

SKRIPSI

**ANALISIS DATA LONGITUDINAL
DENGAN KORELASI KANONIK MULTIVARIAT**

Disusun dan diajukan oleh

MIFTAHUL JANNAH

H051171505



**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2021

**ANALISIS DATA LONGITUDINAL
DENGAN KORELASI KANONIK MULTIVARIAT**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

MIFTAHUL JANNAH

H051171505

**PROGRAM STUDI STATISTIKA DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2021

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Miftahul Jannah

NIM : H051171505

Program Studi : Statistika

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulis saya yang berjudul

ANALISIS DATA LONGITUDINAL DENGAN KORELASI KANONIK MULTIVARIAT

adalah benar hasil karya saya sendiri, bukan hasil plagiat dan belum pernah dipublikasikan dalam bentuk apapun.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau keseluruhan skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 10 Juni 2021

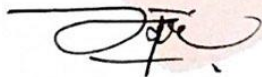


MIFTAHUL JANNAH
NIM. H051171505

**ANALISIS DATA LONGITUDINAL
DENGAN KORELASI KANONIK MULTIVARIAT**

Disetujui Oleh:

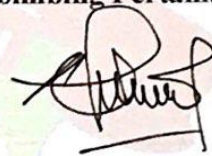
Pembimbing Utama,



Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.

NIP. 19770808 200501 2002

Pembimbing Pertama,



Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.

NIP. 19650519 199303 2002

Ketua Departemen Statistika



Dr. Nurtiti Sanusi, S.Si., M.Si.

NIP. 19720117 199703 2002



Pada Tanggal: 10 Juni 2021

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS DATA LONGITUDINAL DENGAN KORELASI KANONIK MULTIVARIAT

Disusun dan diajukan oleh

MIFTAHUL JANNAH

H051171505

Telah dipertahankan dihadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka
Penyelesaian Studi Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin
pada tanggal 10 Juni 2021
dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan.

Menyetujui,

Pembimbing Utama,



Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.

NIP. 19770808 200501 2002

Pembimbing Pertama,



Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.

NIP. 19650519 199303 2002

Ketua Departemen Statistika



Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.

NIP. 19720117 199703 2002

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warohmatullahi Wabarokatuh.

Alhamdulillah robbil'amin, Puji syukur kepada Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* atas segala limpahan rahmat, nikmat, dan hidayah yang diberikan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul “**Analisis Data Longitudinal dengan Korelasi Kanonik Multivariat**” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Salam dan sholawat *Insyallah* senantiasa tercurah kepada **Nabi Muhammad Shallallahu'alaihi Wasallam**, sang kekasih tercinta yang telah memberikan petunjuk cinta dan kebenaran dalam kehidupan.

Dalam penyelesaian skripsi ini, penulis telah melewati perjuangan panjang dan pengorbanan yang tidak sedikit. Namun berkat rahmat dan izin-Nya serta dukungan dari berbagai pihak yang turut membantu baik moril maupun material sehingga akhirnya tugas akhir ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang setinggi-tingginya dan penghargaan yang tak terhingga kepada Ayahanda **H. Saifullah** dan Ibunda tercinta **Hj. Ir. Fahrani** yang telah membesarkan dan mendidik penulis dengan penuh kesabaran dan dengan limpahan cinta, kasih sayang, dan doa kepada penulis yang tak pernah habis, serta kakak penulis **Muhammad Imam Arif** yang selalu membantu jika ada kendala selama penulisan dan menjadi penyemangat untuk segera menyelesaikan masa studi penulis.

Ucapan terima kasih dengan penuh keikhlasan juga penulis ucapkan kepada:

1. **Ibu Prof. Dr. Dwia Aries Tina Pulubuhu, MA**, selaku Rektor Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
2. **Bapak Dr. Eng. Amiruddin**, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin beserta seluruh jajarannya.
3. **Ibu Dr. Nurtiti Sunusi, S.Si., M.Si.**, selaku Ketua Departemen Statistika yang telah seperti orang tua sendiri. Segenap dosen pengajar dan staf **Departemen Statistika** yang telah membekali ilmu dan kemudahan kepada penulis dalam berbagai hal selama menjadi mahasiswa di Departemen Statistika.

4. **Ibu Dr. Anna Islamiyati, S.Si., M.Si.** selaku Pembimbing Utama penulis yang telah ikhlas meluangkan waktu dan pemikirannya untuk memberikan arahan, pengetahuan, motivasi dan bimbingan ditengah kesibukan beliau serta menjadi tempat berkeluh kesah untuk penulis.
5. **Ibu Dra. Nasrah Sirajang, M.Si.** selaku Pembimbing Pertama sekaligus penasehat akademik penulis yang telah meluangkan waktunya ditengah kesibukan untuk memberikan arahan bagi penulis.
6. **Bapak Dr. Nirwan Ilyas, M.Si.** dan **Ibu Sitti Sahrinan, S.Si., M.Si.** selaku tim penguji yang telah memberikan saran dan kritikan yang membangun dalam penyempurnaan penyusunan tugas akhir ini.
7. Spesial untuk sahabat tercinta penulis, **Fakhriyyah DJ. Junus, Nur Aprilia Dzulhijjah, Nurul Wahyuni, Riska Rasyid, Nurul Annisa, Sakinah Oktoni, Nurhidayatullah, Fitri, Munadiyah Apriliani** dan **Risnawati Azali** yang telah menjadi sahabat terbaik sejak awal perkuliahan dan senantiasa mendengarkan curhatan, memberikan dorongan, semangat, dan motivasi dalam setiap keadaan sehingga penulis bisa mendapatkan lebih banyak pelajaran hidup.
8. Sahabat terbaik sejak di bangku SMA, **Muhammad Daffa Dawlillah, Ahmad Maulana Annafri, Rina Safitri Ramadhani, Luthfiah Annisa, Andi Maghfirah Juniar,** dan **Nurfaizah Agus** yang sampai saat ini masih setia mendengarkan keluh kesah penulis.
9. Teman-teman **Statistika 2017**, terima kasih atas kebersamaan, suka, dan duka selama menjalani pendidikan di Departemen Statistika.
10. Keluarga besar **DISKRIT 2017**, terima kasih telah memberikan pelajaran yang berharga dan arti kebersamaan selama ini kepada penulis. Pengalaman yang berharga telah penulis dapatkan dari teman-teman selama berproses.
11. **Keluarga Mahasiswa FMIPA Unhas** terkhusus anggota keluarga **Himatika FMIPA Unhas** dan **Himastat FMIPA Unhas**, terima kasih atas ilmu yang mungkin tidak bisa didapatkan di proses perkuliahan dan telah menjadi keluarga selama penulis kuliah di Universitas Hasanuddin.
12. Teman-teman **KKN Pangkep 3 Gelombang 104** terima kasih untuk hiburan, dukungan, dan doanya.

13. Kepada seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih setinggi-tingginya untuk segala dukungan dan partisipasi yang diberikan kepada penulis semoga bernilai ibadah di sisi Allah *Subhanahu Wa Ta'ala*.

Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan tambahan pengetahuan baru bagi para pembelajar statistika. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan tugas akhir ini masih banyak terdapat kekurangan. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis memohon maaf. Akhir kata, semoga dapat bermanfaat bagi pihak-pihak yang berkepentingan. *Aamiin Yaa Rabbal Alamin*.

Makassar, 10 Juni 2021



Miftahul Jannah

**PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI TUGAS AKHIR UNTUK
KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai civitas akademik Universitas Hasanuddin, saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Miftahul Jannah
NIM : H051171505
Program Studi : Statistika
Departemen : Statistika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Jenis Karya : Skripsi

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Hasanuddin **Hak Bebas Royalti Non eksklusif (*Non-exclusive Royalty- Free Right*)** atas tugas akhir saya yang berjudul:

“Analisis Data Longitudinal dengan Korelasi Kanonik Multivariat”

beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Terkait dengan hal di atas, maka pihak universitas berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*database*), merawat, dan memublikasikan tugas akhir saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Dibuat di Makassar pada tanggal 10 Juni 2021

Yang menyatakan



Miftahul Jannah

ABSTRAK

Data longitudinal terdiri dari beberapa subjek yang diperoleh dari pengukuran waktu yang berulang. Pada penelitian tentang data longitudinal dapat terjadi masalah pada hubungan linear dan keterkaitan antara himpunan variabel dependen dan himpunan variabel independen. Analisis yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah tersebut adalah analisis korelasi kanonik. Data dianalisis dengan membentuk fungsi kanonik dari setiap pasangan kombinasi linear yang diterapkan pada data indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2016-2019. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa korelasi kanonik antara himpunan variabel dependen yaitu indeks pembangunan manusia (Y_1) dan indeks pendidikan (Y_2) dengan himpunan variabel independen yaitu jumlah penduduk (X_1), rata-rata lama sekolah (X_2) dan harapan lama sekolah (X_3) sebesar 0,99 dengan nilai koefisien *R-square* sebesar 99%.

Kata kunci: Indeks Pembangunan Manusia (IPM), Korelasi Kanonik, Data Longitudinal, Kombinasi Linear, Fungsi Kanonik.

ABSTRACT

Longitudinal data consists of several subjects obtained from repeated time measurements. In research on longitudinal data, problems can occur in the linear relationship and the relationship between the set of dependent variables and the set of independent variables. The analysis that can be used to overcome this problem is canonical correlation analysis. The data were analyzed by forming the canonical function of each pair of linear combinations which were applied to the human development index data in South Sulawesi Province in 2016-2019. The results of this study indicate that the canonical correlation between the set of dependent variables, namely the human development index (Y_1) and the education index (Y_2) with the set of independent variables, namely the population (X_1), the average length of schooling (X_2) and the expected length of schooling (X_3) of 0,99 with an R-square coefficient of 99%.

Kata kunci: Human Development Index, Canonical Correlation, Longitudinal Data, Linear Combination, Canonical Function.

DAFTAR ISI

HALAMAN Sampul i

HALAMAN Judul..... ii

LEMBAR PERSETUJUAN KEASLIAN..... iii

LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING iv

LEMBAR PENGESAHAN v

KATA PENGANTAR vi

PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH..... ix

ABSTRAKx

ABSTRACT xi

DAFTAR ISI..... xii

DAFTAR TABEL.....xv

DAFTAR LAMPIRAN..... xvi

BAB I PENDAHULUAN 1

 1.1 Latar Belakang..... 1

 1.2 Rumusan Masalah 3

 1.3 Batasan Masalah 3

 1.4 Tujuan Penelitian..... 3

 1.5 Manfaat Penelitian..... 3

BAB II TINJAUAN PUSTAKA..... 4

 2.1 Data Longitudinal 4

 2.2 Analisis Multivariat 5

 2.3 Analisis Korelasi Kanonik..... 5

 2.3.1 Pengujian Asumsi 6

 2.3.2 Kombinasi Linear Himpunan Variabel X dan Y 7

 2.3.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen..... 9

2.3.4 Nilai Korelasi Kanonik	9
2.3.5 Pemilihan Fungsi Kanonik	10
2.3.6 Interpretasi Fungsi Kanonik	10
2.3.7 Analisis Redudansi	12
2.4 Indeks Pembangunan Manusia (IPM)	13
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	16
3.1 Sumber Data	16
3.2 Variabel Penelitian	16
3.3 Definisi Operasional Variabel	16
3.4 Metode Analisis Data	18
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	20
4.1 Pembentukan Fungsi Kanonik dengan Data Longitudinal Pada Data Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2016-2019	20
4.2 Analisis Hubungan Antar Variabel Pada Data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2016-2019 dengan Korelasi Kanonik Multivariat	23
4.2.1 Analisis Deskriptif	23
4.2.2 Pengujian Asumsi Korelasi Kanonik.....	25
4.2.2.1 Uji Asumsi Linearitas	25
4.2.2.2 Uji Asumsi Normalitas Multivariat	26
4.2.2.3 Uji Asumsi Multikolinearitas	26
4.2.3 Fungsi Kanonik Pada Data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2016-2019.....	27
4.2.4 Interpretasi Fungsi Kanonik	30
4.2.5 Analisis Redudansi	31

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	32
5.1 Kesimpulan	32
5.2 Saran	32
DAFTAR PUSTAKA	33
LAMPIRAN.....	36

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Struktur Data Longitudinal	4
Tabel 2.2. Variabel X dan Y dengan n Pengamatan	8
Tabel 3.1. Struktur Data Penelitian	17
Tabel 4.1. Fungsi Kanonik, Korelasi Kanonik, dan Koefisien R -square.....	22
Tabel 4.2. Statistik Dekskriptif Variabel Penelitian	23
Tabel 4.3. Hasil Uji Asumsi Linearitas.....	25
Tabel 4.4. Nilai D_{hitung} dan D_{tabel}	26
Tabel 4.5. Nilai VIF	27
Tabel 4.6. Nilai Korelasi Kanonik dan Koefisien R -square dari Setiap Fungsi Kanonik	28
Tabel 4.7. Bobot Kanonik Pada Fungsi Kanonik Pertama	29
Tabel 4.8. Beban Kanonik Pada Fungsi Kanonik Pertama	30
Tabel 4.9. Beban Silang Kanonik Pada Fungsi Kanonik Pertama	30
Tabel 4.10. Keragaman Variabel X dan Y yang Diterangkan Oleh U_1 dan V_1	31

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2016-2019	36
Lampiran 2. Hasil <i>Output</i> untuk Matriks Korelasi R	37
Lampiran 3. Hasil <i>Output</i> untuk Vektor Koefisien a dan b	38

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis multivariat merupakan metode statistik yang digunakan untuk memahami struktur data dengan menggunakan variabel dalam jumlah yang banyak dan untuk mencari pengaruh suatu objek secara simultan. Pada penelitian tentang statistika multivariat, permasalahan tidak hanya pada pembentukan model regresi linear antara himpunan variabel dependen dengan independen. Akan tetapi, masalah lain juga dapat terjadi pada hubungan linear dan keterkaitan antara kedua himpunan variabel tersebut. Analisis yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah tersebut adalah analisis korelasi kanonik (Hair, dkk., 2010).

Analisis korelasi kanonik merupakan metode yang dapat mengukur keterkaitan antara himpunan variabel dependen dengan independen secara simultan. Analisis korelasi kanonik dapat mengukur tingkat keeratan hubungan antara kedua himpunan variabel tersebut dan juga mampu menguraikan struktur hubungan di dalam himpunan variabel dependen maupun independen. Analisis korelasi kanonik pertama kali diperkenalkan oleh Harold Hotelling pada tahun 1936 yang mengukur keterkaitan antara kecepatan dan kemampuan dalam berhitung aritmatika dengan kecepatan dan kemampuan membaca. Prinsip dari korelasi kanonik adalah mengembangkan suatu kombinasi linear dari himpunan variabel dependen dan independen sehingga memaksimalkan korelasi dari kedua himpunan tersebut dan mencari pasangan dari kombinasi linear yang memiliki korelasi terbesar. Pasangan dari kombinasi linear disebut fungsi kanonik dan korelasinya disebut korelasi kanonik (Suzanna, 2013).

Analisis korelasi kanonik telah dikembangkan oleh beberapa peneliti dalam berbagai kasus. Tarsjiansah (2010) menggunakan analisis korelasi kanonik terhadap hubungan restrukturisasi organisasi dengan kinerja karyawan. Isnaini (2015) menggunakan analisis korelasi kanonik terhadap indikator pencapaian standar pelayanan minimal pendidikan dasar dan akreditasi sekolah tingkat SMP/MTs. Irianingsih, dkk (2016) menganalisis keterkaitan antara perilaku belajar

dan prestasi belajar pada siswa SMPN 1 Sukasari Purwakarta. Husaini (2017) menganalisis hubungan antara karakteristik pasien dan kualitas pelayanan dengan kepuasan pasien dan tindakan *words of mouth* pada Puskesmas Rawat Inap Siporipori Kota Tanjungbalai. Namun, semua penelitian tersebut menggunakan data yang berbentuk *cross section* yaitu jenis data yang diukur hanya sekali waktu pengukuran. Terdapat data longitudinal yang terdiri dari beberapa subjek yang diperoleh dari pengukuran berulang dalam suatu rentang waktu tertentu (Diggle, dkk., 2013). Analisis korelasi kanonik juga dapat digunakan pada data longitudinal yang memiliki tujuan untuk mempelajari proses perubahan dan hubungan dari subjek yang diamati sejalan dengan berlangsungnya perubahan waktu (Nurdini, 2006).

Data longitudinal dapat ditunjukkan pada data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2016-2019. Data diamati pada setiap kabupaten atau kota selama beberapa tahun yang berisi informasi tentang kondisi pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan. Menurut hasil perhitungan IPM yang dilakukan oleh Badan Pusat Statistik (BPS), diketahui angka IPM di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2019 sebesar 71,66% dan secara nasional berada pada peringkat 14, serta mengalami perubahan status dari sedang menjadi tinggi. Namun pada kenyataannya, angka 71,66% masih berada di bawah rata-rata IPM nasional yaitu 71,92%. IPM merupakan indeks ukuran yang menunjukkan tingkat kemajuan suatu daerah berdasarkan kualitas sumber daya manusianya. Kualitas tersebut ditunjukkan dari angka harapan hidup, indeks pendidikan, dan indeks daya beli (Ekosiswoyo, dkk., 2008). IPM juga dipengaruhi oleh jumlah penduduk di suatu daerah. Dalam konteks pembangunan, penduduk dianggap sebagai penghambat pembangunan namun dapat juga dianggap sebagai pemacu pembangunan (Zakaria, 2018). Untuk mengetahui hubungan linearitas dari faktor-faktor yang mempengaruhi IPM dapat dianalisis menggunakan analisis korelasi kanonik. Berdasarkan uraian tersebut, penulis melakukan kajian tentang analisis data longitudinal dengan korelasi kanonik multivariat dan diaplikasikan pada data indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2016-2019.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana pembentukan fungsi kanonik dengan data longitudinal pada data indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2016-2019?
2. Bagaimana analisis hubungan antar variabel pada data indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2016-2019 menggunakan korelasi kanonik multivariat?

1.3 Batasan Masalah

1. Penelitian ini menggunakan analisis korelasi kanonik untuk mencari fungsi kanonik pada data longitudinal dengan matriks korelasi.
2. Data diaplikasikan pada data indeks pembangunan manusia dan indeks pendidikan serta faktor-faktor yang mempengaruhinya yaitu jumlah penduduk, rata-rata lama sekolah dan harapan lama sekolah di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2016-2019.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Membentuk fungsi kanonik dengan data longitudinal pada data indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2016-2019.
2. Memperoleh analisis hubungan antar variabel pada data indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2016-2019 menggunakan korelasi kanonik multivariat.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Menerapkan ilmu pengetahuan statistik yang berkaitan dengan analisis data longitudinal dengan menggunakan korelasi kanonik multivariat.
2. Memberikan ilmu dan wawasan baru tentang analisis data longitudinal dengan menggunakan korelasi kanonik multivariat pada data indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Longitudinal

Data longitudinal merupakan data yang diamati dan diukur berulang kali pada suatu interval waktu tertentu. Keunggulan dari data longitudinal yaitu memiliki kemampuan dalam mengenali pengaruh waktu pengukuran terhadap respon. Data longitudinal diasumsikan subjek-subjek saling independen satu sama lainnya, tetapi antara pengamatan di dalam subjek yang sama saling dependen, karena cenderung berkorelasi (Wu dan Zhang, 2006). Karakteristik dan cakupan utama dari penelitian longitudinal meliputi:

- a. Data dikumpulkan untuk setiap variabel pada dua atau lebih periode waktu tertentu.
- b. Subjek atau kasus yang dianalisis sama.
- c. Analisis melibatkan perbandingan data yang sama dalam satu periode.

Struktur data longitudinal disajikan pada Tabel 2.1 sebagai berikut:

Tabel 2.1. Struktur Data Longitudinal

Subjek (<i>i</i>)	Waktu Pengamatan ke- <i>i</i> (<i>j</i>)	y_{ij}	x_{ij1}	x_{ij2}	...	x_{ijp}
1	1	y_{11}	x_{111}	x_{112}	...	x_{11p}
	2	y_{12}	x_{121}	x_{122}	...	x_{12p}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	m_1	y_{1m_1}	x_{1m_11}	x_{1m_12}	...	x_{1m_1p}
2	1	y_{21}	x_{211}	x_{212}	...	x_{21p}
	2	y_{22}	x_{221}	x_{222}	...	x_{22p}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	m_2	y_{2m_2}	x_{2m_21}	x_{2m_22}	...	x_{2m_2p}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	1	y_{N1}	x_{N11}	x_{N12}	...	x_{N1p}
	2	y_{N2}	x_{N21}	x_{N22}	...	x_{N2p}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	m_n	y_{nm_n}	x_{nm_n1}	x_{nm_n2}	...	x_{nm_np}

dengan

y_{ij} : nilai variabel dependen untuk subjek ke- i dan waktu ke- j

x_{ijr} : nilai variabel independen ke- r untuk subjek ke- i dan waktu ke- j

i : subjek : ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)

j : unit waktu : ($j = 1, 2, 3, \dots, m_n$)

r : variabel independen : ($r = 1, 2, 3, \dots, p$)

2.2 Analisis Multivariat

Analisis multivariat merupakan metode statistik yang menganalisis beberapa variabel pada setiap subjek secara simultan. Teknik analisis multivariat secara umum memiliki dua klasifikasi (Priatna 2007), yaitu:

1. Analisis dependensi merupakan metode dengan variabel dependen dapat dijelaskan oleh himpunan variabel independen. Analisis yang termasuk dalam analisis dependensi adalah *Analysis of Variance* (ANOVA), *Analysis of Covariance* (ANCOVA), analisis regresi berganda, analisis diskriminan, dan analisis conjoin, *Multivariate Analysis of Varians* (MANOVA), *Multivariate Analysis of Covariance* (MANCOVA) dan analisis korelasi kanonik.
2. Analisis interdependensi merupakan metode dengan semua variabel dianalisis secara simultan tanpa didefinisikan variabel dependen dan independen. Analisis yang termasuk dalam analisis interdependensi adalah analisis faktor, analisis kluster, penskalaan multi dimensi, analisis korespondensi, dan analisis model *structural*.

2.3 Analisis Korelasi Kanonik

Analisis korelasi kanonik merupakan teknik multivariat yang digunakan untuk mempelajari hubungan antara dua atau lebih variabel dependen dengan dua atau lebih variabel independen secara bersama-sama. Misalkan terdapat sebuah himpunan variabel independen X yang terdiri dari p -buah variabel independen dan sebuah himpunan variabel dependen Y yang terdiri dari q -buah variabel dependen. Bentuk dasar analisis korelasi kanonik sebagai berikut:

$$Y_1 + Y_2 + \dots + Y_q = X_1 + X_2 + \dots + X_p \quad (2.1)$$

2.3.1 Pengujian Asumsi

Asumsi-asumsi untuk analisis korelasi kanonik yaitu untuk menguji signifikansi hubungan antara variabel kanonik, sehingga data harus memenuhi persyaratan linearitas, normalitas multivariat, dan multikolinearitas (Dillon dan Goldstein, 1984).

1. Asumsi Linearitas

Asumsi linearitas, yaitu adanya hubungan yang bersifat linear antara variabel dependen dengan variabel independen. Linearitas mempengaruhi dua aspek hasil korelasi kanonik. Pertama, koefisien korelasi kanonik pada sepasang variabel kanonik didasarkan pada hubungan linear. Jika antarvariabel tidak berhubungan linear, maka hubungan tidak dapat dijelaskan oleh koefisien korelasi kanonik. Kedua, analisis korelasi kanonik memaksimalkan hubungan linear antarhimpunan variabel (Hair, dkk., 2010). Pengujian asumsi linearitas dilakukan dengan membandingkan nilai F_{hitung} dengan F_{tabel} .

Hipotesis:

H_0 : Data memenuhi asumsi linearitas

H_1 : Data tidak memenuhi asumsi linearitas

Statistik uji:

$$F_{hitung} = \frac{RJK_{hitung}}{RJK_e} \quad (2.2)$$

dengan

RJK_{hitung} : rata-rata jumlah kuadrat hitung

RJK_e : rata-rata jumlah kuadrat error

Kriteria pengujian:

Jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$ maka H_0 diterima, sehingga dapat disimpulkan bahwa data bersifat linear (Sugiyono, 2004).

2. Asumsi Normal Multivariat

Menurut Daniel (1989) untuk mengecek asumsi normal multivariat dapat dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

Hipotesis:

H_0 : Data berdistribusi normal multivariat

H_1 : Data tidak berdistribusi normal multivariat

Statistik uji:

$$D = \max|F_s - F_t| \quad (2.3)$$

dengan

F_s : distribusi frekuensi kumulatif sampel

F_t : distribusi frekuensi kumulatif teoritis

Kriteria pengujian:

Jika $D_{hitung} < D_{tabel}$ maka H_0 diterima, sehingga dapat disimpulkan bahwa data berdistribusi normal multivariat.

3. Asumsi Multikolinearitas

Uji multikolinearitas bertujuan untuk menemukan korelasi antar variabel independen pada model yang terbentuk. Pengujian multikolinearitas dilakukan dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF).

Hipotesis:

H_0 : Data tidak mengandung multikolinearitas

H_1 : Data mengandung multikolinearitas

Statistik uji:

$$VIF = \frac{1}{1-R_r^2} \quad (2.4)$$

dengan R_r^2 merupakan koefisien determinasi dari variabel independen X_r dengan variabel X_r lainnya dan $r = 1, 2, \dots, p$.

Kriteria pengujian:

Jika nilai $VIF < 10$ maka H_0 diterima, sehingga dapat disimpulkan bahwa data tidak mengandung multikolinearitas (Ghozali, 2013).

2.3.2 Kombinasi Linear Himpunan Variabel X dan Y

Misalkan terdapat sejumlah variabel independen X_1, X_2, \dots, X_p yang dinotasikan sebagai vektor variabel acak \mathbf{x} dan sejumlah variabel dependen Y_1, Y_2, \dots, Y_q yang dinotasikan sebagai vektor variabel acak \mathbf{y} .

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_q \end{pmatrix}$$

Jika terdapat hasil pengamatan sebanyak n , maka bentuk tabel pengamatan disajikan sebagai berikut:

Tabel 2.2 Variabel X dan Y dengan n Pengamatan

	Himpunan Variabel \mathbf{x}^T	Himpunan Variabel \mathbf{y}^T
	$X_1 \ X_2 \ \dots \ X_p$	$Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_q$
1	$x_{11} \ x_{12} \ \dots \ x_{1p}$	$y_{11} \ y_{12} \ \dots \ y_{1q}$
2	$x_{21} \ x_{22} \ \dots \ x_{2p}$	$y_{21} \ y_{22} \ \dots \ y_{2q}$
\vdots	\vdots	\vdots
n	$x_{n1} \ x_{n2} \ \dots \ x_{np}$	$y_{n1} \ y_{n2} \ \dots \ y_{nq}$

Korelasi kanonik diperoleh dengan mengukur hubungan linear antara kombinasi linear dari himpunan variabel acak X dan kombinasi linear dari himpunan variabel acak Y . Untuk menentukan kombinasi linear tersebut, kedua himpunan variabel dapat disusun menjadi:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \mathbf{a}_{1r}^T \mathbf{x} = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1r}X_r + \dots + a_{1p}X_p \\
 U_2 &= \mathbf{a}_{2r}^T \mathbf{x} = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2r}X_r + \dots + a_{2p}X_p \\
 &\quad \vdots \\
 U_k &= \mathbf{a}_{kr}^T \mathbf{x} = a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \dots + a_{kr}X_r + \dots + a_{kp}X_p
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

dan

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \mathbf{b}_{1s}^T \mathbf{y} = b_{11}Y_1 + b_{12}Y_2 + \dots + b_{1s}Y_s + \dots + b_{1q}Y_q \\
 V_2 &= \mathbf{b}_{2s}^T \mathbf{y} = b_{21}Y_1 + b_{22}Y_2 + \dots + b_{2s}Y_s + \dots + b_{2q}Y_q \\
 &\quad \vdots \\
 V_k &= \mathbf{b}_{ks}^T \mathbf{y} = b_{k1}Y_1 + b_{k2}Y_2 + \dots + b_{ks}Y_s + \dots + b_{kq}Y_q
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Banyaknya pasangan kombinasi linear yang terbentuk dari himpunan variabel X dan himpunan variabel Y disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \mathbf{a}_{1r}^T \mathbf{x} \\
 U_2 &= \mathbf{a}_{2r}^T \mathbf{x} \\
 &\quad \vdots \\
 U_k &= \mathbf{a}_{kr}^T \mathbf{x}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

dan

$$\begin{aligned} V_1 &= \mathbf{b}_{1s}^T \mathbf{y} \\ V_2 &= \mathbf{b}_{2s}^T \mathbf{y} \\ &\vdots \\ V_k &= \mathbf{b}_{ks}^T \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Kombinasi linear U_k dan V_k dipilih sedemikian sehingga korelasi antara U_1 dan V_1 menjadi korelasi yang maksimum, korelasi U_2 dan V_2 juga maksimum di antara variabel-variabel yang tidak berhubungan dengan pasangan kanonik pertama, korelasi U_3 dan V_3 maksimum ketiga dan tidak berhubungan dengan pasangan kanonik pertama dan kedua, demikian seterusnya untuk semua pasangan yang dapat dibentuk sebanyak $k = \min(p, q)$ (Johnson dan Dean, 1982).

2.3.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Untuk menentukan vektor eigen atau vektor koefisien \mathbf{a} dan \mathbf{b} yang memaksimalkan korelasi antara U dan V dapat diperoleh dengan mencari nilai eigen (λ) yang berpadanan dengan vektor eigennya. Nilai eigen dan vektor eigen diperoleh dengan rumus sebagai berikut:

$$|\mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX} \mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{R}_{XY} - \lambda \mathbf{I}| \mathbf{b} = 0 \quad (2.9)$$

dan

$$|\mathbf{R}_{XX}^{-1} \mathbf{R}_{XY} \mathbf{R}_{YY}^{-1} \mathbf{R}_{YX} - \lambda \mathbf{I}| \mathbf{a} = 0 \quad (2.10)$$

(Rencher, 2002)

2.3.4 Nilai Korelasi Kanonik

Korelasi kanonik (sebagai fungsi dari \mathbf{a} dan \mathbf{b}) antara U dan V , diperoleh dengan rumus sebagai berikut:

$$\rho_{k(U,V)} = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{R}_{XY} \mathbf{b}}{\sqrt{\mathbf{a}^T \mathbf{R}_{XX} \mathbf{a}} \sqrt{\mathbf{b}^T \mathbf{R}_{YY} \mathbf{b}}} \quad (2.11)$$

dengan

- \mathbf{a} : vektor koefisien kanonik variabel independen
- \mathbf{b} : vektor koefisien kanonik variabel dependen
- \mathbf{R}_{XX} : matriks korelasi untuk himpunan variabel X
- \mathbf{R}_{YY} : matriks korelasi untuk himpunan variabel Y
- $\mathbf{R}_{XY}, \mathbf{R}_{YX}$: matriks korelasi untuk himpunan variabel X dan Y

Untuk menghitung matriks korelasi, terlebih dahulu dilakukan standarisasi data dengan menggunakan persamaan $Z_i = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sigma_{ii}}}$. Standarisasi dilakukan karena data memiliki satuan yang berbeda (Rencher, 2002).

2.3.5 Pemilihan Fungsi Kanonik

Hair, dkk (2010) mengatakan bahwa, untuk menentukan fungsi kanonik yang menerangkan struktur hubungan himpunan variabel X dan himpunan variabel Y dapat diperoleh dari nilai koefisien R-*square* dan besarnya nilai korelasi kanonik. Fungsi kanonik merupakan pasangan dari kombinasi linear $U_k = \mathbf{a}_{kp}^T \mathbf{x}$ dan $V_k = \mathbf{b}_{kq}^T \mathbf{y}$. Nilai koefisien R-*square* merupakan besaran yang menjelaskan struktur hubungan dari himpunan variabel X dan himpunan variabel Y . Nilai tersebut diperoleh dengan mengkuadratkan korelasi kanonik yang dinotasikan sebagai berikut:

$$R_k^2 = \rho_k^2 \quad (2.12)$$

Besarnya nilai keragaman menunjukkan variabel kanonik yang dipilih merupakan variabel kanonik yang baik. Semakin besar nilai keragaman menggambarkan semakin baik variabel-variabel kanonik yang dipilih menerangkan keragaman data asal. Batasan untuk nilai proporsi bersifat relatif, sebagai acuan yang cukup baik yaitu lebih besar dari 25% (Keramati 2007). Hal tersebut mengingat kemungkinan adanya variabel-variabel lain yang juga berkontribusi dalam perhitungan namun belum disertakan di penelitian.

2.3.6 Interpretasi Fungsi Kanonik

Hair, dkk (2010) menggunakan tiga kriteria untuk menginterpretasikan variabel kanonik, yaitu:

a. Bobot Kanonik (*Canonical Weights*)

Bobot Kanonik merupakan koefisien kanonik \mathbf{a} dan \mathbf{b} yang diinterpretasikan sebagai besarnya kontribusi variabel asal terhadap variabel kanonik. Semakin besar nilai koefisien maka semakin besar kontribusi variabel yang bersangkutan terhadap variabel kanonik, begitupun sebaliknya.

b. Beban Kanonik (*Canonical Loadings*)

Beban Kanonik dapat disebut korelasi struktur kanonik atau korelasi linear sederhana antar variabel asal dengan masing-masing variabel kanoniknya.

$$\mathbf{r}_{U_k, X} = \mathbf{R}_{XX} \mathbf{a}_k \quad (2.13)$$

$$\mathbf{r}_{V_k, Y} = \mathbf{R}_{YY} \mathbf{b}_k \quad (2.14)$$

dengan

$\mathbf{r}_{U_k, X}$: korelasi antara variabel kanonik U_k dengan variabel X (beban kanonik dari **a**)

$\mathbf{r}_{V_k, Y}$: korelasi antara variabel kanonik V_k dengan variabel Y (beban kanonik dari **b**)

\mathbf{R}_{XX} : matriks korelasi untuk himpunan variabel X

\mathbf{R}_{YY} : matriks korelasi untuk himpunan variabel Y

\mathbf{a}_k : vektor koefisien X pada variabel kanonik U_k

\mathbf{b}_k : vektor koefisien Y pada variabel kanonik V_k

k : min (p, q)

c. Beban Silang Kanonik (*Canonical Cross-Loadings*)

Beban silang kanonik dapat dihitung dari korelasi antara variabel asal dengan variabel kanonik yang tidak bersesuaian dengan variabel asal tersebut.

$$\mathbf{r}_{U_k, Y} = \mathbf{r}_{U_k, X} \cdot \rho_k \quad (2.15)$$

$$\mathbf{r}_{V_k, X} = \mathbf{r}_{V_k, Y} \cdot \rho_k \quad (2.16)$$

dengan

$\mathbf{r}_{U_k, Y}$: korelasi antara variabel kanonik U_k dengan variabel Y (beban silang kanonik)

$\mathbf{r}_{V_k, X}$: korelasi antara variabel kanonik V_k dengan variabel X (beban silang kanonik)

$\mathbf{r}_{U_k, X}$: korelasi antara variabel kanonik U_k dengan variabel X (beban kanonik)

$\mathbf{r}_{V_k, Y}$: korelasi antara variabel kanonik V_k dengan variabel Y (beban kanonik)

ρ_k : korelasi kanonik pasangan variabel kanonik ke- k

k : min (p, q)

2.3.7 Analisis Redudansi

Redundansi merupakan sebuah nilai yang menghitung proporsi keragaman yang dapat dijelaskan oleh variabel kanonik yang dipilih baik dari variabel kanonik dependen maupun variabel kanonik independen. Redudansi digunakan sebagai pengukur keterkaitan antara dua himpunan variabel (Rencher, 2002).

- a. Besarnya keragaman untuk himpunan variabel X yang diterangkan oleh variabel kanonik (U) diperoleh dengan rumus:

$$R_{(k)X}^2 = \sum_{r=1}^p \frac{(r_{U_k, X_r})^2}{p} \quad (2.17)$$

dengan

p : banyaknya variabel asal X ($r = 1, 2, \dots, p$)

r_{U_k, X_r} : korelasi antara variabel kanonik U_k dengan variabel X (beban kanonik)

- b. Besarnya keragaman untuk himpunan variabel X yang diterangkan oleh variabel kanonik (V) diperoleh dengan rumus:

$$R_{(k)X|Y}^2 = \rho_k^2 \cdot R_{(k)X}^2 \quad (2.18)$$

dengan

$R_{(k)X}^2$: besarnya keragaman himpunan variabel X yang diterangkan oleh variabel kanonik (U)

ρ_k : korelasi pasangan variabel kanonik ke- k

- c. Besarnya keragaman dari setiap variabel asal Y yang diterangkan oleh variabel kanonik (V) diperoleh dengan rumus:

$$R_{(k)Y}^2 = \sum_{s=1}^q \frac{(r_{V_k, Y_s})^2}{q} \quad (2.19)$$

dengan

q : banyaknya variabel asal Y ($s = 1, 2, \dots, q$)

r_{V_k, Y_s} : korelasi antara variabel kanonik V_k dengan variabel Y (beban kanonik)

- d. Besarnya keragaman untuk himpunan variabel Y yang diterangkan oleh variabel kanonik (U) diperoleh dengan rumus:

$$R_{(k)Y|X}^2 = \rho_k^2 \cdot R_{(k)Y}^2 \quad (2.20)$$

dengan

$R^2_{(k)Y}$: besarnya keragaman himpunan variabel Y yang diterangkan oleh variabel kanonik (V)

ρ_k : korelasi pasangan variabel kanonik ke- k
(Gittins, 1985).

2.4 Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

UNDP (*United Nations Development Programme*), memberikan pengertian bahwa pembangunan manusia adalah suatu proses untuk memperbesar pilihan-pilihan bagi manusia. Konsep atau definisi pembangunan manusia tersebut pada dasarnya mencakup dimensi pembangunan yang sangat luas. Dalam konsep pembangunan manusia, pembangunan seharusnya dianalisis serta dapat dipahami dari sudut manusianya bukan hanya dari pertumbuhan ekonominya. Sebagaimana dikutip dari UNDP (*Human Development Report*, 1995) sejumlah premis penting dalam pembangunan manusia adalah:

- a. Pembangunan harus mengutamakan penduduk sebagai pusat perhatian.
- b. Pembangunan bertujuan untuk memperbesar pilihan-pilihan bagi penduduk, tidak hanya untuk meningkatkan pendapatan mereka.
- c. Pembangunan manusia memfokuskan perhatiannya bukan hanya pada upaya meningkatkan kemampuan (kapabilitas) manusia tetapi juga dalam upaya-upaya memanfaatkan kemampuan manusia secara optimal.
- d. Pembangunan manusia didukung oleh empat pilar pokok, yaitu: produktifitas, pemerataan, kesinambungan, dan pemberdayaan.
- e. Pembangunan manusia menjadi dasar dalam penentuan tujuan pembangunan dan dalam menganalisis pilihan-pilihan untuk mencapainya.

IPM dikelompokkan dalam beberapa kategori, yaitu:

$IPM < 60$	= IPM rendah
$60 \leq IPM < 70$	= IPM sedang
$70 \leq IPM < 80$	= IPM tinggi
$IPM \geq 80$	= IPM sangat tinggi

Indikator indeks pembangunan manusia menurut UNDP dalam laporan pembangunan manusia (*Human Development Report*) setiap tahun sejak 1996, yaitu:

i. Indeks Kesehatan

Indikator yang mewakili dalam indeks pembangunan manusia adalah umur harapan hidup waktu lahir. Angka Harapan Hidup (AHH), dijadikan indikator dalam mengukur kesehatan suatu individu di suatu daerah. Angka harapan hidup adalah perkiraan tingkat usia rata-rata yang akan dicapai oleh penduduk dalam periode waktu tertentu.

$$I_{kesehatan} = \frac{AHH - AHH_{min}}{AHH_{maks} - AHH_{min}}$$

ii. Indeks Pendidikan

Indikator utama untuk mengukur derajat pendidikan yang menggambarkan kualitas sumber daya manusia sekaligus tingkat keberhasilan pembangunan di suatu daerah adalah rata-rata lama sekolah dan harapan lama sekolah.

a. Rata-rata Lama Sekolah

$$RLS = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^n x_i$$

$$I_{RLS} = \frac{RLS - RLS_{min}}{RLS_{maks} - RLS_{min}}$$

dengan

RLS : rata-rata lama sekolah penduduk usia 25 tahun ke atas

x_i : lama sekolah penduduk ke- i yang berusia 25 tahun

n : jumlah penduduk usia 25 tahun ke atas

b. Harapan Lama Sekolah

$$HLS_a^t = FK \times \sum_{i=a}^n \frac{E_i^t}{P_i^t}$$

$$I_{HLS} = \frac{HLS - HLS_{min}}{HLS_{maks} - HLS_{min}}$$

dengan

HLS_a^t : harapan lama sekolah pada umur a di tahun t

E_i^t : jumlah penduduk usia i yang bersekolah pada tahun t

i : usia ($a, a + 1, \dots, n$)

FK : faktor koreksi pesantren

Faktor koreksi pesantren diperoleh dari rumus sebagai berikut:

$$FK = \frac{\text{Jumlah santri sekolah dan mukim}}{\text{Jumlah penduduk umur 7 tahun ke atas}} + 1$$

Diperoleh indeks pendidikan sebagai berikut:

$$I_{pendidikan} = \frac{I_{HLS} + I_{RLS}}{2}$$

iii. Indeks Daya Beli (Pengeluaran)

Pengeluaran per kapita memberikan gambaran tingkat daya beli PPP (*Purchasing Power Parity*) masyarakat dan sebagai salah satu komponen yang digunakan dalam melihat status pembangunan manusia di suatu wilayah.

$$I_{pengeluaran} = \frac{\ln(\text{pengeluaran}) - \ln(\text{pengeluaran}_{\min})}{\ln(\text{pengeluaran}_{\max}) - \ln(\text{pengeluaran}_{\min})}$$

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) diperoleh dengan rumus sebagai berikut:

$$IPM = \sqrt[3]{I_{kesehatan} \times I_{pendidikan} \times I_{pengeluaran}} \times 100$$