

**SKRIPSI**

**STUDI SIFAT KRITIS MODEL JAM 6-KEADAAN ANTIFEROMAGNET  
PADA KISI 2 DIMENSI MENGGUNAKAN ALGORITMA WANG-  
LANDAU**

**Disusun dan diajukan oleh**

**EKA YESIANA**

**H021 17 1309**



**DEPARTEMEN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR  
2021**

**STUDI SIFAT KRITIS MODEL JAM 6-KEADAAN  
ANTIFEROMAGNET PADA KISI 2 DIMENSI MENGGUNAKAN  
ALGORITMA WANG-LANDAU**

**SKRIPSI**

*Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
Pada Program Studi Fisika Departemen Fisika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Hasanuddin.*

**EKA YESIANA**

**H021 17 1309**

**DEPARTEMEN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS HASANUDDIN  
MAKASSAR**

**2021**

**LEMBAR PENGESAHAN****STUDI SIFAT KRITIS MODEL JAM 6-KEADAAN ANTIFEROMAGNET  
PADA KISI 2 DIMENSI MENGGUNAKAN ALGORITMA WANG-  
LANDAU****Disusun dan diajukan oleh:****EKA YESIANA  
H021 17 1309****UNIVERSITAS HASANUDDIN**

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Ujian yang dibentuk dalam rangka  
Penyelesaian Studi Program Sarjana Program Studi Fisika

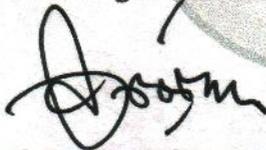
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin

Pada Tanggal 21 Oktober 2021

Dan dinyatakan telah memenuhi syarat kelulusan

Menyetujui,

Pembimbing Utama



Prof. Dr. Tasrief Surungan, M.Sc.  
NIP. 19670222 199203 1 003

Pembimbing Pertama



Drs. Baniwang B.J., M.Si.  
NIP. 19631206 199412 1 001

Ketua Program Studi,



Prof. Dr. Arifin, M.T  
NIP. 19670520 199403 1 002

## PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Eka Yesiana

NIM : H021171309

Program Studi : Fisika

Jenjang : S1

Menyatakan dengan ini bahwa karya tulisan saya berjudul

### **STUDI SIFAT KRITIS MODEL JAM 6-KEADAAN ANTIFEROMAGNET PADA KISI 2 DIMENSI MENGGUNAKAN ALGORITMA WANG-LANDAU**

Adalah karya tulisan saya sendiri dan bukan merupakan pengambilan alihan tulisan orang lain bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa sebagian atau seluruh skripsi ini hasil karya orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 21, Oktober 2021

Yang Menyatakan,



**EKA YESIANA**

## ABSTRAK

Skripsi ini membahas antiferomagnetik model jam 6-keadaan pada kisi 2 dimensi. Metode yang digunakan adalah metode Monte Carlo algoritma Wang-Landau. Algoritma ini sangat sesuai untuk model diskret seperti model Ising dan model jam 6-keadaan; sebab sajian energi dinyatakan sebagai kelipatan bilangan bulat. Dari sistem ini diperoleh kerapatan keadaan (*Density of states*=DOS) yang kemudian dapat diekstrak sejumlah besaran fisis, rerata majelis energi dan panas jenis. Berbagai ukuran linier kisi yang disimulasikan yaitu  $L = 8, 10, 12,$  dan  $14$ . Teknik penyekalan berhingga (*finite size scaling*) digunakan yaitu untuk memperoleh temperatur kritis pada sistem ini.

**Kata Kunci:** Sistem Antiferomagnetik, Metode Monte Carlo, Algoritma Wang-Landau, Sifat Kritis, Kerapatan Keadaan.

## ABSTRACT

This research studies the antiferromagnetic model of six state clock on a two-dimensional lattice. The method used is the Monte Carlo method with Wang-Landau algorithm. This algorithm is well suited for discrete models such as the Ising and the 6-state clock models; because the energy can be expressed as a multiple of an integer. From this system, we get the density of states (DOS) which can be extracted to obtain several physical quantities, such as thermal average of energy, and the specific heat. Various linear sizes of the lattice were simulated, namely  $L = 8, 10, 12,$  and  $14$ . A simple finite-size scaling technique is used to obtain the critical temperature for this system.

**Keywords:** Antiferromagnetic system, Monte Carlo Method, Wang-Landau Algorithm, Critical Property, Density of State.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan keHadirat Allah SWT atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul **“Studi Sifat Kritis Model Jam 6-Keadaan Antiferomagnet Pada Kisi dua Dimensi Menggunakan Algoritma Wang-Landau”**. Berbagai upaya telah dilakukan penulis untuk menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains di Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin.

Dalam penyelesaian skripsi penulis mengalami berbagai hambatan dan menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, hal ini terjadi karena keterbatasan pengetahuan yang dimiliki oleh penulis. Namun atas kehendak-Nya hambatan tersebut berhasil dilalui dan banyak pembelajaran sangat penting selama proses penelitian bagi penulis. Penulis juga menyadari bahwa terselesaikannya skripsi ini tak lepas dari dukungan serta bantuan berbagai pihak. Dengan segala kerendahan hati, penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada:

1. Keluarga tercinta, kedua orang tua penulis Ayahanda (**Boysan**) dan Ibunda (**Susiani**) atas kasih sayang, doa, nasihat, motivasi, dan dukungan moril maupun materil selama penulis menempuh studi di Departemen Fisika, Universitas Hasanuddin. Adik penulis **Jeni Sandyani Putri** yang telah mendukung penulis hingga sekarang. Semoga Allah senantiasa memberi kesehatan dan meridhai untuk penulis untuk senantiasa membahagiakan dan membanggakan beliau.
2. Kepada keluarga besar di Banyuwangi; kakek (**Paidi**), nenek (**Suratemi**), paman, saudara-saudara (**Isnaini Nurilia Prasti**) yang juga senantiasa memberi doa dan dukungan moral kepada penulis.
3. **Prof. Dr. Tasrief Surungan, M.Sc.** dan **Drs Bansawang BJ, M.Si** selaku Pembimbing penulis yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, motivasi serta saran yang sangat membangun selama melakukan penelitian dan penyelesaian skripsi ini.

4. **Prof. Dr. rer-nat Wira Bahari Nurdin** dan Bapak **Bannu, S.Si., M.Si.** selaku penguji yang telah memberikan masukan, kritikan dan saran kepada penulis.
5. Bapak **Prof. Dr. Arifin, M.T**, dan Bapak **Sri Dewi Astuti Ilyas, S.Si., M.Si.** selaku ketua Departemen Fisika dan sekretaris Departemen Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Hasanuddin, yang telah memberi masukan dan motivasi kepada penulis untuk segera menyelesaikan tugas akhir.
6. Seluruh **Dosen** dan **Staf** Departemen Fisika UNHAS yang telah mendidik dan membagi ilmunya penulis selama dibangku perkuliahan.
7. Kepada **Muqoil Darussalam**, yang menjadi partner diskusi dalam berbagai hal dan memberikan dorongan serta motivasi kepada penulis untuk menyelesaikan penelitian.
8. Kepada sahabat jauh (**Anna Ika**) seperjuangan R-Squad (**Rachel, Suci, Fitria**), teman Kost (**Fitri Ramadhani**) penulis selama dibangku perkuliahan yang menemani diskusi dan memberi semangat dalam menyelesaikan studi.
9. Kepada kakak Senior (**Andi Anugrah Caesar Tenribali, S.Si**), (**Aron Wiliam S**), (**Ahmad Nurul Fahri, S.Si**) yang telah membantu diskusi teori dan komputasi terkait penelitian penulis, serta teman-teman Lab Teori dan Komputasi 2017 (**Ayu Lestari, Safrullah, Destri Pratiwi, Agung Prawiranegara, Muhammad Sabran, Betuel**).
10. Teman-Teman yang telah berkontribusi meminjamkan Akun Drive demi berjalannya penelitian (**Muqoil, Suci, Rachel, Fitria, Zahra, Anna Ika, Gita, Trisna**) semoga penelitian kalian diberi kelancaran.
11. Teman-Teman seperjuangan **Fisika angkatan 2017**, Terimakasih telah memberikan pengalaman cerita bersama selama kurang lebih 4 tahun, banyak yang telah dilalui bersama dari mahasiswa baru hingga sekarang satu persatu telah menyelesaikan masa studinya. Semoga kita semua sukses dimasa mendatang dan silaturahmi diantara kita tetap terjalin.
12. Kepada kakak-kakak dan adik-adik **Himpunan Mahasiswa Fisika** terimakasih telah menjadi tempat belajar organisasi maupun pandangan hidup. Semoga kita semua sukses dimasa mendatang dan silaturahmi diantara kita tetap terjalin.

13. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah memberikan kontribusi dalam menyelesaikan skripsi. Semoga dapat bermanfaat bagi penulis dan para pembacanya. Akhir kata, penulis mengucapkan terima kasih banyak kepada semua pihak yang telah membantu dan semoga Allah SWT melimpahkan karunia-Nya dalam setiap amal kebaikan dan diberikan balasan. Amin.

Makassar, 21 Oktober 2021



**Eka Yesiana**

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN SAMPUL</b> .....	i
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	ii
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>ABSTRACT</b> .....	vi
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xiii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
I.1 Latar Belakang .....	1
I.2 Rumusan Masalah .....	3
I.3 Tujuan Penelitian .....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	4
II.1 Perubahan Fase .....	4
II.1.1 Perubahan Fase Orde Pertama .....	5
II.1.2 Perubahan Fase Orde Kedua .....	6
II.2 Parameter Keteraturan .....	6
II.3 Universalitas .....	7
II.4 Penyekalan Ukuran Berhingga (FSS) .....	7
II.5 Fenomena Magnetik .....	8
II.5.1 Kerusakan Simetri .....	8
II.6 Konfigurasi Spin .....	10
II.7 Model Magnetik .....	10
II.7.1 Model Ising .....	10

II.7.2 Model XY dan Model jam .....	12
II.8 Energi dan Panas Jenis .....	13
II.9 Metode Monte Carlo .....	13
II.9.1 Algoritma Wang-Landau .....	14
<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>	<b>16</b>
III.1 Metode Monte Carlo.....	16
III.2 Alat .....	16
III.3 Model.....	16
III.4 Prosedur Simulasi .....	17
III.5 Bagan Alir Penelitian.....	18
III.6 Bagan Alir Simulasi.....	19
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>20</b>
IV.1 Kerapatan Keadaan (Density of states=DOS) .....	20
IV.2 Energi (E) .....	20
IV.3 Panas Jenis (CV) .....	22
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>26</b>
V.1 Kesimpulan .....	26
V.2 Saran .....	26
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>27</b>
<b>LAMPIRAN A .....</b>	<b>29</b>
<b>LAMPIRAN B .....</b>	<b>36</b>

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram ruang fase .....	4
Gambar 2.2 Perubahan Fase Orde Pertama.....	5
Gambar 2.3 Perubahan Fase Orde Kedua .....	6
Gambar 2.4 Transisi fase paramagnet-ferromagnet .....	9
Gambar 2.5 Tatanan kisi 1 dimensi.....	11
Gambar 2.6 kisi 2 dimensi .....	12
Gambar 4.1 DOS untuk kisi $L = 8, 10, 12$ dan $14$ .....	20
Gambar 4.2 Energi vs Temperatur Sistem Feromagnet Berbagai Ukuran Kisi $L = 8, 10, 12$ dan $14$ .....	21
Gambar 4.3 Energi vs Temperatur Sistem Antiferomagnet Berbagai Ukuran Kisi $L = 8, 10, 12$ dan $14$ .....	22
Gambar 4.4 Panas Jenis vs Temperatur Sistem Feromagnet Berbagai Ukuran Kisi $L = 8, 10, 12$ dan $14$ .....	23
Gambar 4.5 Panas Jenis vs Temperatur Sistem Antiferomagnet Berbagai Ukuran Kisi $L = 8, 10, 12$ dan $14$ .....	24

## DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN A .....	29
LAMPIRAN B .....	36

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **I.1 Latar Belakang**

Fenomena perubahan fase dapat digambarkan oleh perubahan wujud suatu zat, yang dicontohkan oleh air yang membeku menjadi es atau air menjadi uap. Fase adalah kumpulan titik keadaan homogen yang memiliki sifat seragam. Perubahan wujud zat digambarkan melalui diagram PVT, dimana P, V dan T adalah besaran termodinamik, masing-masing adalah tekanan, volume dan temperatur. Berdasarkan sifat fungsi energi bebasnya, perubahan fase dibedakan atas perubahan fase orde pertama (*First Order Phase Transition=FOPT*) dan orde kedua (*Second Order Phase Transition=SOPT*). FOPT dicirikan oleh turunan pertama energi bebas diskontinu disertai adanya kalor laten; sedangkan untuk perubahan orde kedua turunan tersebut kontinu dan tidak disertai adanya panas laten. Dalam sistem magnetik juga dijumpai adanya perubahan fase. Spin-spin pada sistem magnetik saling berinteraksi yang dicontohkan oleh sistem feromagnetik (FM) di bawah temperatur Curie. Ketika berada di atas temperatur Curie, arah spin-spin cenderung acak. Tetapi ketika temperatur diturunkan hingga di bawah temperature Curie ( $T_c$ ) maka spin mengalami keteraturan dimana arah spin cenderung seragam [1,2].

Perubahan fase ditandai dengan perubahan fisis suatu zat dimana terdapat kondisi kesetimbangan dalam sistem. Setiap daerah dipisahkan oleh batas fase yang menunjukkan adanya titik singularitas dalam suatu fungsi. Dalam sifat suatu zat diketahui adanya perubahan tajam. Biasanya perubahan fase diikuti dengan kerusakan simetri. Sebuah sistem biasanya digambarkan oleh Hamiltonian, sehingga simetri berkaitan erat dengan invariansi Hamiltonian terhadap transformasi. Untuk perubahan fase yang disebabkan oleh fluktuasi termal, sistem berada pada derajat simetri tinggi pada temperatur tinggi karena semua ruang konfigurasi dibolehkan. Penurunan temperatur akan mengurangi fluktuasi termal dan mengakibatkan sistem berada pada keadaan teratur. Contohnya adalah keteraturan pada sistem magnetik, ketika berada dibawah temperatur Curie [3,4].

Fenomena umum feromagnet (dan antiferomagnet) adalah terjadinya magnetisasi spontan yang terjadi ketika bahan didinginkan hingga dibawah temperature Curie (temperature Néel). Fenomena di sekitar temperature Curie umumnya disebut sebagai fenomena kritis. Pada magnetisasi spontan bahan feromagnetik mengubah arah konfigurasi tidak teratur pada temperatur lebih tinggi ke konfigurasi teratur pada temperatur Curie ( $T_c$ ). Magnetisasi spontan adalah jenis fenomena kritis yang khas dari sistem magnetik yang terdiri dari banyak komponen mikroskopis yang berinteraksi. Aspek yang menarik dari mempelajari fenomena kritis adalah perilaku sistem (sifat kritis) biasanya menunjukkan universalitas [5].

Ernst Ising menerbitkan laporan ilmiah pada tahun 1925 yang menggunakan deretan momen magnet spin up ( $+1/2$ ) dan spin down ( $1/2$ ). Pada kisi dengan syarat batas periodik untuk membuktikan bahwa transisi fasa magnet tidak ada dalam satu dimensi. Model Ising merupakan model yang dapat menjelaskan fenomena feromagnetik. Terakhir, Lars Onsager secara tepat memecahkan masalah transisi fase dalam dua dimensi pada tahun 1944. Berbagai aplikasi model Ising dalam berbagai bidang dan dapat menjelaskan kelas universalitas Ising. Sekarang menjadi mungkin untuk memecahkan masalah transisi fasa dalam geometri tiga dimensi yang kompleks [6,7].

Model jam 6-keadaan merupakan versi diskret dari model XY yaitu terdapat 6 kemungkinan orientasi spin, masing-masing dengan sudut orientasi 0, 60, 120, 180, 300 derajat. Keberadaan fase magnetik dan transisi fase tipe Kosterlitz-Thouless (KT) ditunjukkan oleh model ini. Pada sistem Antiferomagnetik model jam 6-keadaan dikaji dengan menggunakan metoda Monte Carlo algoritma Wang-Landau. Algoritma ini sangat sesuai untuk model-model diskret seperti model Ising dan model jam; sebab sajian energi sistem tersebut dapat dinyatakan sebagai kelipatan bilangan bulat; sehingga memungkinkan perolehan kerapatan keadaan (*Density of states*=DOS) secara akurat. Selanjutnya dengan teknik penyekalaan ukuran berhingga (*finite size scaling*) dapat diperoleh temperatur kritis dan ekponen kritis.

## **I.2 Rumusan Masalah**

1. Bagaimana hasil rerata majelis energi dan panas jenis dapat diperoleh dari kerapatan keadaan DOS.
2. Bagaimana memperoleh temperature kritis dalam perubahan fase model magnetik jam 6-keadaan sistem Antiferomagnetik pada kisi 2 dimensi.
3. Bagaimana besaran fisis feromagnetik dapat diekstrak dari sistem Antiferomagnetik.

## **I.3 Tujuan Penelitian**

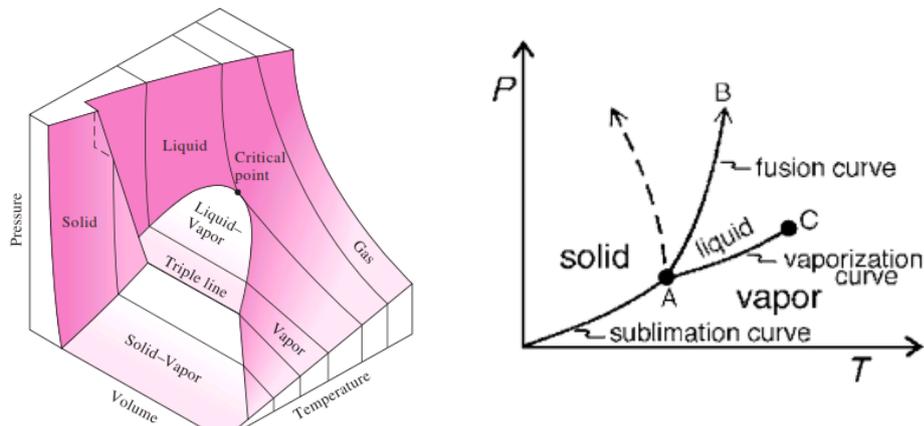
1. Memperoleh kerapatan keadaan DOS untuk diekstrak guna menghasilkan rerata majelis dari energi serta panas jenis.
2. Menentukan temperature kritis dalam perubahan fase model magnetik jam 6-keadaan sistem Antiferomagnetik pada kisi 2 dimensi.
3. Menentukan energi dan panas jenis sistem feromagnetik yang dapat diekstrak dari sistem Antiferomagnetik.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### II.1 Perubahan Fase

Fase adalah himpunan titik keadaan yang memiliki sifat-sifat homogen dan dapat digambarkan dalam berbagai diagram misalnya diagram PT, PV ataupun PV T, dimana P,V dan T masing-masing adalah tekanan, volume dan temperature. Ketiganya merupakan peubah termodinamik. Suatu fase sebagai kumpulan titik keadaan homogen memiliki sifat-sifat tertentu yang membedakannya dengan fase lainnya. Fase cair dari air berbeda dengan fase gas (uap) dan fase padat (es). Setiap fase bersesuaian dengan suatu fungsi termodinamik yang kontinu, dalam hal ini energi bebas. Energi bebas berangantung pada peubah termodinamik [2,9].



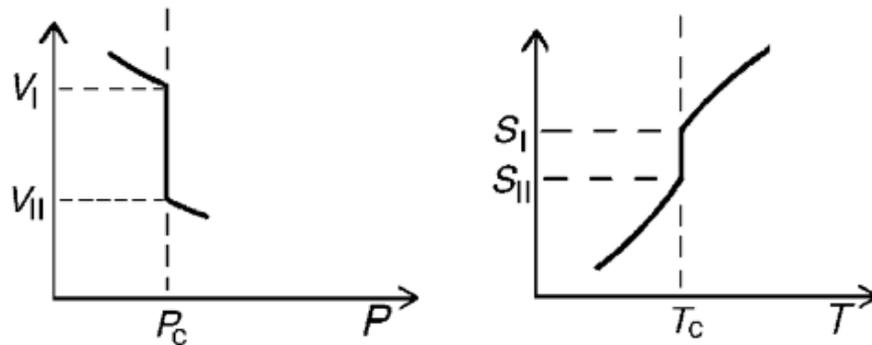
Gambar 2.1 Diagram ruang fase (a) PVT (b) PT [11].

Fase dapat diklasifikasikan berdasarkan fungsi termodinamikanya, misalnya energi bebas. Fungsi termodinamika adalah fungsi dari beberapa parameter makroskopis seperti temperatur dan tekanan. Jadi, fase zat ditentukan oleh nilai parameter ini. Diagram fase adalah grafik dengan parameter-parameter tersebut sebagai sumbu koordinat. Berdasarkan sifat fungsi energi bebasnya, transisi fase dibedakan atas transisi fase orde pertama dan orde kedua (*Second Order Phase Transition=SOPT*) [3]. Jika turunan orde pertama energi bebas sistem diskontinu maka disebut orde pertama, dan jika kontinu, maka transisi disebut orde kedua. Tidak ada kalor laten selama proses transisi orde kedua dan tidak ada fase yang berdampingan (*co-existed*

*phases*). SOPT biasa disebut sebagai transisi fase kontinu, sebab energi bebas berubah secara kontinu selama transisi berlangsung [4].

### II.1.1 Perubahan Fase Orde Pertama

Terjadinya transisi fase pada umumnya merupakan akibat persaingan antara faktor internal berupa interaksi antara komponen mikroskopik dan faktor eksternal berupa fluktuasi termal. Hal ini dinyatakan sebagai fungsi dari energi (internal)  $E$  dan entropi  $S$  sistem, yang bersama-sama menentukan energi bebas  $F = E - TS$ . Ketika turunan orde pertama dari energi bebas  $F$  menunjukkan diskontinuitas, maka disebut perubahan fase orde pertama. Perubahan fase orde pertama secara umum ditandai oleh keberadaan kalor laten. Kalor laten adalah kalor yang diserap atau dilepas selama perubahan. Laten artinya tetap, digunakan untuk menandai temperatur yang tetap selama proses perubahan. Selain kalor laten, perubahan fase orde pertama juga ditandai oleh kehadiran fase secara bersamaan (co-existence) [2].

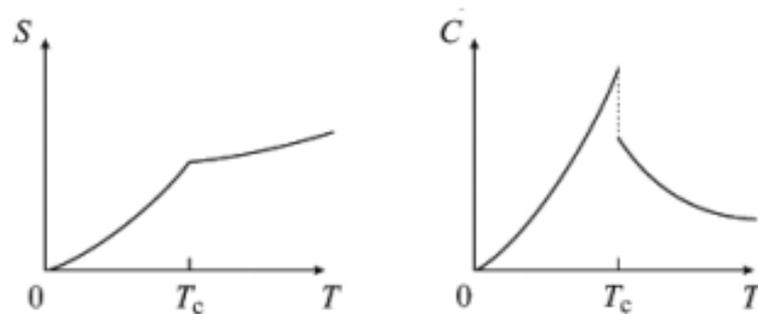


Gambar 2.2 Perubahan Fase Orde Pertama [10].

Dalam kehidupan sehari-hari, biasanya diamati transisi gas-cair pada tekanan konstan jauh di bawah  $P_c$ . Pada pemanasan, densitas berubah secara tidak kontinu sebagai fungsi temperatur. Oleh karena itu, transisi penguapan biasanya dianggap sebagai transisi fase orde pertama dan titik kritisnya adalah titik akhir kurva penguapan, di mana tidak ada perbedaan antara gas dan cair [11].

### II.1.2 Perubahan Fase Orde Kedua

Perilaku turunan dari energi bebas digunakan untuk mengklasifikasikan transisi fase oleh Ehrenfest. Ketika turunan pertama berubah secara konstan tetapi turunan kedua tidak, maka disebut transisi fase orde kedua atau transisi fase kontinu. Untuk transisi fase kontinu, energi bebas Gibbs kontinu tetapi kemiringannya berubah dengan cepat. Hal ini menyebabkan peningkatan kapasitas panas pada titik transisi. Untuk transisi kontinu, tidak ada perubahan mendadak dalam entropi atau variabel ekstensif (sebagai fungsi  $Y$  dan  $T$ ) pada transisi [10].



Gambar 2.3 Perubahan Fase Orde Kedua [14].

### II.2 Parameter Keteraturan

Parameter keteraturan merupakan besaran penting dalam membahas perubahan fase orde kedua. Nilai parameter keteraturan pada fase teratur berhingga, sedangkan dalam fase lain nilainya lenyap. Contohnya adalah perubahan dari fase cair ke gas di atas titik kritis. Contoh lain adalah perubahan fase dari paramagnet ke ferromagnet, dimana magnetisasi merupakan parameter keteraturan. Pada temperatur tinggi (fase paramagnet) magnetisasi lenyap, sedangkan pada temperatur rendah (di bawah temperatur Curie), magnetisasi berhingga. Temperatur Curie ( $T_c$ ), biasanya disebut sebagai titik kritis, dan fenomena di sekitar titik ini disebut fenomena kritis.

Magnetisasi spontan adalah fenomena kritis sistem yang terdiri dari banyak komponen mikroskopis yang berinteraksi. Aspek yang menarik dari mempelajari fenomena kritis adalah bahwa perilaku sistem (sifat kritis) biasanya menunjukkan

universalitas (sistem yang sangat berbeda dapat menunjukkan perilaku yang serupa, yang dicirikan oleh kumpulan eksponen serupa yang disebut eksponen kritis) [12].

Eksponen kritis adalah besaran yang sangat dasar untuk mengkarakterisasi fenomena kritis, dan tujuan penting dari teori fenomena kritis adalah mengembangkan metode sistematis untuk menghitung nilai eksponen kritis. Terdapat hubungan (persamaan) sederhana antara eksponen kritis yang disebut Hukum Penyekalan. Hukumnya memungkinkan penentuan eksponen kritis dengan nilai eksponen kritis lain (artinya tidak semua eksponen independen) [14].

### **II.3 Universalitas**

Setelah mendefinisikan eksponen kritis, temperatur kritis  $T_c$  bergantung pada detail interaksi antar atom, eksponen kritis sangat universal bergantung hanya pada beberapa parameter fundamental yaitu jenis interaksi dimensi kisi dan simetri orde parameter (spin). Semua data yang terletak pada kurva yang sama dapat dijelaskan dengan eksponen yang sama. Contoh adalah sistem PVT dan sistem spin Ising.

Model Ising, merupakan contoh sederhana dari sebuah sistem yang terdiri atas komponen yang saling berinteraksi dan memiliki parameter keteraturan skalar. Hal ini dapat diselesaikan secara tepat dalam dua dimensi dengan nilai numerik eksponen kritisnya yang cukup akurat dan menunjukkan universalitas. Penggunaan model sederhana dapat menggambarkan perilaku kritis. Dengan memastikan bahwa salah satu berfungsi dalam dimensi yang tepat dan simetri dari parameter urutan diwakili dengan benar oleh sebuah model, maka dapat digunakan untuk mendapatkan eksponen kritis untuk semua sistem dalam kelas universalitasnya. Eksponen-eksponen kritis bergantung satu sama lain melalui hubungan penyekalaan [13].

### **II.4 Penyekalan Ukuran Berhingga**

Fungsi termodinamik secara umum merupakan besaran ekstensif yaitu besarnya bergantung pada ukuran sistem. Sifat ini memungkinkan penentuan temperatur dan eksponen kritis sistem melalui metoda penyekalaan ukuran

berhingga (Finite Size Scaling). Andaikan suatu fungsi termodinamik  $f(L)$  bergantung pada ukuran sistem  $L$  sebagai berikut:

$$f(L) = Lg(L) \quad (2.1)$$

maka dapat ditunjukkan bahwa untuk sistem yang mengalami perubahan fase orde kedua, fungsi termodinamik  $f(L)$  bersifat homogen tepat pada temperatur kritis; yang berarti bahwa  $f(L_1) = f(L_2)$ , dimana  $L_1$  dan  $L_2$  adalah dua ukuran berbeda dari sistem. Untuk perbandingan korelasi, fungsi penyekalaannya adalah sebagai berikut [2]:

$$Q = f((T - T_c)L^\nu) \quad (2.2)$$

## II.5 Fenomena Magnetik

Fenomena kritis diamati dalam sistem feromagnetik hanya jika dua parameter  $T$  dan  $h$  diatur ke nilai kritis,  $T = T_c$  dan  $h = 0$ . Penyimpangan kecil dari nilai-nilai ini dari titik kritis akan mendorong sistem menjauh dari titik kritis dengan operasi grup renormalisasi. Fakta ini menunjukkan  $T$  dan  $h$  sebagai dua besaran yang relevan dalam fenomena kritis. Variabel selain temperatur dan medan eksternal, yang diwakili oleh medan lainnya tidak mempengaruhi sifat penting dari fenomena kritis. Rincian properti sistem selain nilai temperatur dan medan eksternal tidak berpengaruh pada eksponen kritis. Ketika temperatur diturunkan hingga mencapai temperature kritis maka akan merubah spin yang seragam sehingga terjadi magnetisasi spontan. Seperti pada bahan magnet yang kehilangan sifat magnet ketika temperature tinggi diatas  $T_c$ . Pada saat melewati temperatur diatas titik kritis pada temperature Curie, maka bahan feromagnet akan berubah menjadi paramagnet [15].

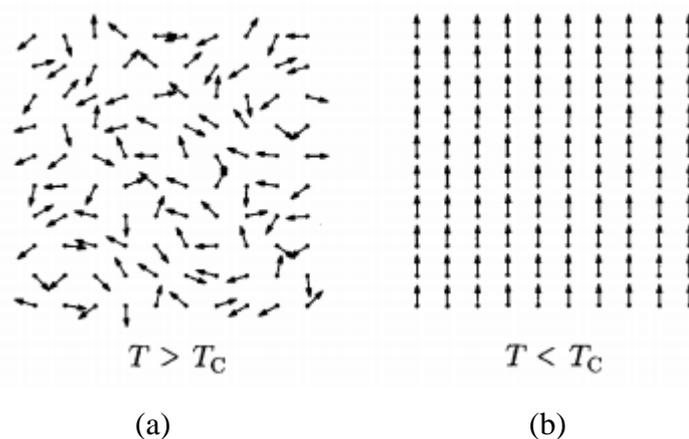
### II.5.1 Kerusakan Simetri

Pada umumnya, perubahan fase berkaitan dengan fenomena kerusakan simetri sistem. Untuk perubahan fase yang disebabkan oleh fluktuasi termal, sistem berada pada derajat simetri tinggi pada temperatur tinggi karena semua ruang

konfigurasi dibolehkan. Penurunan temperatur akan mengurangi fluktuasi termal dan mengakibatkan sistem berada pada keadaan stabil.

Simetri pada fase terjadi apabila titik-titik keadaan memiliki sifat sama yang tidak dapat dibedakan satu sama lain. Simetri merupakan invariansi (keseragaman) beberapa besaran fisis terhadap operasi tertentu. Jika dalam perubahan fase sebuah sistem digambarkan dengan Hamiltonian maka simetrinya berkaitan dengan invariansi Hamiltonian terhadap transformasinya. Sebagai contoh, apabila peubah termodinamik seperti temperatur dinaikan atau tekanan diturunkan, maka satu atau lebih elemen simetri dapat menghilang. Fenomena ini yang disebut dengan kerusakan simetri [16].

Spin menunjukkan kerusakan simetri apabila ada keteraturan arah ketika temperatur diturunkan hingga mencapai temperature kritis  $T_c$ . Dalam perubahan fase magnet, magnetisasi merupakan parameter keteraturan. Jika temperatur sistem diatas temperature Curie maka sistem tidak memiliki magnetisasi sedangkan apabila temperatur diturunkan maka spin secara spontan akan mengarah kearah tertentu sehingga nilai magnetisasi berhingga. Hal ini menunjukkan adanya fluktuasi termal yang menyebabkan derajat simetri menjadi tinggi dan ketika diturunkan maka fluktuasi termal akan berkurang.



Gambar 2.4 Transisi fase paramagnet-ferromagnet. (a) Status temperatur tinggi memiliki simetri rotasi. (b) Simetri rusak saat temperatur dibawah  $T_c$  (temperatur Curie).

Banyak fitur serupa yang diamati dalam sistem materi terkondensasi. Parameter yang mendorong transisi pemutusan simetri dapat berupa gaya, seperti tekanan, tetapi sering kali temperatur. Situasinya serupa untuk ferromagnet (Gambar 2.4). Sebuah ferromagnet di atas temperatur Curie  $T_c$  memiliki kesimetrian rotasi yang lengkap. Semua arah setara dan setiap momen magnet dapat mengarah ke segala arah. Di bawah  $T_c$ , sistem 'memilih' arah unik untuk semua titik putaran [17].

## II.6 Konfigurasi Spin

Keadaan termodinamika digambarkan sebagai titik dalam ruang keadaan. Setiap titik dalam diagram sistem PVT bersesuaian dengan sebuah keadaan, yaitu keadaan termodinamik. Keadaan termodinamik adalah keadaan makro (macrostate). Setiap keadaan makro bersesuaian dengan banyak sekali keadaan mikro, bahkan tak-hingga untuk sistem kontinu. Keadaan mikro adalah konfigurasi sesaat dari semua elemen mikroskopik. Keadaan-keadaan mikroskopik suatu sistem dapat dinyatakan dalam ruang fase.

Majelis dalam mekanika statistik adalah konstruksi mental dan dikaitkan dengan keadaan mikroskopik atau konfigurasi sesaat dari sistem. Anggota majelis dalam mekanika statistik bukan berupa benda, melainkan konfigurasi dari elemen mikroskopik. Sebagai contoh sederhana, jika kita memiliki dua anak panah dengan orientasi ke atas atau ke bawah maka ada empat kemungkinan konfigurasi yaitu:  $\{(\downarrow\downarrow),(\downarrow\uparrow),(\uparrow\downarrow),(\uparrow\uparrow)\}$ . Meskipun sistemnya hanya terdiri atas dua anak panah, jumlah anggota majelisnya ada empat. Konfigurasi adalah keadaan mikro sedangkan keadaan yang bersesuaian dengan pasangan peubah makroskopik ( $V_a, T_a$ ) adalah keadaan makro. Keadaan makro beranggotakan banyak keadaan mikro [2].

## II.7 Model Magnetik

### II.7.1 Model Ising

Model Ising adalah salah satu model mekanika statistik yang paling sederhana dan paling mendasar. Ini dapat digunakan untuk menggambarkan fenomena yang

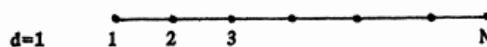
beragam seperti magnet, koeksistensi cairan / gas, paduan dua logam dan banyak lainnya, bahkan di luar fisika. Model ini diperkenalkan oleh Wilhelm Lenz pada tahun 1920 dan diselesaikan oleh Ising pada tahun 1925 untuk kasus pada 1D dimana tidak terjadi perubahan fase. Dalam kasus 2D, dilakukan pemecahan analitik oleh Lars Onsager pada tahun 1944 dengan metode matriks transfer [8].

Setiap sistem tersebut dapat dijelaskan oleh variabel elementer  $s_i$ , biasanya disebut "spin" dengan 2 kemungkinan nilai  $s_i = \pm 1$ . 2 nilai singkatan, misalnya, magnet dasar yang mengarah ke atas atau ke bawah, sepotong cairan atau gas, atom logam A atau B. Variabel untuk beberapa kisi, maka diasosiasikan energy:

$$H = -J_{ij} \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j \quad (2.3)$$

dengan setiap konfigurasi spin, di mana J adalah beberapa konstanta. Setiap keadaan sistem terjadi dengan probabilitas yang diberikan oleh faktor Boltzmann. Model Ising dapat diselesaikan hanya dalam kasus yang paling sederhana (dalam kisi satu dimensi dan pada kisi dua dimensi). Dalam kebanyakan kasus praktis, harus diambil pendekatan analitik seperti ekspansi seri untuk temperatur tinggi atau rendah, atau teknik numerik seperti simulasi Monte Carlo.

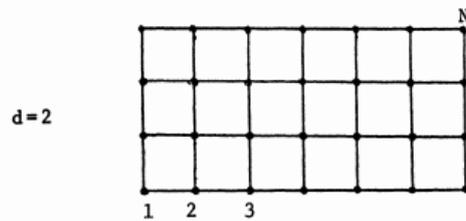
Pada model Ising 1 dimensi, struktur digambarkan dengan garis yang terdapat titik-titik dengan jarak yang sama besar.



Gambar 2.5 Tatanan kisi 1 dimensi [7].

Titik-titik tersebut dapat diberi nomor 1 sampai dengan N, yang menyatakan jumlah titik kisi. Spin dinyatakan oleh  $\sigma = \pm 1$ , terdiri dari spin up dan spin down. Interaksi hanya terjadi antara spin dengan spin kanan dan kirinya.

Kisi pada 2 dimensi dapat digambarkan sebagai titik – titik pada kisi persegi sebanyak N, seperti ditunjukkan pada Gambar 9.



Gambar 2.6 Kisi 2 dimensi [7].

Sedangkan untuk interaksi yang terjadi, ditunjukkan pada Gambar 2.6. Interaksi terjadi antara spin dengan empat tetangga terdekatnya yaitu kanan, kiri, atas, bawah.

## II.7.2 Model XY dan Model jam

Dalam model klasik, variabelnya adalah vektor satuan dua dimensi  $S_i$  yang menempati titik kisi, ekuivalen dengan sudut  $\theta$ . Model ini adalah kasus khusus model Heisenberg. Vektor-vektor tersebut sesuai dengan arah spin (awalnya mekanika kuantum) pada material di mana komponen z pasangan spin kurang dari komponen x dan y. Garis putaran satu dimensi dikenal sebagai rantai putar. Putaran individu dapat dibatasi agar terletak paralel atau antiparalel ke arah tertentu (putaran Ising), atau mungkin bebas menunjuk ke mana saja dalam bidang, atau bebas menunjuk ke segala arah (putaran Heisenberg) [17].

Pada sistem 2D, teorema Mermin-Wagner tidak memperbolehkan model magnetik dengan simetri kontinu mengalami kerusakan simetri spontan pada  $T > 0$ . Jika tidak terdapat kerusakan simetri, maka model XY tidak memiliki fase seperti yang terjadi pada model Ising. Meskipun demikian transisi Kosterlitz-Thouless (KT) dapat diamati. Transisi KT merupakan transisi fase unik dari model XY, yaitu fase dengan formasi pasangan vortex-antivortex [16].

Untuk model 2D XY, efek medan lipat- $q$  pemecah simetri menjadi subjek yang menarik yang pada dasarnya sama dengan memperlakukan model jam  $q$ -keadaan, di mana hanya nilai diskret yang diizinkan untuk sudut rotasi XY. Model jam  $q$ -keadaan 2D memiliki dua transisi fase tipe KT di  $T_1$  dan  $T_2$  ( $T_1 < T_2$ ) untuk  $q > 4$ . Ada fase temperatur tinggi seperti pada model XY antara fase urutan temperatur rendah ( $T < T_1$ ) dan fase tidak teratur temperatur tinggi ( $T > T_2$ ) [18].

## II.8 Energi dan Panas Jenis

Rerata energi  $\langle E \rangle$  dan panas jenis  $C_V$  merupakan besaran yang sangat penting dalam studi perubahan fase. Dalam konsep ensemble majelis kanonik dibahas besaran-besaran dalam termodinamika, salah satunya adalah energi. Rerata energi yang dimiliki oleh majelis yang berbeda memiliki energi yang berbeda, walaupun tidak tertutup kemungkinan memiliki energi yang sama. Energi rata-rata didalam majelis dinyatakan sebagai berikut [23]:

$$\langle E \rangle_\beta = \frac{\sum_i E_i(E_i)g(E_i)e^{-\beta E_i}}{\sum_i g(E_i)e^{-\beta E_i}} \quad (2.5)$$

Sedangkan Panas jenis atau kalor jenis adalah besaran fisis yang menyatakan jumlah kalor yang dibutuhkan untuk menaikkan temperatur sebesar 1 derajat satuan. Dengan menggunakan  $\langle E \rangle$  dan momen rerata majelis orde dua  $\langle E^2 \rangle$ , panas jenis didefinisikan sebagai berikut [22]:

$$C_V(T) = \frac{1}{k_b T^2} (\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2) \quad (2.6)$$

dimana  $\langle E^2 \rangle$  adalah rerata majelis kuadratik energi dan  $\langle E \rangle$  menyatakan rerata majelis energi.

## II.9 Metode Monte Carlo

Metoda Monte Carlo (MC) adalah teknik perhitungan numerik yang memanfaatkan bilangan acak (random). Metoda ini sangat ampuh sebab dapat memecahkan masalah rumit yang tidak mungkin diselesaikan secara analitik. Salah satunya, dapat mengitung integrasi multi-dimensi. Dalam penelitian ini akan digunaka metode MC untuk menghitung rerata majelis suatu besaran fisis dari model magnetik.

Ada dua kategori algoritma MC untuk mengatasi perlambatan dinamik. Pertama adalah perubahan arah spin secara berkelompok (cluster spin update), dan kedua pencuplikan majelis diperluas. Algoritma Swendsen-Wang, Wolf dan kluster dengan kebolehjadian berubah termasuk dalam kategori pertama, sedangkan metoda multi-kanonik, histogram lebar dan Wang-Landau (WL) termasuk dalam kategori kedua. Algoritma WL merupakan salah satu metoda dari kategori pertama

sebagaimana dijelaskan sebelumnya. Perjalanan acak (Random walk=RW) dalam algoritma dengan kategori pertama ini menyisir seluruh ruang konfigurasi energi guna menghitung rapat keadaan energi (density of states (DOS) [2].

### II.9.1 Algoritma Wang-Landau

Dalam algoritma WL yang digunakan dalam studi ini, perjalanan acak menelusuri seluruh ruang konfigurasi energi untuk menghitung DOS. Akan tetapi, karena ruang energi cukup lebar, RW menghadapi dua masalah umum: (i) RW cenderung terhalang dan tidak mengunjungi keadaan energi yang sudah sering dikunjungi, (ii) diperlukan waktu cukup lama menyisir dari satu tepi ke tepi lain dari ruang energi. Masalah ini merupakan masalah umum dari RW. Rapat keadaan energi  $g(E)$  dihitung melalui probabilitas transisi sebagai berikut.

$$P(E \rightarrow E') = \min \left[ 1, \frac{g(E)}{g(E')} \right] \quad (2.7)$$

dimana  $g(E)$  adalah rapat energi dari  $E$ ,  $E'$  adalah energi dari keadaan baru. Karena pada awal simulasi  $g(E)$  belum diketahui maka diberi nilai  $g(E) = 1$  untuk semua keadaan. Rapat keadaan energi selanjutnya dihitung melalui RW. Nilai diperoleh ketika histogram energi  $h(E)$  mencapai syarat rata yaitu histogram untuk semua kemungkinan E tidak kurang dari nilai histogram rerata, misalnya, 0,80. *Updating* rapat keadaan energi mengikuti aturan berikut.

$$\begin{aligned} \ln g(E_i) &\rightarrow \ln g(E_i) + f_i \\ h(E_i) &\rightarrow h(E_i) + 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

dimana  $f_i$  adalah parameter untuk modifikasi nilai DOS. Parameter ini mendekati nol saat DOS mulai konvergen.

Rerata termal besaran Q diperoleh melalui hubungan berikut.

$$\langle Q \rangle_\beta = \frac{\sum_i Q_i(E_i) g(E_i) e^{-\beta E_i}}{\sum_i g(E_i) e^{-\beta E_i}} \quad (2.9)$$

dimana  $\beta = 1/(kT)$ ,  $k$  dan  $T$  masing-masing adalah invers temperatur, tetapan Boltzman dan temperatur. Urutan langkah-langkah algoritma WL adalah sebagai berikut [2].

1. Menetapkan (a) konfigurasi spin awal dan faktor iterasi awal  $f_i = 1$ ; (b) mengasumsikan nilai DOS dan histogram  $\ln g(E_i) = 1$  dan  $h(E_i) = 0$ , untuk setiap nilai  $i$ .
2. Memperbaharui konfigurasi berdasarkan probabilitas transisi menurut Pers. (2.3).
3. Memperbaharui DOS dan histogram pada Pers. (2.4) dan melanjutkan ke langkah 2 hingga histogram mencapai kondisi rata sesuai yang disyaratkan.
4. Memperbaiki faktor iterasi  $f_i = f_i / 2$ , mengubah skala DOS dengan menggunakan syarat  $\sum_{E_i} g(E_i) = 6^N$  (untuk kasus model jam 6-keadaan); dan mengatur ulang histogram  $h(E_i) = 0$  sebelum kembali ke langkah 2.

Mengulangi langkah 1 sampai 4 hingga DOS konvergen, kemudian dilakukan pengukuran besaran fisis  $Q_i$  dengan sejumlah langkah MC (Monte Carlo Steps=MCS) tertentu, misalnya  $10^4$ .