Si., Astri, S.Si., M.Si., Syamsir, S.Pd., M.Si., atas bantuannya kepada penulis dalam segala hal sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini.

13. Teman – teman program studi Magister Matematika Universitas Hasanuddin angkatan 2019, Nola Curex, S.Pd., Amira Wahid, S.Si., Rabiatul Adwiyah, S.Si., Putri Amaliah, S.Si., Andi Utari Syamsir, S.Si..

Serta orang-orang yang telah berjasa kepada penulis yang tidak dapat dituliskan oleh penulis. Penulis berharap semoga bantuan yang telah diberikan mendapatkan balasan dari Allah, sebagai amal jariyah dan pahala yang berlipat ganda di sisi-Nya.

Akhirnya, semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi segenap pembaca dan dapat memberikan kontribusi berharga bagi pengembangan ilmu pengetahuan dan memberi informasi ilmiah secara umum.

Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Makassar, 23 Desember 2020

Alvioni Bani

ABSTRAK

ALVIONI BANI. Analisis Kestabilan Model Matematika SCPUR pada Penyebaran COVID-19 (Corona Virus Disease-19) (dibimbing oleh Syamsuddin Toaha dan Kasbawati)

Penelitian ini membahas mengenai model matematika SCPUR pada penyebaran COVID-19 dengan menggunakan data penderita COVID-19 di Kota Makassar. Pada model, kelas populasi dibagi menjadi lima kelas. Kelas individu yang rentan terhadap penyakit, individu terinfeksi tanpa gejala, individu terinfeksi dengan gejala dan melaporkannya, individu terinfeksi dengan gejala namun tidak melaporkannya, serta individu yang sembuh dari penyakit serta penambahan proporsi imunitas tubuh terhadap pertambahan individu terinfeksi, pemberlakuan PSBB, dan karantina sebagai proses penyembuhan.

Penelitian dimulai dengan menentukan titik kesetimbangan model yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Selanjutnya dilakukan pengujian kestabilan dengan menggunakan metode linearisasi selanjutnya dilakukan penentuan nilai eigen. Nilai bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan metode matriks *next generation*, yang di mana diperoleh keadaan awal nilai bilangan reproduksi dasar $R_0 > 1$ maknanya COVID-19 akan tetap ada dari Kota Makassar. Selanjutnya dilakukan perlakuan agar R_0 dapat turun sehingga $R_0 < 1$, maknanya COVID-19 akan hilang dari Kota Makassar.

Kata Kunci : Titik Kesetimbangan, Bilangan Reproduksi Dasar, COVID-19

ABSTRACT

ALVIONI BANI. *Stability Analysis of SCPUR Mathematical Model for the Spread of COVID-19 (Corona Virus Disease-19)* (*Supervised by* Syamsuddin Toaha *and* Kasbawati)

This research discusses SCPUR mathematical model for the spread of COVID-19 using data of people with COVID-19 in Makassar City. In this model, the population class is divided into five classes: susceptible, asymptomatic infectious, reported symptomatic infectious, unreported symptomatic infectious, and recovered classes. The proportion of body immunity to the increase of infected individuals, the proportion of large-scale social restrictions, and the proportion of quarantine as a healing process are also added.

The research begins by determining the equilibrium points of the model, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. Then, the stability test is carried out using linearization method and the eigenvalues are determined. The value of the basic reproduction number is obtained using next-generation matrix method, where the initial state of the basic reproduction number value $R_0 > 1$ *means COVID-19 will still exist in Makassar City. Treatment is carried out so that* $R_0 < 1$ *which means Makassar City will be free of COVID-19.*

***Keywords**: Equilibrium point, basic reproduction number, COVID-19*

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Simbol	Makna
β	Beta
μ	Mu
α	Alpha
ω	Omega
ρ	Rho
δ	Delta
σ	Sigma
γ	Gamma
η	Eta

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Hingga saat ini terdapat berbagai macam virus penyakit di dunia seperti *human immunodeficiency virus*, virus *ebola*, virus *dengue* dan lain sebagainya yang proses penyebarannyapun beragam. Salah satu virus penyakit yang sedang hangat dibicarakan saat ini adalah *Novel Coronavirus* atau yang umum disebut virus corona. Virus corona sendiri bukanlah virus baru di bidang kesehatan. Virus tersebut pertama kali ditemukan pada tahun 2003 dan menyebabkan penyakit *Severe Acute Respiratory* (SARS), selanjutnya pada tahun 2012 ditemukan jenis baru dari virus tersebut dan menyebabkan penyakit *Middle East Respiratory Syndrom-Corona Virus* (MERS-CoV), yang terbaru virus ini bermutasi membentuk virus corona jenis baru (SARS-CoV-2) dan menyebabkan munculnya penyakit disebut *Coronavirus Disease-19* (COVID-19).

COVID-19 adalah penyakit yang disebabkan oleh virus corona yang pertama kali ditemukan di kota Wuhan, Cina pada akhir Desember 2019. Virus ini dapat menyerang berbagai golongan usia baik bayi, anak-anak, orang dewasa hingga lansia. Virus ini menyerang sistem pernapasan manusia dan dapat menyebabkan gangguan sistem pernapasan, pneumonia akut, hingga kematian. Proses penyebarannyapun tergolong unik, bisa secara langsung ataupun tidak, misalkan seseorang yang terinfeksi virus melakukan aktivitas mengeluarkan tetesan kecil dari hidung atau mulut (bersin atau batuk), kemudian tetesan tersebut mendarat di sebuah benda atau permukaan, selanjutnya tetesan tersebut disentuh oleh orang sehat, maka orang tersebut akan terinfeksi apabila mereka menyentuh mata, hidung ataupun mulut mereka (WHO, 2020).

Gejala awal infeksi virus Corona bisa berupa gejala flu, seperti demam, pilek, batuk kering, sakit tenggorokan, dan sakit kepala. Setelah itu, gejala bisa memberat. Pasien bisa mengalami demam tinggi, batuk berdahak bahkan berdarah, sesak napas, dan nyeri dada (Alodokter, 2020).

Sejak kasus pertamanya di kota Wuhan pada Desember 2019, hingga tanggal 10 Juli 2020 tercatat 12.015.193 individu terinfeksi, 549.247 kematian akibat virus dan virus telah menyebar ke 216 negara di dunia, dan untuk kasus tertinggi dilaporkan terjadi di benua Amerika yakni sebanyak 6.264.626 kasus, di mana benua Asia berada diurutan keempat sebanyak 1.032.167 kasus, sebanyak 70.736 kasus berasal dari Indonesia dengan jumlah individu sembuh sebanyak 32.651, dengan jumlah kematian sebanyak 3.417 (WHO, 2020). Jumlah tersebut diprediksi akan terus bertambah mengingat belum ditemukannya antivirus penyakit ini. Berdasar pada fakta tersebut per tanggal 11 Maret 2020 *Word Health Organization* (WHO) memutuskan COVID-19 sebagai penyakit pandemi.

Sebagai bentuk upaya menekan semakin meluasnya penyebaran virus, beberapa negara melakukan berbagai macam tindakan pencegahan, misalkan di Indonesia, pemerintah melakukan kebijakan berupa pembatasan sosial berskala besar. Pembatasan tersebut meliputi peliburan sekolah dan tempat kerja, pembatasan kegiatan keagamaan, dan masyarakat diminta mengurangi kegiatan bertemu dengan orang lain serta mengurangi kegiatan di luar rumah dan apabila harus keluar rumah atau bertemu orang lain, masyarakat diwajibkan menggunakan masker (Thorik, 2020).

Bidang matematika merupakan salah satu bidang ilmu pengetahuan yang dapat memberikan solusi dalam dunia nyata, dengan cara memodelkan dan merumuskan masalah tersebut. Model matematika merupakan sekumpulan persamaan atau pertidaksamaan yang mengungkapkan perilaku suatu permasalahan yang nyata berdasarkan asumsi-asumsi. Selanjutnya dilakukan analisis terhadap model matematika yang telah dibentuk agar model tersebut representatif terhadap permasalahan yang dibahas. Berbagai macam permasalahan yang timbul dari berbagai bidang misalnya di bidang kesehatan.

Menimbang dari fenomena yang disebutkan sebelumnya, peneliti tertarik melakukan penelitian tentang COVID-19 namun dari sudut pandang matematika. Penelitian terbaru dari Liu Z, dkk membahas mengenai model matematika SIRU (*Susceptible, Asymptomatic Infected*, *Reported Infected Case, Unreported Symptomatic infected*) untuk memprediksi jumlah kumulatif kasus COVID-19 di

Negara Cina. Selanjutnya dari penelitian yang dilakukan Liu Z, dkk., peneliti akan melakukan modifikasi dengan menambahkan satu kelompok individu *Recovery* dengan pertimbangan bahwa semakin bertambahnya kelompok individu yang sembuh dari penyakit dengan karantina. Selanjutnya ditambahkan asumsi bahwa individu yang terinfeksi tanpa gejala, dan memiliki imunitas baik akan sembuh dari penyakit tanpa karantina. Serta penambahan perlakuan lain yaitu berupa Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB). Sehingga atas pertimbangan tersebut akan dilakukan penelitian yang dituang dalam tesis yang berjudul:

"Analisis Kestabilan Model Matematika SCPUR pada Penyebaran COVID-19 (Corona Virus Disease-19)".

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, diperoleh rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana pengembangan model matematika penyebaran COVID-19 dengan mempertimbangkan faktor imunitas, pembatasan sosial berskala besar, serta penyembuhan berupa karantina?
2. Bagaimana penentuan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik serta analisis kestabilan titik kesetimbangannya?
3. Bagaimana penentuan bilangan reproduksi dasar dan sensitivitas parameter yang mempengaruhi model?
4. Bagaimana menganalisis hasil simulasi model yang dilakukan dengan meninjau beberapa kasus penyebaran COVID-19?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengembangkan model matematika COVID-19 dengan mempertimbangkan faktor imunitas, pembatasan sosial berskala besar, serta penyembuhan berupa karantina
2. Menentuan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik serta menganalisa kestabilan titik kesetimbangannya.
3. Menentuan bilangan reproduksi dasar dan sensitivitas parameter yang mempengaruhi model.

4. Menganalisis hasil simulasi model yang dilakukan dengan meninjau beberapa kasus penyebaran COVID-19.

1.4. Manfaat Penelitian

1. Penelitian ini diharapkan akan memberikan gambaran secara jelas tentang dinamika penyebaran COVID-19 di Kota Makassar.
2. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat membantu berbagai pihak dalam mencegah semakin meluasnya penyebaran COVID-19 di Kota Makassar.

1.5. Batasan Masalah

Agar tidak menimbulkan penafsiran yang lebih luas, beberapa asumsi diberikan sebagai batasan masalah yaitu:

1. Kompartemen pada penelitian ini dibagi menjadi 5 kelas yaitu *Susceptible (S), Carrier (C), Reported Symptomatic (P), Unreported Symptomatic (U) serta Recovery (R).*
2. Populasi tertutup.
3. Yang dapat menularkan COVID-19 yaitu individu terinfeksi tanpa gejala *(C)* dan individu yang terinfeksi dengan gejala namun tidak melaporkannya *(U)*
4. Data yang akan digunakan untuk simulasi model adalah data penderita COVID-19 di Kota Makassar dari awal ditemukannya kasus sampai dimulainya penelitian.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Studi Review Perkembangan Model COVID-19

Pertama penelitian oleh Z. Liu, dkk. (2020), tentang model matematika penyebaran COVID-19. Pada penelitian ini, populasi dibagi menjadi 4 kelas yaitu *Susceptible (S)* atau individu yang rentan terhadap penyakit, kemudian kelas *Asymptomatic Infectiuos Individuals (I)* atau individu yang terinfeksi penyakit namun tanpa gejala klinis, selanjutnya kelas *Unreported Symptomatic Infectious Individuals (U)* atau individu yang terinfeksi penyakit dengan gejala namun tidak melaporkannya, kemudian kelas *Reported Symptomatic Infectious Individual (R)* atau idndividu terinfeksi penyakit dengan gejala dan melaporkannya. Dalam penelitian ini, Z Liu, dkk. melakukan prediksi jumlah kumulatif penderita COVID-19 di Cina menggunakan data awal penderita. Dari hasil simulasi, diperoleh 4 grafik, pada grafik pertama terdapat 65.000 kasus yang dilaporkan, sekitar 16.000 yang tidak dilaporkan sehingga total kasus sekitar 81.000, adapun puncak epidemi adalah pada hari ke-41 atau pada tanggal 10 Ferbruari 2020. Selanjutnya pada grafik kedua diperoleh kesimpulan bahwa puncak untuk kasus individu terinfeksi tanpa gejala adalah sekitar hari ke 35, sedangkan untuk kasus individu terinfeksi dengan gejala dan melaporkannya adalah sekitar hari ke 41 dan berdasarkan data yang dilaporkan setiap minggunya, puncak pandemi diprediksi pada hari ke 38. Selanjutnya pada grafiik selanjutnya menunjukkan pertambahan sebanyak 5.750 kasus dalam seminggu setelah keluarnya kebijakan pemerintah mengenai penyakit tersebut puncak pada hari ke 47. Grafik keempat menunjukkan peningkatan jumlah kasus yang tidak dilaporkan yaitu sekitar 98.800 kasus dan kasus yang dilaporkan sekitar 65.900 dan kasus keseluruhan diprediksi sekitar 164.700 kasus dan puncak pandemi diprediksi pada hari ke 41 yaitu pada tanggal 10 Februari 2020.

Selanjutnya Ikatan Alumni Departemen Matematika Universitas Indonesia (2020) juga melakukan penelitian dengan menggunakan model dari Z Liu, dkk namun untuk simulasi numeriknya mereka menggunakan data individu terinfeksi COVID-19 di Indonesia, pada penelitian ini mereka melakukan prediksi kapan pandemi COVID-19 berakhir. Dari penelitian tersebut diperoleh kesimpulan bahwa, jumlah individu terinfeksi tanpa gejala di Indonesia berkali lipat dibandingkan jumlah individu yang terinfeksi dengan gejala dan melaporkannya. Sehingga dari hal tersebut jumlah individu yang terinfeksi diprediksi akan terus bertambah. Dalam penelitian tersebut peneliti membuat 3 skenario, skenario pertama yaitu apabila kegiatan masyarakat berjalan seperti biasanya (tidak ada kebijakan dari pemerintah) maka puncak pandemi diprediksi terjadi pada 4 Juni dengan 11.318 kasus baru dan pandemi akan berakhir pada akhir Agustus - awal September. Selanjutnya skenario kedua yaitu pemerintah telah mengeluarkan kebijakan namun kurang tegas mengenai anjuran menjaga jarak dan masyarakat juga kurang disiplin, puncak pamdemi diprediksi terjadi tanggal 2 Mei dengan 1490 kasus baru dan akumulasi kasus positif menjadi 60.000 kasus. Serta pandemi diprediksi berakhir pada akhir Juni - awal Juli. Skenario terakhir yaitu kebijakan tegas pemerintah mengenai jaga jarak dan masyarakat mengikuti dengan disiplin maka puncak pandemi diprediksi tanggal 16 April dengan 546 kasus baru dan akumulasi kasus positif mencapai 17.000 kasus serta pamdemi diprediksi berakhir di akhir Mei - awal Juni.

Annas S., dkk., (2020) yang melakukan penelitian mengenai analisis kestabilan serta simulasi numerik model SEIR pada penyebaran COVID-19 menggunakan data dari seluruh dunia. Pada penelitian ini, populasi dibagi menjadi 4 kelas. *Susceptible (S)* atau kelas individu rentan terhadap COVID-19, *Exposed (E)* atau kelas individu terpapar COVID-19, *Infected (I)* atau kelas individu terinfeksi COVID-19 dan *Recovered (R)* atau kelas individu sembuh dari penyakit. Dari simulasi numerik yang dilakukan, peniliti tersebut berkesimpulan bahwa dengan tinggal di rumah dapat memperkecil laju pertambahan individu terpapar sehingga jumlah individu yang terinfeksi juga akan berkurang.

2.2. COVID-19 dan Pola Peyebarannya

COVID-19 pertama kali ditemukan di kota Wuhan, Cina. COVID-19 adalah penyakit yang disebabkan oleh virus corona (SARS-CoV-2). Setelah SARS dan MERS virus ini bermutasi dan menyebabkan munculnya penyakit baru yaitu COVID-19. Cara penyebaran virus corona melalui orang yang telah terinfeksi virus corona. Penyakit dapat menyebar melalui tetesan kecil dari hidung atau mulut seseorang yang terinfeksi yang secara langsung ataupun tidak masuk ke tubuh individu sehat (WHO, 2020).

Gejala COVID-19 yang paling umum adalah demam, kelelahan, dan batuk kering. Beberapa pasien mungkin mengalami sakit dan nyeri, hidung tersumbat, pilek, sakit tenggorokan atau diare. Namun, beberapa orang yang terinfeksi tetapi tidak menunjukkan gejala apa pun dan tak merasa tidak enak badan. Kebanyakan orang (sekitar 80%) pulih dari penyakit tanpa perlu perawatan khusus. Sekitar 1 dari setiap 6 orang yang mendapatkan COVID-19 sakit parah dan mengalami kesulitan bernapas. Orang yang lebih tua, dan mereka yang memiliki masalah medis seperti tekanan darah tinggi, masalah jantung atau diabetes, lebih rentan terinfeksi virus ini (Ricardo, 2020).

2.3. Novel Coronavirus

Belum ada informasi pasti mengenai bagaimana virus ini bisa muncul dan menginfeksi penderita pertama di kota Wuhan, Cina. Pada awalnya, beredar kabar bahwa virus corona (SARS-CoV-2) berasal dari hewan kalelawar dan berpindah akibat hewan tersebut dikonsumsi oleh manusia, didukung dengan fakta tentang kebiasaan unik masyarakat kota Wuhan yang gemar mengonsumsi hewan-hewan ekstrim seperti kelelawar, ular, dan lain sebagainya. Namun, kabar lain menyebutkan bahwa virus tersebut merupakan buatan manusia sebagai senjata biologi yang diciptakan di salah satu laboratorium di kota Wuhan. Namun hal ini sudah terbantahkan dengan penelitian yang dilakukan oleh beberapa ilmuwan yang mengatakan bahwa terdapat petunjuk penting dalam genetik virus yang menandakan virus corona tidak diciptakan di laboratorium.

Dalam sebuah artikel menyebutkan bahwa virus corona (SARS-CoV-2) bertahan tidak lebih dari satu hari di atas permukaan yang berbahan kertas karton namun dapat bertahan hingga 3 hari di atas permukaan berbahan baja atau plastik, namun mengenai virus yang dapat bertahan di udara, belum ada penelitian pasti mengenai hal tersebut. Adapun untuk masa inkubasi virus diprediksi tidak lebih dari 14 hari setelah virus masuk ke dalam tubuh, meskipun begitu beberapa kasus ditemukan bahwa individu dinyatakan positif terinfeksi setelah lebih dari 14 hari melakukan kontak dengan pasien terinfeksi.

2.4. Imunitas Tubuh terhadap Coronavirus

Imun tubuh yang kuat memiliki peran penting dalam melawan infeksi virus. Virus corona yang masuk ke dalam tubuh akan menempel di paru-paru kemudian menyebabkan infeksi di dalam tubuh. Seseorang yang memiliki imunitas tubuh yang baik, akan merespon dengan melakukan perlawanan terhadap virus. Seseorang yang memiliki imun tubuh baik akan menang dan menyebabkan hilangnya virus tanpa pengobatan (Susilo, 2020)

2.5. Pembatasan Sosial Beskala Besar

Wabah covid-19 membuat masyarakat Indonesia khawatir karena banyaknya warga yang terdampak penularan virus tersebut. Oleh karenanya pemerintah mengambil kebijakan Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB). Penerapan PSBB dianggap sebagai cara yang paling ampuh dalam menekan laju penularan pandemi Coronavirus. Hal ini dapat kita lihat dalam berbagai langkah yang diambil pemerintah baik di tingkat pusat maupun daerah yaitu dengan menganjurkan atau menghimbau kepada masyarakat untuk melakukan pembatasan kegiatan pada sektor-sektor tertentu termasuk juga menekankan kepada masyarakat untuk menunda terlebih dahulu kegiatan-kegiatan yang sifatnya mengumpulkan banyak orang hingga dalam aksi nyata berbagai sektor mulai memberlakukannya sehingga himbauan Presiden untuk bekerja di rumah, belajar di rumah, dan beribadah di rumah. (Thorik, 2020).

2.6. Karantina

Individu yang mendapat gejala selanjutnya terbukti positif terinfeksi, akan dikarantina. Pasien dengan infeksi ringan boleh tidak dirawat di rumah sakit, tetapi pasien harus diajarkan langkah pencegahan transmisi virus. Karantina di rumah dapat dikerjakan sampai pasien mendapatkan hasil tes virologi negatif dua kali berturut-turut dengan interval pengambilan sampel minimal 24 jam. Bila tidak memungkinkan, maka pasien dikarantina hingga dua minggu setelah gejala hilang.

Sedangkan untuk pasien dengan infeksi berat harus dirawat di rumah sakit dan diberikan pengobatan oleh pihak rumah sakit (Susilo, 2020)

2.7. Sistem Persamaan Diferensial Biasa

Suatu persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas (Finizio dan Ladas, 1988).

2.8. Sistem Persamaan Diferensial Biasa Nonlinear

Suatu persamaan diferensial biasa nonlinear adalah persamaan diferensial biasa yang tak linear. Misalkan suatu sistem persamaan diferensial biasa dinyatakan sebagai:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} f(t, x) \tag{2.1}$$

dengan $x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$

dengan $f(x, t) = \begin{bmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix}$

adalah fungsi tak linear dalam $x_1, x_2, \dots, x_n$. Sistem persamaan (2.1) disebut sistem persamaan diferensial biasa nonlinear (Braun, 1983).

2.9. Linearisasi

Misalkan diberikan sistem persamaan diferensial biasa nonlinear berikut:

$$\dot{x} = f(x), x \epsilon R^n. \tag{2.2}$$

Di mana $x(t) \epsilon R^n$ adalah suatu fungsi bernilai vektor dalam t dan $f: U \to R^n$ adalah suatu fungsi mulus yang terdefinisi pada subhimpunan $U \subset R^n$.

Dengan menggunakan ekspansi Taylor di sekitar titik tetap $\bar{x}$, maka sistem persamaan (2.2) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\dot{x} = \dot{\eta} = J\eta + \varphi(\eta) \tag{2.3}$$

di mana J adalah matriks Jacobi yang dinyatakan sebagai berikut :

$$J = \frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$\bar{x}\ dan\ \varphi(\eta)$ adalah suku berorde tinggi yang bersifat $\lim_{\eta \to 0} \varphi(\eta) = 0$, dengan $\eta = x - \bar{x}$. $J\eta$ pada sistem persamaan (2.3) disebut pelinearan sistem persamaan (2.2) (Tu, 1994).

2.10. Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Nilai Eigen adalah nilai karakteristik dari suatu matriks berukuran $n \times n$ yang dilambangkan dengan λ. Sementara vektor eigen adalah vektor kolom yang tak nol yang bila dikalikan dengan suatu matriks berukuran $n \times n$ akan menghasilkan vektor lain yang memiliki nilai kelipatan λ dari vektor eigen.

Definis 2.1 *Jika A adalah matriks berukuran $n \times n$, maka vektor tak nol $\boldsymbol{x}$ di dalam R^n dinamakan vektor eigen dari A jika $A\boldsymbol{x}$ adalah kelipatan skalar dari $\boldsymbol{x}$, yakni :*

$$A\boldsymbol{x} = \lambda\boldsymbol{x} \tag{2.4}$$

dengan skalar λ dinamakan nilai eigen dari A dan $\boldsymbol{x}$ dikatakan vektor eigen yang bersesuaian dengan λ.

Teorema 2.1 *Bilangan real λ merupakan nilai eigen dari matriks berukuran $n \times n$, jika dan hanya jika :*

$$det(A - \lambda I)\boldsymbol{x} = 0 \tag{2.5}$$

Definisi 2.2 *Persamaan yang diperoleh dari $det(A - \lambda I)\boldsymbol{x} = 0$ merupakan persamaan karakteristik dari matriks A (Matthews K R, 2012).*

Selanjutnya, dari nilai-nilai eigen yang diperoleh tersebut akan ditentukan nilai eigen terbesarnya (spektral radius). Spektral radius adalah maksimum dari absolut nilai eigen suatu matriks yang dilambangkan dengan $\rho(.)$, dan $\mathcal{R}_0$ merupakan spektral radius matriks generasi FV^{-1}.

Definisi 2.3. *Jika $\sigma(A)$ merupakan himpunan nilai-nilai eigen dari matriks A, maka :*

$$\rho(A) = max\{|\lambda|: \lambda \in \sigma(A)\} \tag{2.6}$$

dengan $\rho(A)$ merupakan spektral radius dari matriks A (Kuttler K, 2012).

2.11. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar adalah ambang batas penularan suatu penyakit yang disebabkan oleh individu terinfeksi dalam suatu populasi yang semuanya rentan untuk terinfeksi, yang biasanya dilambangkan dengan R_0 (P. Van Den, 2017). Bilangan Reproduksi dasar dicari untuk menentukan apakah suatu wilayah terjadi endemik atau tidak. Parameter R_0 mempunyai ambang batas 1. Epidemik akan terjadi pada saat $R_0 > 1$ yang ditandai dengan meningkatnya populasi manusia terinfeksi dan tidak terjadi epidemik pada saat $R_0 < 1$ yang ditandai dengan menurunnya populasi manusia terinfeksi.

Didefinisikan X_s sebagai himpunan semua kondisi bebas penyakit yaitu:

$$X_s = \{x \geq 0: x_i = 0, i = 1,2, \dots, m\}$$

Misalkan $\mathcal{F}_i(x)$ menyatakan laju kemunculan infeksi baru dalam kompartemen i, ${V_i}^+(x)$ menyatakan laju perpindahan individu ke dalam kompartemen i dan ${V_i}^-(x)$ menyatakan laju perpindahan keluar dari kompartemen i. Perhatikan bahwa $\mathcal{F}_i$ terdiri dari infeksi baru dari *susceptible*, sedangkan V_i mencakup perpindahan individu-individu terinfeksi dari satu kompartemen ke kompartemen yang lain. Diasumsikan bahwa setiap fungsi terdifferensialkan secara kontinu paling sedikit dua kali dalam setiap variabel. Model penyebaran penyakit dinyatakan dengan sistem persamaan berikut:

$$\dot{x}_i = f_i(x) = \mathcal{F}_i(x) - V_i(x), \qquad i = 1,2, \dots, n \tag{2.7}$$

dengan, $V_i(x) = V_i^- - V_i^+$

Fungsi $f_i(x)$ memenuhi asumsi-asumsi (A1)-(A5) berikut:

A(1) Setiap fungsi mewakili perpindahan langsung pada individu-individu, sehingga semua variabel bernilai tidak negatif. Dengan demikian jika $x \geq 0$, maka $\mathcal{F}_i, V_i^+, V_i^- \geq 0$ untuk $i = 1, \dots, n$.

A(2) Jika kompartemen kosong, maka tidak akan ada penularan individu dari kompartemen pada kematian, infeksi, atau lainnya. Dengan demikian, jika $x_i = 0$ maka $V_i^- = 0$. Namun jika $x \in X_s$ maka $V_i^- = 0$ untuk $i = 1, \dots, m$.

A(3) Kondisi selanjutnya muncul dari fakta bahwa kejadian dari infeksi menjadi tidak infeksi adalah nol, $\mathcal{F}_i = 0$ jika $i > m$.

A(4) Diasumsikan daerah bebas penyakit adalah daerah yang *invariant* yaitu daerah tersebut mempunyai populasi yang bebas penyakit maka populasi tersebut akan tetap bebas dari penyakit (tidak ada infeksi yang dihasilkan). Kondisi ini dinyatakan sebagai berikut: jika $x \in X_s$ maka $\mathcal{F}_i(x) = 0$ dan $V_i^+(x) = 0$ untuk $i = 1, \dots, m$.

A(5) Kondisi tersebut terkait dengan turunan dari sistem f_i di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit, x_0. Diasumsikan x_0 stabil asimtotik secara lokal, yang berarti bahwa jika populasi berada di sekitar x_0 maka populasi tersebut akan konvergen ke x_0 berdasarkan sistem linear,

$$\dot{x} = Df(x_0)(x - x_0) \tag{2.8}$$

dengan $Df(x_0)$n merupakan matriks Jacobi.

Hal tersebut berarti bahwa jika terjadi penambahan infeksi baru dalam populasi, penambahan tersebut tidak menyebabkan endemik. Kondisi tersebut dapat dituliskan sebagai berikut: jika $\mathcal{F}(x) = 0$, maka matriks $Df(x_0)$ mempunyai bagian real dari nilai eigen matriks semuanya bernilai negatif.

Jadi kondisi tersebut memungkinkan untuk mempartisi matriks $Df(x_0)$ yang ditunjukkan dalam Lemma 2.1.

Lemma 2.1. *Jika x_0 merupakan salah satu titik kesetimbangan bebas penyakit dari (2.4) dan $f_i(x)$ memenuhi (A1)-(A5), maka matriks $Df(x_0)$ dan $DV(x_0)$ dapat dipartisi menjadi:*

$$Df(x_0) = \begin{pmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad DV(x_0) = \begin{pmatrix} V & 0 \\ J_3 & J_4 \end{pmatrix}$$

dengan F dan V adalah matriks $m \times m$ yang ditentukan dengan cara berikut:

$$F = \left[\frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_j}(x_0)\right] \textit{ dan } V = \left[\frac{\partial V_i}{\partial x_j}(x_0)\right] \textit{ dengan } 1 \le i, j \le m.$$

Matriks F adalah matriks tak negatif, V adalah matriks nonsingular, dan semua nilai eigen J_4 merupakan real yang positif.

FV^{-1} adalah matriks generasi dari model (2.7), maka bilangan reproduksi dasar (*basic reproduction number*) dinyatakan sebagai:

$$\mathcal{R}_0 = \rho(FV^{-1}) \tag{2.9}$$

dengan $\rho(FV^{-1})$ merupakan spektral radius dari matriks FV^{-1} (Driessche dan Watmough, 2002).

2.12. Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz

Nilai eigen dapat diperoleh dengan menentukan akar-akar persamaan karakteristik $\det(\lambda I - A)$. Namun seringkali akar-akar persamaan karakteristik tidak mudah ditemukan. Sehingga diperlukan sesuatu yang menjamin bahwa akar-akar persamaan karakteristik bernilai negatif. Kriteria Routh-Hurwitz merupakan salah satu alternatif untuk menentukan nilai eigen dari suatu polinomial.

Teorema 2.2. *Misalkan diberikan suatu polinomial,*

$$P(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \cdots + a_n \tag{2.10}$$

dengan $a_i, i = 1, \dots, n$ *adalah konstanta real. Persamaan tersebut mempunyai* n *buah akar* $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. *Masing-masing akar dapat bernilai real atau kompleks yang memenuhi* $P(\lambda_i) = 0$, *untuk* $i = 1,2, \dots, n$.

Misalkan diberikan sistem linear dengan koefisien konstan, yaitu:

$$\frac{dx}{dt} = A\boldsymbol{x} \tag{2.11}$$

dengan $\boldsymbol{x}$ adalah vektor yang berukuran $n \times 1$ dan $\boldsymbol{A}$ adalah matriks yang berukuran $n \times n$. Misalkan polinom (2.10) adalah persamaan karakteristik dari sistem (2.11), maka nilai eigen dari matriks *A* merupakan akar-akar dari polinomial $P(\lambda)$ tersebut.

Uji kestabilan Hurwitz digunakan untuk menentukan jenis nilai eigen dari matriks $\boldsymbol{A}$, yaitu melalui dterminan dari matriks H_n yang disebut dengan matriks Hurwitz. Dalam bentuk umum matriks H_n merupakan matriks dengan entri seperti pada persamaan (2.10). Jadi syarat perlu dan cukup agar $P(\lambda)$ mempunyai nilai eigen dengan semua bagian real negatif adalah $a_n > 0$ (Murray J, 2002) dan

$$H_1 = a_1 > 0,$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ 1 & a_2 \end{vmatrix} > 0,$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ 1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0,$$

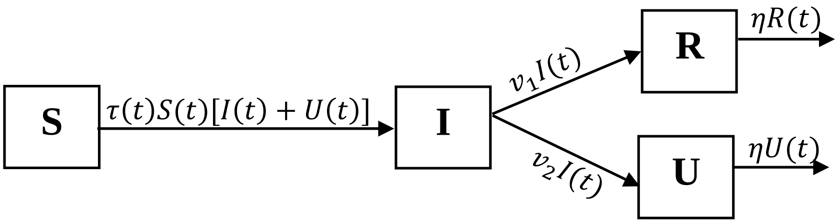
$$H_k = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & . & . & . \\ 1 & a_2 & a_4 & . & . & . \\ 0 & a_1 & a_3 & . & . & . \\ 0 & 1 & a_2 & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & a_k \end{vmatrix} > 0, \tag{2.12}$$

untuk $k = 1,2, \dots, n$.

Teorema 2.3. Uji kestabilan Hurwitz. *Setiap matriks Hurwitz mempunyai determinan positif jika dan hanya jika setiap bagian real dari nilai eigen matriks* ***A*** *bernilai negatif, dan nol merupakan suatu trajektori atraktor yaitu kesetimbangan yang stabil asimtotik* (Willems, 1970).

2.13. Model SIRU pada Penyebaran COVID-19.

Pada model ini kompartemen dibagi menjadi empat kelas, yaitu kelas individu yang rentan terhadap penyakit (S), kelas individu terinfeksi tanpa gejala (I), kelas individu terinfeksi dengan gejala dan melaporkannya (R), dan kelas individu terinfeksi dengan gejala namun tidak melaporkannya (U). Sehingga diperoleh diagram transmisi untuk model SIRU oleh Liu. Z, dkk. sebagai berikut:



Gambar 2.1. Diagram Transmisi Model Matematika SIRU

Dari Gambar 2.1. diperoleh sistem persamaan diferensial nonlinier sebagai berikut:

$\frac{dS}{dt} = -\tau(t)S(t)[I(t) + U(t)],$

$$\frac{dI}{dt} = \tau(t)S(t)[I(t) + U(t)] - vI(t),$$

$$\frac{dR}{dt} = v_1 I(t) - \eta R(t),$$

$$\frac{dU}{dt} = v_2 I(t) - \eta U(t).$$